UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Stochastik

Barth, Friedrich

München, [20]03

2. 1. Grundbegriffe

urn:nbn:de:hbz:466:1-83580

Visual Library

2. Ergebnisräume

2.1. Grundbegriffe

Um Vorgänge und Situationen der wirklichen Welt mathematisch beschreiben zu können, muß man durch Abstraktion mathematische Modelle konstruieren, die die wesentlichen Eigenschaften der Wirklichkeit wiedergeben. Es ist dabei durchaus möglich, zu ein und derselben Realität verschiedene mathematische Modelle zu konstruieren. So können z. B. mechanische Vorgänge durch die klassische Mechanik *Newton*s oder durch die Relativitätstheorie *Einstein*s beschrieben werden. Je nach Fragestellung ist das eine oder das andere Modell zweckmäßig. Die Bewegung eines Kraftfahrzeugs wird man mit Hilfe der *Newton*-Mechanik beschreiben, während man die Bewegung eines Elektrons mit Hilfe der Relativitätstheorie untersuchen wird.

Das Zufallsgeschehen wird durch das mathematische Modell der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, kurz der Stochastik, beschrieben. Dazu müssen zunächst Modelle für das jeweilige reale Zufallsexperiment entwickelt werden. Ein erster Schritt bei der Modellbildung besteht darin, die zu betrachtenden Ergebnisse eines Zufallsexperiments zu einer mathematischen Menge zusammenzufassen. Es ist üblich, diese Menge als »Ergebnisraum« zu bezeichnen und durch Ω zu symbolisieren.

Beim Werfen mit einem Würfel können wir beispielsweise folgende Ergebnisräume betrachten:

$\Omega_1 := \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \text{Kante}, \text{Ecke}\}$

$\Omega_2 := \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$\Omega_3 := \{6, \text{keine } 6\}$

$\Omega_4 := \{\text{gerade Augenzahl}, \text{ungerade Augenzahl}\} =: \{g, u\}$

$\Omega_5 := \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Auch Ω_5 kann als Ergebnisraum verwendet werden; man interessiert sich hier eben für die 6 genauso wenig wie bei Ω_2 für die Fälle »Kante« und »Ecke« aus Ω_1. Andererseits kann auch $\Omega_6 := \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ durchaus als Ergebnisraum verwendet werden, obwohl die Augenzahl 7 bei handelsüblichen Würfeln nie auftreten wird.

Man wird natürlich bei der Konstruktion eines Ergebnisraums darauf achten, daß er keine unnötigen Elemente enthält, das Zufallsexperiment der Fragestellung entsprechend aber hinreichend beschreibt. So kann man beispielsweise Ω_4 nicht verwenden, wenn es darauf ankommt, ob eine 6 gefallen ist oder nicht.

Eine Bedingung wird man an den Ergebnisraum aber auf alle Fälle stellen müssen: Jedem Ausgang des Zufallsexperiments darf nicht mehr als ein Element von Ω zugeordnet werden. So ist z. B. die Menge {gerade Augenzahl, Prim-Augenzahl} kein Ergebnisraum, da dem Versuchsausgang »2« beide Elemente dieser Menge zugeordnet wären.

Bei manchen Experimenten ist es naheliegend, Ergebnisräume mit unendlich vielen Elementen zu betrachten. Eine exakte Behandlung solcher Ergebnisräume

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN