Stochastik

Barth, Friedrich

München, [20]03

7. 4. Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff vor Laplace

urn:nbn:de:hbz:466:1-83580

*Laplace*ns Einfluß auf seine Mit- und Nachwelt war so groß, daß ihm allgemein das Verdienst zugeschrieben wird, als erster Wahrscheinlichkeit genau explizit definiert zu haben. Daß dem nicht so ist, wollen wir für den geschichtlich Interessierten im nächsten Abschnitt darlegen.

CONSIDERAZIONE
DI
GALILEO GALILEI
SOPRA IL GIUOCO DE' DADI.

CHe nel giuoco de i dadi, alcuni punti sieno più vantaggiosi di altri, vi ha la sua ragione assai manifesta, la quale è, il poter quelli più facilmente, e più frequentemente scoprirsi, che questi, il che depende dal potersi formare con più sorte di numeri: onde il 3. e il 18. come punti, che in un sol modo si posson con tre numeri comporre, cioè questi con 6. 6. 6. e quelli con 1. 1. 1. e non altrimenti, più difficili sono a scoprirsi, che v. g. il 6. o il 7. li quali in più maniere si compongono, cioè il 6. con 1. 2. 3. e con 2. 2. 2. e con 1. 1. 4. ed il 7. con 1. 1. 5., 1. 2. 4., 1. 3. 3., 2. 2. 3. Tuttavia ancorche il 9. e il 12. in altrettante maniere si compongano in quante il 10. e l'11. perlochè d'egual uso dovriano esser reputati; si vede nondimeno, che la lunga osservazione ha fatto da i giuocatori stimarsi più vantaggiosi il 10. e l'11. che il 9, e il 12.

E che il 9. e il 10. si formino (e quel che di questi si dice intendasi de' lor sossopri 12. e 11.) si formino dico con pari diversità di numeri, è manifesto; imperocchè il 9. si compone con 1. 2. 6., 1. 3. 5., 1. 4. 4., 2. 2. 5., 2. 3. 4., 3. 3. 3. che sono sei triplicità, ed il 10. con 1. 3. 6., 1. 4. 5., 2. 2. 6., 2. 3. 5., 2. 4. 4., 3. 3. 4. e non in altri modi, che pur son 6. combinazioni. Ora io per servire a chi m'ha comandato, che io debba produr ciò, che sopra tal difficoltà mi sovviene, esporrò il mio pensiero, con speranza, non solamente di sciorre questo dubbio, ma di aprire la strada a poter puntualissimamente scorger le ragioni, per le quali tutte le particolarità del giuoco sono state con grande avvedimento, e giudizio compartite, ed aggiustate. E per condurmi colla maggior chiarezza, che io possa al mio fine, comincio a considerare, come essendo un dado terminato da 6. faccie, sopra ciascuna delle quali gettato, egli può indifferentemente fermarsi: sei vengono ad essere le sue scoperte, e non più, l'una differente dall'altra. Ma se noi insieme col primo getteremo il secondo dado, che pure ha altre sei faccie, potremo fare 36. scoperte tra di loro differenti, poichè ogni faccia del primo dado può accoppiarsi con ciascuna del secondo, ed in conseguenza fare 6. scoperte diverse: onde è manifesto tali combinazioni esser 6. volte 6. cioè 36. E se noi aggiugneremo il terzo dado, perchè ciascuna delle sue faccie, che pur son sei, può accoppiarsi con ciascuna delle 36. scoperte delli altri due dadi, averemo le scoperte di tre dadi essere 6. volte 36. cioè 216. tutte tra di loro differenti. Ma perchè i punti de i tiri di tre dadi non sono se non 16. cioè 3. 4. 5. fino a 18. tra i quali si hanno a compartire le dette 216. scoperte, è necessario, che ad alcuni di essi ne toc-

H 4 chi-

Bild 77.1 Erste Seite der *Considerazione sopra il Giuoco dei Dadi* des *Galileo Galilei* (1564 bis 1642), erschienen in Florenz 1718.
Die Arbeit entstand zwischen 1613 und 1623. *Galilei* selbst gab ihr den Titel *Sopra le scoperte de i Dadi.*

7.4. Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff vor *Laplace*

Unausgesprochen taucht der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff schon bei *Geronimo Cardano* (1501–1576) in Cap. XIV seines *Liber de ludo aleae* (um 1563) auf, wenn er die Regel aufstellt, daß die Einsätze im Verhältnis der Zahl der Fälle, bei denen ein Ereignis eintreten kann, zur Zahl der restlichen Fälle geleistet werden sollen, damit man unter gleicher Bedingung kämpfen könne. Die Gleichmöglichkeit dieser Fälle spricht er an, wenn er in Cap. IX bereits sagt, daß eine solche Regel nur gelte,

»si alea sit iusta« – »wenn der Würfel in Ordnung ist«.

Die Gleichwahrscheinlichkeit der einzelnen Fälle spricht *Galilei* bei der Lösung des oben zitierten Problems deutlich an; legt er doch seinen Überlegungen zugrunde (siehe Bild 77.1, Zeile 14 v. u.)

»un dado terminato da 6 faccie, sopra ciascuna delle quali gettato, egli può indifferentemente fermarsi«
– »einen 6seitigen Würfel, der, einmal geworfen, auf jeder seiner Flächen unterschiedslos zu liegen kommen kann«.

Auch *Pascal* und *Fermat* arbeiten mit dem klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriff, ohne ihn explizite zu definieren. *Pascal* hält am 24. 8. 1654 in einem Brief an *Fermat* fest, daß die Aufteilung des Einsatzes

Richard de Fournival (?) (1201–1260) die Häufigkeiten der Augensummen für 3 Würfel richtig in seinem Epos *De Vetula.* Dagegen behauptet *Jacopo di Giovanni della Lana* in seinem zwischen 1324 und 1328 entstandenen und 1477 in Venedig gedruckten Kommentar zu *Dantes Divina Commedia,* daß die Augensummen 3, 4, 17 und 18 mit 3 Würfeln nur auf eine Art zu erzeugen seien. Solche Würfe hießen *azari,* was vom arabischen *asir* = schwierig abstammt. Daraus könnte *hasard,* das französische Wort für Glücksspiel, abgeleitet sein, das andere von *az-zahr,* dem arabischen Wort für Würfelspiel, herleiten.

»suivant la multitude des assiettes favorables à chacun« – »gemäß der Anzahl der für jeden günstigen Lagen [der Würfel]« –

zu erfolgen habe. *Fermat* antwortete am 25. 9. 1654 und erklärt,

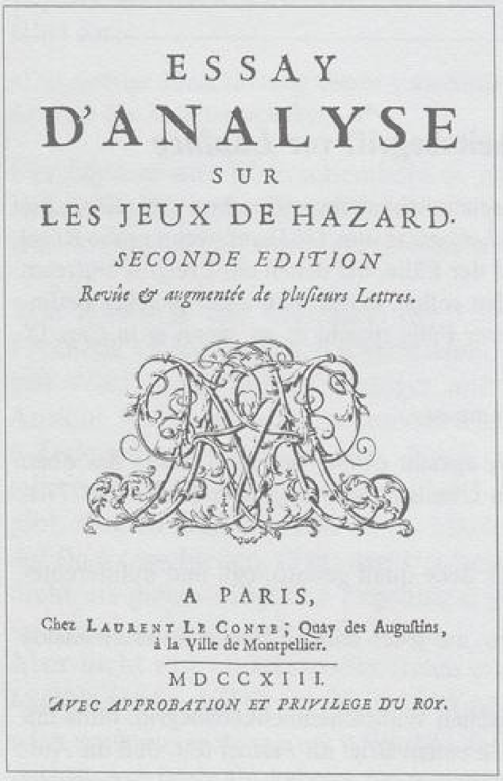
»cette fiction d'étendre le jeu à un certain nombre de parties ne sert qu'à [...] rendre tous les hasards égaux« – »die fiktive Ausdehnung des Spiels bis zu einer gewissen Anzahl von Partien dient nur dazu, [...] alle Ausgänge gleich zu machen«.

Christiaan Huygens formuliert gleich zu Beginn seines Traktats in Satz 3

»sumendo omnes casus aeque in proclivi esse« – »unter der Annahme, daß alle Fälle gleich leicht eintreten«.

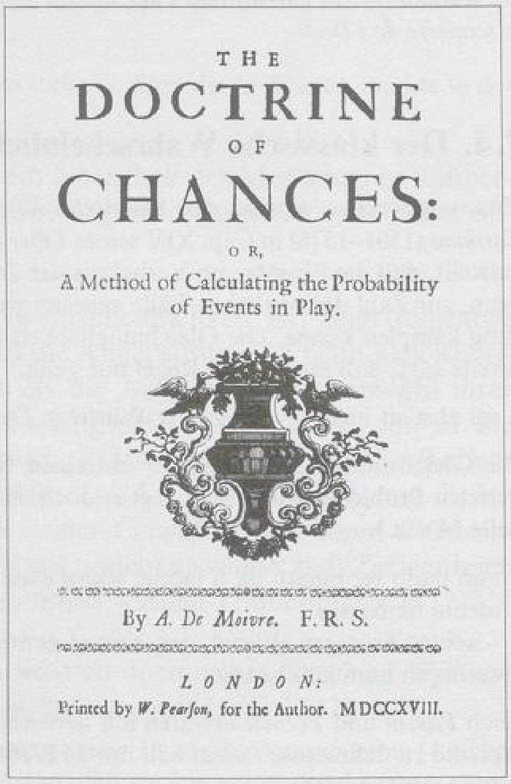
Nicht unterschätzen sollte man den Einfluß, den *Leibniz* durch seine umfangreiche Korrespondenz auf seine Zeitgenossen ausübte.* Leider wurde seine Abhandlung *De incerti aestimatione* – »Über die Schätzung des Nicht-Sicheren« – von 1678 erst 1957 veröffentlicht. Sie enthält, sogar mit einer Formel, die Definition der klassischen Wahrscheinlichkeit:

»Si plures sunt eventus aeque faciles [...] spei aestimatio erit portio rei quae ita sit ad rem totam, ut numerus eventuum qui favere possunt ad numerum omnium eventuum. Nempe S aequ. $\frac{F}{n} R$.«



ESSAY
D'ANALYSE
SUR
LES JEUX DE HAZARD.
SECONDE EDITION
Revûe & augmentée de plusieurs Lettres.

A PARIS,
Chez Laurent Le Conte ; Quay des Augustins, à la Ville de Montpellier.
MDCCXIII.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.



THE
DOCTRINE
OF
CHANCES:
OR,
A Method of Calculating the Probability of Events in Play.

By A. De Moivre. F. R. S.

LONDON:
Printed by W. Pearson, for the Author. MDCCXVIII.

Bild 78.1 Titelblatt der 1713 erschienen 2. Auflage des *Essay* des *Pierre Rémond de Montmort* (1678–1719) und Titelblatt der 1. Auflage von 1718 von *The Doctrine of Chances* des *Abraham de Moivre* (1667–1754)

* Sein »Probabilitas est gradus possibilitatis« liest man bei *Jakob Bernoulli* als »Probabilitas enim est gradus certitudinis«.

Auch *Abraham de Moivre* setzt die Gleichleichtigkeit aller Fälle ausdrücklich voraus, als er 1711 seine Abhandlung *De Mensura Sortis*, ganz im Stile seiner Zeit und aller seiner Vorgänger, mit der Definition des Verhältnisses der Wahrscheinlichkeiten für Eintreten und Nicht-Eintreten eines Ereignisses beginnt, da Spieler nur dieses Verhältnis interessierte*.

> »Si p sit numerus casuum quibus eventus aliquis contingere possit, et q numerus casuum quibus possit non-contingere; tam contingentia quam non-contingentia eventus suum habent probabilitatis gradum: Quod si casus omnes quibus eventus contingere vel non-contingere potest, sint aeque faciles; probabilitas contingentiae, erit ad probabilitatem non-contingentiae ut p ad q.«

1718 formuliert aber *de Moivre* in *The Doctrine of Chances* bereits

> »The Probability of an Event is greater, or less, according to the number of Chances by which it may Happen, compar'd with the number of all the Chances, by which it may either Happen or Fail.«

1738 fügt er in der 2. Auflage eine explizite Definition der Wahrscheinlichkeit hinzu:

> »Wherefore, if we constitute a Fraction whereof the Numerator be the number of Chances whereby an Event may happen, and the Denominator the number of all the Chances whereby it may either happen or fail, that Fraction will be a proper designation of the Probability of happening.«

Und eine Seite weiter lautet es noch präziser

> »[...] that it is the comparative magnitude of the number of Chances to happen, in respect to the whole number of Chances either to happen or to fail, which is the true measure of Probability.«

Also wörtlich die von *Laplace* gegebene Definition! Zwar fehlt hier die Einschränkung, daß alle Fälle gleich möglich sein müssen – damals stillschweigend meist vorausgesetzt – aber in einem anschließenden Beispiel weist *de Moivre* wieder ausdrücklich darauf hin.

7.5. Axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit durch *Kolmogorow*

Als *Jakob Bernoulli* (1655–1705) im 1. Teil seiner *Ars conjectandi Huygens'* Abhandlung kommentiert, spürt er, daß ein Maß für die Wahrscheinlichkeit fehlt**. Er ergänzt den oben zitierten Satz 3 durch Bildung des Quotienten $\frac{p}{p+q}$, wobei p die Anzahl der Fälle angibt, in denen man etwas gewinnen kann, und q die Anzahl der Fälle, in denen man nichts gewinnt, und verwendet diesen Quotienten als Maß für die Wahrscheinlichkeit, ohne ihn jedoch so zu benennen. Erst im 4. Kapitel des 4. Teils kommt er auf diese Quotientenbildung nochmals zurück und schreibt:

> »Und hier scheint uns gerade die Schwierigkeit zu liegen, da nur für die wenigsten Erschei-

* Die erste Aufgabe, bei der nach der Wahrscheinlichkeit in unserem Sinne gefragt wird, fanden wir in der 2. Auflage des *Essay* von *Montmort*. Dort ist ein Brief von *Nikolaus Bernoulli* an *Montmort* vom 30. 12. 1712 abgedruckt. *Nikolaus* stellt das »Problème I: Plusieurs Joueurs dont le nombre est $n+1$ jouent une poulle, on demande quelle est la probabilité que chacun a de gagner la poulle.«

** Wahrscheinlichkeit als meßbarer Begriff erscheint zum ersten Mal in *La Logique ou l'art de penser* 1662, die Logik von Port Royal, die sicherlich von *Pascal* inspiriert wurde. Nach deren lateinischem Titel *Logica sive Ars cogitandi* ist vermutlich *Bernoullis Ars conjectandi* geprägt.