Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

München, 1997

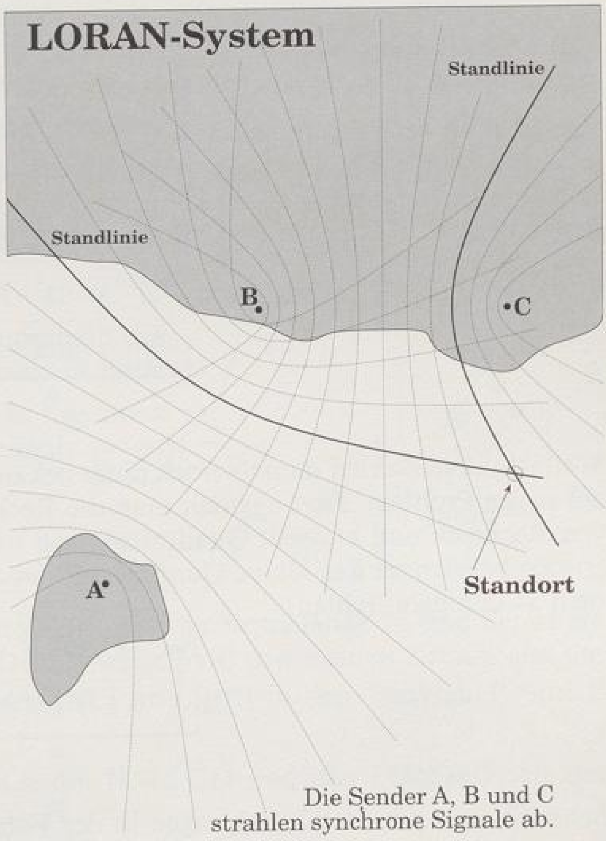
6. Geschichtliches

urn:nbn:de:hbz:466:1-83463

Modebewusste Messingmutter beim Mustern ihrer hyperbolischen Konturen vorm Spiegel

Navigation

Hyperbeln spielen eine große Rolle in der Ortung von Schiffen. Das LORAN-System (**LO**ng **RA**nge Navigation) ist ein Funkortungsverfahren für die Langstrekkenpeilung (von den Amerikanern während des Zweiten Weltkriegs entwickelt). Drei verschiedene ortsfeste Stationen senden gleichzeitig Signale aus, die ein Schiff oder Flugzeug empfängt. Der Laufzeitunterschied der empfangenen Signale zweier Sender legt eine Hyperbel als Standlinie fest (die Sender stehen in den Brennpunkten). Der Standort ergibt sich als Schnittpunkt von zwei oder drei Hyperbeln. Die Genauigkeit bei Auswertung der Bodenwellenimpulse liegt bei 5 km, bei Auswertung der Raumwellenimpulse bei 15 km. Die Reichweite der Sender beträgt tagsüber 1400 km und nachts etwa das Doppelte. Das LORAN-System überdeckt fast vollständig den Nordatlantik sowie große Teile des Indischen Ozeans.



Die Sender A, B und C strahlen synchrone Signale ab.

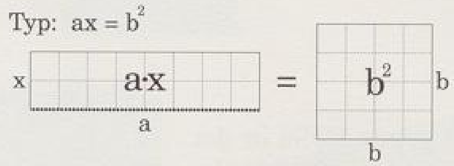
6. Geschichtliches

Etwa um 350 v. Chr. erfindet MENAICHMOS, der Lehrer Alexanders des Großen, die Kegelschnitte als Kegel-Schnitte zur Lösung geometrischer Probleme, bei denen man mit der klassischen Methode (Zirkel, Lineal) nicht weiterkommt. Er löst zum Beispiel das Delische Problem der Würfelverdopplung über den Schnitt von Parabeln: Aus $x^2 = ay$ und $y^2 = 2ax$ folgt nämlich $x = a\sqrt[3]{2}$.

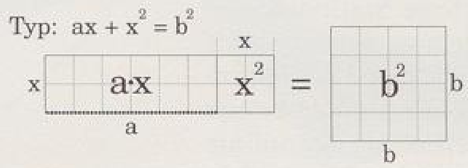
Mit den Kegelschnitten ist es auch möglich, einen Winkel in drei gleich große Winkel zu zerlegen.

Nur das dritte der drei klassischen Probleme, die Quadratur des Kreises, kann MENAICHMOS nicht lösen.

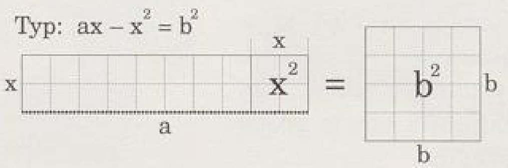
Apollonios von Perge (262 bis 190) untersucht die Kegelschnitte eingehend und schreibt seine *Konika*, acht Bücher über Kegelschnitte: I bis IV sind griechisch überliefert, V bis VII liegen arabisch vor und VIII ist verloren gegangen. Im Gegensatz zu Menaichmos, der für jeden Kegelschnitt-Typ einen neuen Kegel braucht, weil er immer senkrecht zu einer Mantellinie schneidet, bekommt Apollonios alle Kegelschnitte an einem Kegel durch Schnitte unter verschiedenen Winkeln. Er treibt *geometrische Algebra*, indem er versucht, quadratische Gleichungen über Flächengleichheiten zu lösen:
Die Gleichung $ax = b^2$ ist gelöst, wenn es gelingt, zu einer gegebenen Rechteckseite a die andere Rechteckseite x so zu finden, dass dieses Rechteck flächengleich ist einem Quadrat mit gegebener Seitenlänge b. (para**b**allein = vergleichen, gleich sein)



Zur Lösung der Gleichung $ax + x^2 = b^2$ braucht man die Rechteckseite x so, dass Rechteck- und Quadratfläche (Seite x) zusammen so groß sind wie das Quadrat mit Seitenlänge b. Apollonios bezeichnet das kleine Quadrat mit der Seite x als *überschießendes Quadrat.* (hyper**b**allein = über ein Ziel hinauswerfen, übers Ziel hinausschießen)



Weil negative Zahlen damals noch nicht bekannt sind, schafft die Gleichung $ax - x^2 = b^2$ ein neues Problem. Jetzt braucht man die Rechteckseite x so, dass der Flächenunterschied von Rechteck und kleinem Quadrat so groß ist wie das Quadrat mit Seitenlänge b. Apollonios bezeichnet das kleine Quadrat mit der Seite x als *unterschießendes Quadrat.* (ell**ei**pein = mangeln, fehlen)



Schreibt man die drei Gleichungen in der Form

$$y^2 = ax$$
$$y^2 = ax + x^2$$
$$y^2 = ax - x^2$$

so ergeben sich Gleichungen von Parabeln, Hyperbeln und Ellipsen. Die Mittelpunkte dieser Hyperbeln und Ellipsen liegen nicht im Koordinatenursprung.

Nach den Griechen kümmert man sich kaum noch um die Kegelschnitte. Erst Johannes Werner (1468 bis 1522) erweckt sie zu neuem Leben in seiner Schrift *Elemente der Kegelschnitte.* Darin steht zum Beispiel eine einfache Parabelkonstruktion mittels einer Schar von Kreisen mit gemeinsamem Berührpunkt (siehe Kapitel 9. II, 3).