Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

München, 1999

1. Kapitel

urn:nbn:de:hbz:466:1-83422

1.Kapitel

Aufgaben zu 1.1

12/1. a) Nein, zum Beispiel $b_1 = 5,\ l_1 = 3,\ b_2 = 10,\ l_2 = 6$

b) $\frac{b}{s} = \frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} a \cdot h_s$, also $h_a : h_s = 3 : 2$; c) $\frac{a}{a/2} = \frac{2}{1}$

12/2. $\frac{A'}{A} = \frac{3}{2}$ **14/3.** $\frac{s'}{s} = \frac{1}{1}$

12/4. $\frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b$, also $a : b = h_b : h_a$

13/5. a) $l = \frac{16}{7}$ b) $b' = \frac{63}{4}$ c) $\frac{A}{A'} = \frac{1}{25}$

13/6. a) $f = \frac{10}{3}$ b) $d = \frac{12}{5}$, $g = \frac{27}{5}$ c) $f = 9, h = 12$ d) $a = 2{,}5$

e) $a = 4, b = 3$ f) $h = 6, g = 9$ g) $b = \frac{8}{3}$ h) $e = \frac{6}{7}$

13/7. a) $\overline{A'B'} = \frac{4}{3}$ b) $\overline{BB'} = \frac{7}{2}$ c) $\overline{OB} = 12$

13/8. Parallelstrecken: 3, 6, 9 Teilstrecken auf b: 2, 5

13/9. Entfernungen: $\frac{8}{3}$, $\frac{20}{3}$

13/10. $\overline{FB} = \overline{ED}$, also $\overline{CF} : \overline{FB} = 3 : 1$, $\overline{CF} : \overline{CB} = 2 : 3$

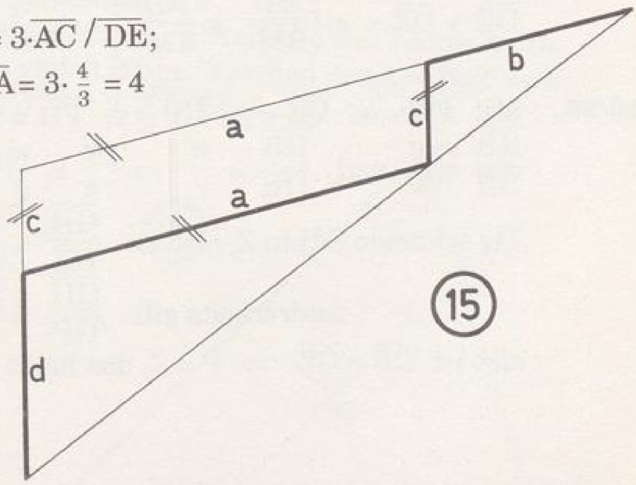
13/11. g sei die Parallele durch A zur x-Achse, h_B die Parallele durch B zur y-Achse, h_T die Parallele durch T zur y-Achse; $g \cap h_B = \{C\}$, $g \cap h_T = \{C_1\}$
$\overline{BC} : \overline{CA} = 8:5$, $\overline{SC_1} : \overline{C_1A} = 3:2$, also liegt S nicht auf AB,
analog erhält man: $T \in AB$, $U \notin AB$, $V \in AB$.

13/12. $\overline{FA} : \overline{AC} = 3 : \overline{DE}$, also $\overline{FA} = 3 \cdot \overline{AC} / \overline{DE}$;
wegen $\overline{AC} : \overline{DE} = \frac{4}{3}$ gilt $\overline{FA} = 3 \cdot \frac{4}{3} = 4$

14/13. $h = 30\text{m}$

14/14. $\overline{AB} = 12$, $\overline{BT} = 9$, $\overline{AT} = 15$

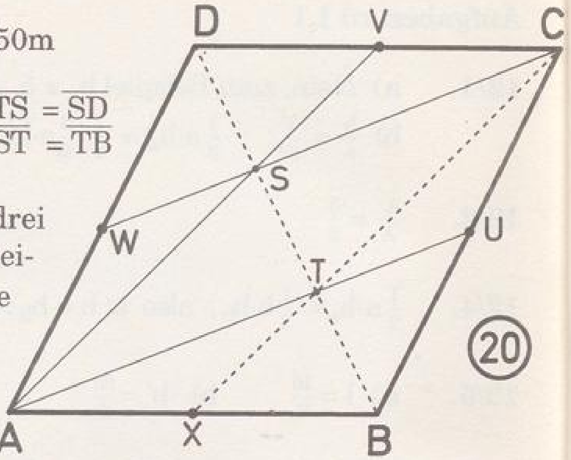
14/15. $\left.\begin{array}{l} \frac{c+d}{a+b} = \frac{c}{b} \\ \frac{c+d}{a+b} = \frac{d}{a} \end{array}\right\} \frac{c}{b} = \frac{d}{a}$ also $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$



14/16. $d = 0{,}38\text{cm}$

14/17. $d = 0{,}325\text{cm}$

14/18. $b = 72\text{m}$ **15/19.** $d = 150\text{m}$



15/20. **a)** $\overline{AW} : \overline{WD} = \overline{TS} : \overline{SD} = 1{:}1$, also $\overline{TS} = \overline{SD}$
$\overline{CU} : \overline{UB} = \overline{ST} : \overline{TB} = 1{:}1$, also $\overline{ST} = \overline{TB}$

b) AV und CX teilen [BD] auch in drei gleich lange Strecken, wenn X Seitenmitte von [AB] ist (Beweis wie in **a)**). Aus der Eindeutigkeit von Teilpunkt S folgt: $S \in AV$.

15/21. $\overline{EF} + x = 10, \ \ y = \overline{EC}$
ΔUBC: $\frac{10}{10-x} = \frac{5}{5-y}$, also $x = 2y$ $\quad (*)$
andrerseits gilt im ΔABV: $\frac{5}{x} = \frac{10}{10-y}$, also $50 - 5y = 10x$
mit (*): $50 - 5y = 20y$, also $y = 2$, und damit $x = 4$; $\overline{EF} = 6$; $\overline{GF} = 8$

15/22. $\left.\begin{array}{l} \frac{r}{q} = \frac{c}{a+b} \\ \frac{r}{q} = \frac{b}{a} \end{array}\right\}$ also $\frac{c}{a+b} = \frac{b}{a}$, das heißt $c = \frac{b^2}{a} + b$

16/23. **a)** $\overline{MS} : \overline{SR} = w{:}v$, $\overline{SM} : \overline{SR} = y{:}x \Rightarrow w{:}v = y{:}x \Rightarrow xw = yv$ **b)** $PQ \| AO$

16/24. $\left.\begin{array}{l} y{:}d = \overline{EC} : \overline{AC} \\ x{:}b = \overline{AE} : \overline{AC} \end{array}\right\}$ Addition ergibt $\frac{y}{d} + \frac{x}{b} = \frac{\overline{AE} + \overline{EC}}{\overline{EC}} = 1$

16/25. $\overline{DE} : s_c = \overline{BD} : \overline{BM_c} \Rightarrow \overline{DE} = s_c \cdot \overline{BD} : \overline{BM_c}$
$\overline{DF} : s_c = \overline{AD} : \overline{AM_c} \Rightarrow \overline{DF} = s_c \cdot \overline{AD} : \overline{AM_c}$ Addition ergibt

$$\overline{DE} + \overline{DF} = s_c \cdot \left(\frac{\overline{BD}}{\overline{BM_c}} + \frac{\overline{AD}}{\overline{AM_c}} \right) = s_c \cdot \frac{c}{c/2} = 2s_c$$

16/26. Mit $\overline{FQ} = x$, $\overline{QE} = y$, $\overline{GP} = v$, $\overline{PH} = w$, $DB \cap QP = \{R\}$ gilt

$$\frac{\overline{RB}}{\overline{DR}} = \frac{y}{x} \text{ und } \frac{\overline{RB}}{\overline{DR}} = \frac{w}{v} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{w}{v} \Rightarrow \frac{x+y}{x} = \frac{v+w}{v}.$$

TQ schneide GH in Z, also ist $\frac{\overline{GH}}{\overline{GZ}} = \frac{v+w}{\overline{GZ}} = \frac{x+y}{x}$

andrerseits gilt $\frac{\overline{GH}}{\overline{GP}} = \frac{v+w}{\overline{GP}} = \frac{x+y}{x}$

also ist $\overline{GP} = \overline{GZ} \Rightarrow P = Z$, das heißt $AC = PQ$ läuft durch T.

17/27. a) $\frac{\overline{WC}}{\overline{VA}} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\overline{SC}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{SA}+\overline{AC}}{\overline{SA}} = 1 + \frac{\overline{AC}}{\overline{SA}}$ = const $\Rightarrow$ S unverändert

b) $\sphericalangle VBW = 180° - \sphericalangle ABV - \sphericalangle CBW = 180° - \frac{\omega}{2} - (90° - \frac{\omega}{2}) = 90°$

17/28. a) $\overline{AM_c} : \overline{M_cB} = 1 = \overline{AI} : \overline{IV} \Rightarrow \overline{AI} = \overline{IV}$
$\Delta M_cVL \cong \Delta VJC$ (SWW-Satz), also $\overline{LM_c} = \overline{CJ}$

b) $\overline{BJ} : \overline{LM_c} = 2:1$, $\overline{BJ} : \overline{CJ} = 2:1$, $a : \overline{CJ} = 3:1$, $c : \overline{JK} = 3:1$, $\overline{VA} : \overline{VJ} = 3:1$
$b : \overline{CK} = 3:1$ (analoge Rechnung wie bei Seite a)

c) $b : \overline{KC} = a : \overline{CB} = 3:1$, also $JK \parallel AB$

d) Fläche(AM_cV) = Fläche(BVM_c), [$g = \overline{AM_c} = \overline{M_cB}$, gleiche Höhe h]
Fläche(AM_cV) = Fläche(AVC), [$g_1 = \overline{M_cV} = \overline{VC}$, gleiche Höhe h_1]
Fläche(BVM_c) = Fläche(BCV), [$g_2 = \overline{M_cV} = \overline{VC}$, gleiche Höhe h_2]
Fläche(VJC) = $\frac{1}{2}\overline{VC} \cdot h'$. Mit $h' = \frac{1}{3}h_2$ folgt: Fläche(VJC) = $\frac{1}{2}\overline{VC} \cdot \frac{1}{3}h_2$
also gilt Fläche(VJC) : Fläche(ABC) = 1 : 12

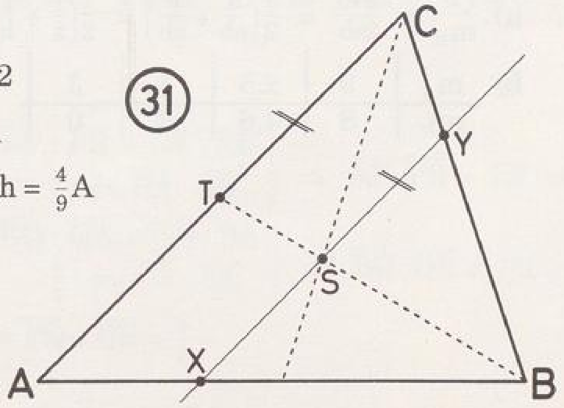
17/29. a) $\Delta UVM \cong \Delta WXM$ [$\overline{UM} = \overline{MX} = r$, $\overline{UV} = \overline{WX}$, $\sphericalangle MUV = \sphericalangle MXW$, denn ΔUXM ist gleichschenklig]
$\Rightarrow \overline{MV} = \overline{WM}$, also ist ΔVWM ist gleichschenklig,
die Dreiecke ABM und VWM sind also gleichschenklig mit demselben Winkel an der Spitze $\Rightarrow \sphericalangle MVW = \sphericalangle MAB \Rightarrow AB \parallel VW = UX$

b) $\overline{PA} : \overline{VU} = \overline{AB} : \overline{VW} = \overline{AM} : \overline{VM}$, also folgt wegen $\overline{VU} = \overline{VW}$ auch $\overline{PA} = \overline{AB}$; ebenso ergibt sich $\overline{AB} = \overline{BQ}$.
Konstruktion: Man verlängert die durch die Radien gegebene Sehne [AB] über A und B hinaus um $\overline{AB}$; verbindet man die Endpunkte mit dem Kreismittelpunkt, so ergeben die Schnittpunkte auf dem Kreis die gesuchte Sehne – diese wird gedrittelt.

18/30. Man zeichnet die Parallelen zu AB durch U beziehungsweise W.
Die vier Geraden durch C schneiden aus
der Parallele durch W drei gleich lange Strecken der Länge x aus,
der Parallele durch U drei gleich lange Strecken der Länge y aus.
Wegen $y = 3x$ folgt aus $x : \overline{VW} = y : \overline{VU}$ dann $\overline{VU} = 3 \cdot \overline{VW}$.

18/31. a) $\overline{TB} : \overline{SB} = 3 : 2 = \overline{CB} : \overline{YB}$
$\Rightarrow \overline{AC} : \overline{XY} = \overline{CB} : \overline{YB} = 3 : 2$

b) Fläche(ABC) = $\frac{1}{2}gh = A$
Fläche(XBY) = $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}g \cdot \frac{2}{3}h = \frac{4}{9}A$
Fläche(AXPC) = $\frac{5}{9}A$



18/32. $AM_cM_aM_b$ ist ein Parallelogramm. Die Diagonale $[AM_a]$ halbiert die andere Diagonale $[M_cM_b]$. Ebenso halbiert im Parallelogramm $M_cBM_aM_b$ die Diagonale $[M_bB]$ die Diagonale $[M_cM_a]$.

18/33. **a)** Aus $\frac{h}{3} = \frac{e}{d}$ und $\frac{h}{2} = \frac{d-e}{d}$

folgt $h = \frac{6}{5}$

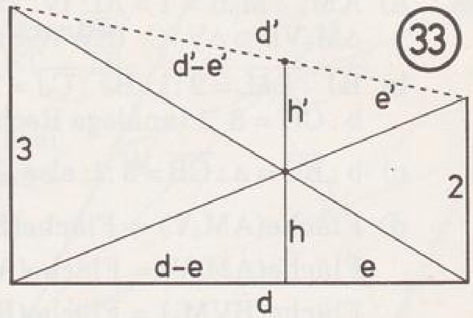
die Höhe beträgt 1,2m.

b) h hängt nicht von d ab.

c) Aus $\frac{h'}{3} = \frac{e'}{d'}$ und $\frac{h'}{2} = \frac{d'-e'}{d'}$

folgt $h' = \frac{6}{5}$

die Höhe beträgt 1,2m.



18/34. $ST \cap DC =: \{E\}$, $ST \cap AB =: \{F\}$

es seien $\overline{AF} = a_1$, $\overline{FB} = a_2$, $\overline{DE} = c_1$ und $\overline{EC} = c_2$;

dann gilt $\frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1}{c_2}$ und $\frac{a_1}{c_2} = \frac{a_2}{c_1} = \frac{\overline{SF}}{\overline{SE}}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{c_2}{c_1} \Rightarrow c_1^2 = c_2^2 \Rightarrow c_1 = c_2$ und damit $a_1 = a_2$

18/35. **a)** $\overline{AB} : \overline{EQ} = \overline{DB} : \overline{DQ}$, $\overline{AB} : \overline{PF} = \overline{CA} : \overline{CP}$

$\left.\begin{array}{l} \overline{DS} : \overline{CS} = \overline{DB} : \overline{CA} \\ \overline{DS} : \overline{CS} = \overline{DQ} : \overline{CP} \end{array}\right\} \Rightarrow \overline{DB} : \overline{DQ} = \overline{CA} : \overline{CP}$

damit folgt $\overline{AB} : \overline{EQ} = \overline{AB} : \overline{PF} \Rightarrow \overline{EQ} = \overline{PF}$

b) Nach **a)** gilt $\overline{EQ} = \overline{PF} \Rightarrow \overline{EP} = \overline{QF}$, also ist der Mittelpunkt M von $[PQ]$ auch Mittelpunkt von $[EF]$.

c) MS schneide AB in U und DC in V

$\overline{AU} : \overline{UB} = \overline{PM} : \overline{MQ}$, also $\overline{AU} = \overline{UB}$, weil $\overline{PM} = \overline{MQ}$

$\overline{DV} : \overline{VC} = \overline{QM} : \overline{MP}$, also $\overline{DV} = \overline{VC}$.

Nach Aufgabe **34** halbiert TS die Basen,

das heißt V und U liegen auf TS. Also gilt TS = VU = MS.

19/36. **a)** $\frac{1}{m_h} = \frac{a+b}{2ab} = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{ab} + \frac{b}{ab}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$

b)

m_a	9	2,5	3	3
m_h	8	1,6	3	0

19/36. **c)** $$\left.\begin{array}{l}\overline{XS}:\overline{AB}=\overline{DS}:\overline{AB}\\ \overline{DS}:\overline{DB}=\overline{CS}:\overline{CA}\\ \overline{CS}:\overline{CA}=\overline{SY}:\overline{AB}\end{array}\right\}\Rightarrow \overline{XS}:\overline{AB}=\overline{SY}:\overline{AB}\ \Rightarrow \overline{XS}=\overline{SY}$$

mit $x := \frac{1}{2}\overline{XY}$ gilt $x:c=\overline{AS}:\overline{AC}$, $x:a=\overline{SC}:\overline{AC}$

$$\Rightarrow \frac{x}{c}+\frac{x}{a}=\frac{\overline{AS}+\overline{SC}}{\overline{AC}}\ \Rightarrow\ \frac{x(c+a)}{ac}=1\Rightarrow\ 2x=\frac{ac}{a+c}$$

d) Für die Mittellinie gilt $m_a=\frac{a+c}{2}$

wegen $(a-c)^2\geq 0\ \Rightarrow\ a^2-2ac+c^2\geq 0\Rightarrow (a+c)^2\geq 4ac\ \Rightarrow\ \frac{a+c}{2}\geq\frac{2ac}{a+c}$

gilt $m_a\geq m_h$

19/37. Es seien $\overline{DF}=e$, $\overline{TF}=f$, $\overline{DZ}=h$; aus $\frac{f}{e}=\frac{b+g}{a+g}$, $\frac{f}{e}=\frac{m}{h}$ und $\frac{m}{h}=\frac{g}{a}$

folgt $\frac{g}{a}=\frac{b+g}{a+g}\ \Rightarrow\ ag+g^2=ab+ag\ \Rightarrow\ g^2=ab$

19/38. Die Parallele zu AC durch P schneide BC in F; $e:=\overline{BF}$.
Die Parallele zu BD durch Q schneide BC in G; $f:=\overline{CG}$.

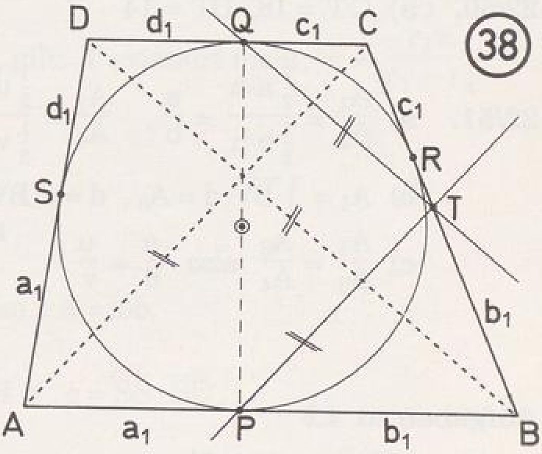
$$\left.\begin{array}{l}e:b=b_1:a\\ f:b=c_1:c\end{array}\right\}\Rightarrow\ \frac{b_1}{a}+\frac{c_1}{c}=\frac{e+f}{b}$$

wegen $a_1:a=c_1:c$ folgt daraus

$$\frac{b_1}{a}+\frac{a_1}{a}=\frac{e+f}{b},$$

das heißt $1=\frac{e+f}{b}$

$\Rightarrow e+f=b\ \Rightarrow\ F=G=T.$



20/39. AB schneidet PV in D. $\overline{PD}=1$, weil Dreieck DBP gleichschenklig ist.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{s}{1}=\frac{\overline{AB}}{\overline{DB}}\\ \frac{x-s}{s-1}=\frac{\overline{AB}}{\overline{DB}}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{s}{1}=\frac{x-s}{s-1}\ \Rightarrow s^2-s=x-s\ \Rightarrow s^2=x$$

20/40. **a)** $x=8\quad y=12\quad w=4\quad z=12$ **b)** $x=7{,}5\quad y=6\quad z=10$

20/41. Immer gilt: $x=\frac{cb}{a}$

20/42. $\overline{AB}=a$, $\overline{DC}=\frac{a}{2}$;

$$\left.\begin{array}{r}\overline{AP}:\overline{PB}=\overline{DS}:\overline{SB}\\ \frac{a}{2}:a=\overline{DS}:\overline{SB}\end{array}\right\}\Rightarrow\ \overline{AP}:\overline{PB}=1:2\ \Rightarrow\ \overline{AP}=\frac{a}{3}$$

$$\left.\begin{array}{r}\overline{BQ}:\overline{QA}=\overline{CS}:\overline{SA}\\ \frac{a}{2}:a=\overline{CS}:\overline{SA}\end{array}\right\}\Rightarrow\ \overline{BQ}:\overline{QA}=1:2\ \Rightarrow\ \overline{BQ}=\frac{a}{3}$$

Insgesamt gilt $\overline{AP}=\overline{PQ}=\overline{QB}=\frac{a}{3}$

21/43. a) C(5|0) b) A(1|2) C(5|12) c) A(0|1) B(6|0) C(0|5)
d) 2 Lösungen: $S_1(5|4)$, $A_1(1|1)$ und $S_2(5|7)$, $A_2(1|10)$

21/44. Man trägt zum Beispiel $s_c = [CM_c]$ an und spiegelt C und S an M_c.
Dreieck ASS' ist konstruierbar aus $\overline{S'A} = \frac{16}{3}$ und $\overline{SA} = \frac{10}{3}$.

21/45. a) x = 2 b) x = 39 (Konstruktion mit der X–Figur)

21/46. a) x = 4,5 b) x = 2,56 (Konstruktion mit der V–Figur)

21/47. x = 3,875 **20/48.** x = 8

21/49. u = 595, $v = \frac{71400}{169}$, $w = \frac{7140}{13}$, $x = \frac{70805}{169}$, $\overline{TA} = 2028$, $\overline{TB} = 2636{,}4$

22/50. a) $\overline{CT} = 18$, $\overline{DT} = 14$ a) $\overline{CF}:\overline{FE} = 1:2$

22/51. a) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{\frac{1}{2}a\cdot h}{\frac{1}{2}b\cdot h} = \frac{a}{b}$, $\frac{A_3}{A_4} = \frac{\frac{1}{2}u\cdot h'}{\frac{1}{2}v\cdot h'} = \frac{u}{v}$
b) $A_1 = \frac{1}{2}\overline{BV}\cdot d = A_3$, $d = d(BV, AU)$; $A_2 = \frac{1}{2}\overline{BV}\cdot d' = A_4$, $d' = d(CW, BV)$
c) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_3}{A_4}$ also $\frac{a}{b} = \frac{u}{v}$

Aufgaben zu 1.2

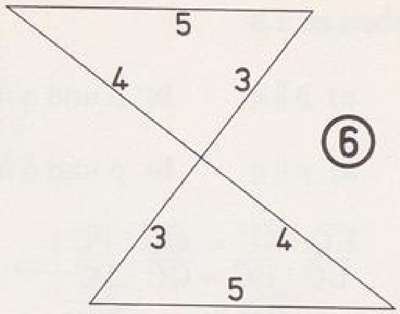
24/1. a) a =10 b) b = 9 c) c = 8

24/2. a) c = 6 d = 3 b) e = 8,4 c) e = 5
d) $b = \frac{30}{7}$ c = 3 $e = \frac{40}{7}$ f = 4
e) $\left.\begin{array}{l} \frac{e}{d} = \frac{b}{a} \\ \frac{f}{d} = \frac{c}{a} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{e+f}{d} = \frac{b+c}{a} \Rightarrow \frac{e+f}{18-e-f} = 3 \Rightarrow e + f = 13{,}5$
$\frac{e}{f} = \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{e}{13{,}5-e} = \frac{4}{5} \Rightarrow e = 6$ d =4,5 f = 7,5

24/3. a) v =6 w = 4 x =4 y = 3 z = 9
b) r = 4,8 u = 8 v =2,5 w = 3 $x = \frac{10}{3}$ $y = \frac{14}{3}$ $z = \frac{28}{3}$

24/4. b = 12m **25/5.** $x = \frac{s(1-a)}{a}$

25/6. Gegenbeispiel



$$\frac{6}{5} \neq \frac{8}{5}$$

25/7. **a)** $\frac{G}{2} : g = \frac{B}{2} : b \Rightarrow \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$

b) $\frac{G}{2} : \frac{B}{2} = \frac{g-f}{f} \Rightarrow \frac{g}{b} = \frac{g}{f} - 1$

$\Rightarrow \frac{g}{f} = \frac{g}{b} + 1 \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$ G =8

26/8. **a)** $x = \frac{r_1 z}{r_1 + r_2}, \quad y = \frac{r_1 z}{r_1 - r_2} \quad (r_1 > r_2)$

b) Für $r_1 = r_2$ gilt: S existiert nicht;

$x = \frac{7}{2}$ (falls beide Kreise höchstens einen Schnittpunkt haben)

Bei Berührung von außen gilt: $z = r_1 + r_2$, also $x = r_1$, $y = \frac{r_1(r_1 + r_2)}{r_1 - r_2}$

wenn sich die Kreise schneiden, gilt: T existiert nicht; $y = \frac{r_1 z}{r_1 - r_2}$

c) $r_1 : r_2 = 7 : 3$

26/9. **a)** $x = 4 \quad y = 20 \quad w = 10 \quad z = 18$

b) $x = 10{,}5 \quad y = 5 \quad w = 12 \quad z = 4$

26/10. Aus $\frac{z}{a} = \frac{u}{y}$ und $\frac{b}{x} = \frac{u}{y}$ folgt $\frac{z}{a} = \frac{b}{x}$, also $z \cdot x = a \cdot b$.

26/11. Wegen $a \parallel b$ gilt: $a : c = \overline{AS} : \overline{SC}$ und $a : c = \overline{BS} : \overline{SD}$.

27/12. **a)** $d(T,c) = 27 \quad d(T,a) = 36$ **b)** $d(S,a) = \frac{36}{7} \quad d(S,c) = \frac{27}{7}$

27/13. **a)** $\overline{EC} = 2 \quad \overline{ED} = \frac{10}{3}$ **b)** $\overline{TA} : \overline{TD} = 3 : 1$

c) $\left.\begin{array}{l} d(T,DE) : d(DE,AB) = 1:2 = 2:4 \\ d(C,DE) : d(C,AB) = 1:3 \end{array}\right\} \Rightarrow d(T,c) = 2 \cdot d(C,c)$

27/14. **a)** DFBC muss eine Raute sein, das heißt $\overline{CD} = \overline{CB}$.

b) $\overline{AD} = \frac{b}{2}$; $\overline{AD} : \overline{AE} = b : c \Rightarrow \overline{AE} = \frac{c}{2} = \overline{EB}$

$\overline{DE} : \overline{EF} = \overline{AE} : \overline{EB} \Rightarrow \overline{DE} = \overline{EF} = \frac{a}{2}$; $\overline{GB} : a = \overline{EG} : \overline{EF} \Rightarrow \overline{GB} = 2\,\overline{EG}$

c) $\left.\begin{array}{l} \overline{GB} : \overline{EG} = a : \overline{EF} = \overline{CG} : \overline{FG} \\ \overline{CG} : \overline{FG} = \overline{AG} : \overline{BG} \end{array}\right\} \Rightarrow \overline{GB}^{\,2} = \overline{EG} \cdot \overline{AG}$

27/15. Vergleiche Lehrbuch.

Aufgaben zu 1.3

29/1. **a)** $p \parallel q$ **b)** p und q müssen nicht parallel liegen.

29/2. **a)** $p \parallel q$ **b)** p und q müssen nicht parallel liegen.

29/3. $\left.\begin{array}{l}\overline{KC}:\overline{AC} = \overline{QC}:\overline{PC}\\ \overline{LC}:\overline{BC} = \overline{QC}:\overline{PC}\end{array}\right\} \Rightarrow \overline{KC}:\overline{AC} = \overline{LC}:\overline{BC} \Rightarrow AB \parallel KL$

29/4. **a)** $\overline{BC}:\overline{BC'} = r:r'$

b) $\overline{BD}:\overline{BD'} = r:r'$, also $\overline{BC}:\overline{BC'} = \overline{BD}:\overline{BD'} \Rightarrow DC \parallel D'C'$

29/5. $\left.\begin{array}{l}\overline{AB}:\overline{EB} = \overline{CB}:\overline{FB}\\ \overline{AB}:\overline{EB} = \overline{DB}:\overline{GB}\end{array}\right\} \Rightarrow \overline{CB}:\overline{FB} = \overline{DB}:\overline{GB} \Rightarrow CD \parallel FG$

30/6. $\left.\begin{array}{l}\overline{AS}:\overline{A'S} = \overline{BS}:\overline{B'S}\\ \overline{BS}:\overline{B'S} = \overline{CS}:\overline{C'S}\end{array}\right\} \Rightarrow \overline{AS}:\overline{A'S} = \overline{CS}:\overline{C'S} \Rightarrow AC \parallel A'C'$

30/7. EFGH ist ein Parallelogramm, denn es gilt $EH \parallel AB \parallel FG$ und $\overline{EH}: a = 1:(k+1)$, $\overline{FG}: a = 1:(k+1)$, das heißt $\overline{EH} = \overline{FG}$.

30/8. Wegen $DA \parallel BC$ und $\overline{DA} = \overline{DT} = x$, $\overline{BC} = \overline{CT} = y$ gilt:

$$\frac{\overline{DS}}{\overline{SB}} = \frac{\overline{AS}}{\overline{SC}} = \frac{x}{y} = \frac{\overline{DT}}{\overline{TC}}, \text{ also } \frac{\overline{DS}}{\overline{SB}} = \frac{\overline{DT}}{\overline{TC}} \Rightarrow ST \parallel BC$$

30/9. **a)** Wegen $ZQ \parallel WP$ gilt: $\frac{\overline{AZ}}{\overline{AW}} = \frac{\overline{AQ}}{\overline{AP}} = \frac{2}{1} \Rightarrow \overline{AW} = \overline{WZ} = \overline{ZD}$

ähnlich ergibt sich $\overline{BX} = \overline{XY} = \overline{YC}$.

Es sei $\{E\} = AD \cap BC$, wegen $AB \parallel DC$ gilt: $\frac{\overline{ED}}{\overline{DA}} = \frac{\overline{EC}}{\overline{CB}} \Rightarrow$

$$\frac{\overline{ED}}{\frac{1}{3}\overline{DA}} = \frac{\overline{EC}}{\frac{1}{3}\overline{CB}} \text{ also } \frac{\overline{ED}}{\overline{DZ}} = \frac{\overline{EC}}{\overline{CY}} \Rightarrow DC \parallel ZY. \text{ Analog gilt: } WX \parallel DC$$

b) Die Gerade ES halbiert [DC] und [AB] (vergl. Aufgabe 34, S. 18). Ebenso halbiert SR die Strecke [PQ], was man zum Beispiel bei Spiegelung von S an R erkennt (Parallelogramm!). Damit halbiert SR auch [AB], und wegen der Eindeutigkeit gilt: ES = ER = SR.
Die Trapeze ABCD und WXYZ haben denselben Schnittpunkt E der verlängerten Schenkel. Da aber auch ihre Grundseiten parallel sind, gilt ES = EF, das heißt, E liegt auf SR.

30/10. Dreieck DBC ist gleichschenklig.

$\Rightarrow \sphericalangle CDB = 90° - \frac{\beta}{2} = \alpha + \beta - \frac{\beta}{2} = \alpha + \frac{\beta}{2}$

$\Rightarrow \sphericalangle DCH = \frac{\beta}{2}$, also $\sphericalangle ECD = \beta - \frac{\beta}{2} = \frac{\beta}{2}$

Es ergibt sich: $\Delta DHC \cong \Delta DCE$ (SWS)

$\Rightarrow \sphericalangle CED = 90° \Rightarrow \omega = 90°$.