



Stochastik

Barth, Friedrich

München, [20]03

Inhalt

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83580](#)

Inhalt

Vorwort	7
1. Zufallsexperimente	9
Aufgaben	12
2. Ergebnisräume	13
2.1. Grundbegriffe	14
2.2. Mehrstufige Zufallsexperimente	15
2.2.1. Ziehen ohne Zurücklegen	15
2.2.2. Ziehen mit Zurücklegen	16
2.2.3. n -Tupel als Ergebnisse	17
Aufgaben	17
3. Ereignisräume	20
3.1. Definition	21
3.2. Ereignisalgebra	22
Aufgaben	25
4. Relative Häufigkeiten	29
4.1. Einführung	30
4.2. Eigenschaften der relativen Häufigkeit	34
Aufgaben	38
5. Wahrscheinlichkeitsverteilungen	40
5.1. Definition der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses	41
5.2. Interpretationsregel für Wahrscheinlichkeiten	43
5.3. Eigenschaften der Wahrscheinlichkeitsverteilung	44
5.4. Beispiele für Wahrscheinlichkeitsverteilungen	45
5.5. Wahrscheinlichkeitsverteilungen bei mehrstufigen Zufallsexperimenten	54
Aufgaben	57
6. Additionssätze für Wahrscheinlichkeiten	63
Aufgaben	66
7. Die Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs	69
7.1. Der Begriff der statistischen Wahrscheinlichkeit	70
7.2. Entwicklung des klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriffs	71
7.3. Die Definition der klassischen Wahrscheinlichkeit durch <i>Laplace</i>	75
7.4. Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff vor <i>Laplace</i>	77
7.5. Axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit durch <i>Kolmogorow</i>	79
Aufgaben	82

8. Laplace-Experimente	83
8.1. Definition und einfache Beispiele	84
8.2. Kombinatorische Hilfsmittel	87
8.3. Berechnung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten	96
8.4. Das Urnenmodell	104
8.4.1. Problemstellung	104
8.4.2. Die Wahrscheinlichkeit für genau s schwarze Kugeln beim Ziehen ohne Zurücklegen	105
8.4.3. Die Wahrscheinlichkeit für genau s schwarze Kugeln beim Ziehen mit Zurücklegen	106
8.5. Laplace-Paradoxa oder »Was ist gleichwahrscheinlich?«	108
Aufgaben	111
9. Bedingte Wahrscheinlichkeiten	127
9.1. Einführung	128
9.2. Die Wahrscheinlichkeit von <i>Und</i> -Ereignissen und die 1. Pfadregel	131
9.3. Die totale Wahrscheinlichkeit und die 2. Pfadregel	133
9.4. Die <i>Bayes</i> -Formel	135
Aufgaben	138
10. Unabhängigkeit	147
10.1. Unabhängigkeit bei zwei Ereignissen	148
10.2. Unabhängigkeit bei mehr als zwei Ereignissen	152
Aufgaben	156
11. Zufallsgrößen	164
11.1. Zufallsgrößen und ihr Erwartungswert	165
11.1.1. Einführendes Beispiel	165
11.1.2. Definitionen und grundlegende Eigenschaften	168
11.2. Die kumulative Verteilungsfunktion einer Zufallsgröße	174
11.3. Funktionen einer Zufallsgröße	177
11.4. Die Varianz einer Zufallsgröße	179
11.5. Die Ungleichung von <i>Bienaymé-Tschebyschow</i>	183
Aufgaben	185
12. Mehrere Zufallsgrößen über demselben Wahrscheinlichkeitsraum	197
12.1. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung	198
12.2. Stochastische Unabhängigkeit von Zufallsgrößen	200
12.3. Verknüpfung von Zufallsgrößen	202
12.4. Sätze über Maßzahlen	203
12.4.1. Sätze über die Erwartung	203
12.4.2. Sätze über die Varianz	206
12.4.3. Zusammenfassung	211
12.5. Das arithmetische Mittel von Zufallsgrößen	211
Aufgaben	213

Inhalt

13. Die Bernoulli-Kette	218
Aufgaben	223
14. Die Binomialverteilung	228
14.1. Einführung	229
14.2. Ziehen mit bzw. ohne Zurücklegen	232
14.3. Tabellen der Binomialverteilung	234
14.4. Veranschaulichung von Binomialverteilungen durch Experimente	237
14.5. Erwartungswert und Varianz einer binomial verteilten Zufallsgröße	240
14.6. Eigenschaften der Binomialverteilung	241
14.7. Die Ungleichung von <i>Bienaymé-Tschebyschow</i> für binomial verteilte Zufallsgrößen und das Gesetz der großen Zahlen	247
14.8. Anwendungen der Ungleichung von <i>Bienaymé-Tschebyschow</i>	252
Aufgaben	261
15. Die Normalverteilung	276
15.1. Problemstellung	277
15.2. Standardisierte Zufallsgrößen	278
15.3. Der lokale Grenzwertsatz von <i>de Moivre</i> und <i>Laplace</i>	284
15.4. Der Integralgrenzwertsatz von <i>de Moivre</i> und <i>Laplace</i>	293
15.5. Die Funktionen $\varphi_{\mu\sigma}$ und $\Phi_{\mu\sigma}$	299
15.6. Der zentrale Grenzwertsatz und die Normalverteilung	301
Aufgaben	312
* 16. Die Poisson-Näherung für die Binomialverteilung	318
Aufgaben	326
17. Das Testen von Hypothesen	330
17.1. Zur Geschichte und Aufgabe der Statistik	331
17.2. Stichproben	334
17.3. Test bei zwei einfachen Hypothesen	336
17.4. Signifikanztest	345
17.4.1. Zusammengesetzte Hypothesen beim zweiseitigen Test	346
17.4.2. Zusammengesetzte Hypothesen beim einseitigen Test	350
17.4.3. Die Operationscharakteristik eines Tests	352
17.5. Überblick über die behandelten Testtypen	357
17.6. Verfälschte Tests	357
17.7. Signifikanztests bei normalverteilten Zufallsgrößen	361
Aufgaben	364

Inhalt

* 18. Parameterschätzung	375
18.1. Problemstellung	376
18.2. Das Maximum-Likelihood-Prinzip	377
18.3. Beurteilungskriterien für Schätzfunktionen	378
18.4. Die relative Häufigkeit H_n als Schätzgröße	379
18.5. Das Stichprobenmittel	380
18.6. Die Stichprobenvarianz	381
Aufgaben	384
* Anhang I: Experimentelle Bestimmung der Zahl π nach <i>Buffon</i> (1707–1788)	386
* Anhang II: Paradoxa der Wahrscheinlichkeitsrechnung	388
* Anhang III: Biographische Notizen	394
Personen- und Sachregister	428
Bildnachweis	432