Darstellende Geometrie

Diesener, Heinrich

Halle a. S., 1898

Praktische
Unterrichtsbücher für Bautechniker.
I.

Darstellende Geometrie.

Das geometrische Zeichnen.
Die Projektionslehre. — Die Lehre vom Steinschnitt.
Die Schattenkonstruktionen.
Die Perspektive und die Farbenlehre,

leicht faßlich dargestellt für Selbstunterricht und Schulgebrauch

von

H. Diesener, Architekt,
Direktor der Großherzogl. Baugewerk- u. Maschinenbauschule zu Varel a. d. Jade.

Vierte verbesserte Auflage.

Mit 300 Holzschnitten.

Halle a. S. 1898.
Verlag von Ludw. Hofstetter.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Von den von mir herausgegebenen „Praktischen Unterrichtsbüchern für Bautechniker“ erschien im Jahre 1887 der erste Theil unter dem Separattitel: „Darstellende Geometrie“, dem in rascher Folge die übrigen 7 Bände dieses während einer langjährigen Thätigkeit in Praxis und Schulamt vorbereiteten Werkes folgten und zwar Band II. mit der „Technischen Naturlehre,“ Bd. III. „Festigkeitslehre und Statik im Hochbau,“ Bd. IV. „Mauerkonstruktionen,“ Bd. V. „Zimmerkonstruktionen,“ Bd. VI. „Veranschlagen von Hochbauten,“ Bd. VII. „Säulenordnungen und Baustile,“ Bd. VIII. „Entwerfen der Fassaden und Grundrisse.“ So liegen jetzt die „Praktischen Unterrichtsbücher für Bautechniker“ vollständig in 8 Bänden vor, zu welchen noch Ergänzungen erschienen sind, die Vielen willkommen sein werden, nämlich: das Hilfsbuch der „Kontorarbeiten“ und als Mathematische Vorschule: das Lehrbuch der gesamten niederen Mathematik zum Selbstunterricht für Bautechniker.

Sämtliche Bände, von denen jeder ein für sich abgeschlossenes selbstständiges Buch bildet, sind leicht verständlich geschrieben, dabei möglichst ausführlich, wenn auch kurz gefaßt, so daß der Bautechniker für alle in der Praxis vorkommenden Fälle schnell Rath und Belehrung finden kann.

Zu meiner Freude hat das Werk günstige Aufnahme gefunden und von selbstständigen Meistern sowohl, als auch von jüngeren Technikern und Studirenden wird dasselbe gern benutzt und seine praktische Brauchbarkeit und Billigkeit allgemein anerkannt.

Es ist daher nicht auffallend, daß schon jetzt, wenige Jahre nach Ausgabe der ersten, eine zweite Auflage erscheinen kann.

Mancherlei Winke und Wünsche, die mir freundlichst in Bezug auf Ergänzung und Verbesserung dieses ersten Theiles von verschiedener Seite mitgetheilt wurden, habe ich bei dieser neuen Auflage berücksichtigt, auch viele neue Zeichnungen hinzugefügt, was namentlich in den Abschnitten über „Perspektive,“ „Schattenkonstruktionen,“ „Steinschnitt“ ꝛc. erfolgt ist.

Im Uebrigen habe ich aber die bewährte Eintheilung und Behandlung der ersten Auflage beibehalten. Es ist wie früher die Projektionslehre, als die Grundlage des technischen Zeichnens, und zum Zwecke des erfolgreichen Selbstunterrichts ausführlicher behandelt; die übrigen Abschnitte sind zwar etwas kürzer, für den Bautechniker aber immerhin völlig ausreichend, abgefaßt.

So wünsche und hoffe ich denn, daß die zweite Auflage meiner „Darstellenden Geometrie“ dieselbe günstige Aufnahme finden möge, welche der ersten Auflage zu Theil wurde.

Gern werde ich auch künftig Vorschläge zu Verbesserungen meiner praktischen Unterrichtsbücher (durch die Verlagshandlung oder direkt) entgegennehmen und danke an dieser Stelle zugleich denjenigen verehrten Herren, welche bisher die Güte hatten, meinem Werke ein solch freundliches Interesse und thätige Mitarbeit zu widmen.

Oldenburg i. Gr., 2. Novbr. 1890.

H. Diesener.

Vorwort zur dritten Auflage.

Bei der Bearbeitung der dritten Auflage der „Darstellenden Geometrie“ habe ich eine Erweiterung nicht vorgenommen, sondern mein Augenmerk darauf gerichtet, den Text zum Theil etwas ausführlicher zu gestalten, um besonders das Selbststudium zu erleichtern, und eine Anzahl von Figuren, die an Undeutlichkeit litten, durch Herstellung in größerem Maßstabe verständlicher zu machen.

Ich hoffe, daß nunmehr auch diese neue Auflage eine ebenso günstige Aufnahme finden wird, als den beiden ersten Auflagen in so reichem Maße zu Theil geworden ist.

Oldenburg i. Gr., im März 1894.

H. Diesener.

Vorwort zur vierten Auflage.

Auch in dieser neuen Auflage ist eine Anzahl von Figuren durch Herstellung in größerem Maßstabe verbessert worden.

Varel (Oldenburg), im Oktober 1897.

H. Diesener.

Inhalt.

Darstellende Geometrie.

I. Geometrisches Zeichnen.

II. Projektionslehre.

Darstellende Geometrie.

I. Geometrisches Zeichnen.

1. Theilung der Linien.

1. Aufgabe. Eine gerade Linie ab in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile, z. B. in 10, zu theilen. Fig. 1.

Auflösung. Man ziehe von dem einen Endpunkte, z. B. von a, unter beliebigem Winkel eine gerade Linie ac, trage auf dieser von a aus 10 beliebig große, unter sich gleiche Theile ab und verbinde den Punkt 10 mit b. Zieht man nun durch die Theilpunkte 1 bis 9 Parallele zu der Linie b 10, so theilen diese die ab in 10 gleiche Theile.

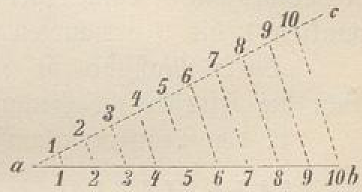


Fig. 1.

2. Aufgabe. Einen Linientheiler zu zeichnen, durch welchen jede beliebige Gerade in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile getheilt werden kann, z. B. in 8. Fig. 2.

Auflösung. Ueber einer beliebig langen Linie ab konstruire man ein gleichseitiges Dreieck abc, indem man um a und b mit ab als Halbmesser Kreise schlägt, die sich in c schneiden, und theile ab in so viele gleiche Theile, als der Linientheiler erhalten soll, hier also in 8. Die Theilpunkte 1 bis 7 und a und b verbinde man mit c, nehme die zu theilende Linie dc in den Zirkel und schlage um c einen Kreisbogen, welcher ac und bc in d' und e' schneidet. Die Linie d' e' ist dann gleich de und wird durch die von c ausgehenden Linien in 8 gleiche Theile getheilt.

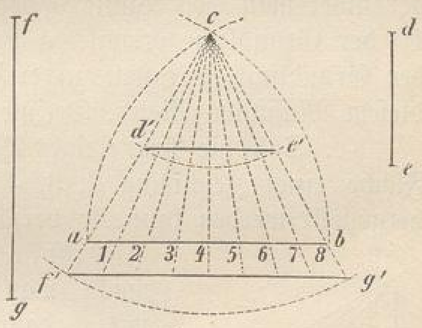


Fig. 2.

Ist die zu theilende Linie fg länger als ab, so macht man cf' und cg' gleich fg, zieht f' g' und verlängert die von c ausgehenden Theillinien bis an die Linie f' g', welche gleich fg und durch die Theillinien ebenfalls in 8 gleiche Theile getheilt wird.

2. Der Maßstab.

In Deutschland ist jetzt allgemein das Meter als Maßeinheit für Längenmaße eingeführt.

Beim Zeichnen bedient man sich eines verjüngten Maßstabes, welcher sich nach dem zu zeichnenden Objekte richtet. Für den Entwurf eines Bauwerks wendet man z. B. meistentheils einen Maßstab von 1 : 100 an, während man für Theilzeichnungen einen größeren, für Skizzen einen kleineren, 1 : 200, und für Lagepläne einen noch mehr verkleinerten Maßstab wählt, in der Regel 1 : 200 bis 1 : 500.

a. Den einfachsten Maßstab zeigt Fig. 3. Man theilt das als verjüngter Maßstab angenommene Meter in 10 Decimeter, errichtet im Punkte 10 ein Loth gleich 1 dcm und verbindet den Endpunkt des Lothes mit 0, dann ergeben die senkrechten Abmessungen der in den Theilpunkten 1 bis 9 errichteten Lothe bis an die schräge Linie die Centimeter.

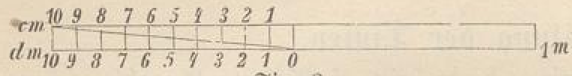


Fig. 3.

Dieser Maßstab ist jedoch unbequem und verbürgt beim Zeichnen nicht die erforderliche Genauigkeit; man wendet deshalb auch hauptsächlich

b. den Transversalmaßstab, Fig. 4, an. Man theilt das Meter wieder in 10 dcm, errichtet in den Punkten 0 und 10 Lothe, trägt auf einem derselben 10 gleiche Theile ab und zieht durch die Theilpunkte 1 bis 10 Parallele zur Grundlinie. Dann verbindet man den Punkt 9 der Grundlinie mit Punkt 10 des im Punkt 10 der Grundlinie errichteten Lothes, und zieht durch die Punkte 0 bis 8 der Grundlinie Parallele zu dieser Verbindungslinie, dann kann man aus diesem Maßstabe Meter, Decimeter und Centimeter direkt abgreifen.

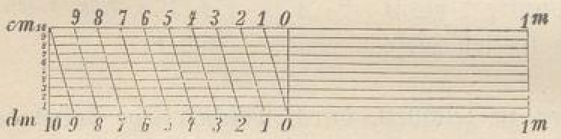


Fig. 4.

c. Soll die Größe eines Maßstabes bestimmt werden, mit welchem die Fläche einer Zeichnung 2, 3, 4 mal ꝛc. größer als die Originalzeichnung hergestellt werden kann, so verfährt man in folgender Weise (Fig. 5):

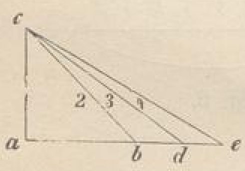


Fig. 5.

Ist a b = 1,00 m der Originalzeichnung, so macht man das Loth a c = a b und verbindet b mit c, dann ist b c = 1,00 m der Zeichnung, welche doppelt so groß als das Original wird. Macht man a d = b c und verbindet c mit d, so ist c d = 1,00 m des Maßstabes für eine dreimal so große Fläche als das Original u. s. w.

d. Soll ein verjüngter Maßstab konstruirt werden, nach welchem die Fläche $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ ꝛc. so groß als das Original wird, so geschieht dies auf folgende Art (Fig. 6):

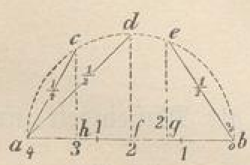


Fig. 6.

Ist a b = 1,00 m der Originalzeichnung, so schlägt man über a b einen Halbkreis, errichtet im Mittelpunkte f ein Loth d f auf a b und verbindet d mit a, dann ist a d = 1,00 m des Maßstabes, nach welchem die Fläche halb so groß als das Original wird. Theilt man a b in 3 gleiche Theile, errichtet in 2 ein Loth e g und verbindet e mit b, d. h. mit dem dem Punkte c zunächst gelegenen Endpunkte der Linie a b, so ist b e = 1,00 m des Maßstabes, nach welchem die Fläche $^1/_3$ so groß als das Original wird 2c.

c. Einen Maßstab zu konstruiren, nach welchem der Flächeninhalt der neuen Zeichnung zu dem der Originalzeichnung in einem bestimmten Verhältniß steht, z. B. wie 3 : 5; Fig. 7.

Ist a b = 1,00 m der Originalzeichnung, dann schlage man über a b einen Halbkreis, theile a b in 5 gleiche Theile, errichte im Punkte 3 ein Loth c d auf a b und verbinde d mit a, dann ist a d = 1,00 m der Zeichnung, welche sich zur Originalzeichnung wie 3 : 5 verhält.

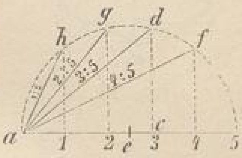


Fig. 7.

Theilt man a b in 4 gleiche Theile und errichtet im Punkte 3 ein Loth, so erhält man in derselben Weise den Maßstab für das Verhältniß 3 : 4.

a f giebt den Maßstab für das Verhältniß 4 : 5, a g dasjenige für 2 : 5 und a h dasjenige für 1 : 5.

3. Regelmäßige Polygone (Vielecke) in Kreise zu zeichnen.

a. Ein **Dreieck.** Fig. 8.

Man ziehe im Kreise um m einen Durchmesser a b und schlage mit dem Radius a m um a einen Kreis, welcher die Peripherie des gegebenen Kreises in c und d schneidet; verbindet man nun b mit c und d, so ist b c d das verlangte regelmäßige Dreieck.

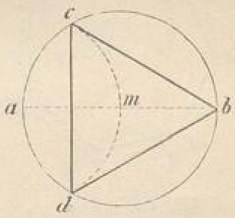


Fig. 8.

b. Ein **Sechseck.** Fig. 9.

Man ziehe im Kreise um m einen Durchmesser a b, schlage mit dem Halbmesser a m um a und b Kreisbögen, welche die Peripherie des Kreises in c, d, e und f schneiden, und verbinde diese 4 Punkte und die Punkte a und b der Reihe nach durch gerade Linien, dann ist a d e b f c das verlangte regelmäßige Sechseck.

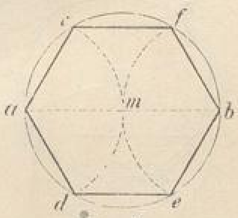


Fig. 9.

c. Ein **Quadrat.** Fig. 10.

Man ziehe im Kreise um m 2 senkrecht auf einander stehende Durchmesser a b und c d und verbinde die Endpunkte derselben durch gerade Linien, dann ist a d b c das verlangte Quadrat im Kreise um m.

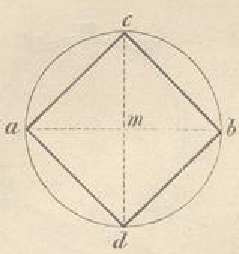


Fig. 10.

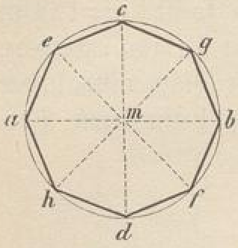


Fig. 11.

d. Ein **Achteck.** Fig. 11.

Man ziehe im Kreise um m 2 senkrecht auf einander stehende Durchmesser a b und c d und unter 45^0 zu diesen geneigt, die Durchmesser e f und g h. Die Endpunkte dieser 4 Durchmesser der Reihe nach mit einander verbunden, ergeben das regelmäßige Achteck a h d f b g c e im Kreise um m.

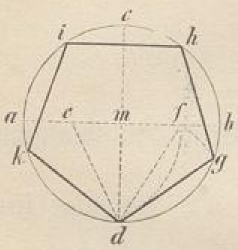


Fig. 12.

e. Ein **Fünfeck.** Fig. 12.

Man ziehe im Kreise um m die Durchmesser a b und c d senkrecht auf einander, halbire a m in e und schlage mit d e um e einen Kreis, welcher a b in f schneidet, dann ist d f die Seite des regelmäßigen Fünfecks und d g h i k das verlangte Fünfeck im Kreise um m.

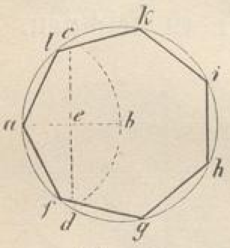


Fig. 13.

f. Ein **Siebeneck.** Fig. 13.

Man ziehe im Kreise um b einen Halbmesser a b, schlage mit demselben um a einen Kreis, welcher die Peripherie des gegebenen Kreises in c und d schneidet, und verbinde c mit d durch eine gerade Linie, dann ist $ce = \frac{cd}{2}$ die Seite und a f g h i k l das verlangte reguläre (regelmäßige) Siebeneck in dem Kreise um b.

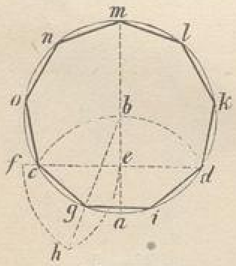


Fig. 14.

g. Ein **Neuneck.** Fig. 14.

Mit dem Radius (Halbmesser) a b des gegebenen Kreises um b schlage man um a einen Kreis, welcher die Peripherie in c und d schneidet, verbinde c mit d und verlängere e c über c hinaus bis e f = a b ist. Mit e f schlage man um e und f Kreisbögen, welche sich in h scheiden, und verbinde h mit b. Diese Linie schneidet die Peripherie in g und ist dann c g die Seite und c g i d k l m n o das reguläre Neuneck im Kreise um b.

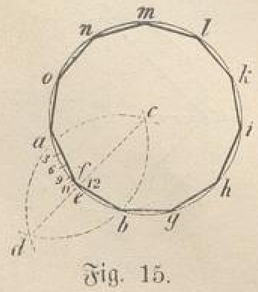


Fig. 15.

h. Ein **Elfeck.** Fig. 15.

Man schlage mit dem Radius des gegebenen Kreises um den in diesem beliebig angenommenen Punkt a einen Kreis, welcher die Peripherie in b schneidet, schlage um b mit demselben Radius einen Kreis, welcher den ersten in d schneidet, und verbinde d mit dem Mittelpunkt c des gegebenen Kreises. Diese Linie schneidet die Peripherie in e; theilt man nun den Bogen a e von a aus in 12 gleiche Theile und verbindet den Punkt 11 mit b, so ist b f die Seite und f b g h i k l m n o a das verlangte reguläre Elfeck im Kreise um c.

i. Ein **Zwölfeck.** Fig. 16.

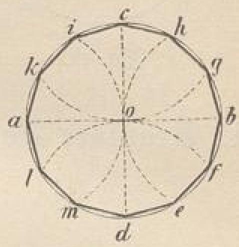


Fig. 16.

Um die Endpunkte zweier rechtwinklig auf einander stehender Durchmesser a b und c d schlage man mit dem Radius des gegebenen Kreises Kreisbögen, welche die Peripherie des gegebenen Kreises in 8 Punkten schneiden; diese 8 Punkte und die 4 Endpunkte der Durchmesser geben die Endpunkte des Zwölfecks, sodaß a l m d e f b g h c i k das reguläre Zwölfeck im Kreise um o ist.

k. Ein **beliebiges Vieleck,** z. B. ein **Dreizehneck.** Fig. 17.

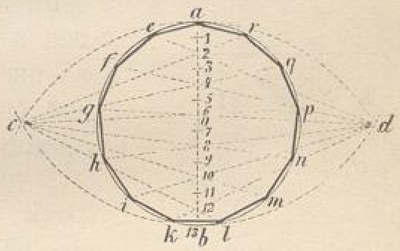


Fig. 17.

Den Durchmesser ab theile man in so viele gleiche Theile, als das Vieleck Seiten erhalten soll, hier also in 13, schlage mit dem Durchmesser als Radius um a und b Kreise, welche sich in c und d schneiden, und lege von c und d aus durch die geraden Theilpunkte der ab gerade Linien bis an die Peripherie des gegebenen Kreises, dann sind diese Schnittpunkte und der Punkt a die Eckpunkte des verlangten Dreizehnecks und dieses selbst ist a e f g h i k l m n p q r.

l. Ein reguläres **Achteck** in ein **Quadrat** zu zeichnen. Fig. 18.

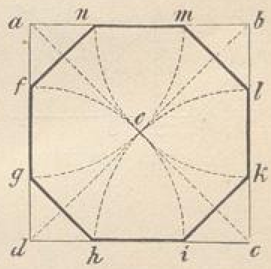


Fig. 18.

Man ziehe die Diagonalen a c und b d des Quadrats und schlage mit der Hälfte derselben, mit be, um die Eckpunkte des Quadrats a, b, c und d Kreise, welche die Seiten des Quadrats in 8 Punkten schneiden; diese Schnittpunkte der Reihe nach mit einander verbunden, geben das Achteck f g h i k l m n.

m. Um ein reguläres **Dreieck** einen **Kreis** zu beschreiben. Fig. 19.

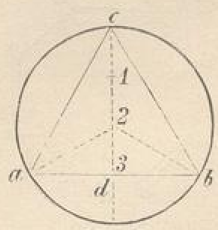


Fig. 19.

Man fälle von c ein Loth cd auf ab und theile dies in 3 gleiche Theile, dann ist der der Grundlinie zunächst liegende Theilpunkt 2 der Mittelpunkt des um das Dreieck zu beschreibenden Kreises.

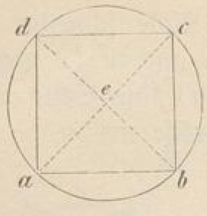


Fig. 20.

n. Um ein **Quadrat** einen **Kreis** zu beschreiben. Fig. 20.

Man ziehe die Diagonalen des Quadrates, welche sich im Punkte e schneiden, und ist dieser Punkt e der Mittelpunkt des um das Quadrat zu beschreibenden Kreises.

4. Reguläre Polygone aus der gegebenen Seite zu konstruiren.

a. Ein **Fünfeck.** Fig. 21.

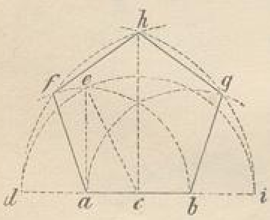


Fig. 21.

Man schlage mit der gegebenen Seite ab um a und b Kreise, errichte in a auf ab ein Loth, welches den Kreis um a in e schneidet, verbinde e mit c, dem Mittelpunkte von ab, und schlage mit ce um c einen Kreis. Dieser schneidet die Verlängerungen von ab in d und i; schlägt man nun mit bd oder ai um a und b Kreise, so schneiden diese sich in h und die um a und b geschlagenen Kreise in f und g, und ist dann abghf das verlangte Fünfeck.

b. Ein **Siebeneck.** Fig. 22.

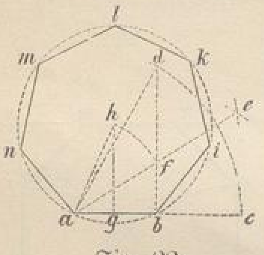


Fig. 22.

Man verlängere ab über b hinaus bis bc = ab, schlage mit ac um a einen Kreis und errichte in b auf ac ein Loth bd, welches diesen Kreis in d schneidet. Verbindet man nun d mit a und halbirt den Winkel dac, so schneidet die Halbirungslinie ae das Loth bd in f; errichtet man ferner im Mittelpunkte von ab, in g, auf ab ein Loth gh, und schlägt mit af um a einen Kreis, welcher das Loth gh in h schneidet, so ist h der Mittelpunkt und ah der Radius des Kreises, in dessen Peripherie ab siebenmal aufgeht, und ist dann abiklmn das verlangte Siebeneck.

c. Ein **Achteck.** Fig. 23.

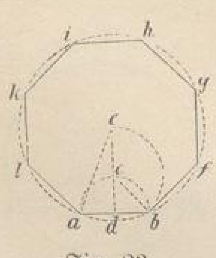


Fig. 23.

Man halbire die Seite ab in d, errichte in d auf ab ein Loth und schlage über ab einen Halbkreis; dieser schneidet das Loth de in c; schlägt man nun mit bc um c einen Kreis, so schneidet dieser das Loth de in e, und ist dann e der Mittelpunkt und ae der Radius des Kreises, in dessen Peripherie ab achtmal aufgeht, und abfghikl das verlangte Achteck.

d. Ein **Neuneck.** Fig. 24.

Mit der gegebenen Seite ab als Radius schlage man um a und b Kreise, welche sich in c schneiden, errichte im Mittelpunkte d von ab ein Loth de und trage auf diesem von c aus ce = ad = $\frac{1}{2}$ ab ab, dann ist e der Mittelpunkt und be der Radius des Kreises, in dessen Peripherie ab neunmal aufgeht, und abfghiklm das verlangte Neuneck.

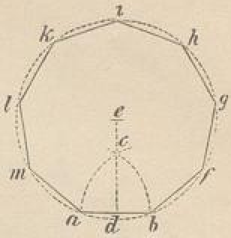


Fig. 24.

e. Ein **Zehneck.** Fig. 25.

Im Halbirungspunkte c der ab errichte man ein Loth ce, mache dasselbe gleich 1,5 ab, dann ist e der Mittelpunkt und be der Radius des Kreises, in dessen Peripherie ab zehnmal aufgeht, und demnach abfghiklmn das verlangte Zehneck.

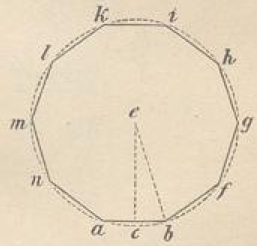


Fig. 25.

f. Ein **Elfeck.** Fig. 26.

Die Seite ab theile man in 6 gleiche Theile, errichte im Mittelpunkte c auf derselben ein Loth und schlage mit ab um a oder b einen Kreis, welcher das Loth in d schneidet. Macht man nun de = $\frac{5}{6}$ ab, so ist e der Mittelpunkt und ae der Radius des Kreises, in dessen Peripherie ab elfmal aufgeht, und demnach abfghiklmno das verlangte Elfeck.

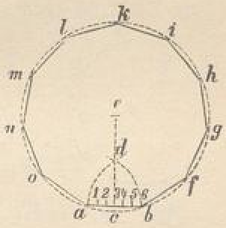


Fig. 26.

g. Allgemeine Konstruktion, durch welche der umschriebene Kreis nach der gegebenen Seite des **Polygons** bestimmt werden kann. Fig. 27.

Es sei z. B. ab die Seite eines regulären **Siebenecks.** Um den umschriebenen Kreis zu erhalten, verlängere man ab über b hinaus, sodaß die Verlängerung bc = ab wird, schlage über ac einen Halbkreis, theile denselben in 7 gleiche Theile, verbinde b mit 2 und halbire den Winkel abd. Errichtet man nun in der Mitte der ab ein Loth eg, so schneidet dieses die Halbirungslinie bf des Winkels abd in g, und ist g der Mittelpunkt und bg der Radius des aus der Seite ab konstruirten regulären Siebenecks abdhikl.

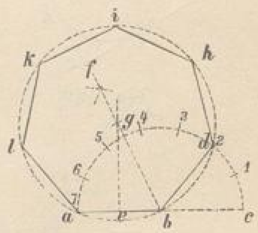


Fig. 27.

Der Polygonswinkel abd kann auch mittels des Transporteurs angetragen werden.

h. Ein **Sechseck, Zwölfeck, Vierundzwanzigeck** ꝛc. Fig. 28.

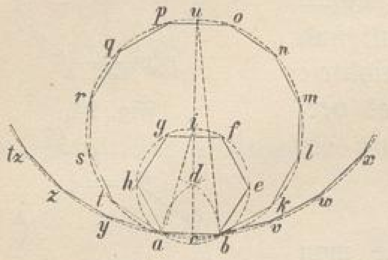


Fig. 28.

Man halbire die gegebene Seite a b in c, errichte in c ein Loth auf a b und schlage mit a b als Radius um a oder b einen Kreis, welcher das Loth in d schneidet, dann ist d der Mittelpunkt und a d der Radius des Kreises, in dessen Peripherie das Sechseck a b e f g h beschrieben werden kann.

Verlängert man das Loth c d bis an die Peripherie des Kreises um d, dann ist der Schnittpunkt i mit dieser der Mittelpunkt für den Kreis, in dessen Peripherie a b zwölfmal aufgeht. Verlängert man das Loth wieder bis an die Peripherie dieses Kreises, dann erhält man in u den Mittelpunkt für das Vierundzwanzigeck ꝛc.

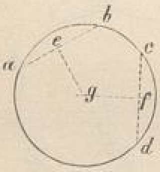


Fig. 29.

i. Den **Mittelpunkt** eines Kreises zu finden. Fig. 29.

Man ziehe in dem Kreise 2 beliebige Sehnen a b und c d, halbire dieselben in e und f und errichte in diesen Punkten auf den Sehnen Lothe e g und f g, welche sich in g, dem Mittelpunkte des Kreises schneiden.

k. In ein gegebenes Dreieck einen **Kreis** zu beschreiben. Fig. 30.

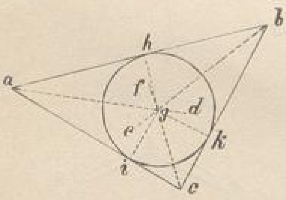


Fig. 30.

Man halbire 2 Winkel des gegebenen Dreiecks a b c. Die Halbirungslinien a d und c f schneiden sich im Punkte g, dem Mittelpunkte des in das Dreieck zu beschreibenden Kreises, dessen Radius man erhält, wenn man von g Lothe auf die Seiten fällt, also g i = g k = g h. Die Halbirungslinie b e des dritten Winkels geht ebenfalls durch den Punkt g.

5. Konstruktion der Ovalen und Eilinien.

Die Ovale und die Eilinien sind krumme, in sich selbst zurückkehrende Linien, welche aus Kreisstücken zusammengesetzt sind. Bei der Ovale sind die 4 Theile, in welche sie durch die beiden Axen zerlegt wird, vollkommen gleich, während bei der Eilinie nur die durch die große Axe gebildeten Theile gleich sind, die durch die kleine Axe gebildeten aber ungleich.

a. Eine **Ovale** zu zeichnen, wenn die **große Axe** gegeben ist.

1. Man theile die gegebene große Axe ab, Fig. 31, in 3 gleiche Theile, ac = cd = db, schlage mit $\frac{1}{3}$ ab = ac um c und d Kreise, welche sich in e und f schneiden, und ziehe von e und f aus durch c und d Durchmesser, fg, fi, eh und ek. Schlägt man nun mit dem Durchmesser fg oder eh als Radius um e und f die Kreisbögen gi und hk, so ist aglibkmh eine Ovale, deren große Axe ab und deren kleine Axe lm ist.

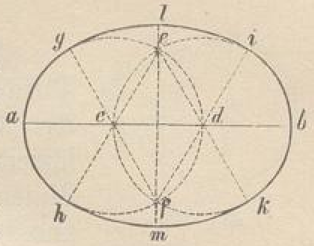


Fig. 31.

2. Man theile die große Axe ab, Fig. 32, in 4 gleiche Theile, schlage um c und e mit $\frac{1}{4}$ ab = ac als Radius Kreise, und mit ce als Radius solche um e und c, welche letzteren sich in f und g schneiden, dann sind f und g die Mittelpunkte für die mittleren Kreisbögen hk und il der Ovalen ahmkblni, deren kleine Axe mn ist.

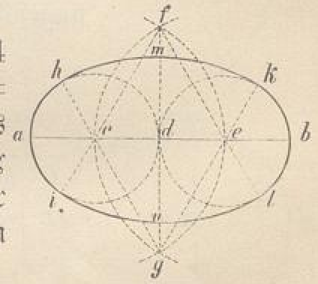


Fig. 32.

NB. Die erste Konstruktion giebt eine mehr runde, die zweite eine mehr längliche Form.

b. Eine **Ovale** zu zeichnen, wenn die **kleine Axe** gegeben ist. Fig. 33.

Man theile die gegebene kleine Axe ab in 6 gleiche Theile, mache cd und ce = $\frac{2}{3}$ ac, und ziehe von a und b aus durch d und e gerade Linien. Schlägt man nun mit dem Radius ab um a und b die Kreisbögen fg und hi bis an diese Linien und mit dem Radius df oder eg die Kreisbögen fh und gi um d und e, so ist aglibhkf die Ovale, deren große Axe kl ist.

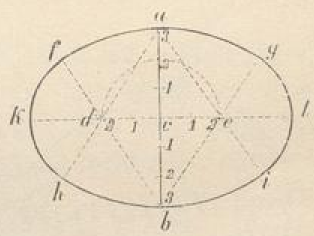


Fig. 33.

c. Eine **Ovale** zu konstruiren, wenn die **große** und **kleine Axe** gegeben sind. Fig. 34.

Man mache auf der großen Axe vom Mittelpunkte e aus eg = ce, trage bg, auf die Verbindungslinie von b und c, von c aus ab, sodaß ch = bg, halbire bh in i und errichte in i auf bc ein Loth, welches die Verlängerung von cd in k und ab in q schneidet. Macht man nun noch er = eq und el = ek, so sind l und k die Mittelpunkte für die mittleren Kreisbögen mcn und odp und q und r diejenigen für die äußeren Kreisbögen mao und nbp, sowie amcnbpdo die Ovale ist.

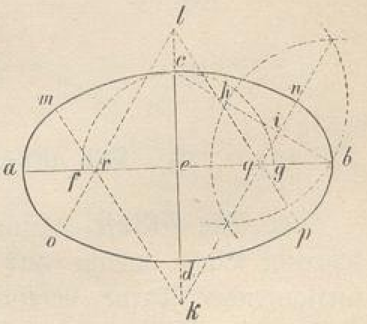


Fig. 34.

d. Eine **Eilinie** zu zeichnen, wenn die **kleine Axe** gegeben ist. Fig. 35.

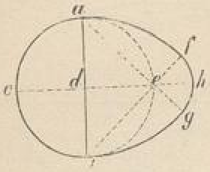


Fig. 35.

Man schlage mit der gegebenen kleinen Axe ab als Durchmesser einen Kreis um d, ziehe senkrecht zur kleinen Axe durch d die große Axe, welche den Kreis in e schneidet, und lege von a und b aus durch e gerade Linien. Schlägt man nun mit ab als Radius um a und b die Kreisbögen af und bf, welche diese Linien in f und g schneiden, und mit ef um e einen Kreisbogen bis g, so ist afhgbc die Eilinie, bei der sich ab zu ch ungefähr verhält wie 7 : 9.

e. Eine **Backofenlinie** zu zeichnen, wenn die **kleine Axe** gegeben ist.

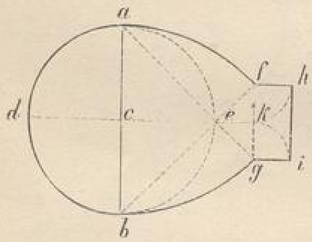


Fig. 36.

1. Mit ab als Durchmesser, Fig. 36, schlage man um c einen Kreis, welcher die durch c senkrecht zu ab gelegte große Axe in e schneidet, lege von a und b aus durch e gerade Linien, und schlage mit ab als Radius um a und b die Kreisbögen af und bg bis an diese Linien; mache dann noch fh = gi = fk, dann ist afhigbd die Backofenlinie.

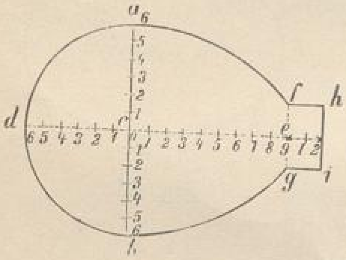


Fig. 37.

2. Man theile die gegebene kleine Axe ab, Fig. 37, in 12 gleiche Theile, mache auf der großen Axe cd = 6 und ce = 9 dieser Theile, errichte in e auf de ein Loth, schlage mit ab um a und b die Kreisbögen af und bg bis an dies Loth und um c einen Halbkreis mit ac, mache fh = gi = ef und hi || und = fg, dann ist afhigbd die Backofenlinie, wobei fh = gi = ef = eg.

6. Die Ellipse, Hyperbel und Parabel.

a. **Die Ellipse.** Eine Ellipse ist eine krumme, in sich selbst zurückkehrende Linie, welche aus vielen einzelnen Punkten besteht, die in einer fortlaufenden Kurve vereinigt werden. Die große und die kleine Axe theilen die Ellipse in 4 vollständig kongruente Theile.

Zwei Punkte der großen Axe, welche vom Mittelpunkte denselben gleich weit entfernt sind und deren Entfernungen von jedem Punkte des

Ellipsenbogens zusammen gleich der großen Axe sind, heißen **Brennpunkte** der Ellipse.

1. Eine **Ellipse** zu konstruiren, deren **große Axe** gegeben ist und deren Brennpunkte in dieser bestimmt sind. Fig. 38.

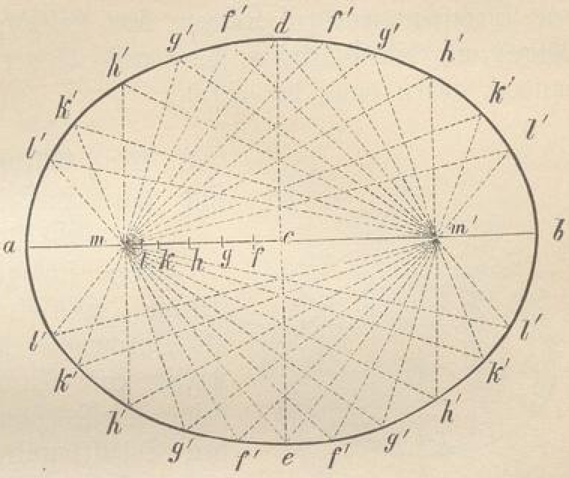


Fig. 38.

Ist ab die große Axe der Ellipse und sind m und m' deren Brennpunkte, dann ist die kleine Axe de gleich der Summe der Höhen der gleichschenkligen Dreiecke mdm' und mem', deren Grundlinie mm' und deren gleiche Seiten gleich der halben großen Axe = ac sind. Die übrigen Punkte der Ellipse erhält man, indem man mit einer Anzahl Radien, von denen 2 stets = ab sein müssen, um m und m' Kreise schlägt. Der Schnittpunkt je 2 solcher Kreise ist stets ein Punkt der Ellipse. Z. B. l'm = bl und l'm' = al, sodaß l'm + l'm' = bl + al = ab ist.

In der Praxis wendet man folgendes Verfahren an. Man schlägt in die Brennpunkte m und m' Stifte ein, befestigt an diesen die Endpunkte einer Schnur, welche die Länge der großen Axe hat, zieht mit einem Stifte oder einer Bleifeder diesen Faden an und beschreibt mit dem sich fortbewegenden Stifte die Ellipse.

Ist die große und kleine Axe gegeben, so bestimmt man die Brennpunkte m und m', indem man mit der halben großen Axe ac um d oder e einen Kreis schlägt, welcher die große Axe in den Brennpunkten schneidet.

2. Eine **Ellipse** durch Vergatterung zu konstruiren, deren **große** und **kleine Axe** gegeben sind. Fig. 39.

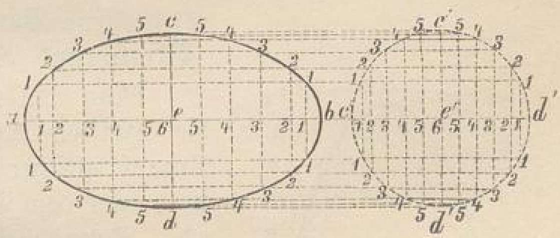


Fig. 39.

Mit der kleinen Axe cd als Durchmesser schlage man um e' einen Kreis, theile die Halbmesser c'e' und d'e' desselben in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile und errichte in den Theilpunkten Lothe bis an die Peripherie. Die halben großen Axen ae und be theile man dann in ebenso viele gleiche Theile als c'e', errichte in diesen Theilpunkten ebenfalls Lothe und mache dieselben gleich den korrespondirenden Lothen des Hülfskreises. Die Endpunkte dieser Lothe und die Punkte a, b, c und d, der Reihe nach mit einander verbunden, geben dann die Ellipse.

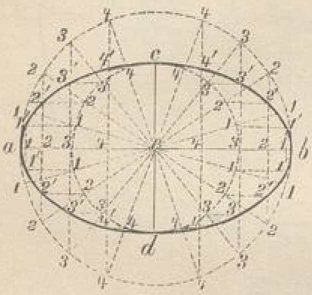


Fig. 40.

3. Eine **Ellipse** deren beide Axen gegeben sind, durch Hülfskreise zu konstruiren, sogenannte **Gärtner-Ellipse.** Fig. 40.

Man schlage um den Mittelpunkt e der Ellipse 2 Hülfskreise, deren jeder eine der Axen als Durchmesser hat und ziehe in dem größeren Kreise eine Anzahl von Durchmessern, welche beide Kreise schneiden. Zieht man nun von den Schnittpunkten des größeren Kreises mit diesen Durchmessern Parallele zur kleinen Axe und von den Schnittpunkten des kleineren Kreises ebenfalls Parallele zur großen Axe, so schneiden sich die Parallelen eines und desselben Durchmessers in einem Punkte, welcher ein Punkt des Ellipsenbogens ist.

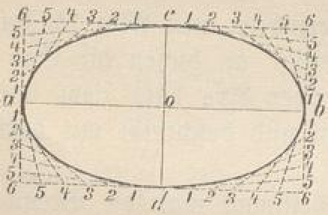


Fig. 41.

4. Eine **Ellipse,** deren beide Axen gegeben sind, durch **Vergatterung des umbeschriebenen Rechtecks** zu konstruiren. Fig. 41.

Man theile die Seiten des Rechtecks, welche gleich den Axen der Ellipse sind, von der Mitte aus in eine bestimmte Anzahl, z. B. 6, gleicher Theile, verbinde c und d, sowie a und b, mit den Punkten 5, Punkt 1 mit 4, 2 mit 3, u. s. w., so ergeben die Schnittpunkte dieser Linien Punkte der Ellipse.

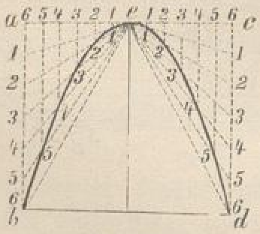


Fig. 42.

b. Eine **Parabel** zu zeichnen, wenn ihre **Breite** und **Höhe** gegeben sind. Fig. 42.

Man halbire die Breite ac in e, theile die Hälften ae und ec in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile, z. B. jede in 6, und ziehe von den Theilpunkten Parallele zur Höhe ab. Dann theile man die Höhen ab und cd ebenfalls in 6 gleiche Theile und verbinde die Theilpunkte mit dem Punkte e. Die Schnittpunkte dieser Linien mit den entsprechenden Parallelen zu ab sind Punkte der Parabel.

c. Eine **Hyperbel** zu zeichnen, wenn die **erste** oder **Hauptaxe** und die beiden Brennpunkte gegeben sind. Fig. 43.

Es sei ab die Hauptaxe und c und d seien die Brennpunkte; man nehme auf der über c hinaus verlängerten Axe ab die beliebigen Punkte f, g, h ꝛc. an und schlage mit den Radien af und bf, ag und bg ꝛc. um c und d Kreise, welche sich je 4 mal in den Punkten f′, g′, ꝛc. schneiden, und sind diese Schnittpunkte dann Punkte der Hyperbel. Um die zweite Axe zu erhalten, nehme man ce = de in den Zirkel und schlage um a und b Kreisbögen, welche sich in k und l schneiden, dann ist kl die zweite Axe.

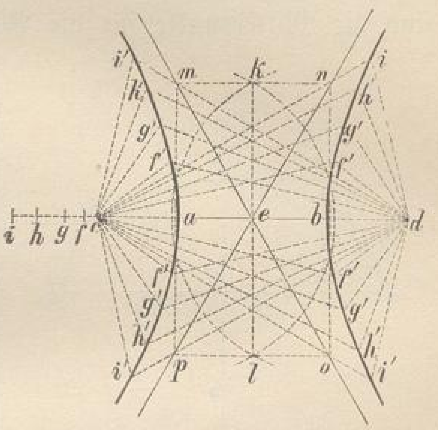


Fig. 43.

Errichtet man in a und b auf ab Lothe und zieht durch k und l Parallele zu ab, so entsteht das Rechteck mnop. Zieht man in demselben die Diagonalen und verlängert dieselben über die Eckpunkte des Rechtecks hinaus, so erhält man die Asymptoten der Hyperbel, d. h. die Geraden, denen sich die Hyperbel immer mehr nähert, ohne sie jemals zu erreichen.

7. Korbbögen.

Der Korbbogen ist eine gedrückte Bogenlinie, welche aus mehreren Kreisbögen zusammengesetzt ist. Er wird stets aus einer ungeraden Anzahl von Mittelpunkten konstruirt.

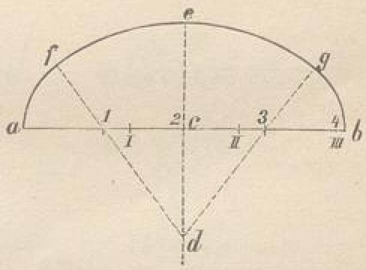


Fig. 44.

a. Einen Korbbogen aus **3 Mittelpunkten** zu konstruiren, wenn die **Spannweite** gegeben ist. Fig. 44.

Im Mittelpunkte c der Spannweite ab errichte man ein Loth ce und mache dieses = cd = $^1/_3$ ab. Dann theile man ab in 4 gleiche Theile und ziehe von d aus durch 1 und 3 Gerade, dann ist d der Mittelpunkt für den Bogen feg und 1 und 3 sind die Mittelpunkte für die Bögen af und bg.

b. Einen Korbbogen aus **3 Mittelpunkten** zu konstruiren, wenn **Spannweite** und **Pfeilhöhe** gegeben sind.

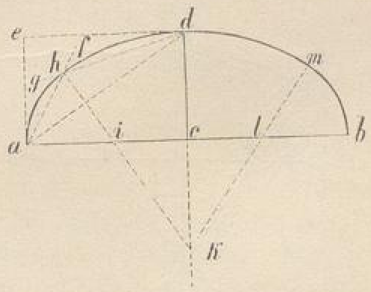


Fig. 45.

1. Fig. 45. Ist ab die Spannweite und cd die Pfeilhöhe, dann ziehe man de

|| ab und ae || cd, verbinde a mit d, halbire die Winkel ead und eda, deren Halbirungslinien af und dg sich in h schneiden, und fälle von h ein Loth auf ad, dessen Verlängerung ab in i und die Verlängerung von cd in k schneidet. Macht man nun cl = ci und zieht durch l die Linie km, dann ist k der Mittelpunkt für den Bogen hdm und i und l sind die Mittelpunkte für die Bögen ah und bm.

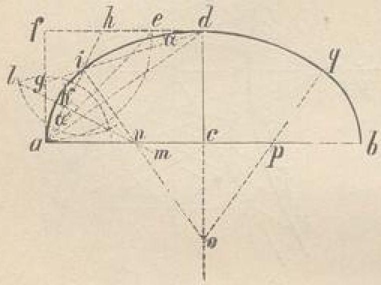


Fig. 46.

2. Fig. 46. Man ziehe df || ab und af || cd, mache fe = af und fg = de, verbinde d mit g und a mit e, trage den Winkel fdg an ae in a an, dann schneidet der Schenkel ah die Linie dg in i; errichtet man nun im Mittelpunkte k von ai ein Loth lm, dann schneidet dieses die ab in n. Nun verbinde man i mit n und verlängere diese Linie bis an die Verlängerung von cd in o, mache noch cp = cn und ziehe durch o und p eine Gerade, dann ist o der Mittelpunkt für den Bogen idq und n und p sind die Mittelpunkte für die Bögen ai und bq.

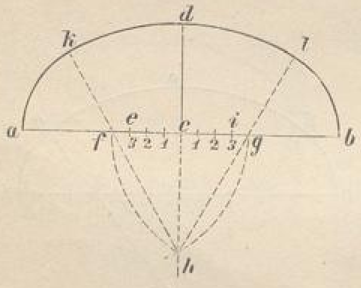


Fig. 47.

3. Fig. 47. Man mache ae = bi = cd, theile ce und ci in je 3 gleiche Theile und trage je einen dieser Theile von e nach f und von i nach g; dann schlage man mit dem Radius fg um f und g Kreise, welche sich in h schneiden, und lege von h aus durch f und g gerade Linien, dann ist h der Mittelpunkt für den Bogen kdl und f und g sind die Mittelpunkte für die Bögen ak und bl.

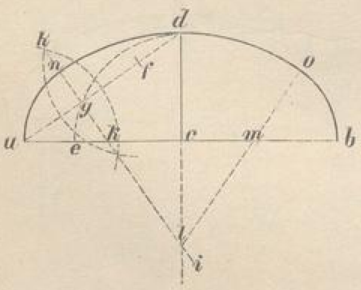


Fig. 48.

4. Fig. 48. Man verbinde a mit d, mache ce = cd und df = ae, errichte im Mittelpunkte g der Linie af ein Loth hi, welches ab in k und die Verlängerung von cd in l schneidet, und mache cm = ck; zieht man nun von l durch m eine gerade Linie, dann ist l der Mittelpunkt für den Bogen ndo, und k und m sind die Mittelpunkte für die Bögen an und bo.

NB. Dieser Bogen kommt der Ellipse ziemlich nahe.

c. Einen Korbbogen aus **3 Mittelpunkten** zu konstruiren, wenn **Spannweite** und **Pfeilhöhe** gegeben sind, und jeder der 3 Kreisbögen einen **Mittelpunktswinkel von 60°** hat. Fig. 49.

Man konstruire über der halben großen Axe ac ein gleichseitiges Dreieck ace, mache cf = cd, ziehe df bis sie ae in g schneidet, lege von g eine Parallele zu ce, welche ab in h und die verlängerte cd in i schneidet, und mache ck = ch. Zieht man nun noch durch den Punkt k die Linie il, so ist i der Mittelpunkt für den Bogen gdl und h und k sind die Mittelpunkte für die Bögen ag und bl.

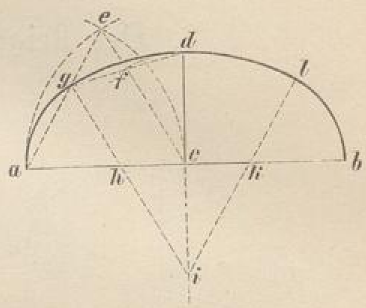


Fig. 49.

d. Einen Korbbogen aus **5 Mittelpunkten** zu konstruiren, wenn **Spannweite** und **Pfeilhöhe** gegeben sind. Fig. 50.

Man mache ce = cd, theile ae in 5 gleiche Theile, trage 7 solcher Theile von c aus nach f und l, von c nach h und von h nach i. Dann mache man cg = ck = $^2/_3$ cf und ziehe von h durch f und l und von i durch g und k gerade Linien, so ist i mit dem Radius di der Mittelpunkt für den Bogen pdq, die Kreuzungspunkte m und n der Linien oh und pi bezw. rh und qi, mit dem Radius mp, sind die Mittelpunkte für die Bögen op und qr, und die Punkte f und l, mit dem Radius af, sind die Mittelpunkte für die Bögen ao und br.

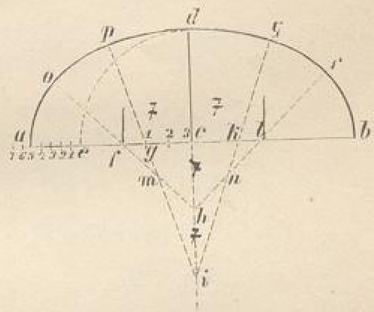


Fig. 50.

e. Einen Korbbogen aus **9 Mittelpunkten** zu konstruiren, wenn die **Spannweite** gegeben ist. Fig. 51.

Im Mittelpunkte c der Spannweite ab errichte man ein Loth og, theile von c aus die halben Spannweiten in je 13 gleiche Theile und trage von c aus 4 solcher Theile = cd = de = ef = fg ab. Dann lege man von d aus durch die Punkte 10, von e aus durch die Punkte 9, von f aus durch die Punkte 7 und von g aus durch die Punkte 4 gerade Linien. Diese Linien schneiden sich in den Punkten h, i und k und sind die Mittelpunkte für die einzelnen Bögen folgende. Punkt 10 mit dem Radius a 10 für die Bögen as und bt, Punkt h mit dem Radius hs für die

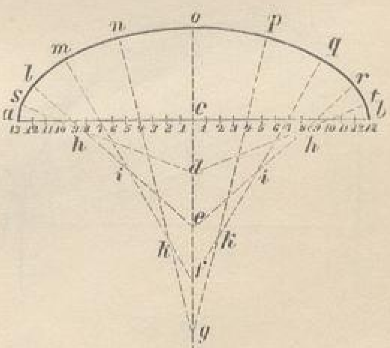


Fig. 51.

Bögen sl und rt, Punkt i, mit dem Radius il für die Bögen lm und qr, Punkt k mit dem Radius km für die Bögen mn und pq, und Punkt g mit dem Radius gn für den Bogen nop.

8. Der steigende oder einhüftige Bogen.

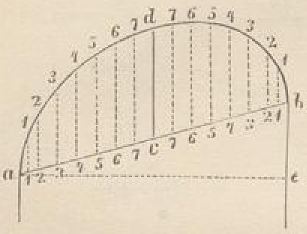


Fig. 52a.

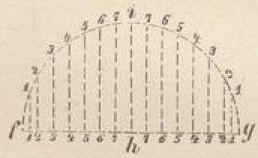


Fig. 52b.

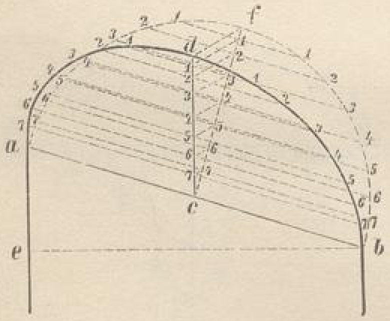


Fig. 53.

Die steigenden Bögen unterscheiden sich von allen anderen Bögen dadurch, daß ihre Endpunkte nicht in einer horizontalen Ebene liegen. Sie werden entweder als Theile einer Ellipse durch Vergatterung oder als Korbbögen aus mehreren Mittelpunkten konstruirt.

a. Einen steigenden Bogen durch **Vergatterung** zu konstruiren, dessen **Spannweite** und **Pfeilhöhe** gegeben sind. Fig. 52.

Mit der Pfeilhöhe cd als Radius schlage man als Hilfskreis einen Halbkreis um h, theile dessen Radien fh und hg in eine beliebige Anzahl gleicher Theile und errichte in den Theilpunkten Lothe. Dann theile man die halben Spannweiten ac = cb in eben so viele gleiche Theile und errichte in den Theilpunkten ebenfalls Lothe auf der Horizontalen ae. Macht man nun diese Lothe gleich den entsprechenden des Hülfskreises, so geben die Endpunkte derselben die steigende Bogenlinie.

c. Einen steigenden Bogen, dessen **Spannweite** und **Pfeilhöhe** gegeben sind, durch **Parallellinien** zu konstruiren. Fig. 53.

Ueber der Spannweite ab schlage man einen Halbkreis, ziehe darin den auf ab lothrechten Radius cf, theile denselben in eine beliebige Anzahl Theile und errichte in den Theilpunkten Lothe auf cf. Nun verbinde man den Endpunkt der Pfeilhöhe d mit f, ziehe durch die Theilpunkte der cf Parallele zu df, welche die Pfeilhöhe cd in eine ebenso große Anzahl entsprechender Theile theilen, und ziehe dann durch die Theilpunkte der cd Parallele zu ab. Macht man nun diese Parallelen von cd aus nach beiden Seiten gleich den entsprechenden Lothen des Halbkreises, so ergeben die Endpunkte der Parallelen die steigende Bogenlinie.

c. Einen steigenden Bogen aus **Kreisstücken** zu konstruiren, wenn die **Pfeilhöhe** und der **Neigungswinkel** gegeben sind. Fig. 54.

Es sei α der Neigungswinkel und ab die Pfeilhöhe, dann ziehe man von b aus eine Parallele bc zu ac, mache $bc = 2\,ab$, fälle von c aus ein Loth auf die Horizontale ah, welches die Neigungslinie des Winkels α in e schneidet, ziehe ef parallel zu ah, halbire bc in d und fälle von d ein Loth auf die Neigungslinie ae. Dieses Loth schneidet die beiden Horizontalen in f und g, und ist nun g der Mittelpunkt für den Bogen ad und f der Mittelpunkt für den Bogen de.

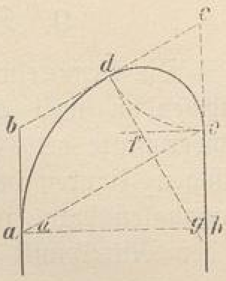


Fig. 54.

d. Einen steigenden Bogen aus **Kreisstücken** zu konstruiren, wenn die **Spannweite** und der **Neigungswinkel** gegeben sind. Fig. 55.

Im Mittelpunkte d der Horizontalen ac errichte man ein Loth, welches die Spannweite ab in f schneidet; auf diesem Lothe mache man $fe = af$, ziehe $bg \parallel ac$ und fälle von e ein Loth auf ab, welches die beiden Horizontalen in g und h schneidet. g ist nun der Mittelpunkt des Bogens be und h derjenige des Bogens ae.

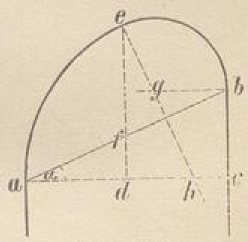


Fig. 55.

e. Einen **Spitzbogen** zu konstruiren.

1. Einen **gleichseitigen.** Fig. 56.

Man schlage mit der gegebenen Spannweite ab als Radius um a und b Kreisbögen, welche sich in c, dem Scheitel des gleichseitigen Spitzbogens, schneiden.

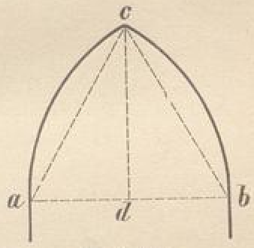


Fig. 56.

2. Einen **gedrückten.** Fig. 57.

Ist ab die gegebene Spannweite und die Mittelpunkte der zu schlagenden Kreisbögen ac und bc werden zwischen a und b, z. B. nach d und e, gelegt, sodaß $ae = db$ der Radius ist, so entsteht der gedrückte Spitzbogen.

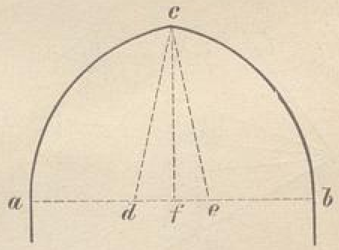


Fig. 57.

3. Einen **überhöhten** oder **lanzettförmigen.** Fig. 58.

Ist ab die gegebene Spannweite und die Mittelpunkte der zu schlagenden Kreisbögen ac und bc werden in die Verlängerung von ab nach d und e verlegt, sodaß bd und ae die Radien sind, so entsteht der überhöhte oder lanzettförmige Spitzbogen.

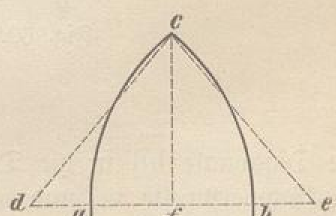


Fig. 58.

9. Der Schwerpunkt ebener Figuren.

Die Ermittelung des Schwerpunktes der Grundfigur ist bei Gewölben nothwendig, weil der Scheitelpunkt eines Gewölbes lothrecht über dem Schwerpunkte der Grundfigur liegen muß. Bei rechtwinkligen oder regelmäßigen Figuren befindet sich der Schwerpunkt im Durchschnittspunkte der Diagonalen bezw. im Mittelpunkte der regelmäßigen Figuren. Beim Kreise ist der Mittelpunkt auch der Schwerpunkt.

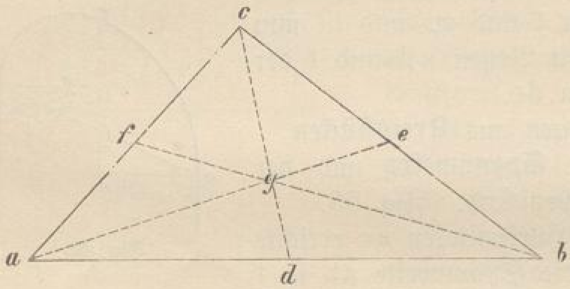


Fig. 59.

a. Den Schwerpunkt eines **unregelmäßigen Dreiecks** zu finden. Fig. 59.

Man halbire die drei Seiten des Dreiecks abc, sodaß ad = bd, be = ce, af = fc, und verbinde die Halbirungspunkte mit den gegenüberliegenden Winkelspitzen, dann schneiden sich die 3 Linien cd, ae und bf im Punkte g und ist dieser der Schwerpunkt des Dreiecks abc.

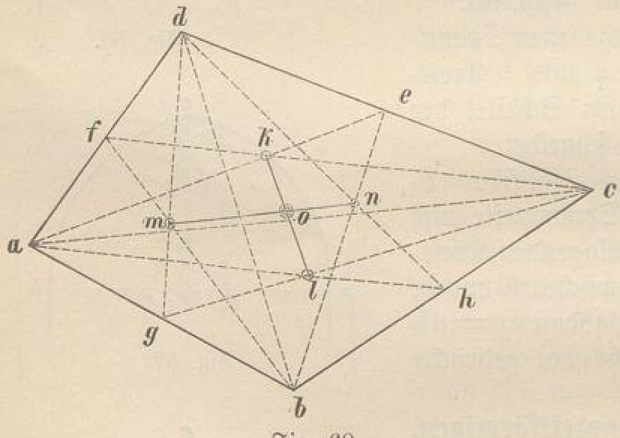


Fig. 60.

b. Den Schwerpunkt eines **unregelmäßigen Vierecks** zu bestimmen. Fig. 60.

Durch die Diagonale ab zerlege man das gegebene Viereck abcd in die Dreiecke abc und acd, bestimme für diese die Schwerpunkte k und l, und verbinde dieselben durch eine gerade Linie, so ist kl eine Schwerlinie. Dann zerlege man das Viereck durch die Diagonale bd in die Dreiecke abd und bcd, bestimme auch für diese die Schwerpunkte m und n, und ziehe die zweite Schwerlinie mn. Die beiden Schwerlinien kl und mn schneiden sich im Punkte o und ist dieser der Schwerpunkt des Vierecks abcd.

c. Den Schwerpunkt eines **unregelmäßigen Fünfecks** zu bestimmen. Fig. 61.

Zunächst zerlege man das Fünfeck durch die Diagonale ac in ein Dreieck abc und ein Viereck acde, und ermittele für diese die Schwerpunkte f und g, deren Verbindung die Schwerlinie fg ergiebt. Dann zerlege man das Fünfeck durch eine andere Diagonale, z. B. ce, wieder in ein Dreieck cde und ein Viereck abce, deren Schwerpunkte h und i sind; die Linie hi ist dann eine zweite Schwerlinie, welche die erste fg im Schwerpunkte k des Fünfecks schneidet.

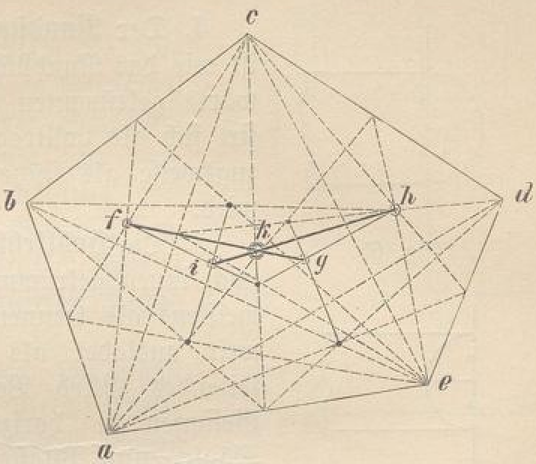


Fig. 61.

NB. In ähnlicher Weise wird der Schwerpunkt für alle übrigen Vielecke bestimmt.

10. Architektonische Glieder oder Bauelemente.

1. Das **Plättchen, Riemchen** oder **Leistchen** erscheint stets als ein schmales Rechteck und dient hauptsächlich als säumendes und trennendes Glied. Dasselbe wird mit dem darüber oder darunter liegenden Gliede meistens durch eine krumme Linie, und zwar durch einen Viertelkreis, als **Ablauf** oder **Anlauf** verbunden und in dieses letztere übergeführt. Fig. 62.

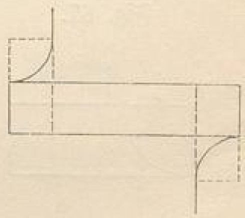


Fig. 62.

2. Das **Rundstäbchen,** auch **Stäbchen, Ring** oder **Reif** genannt, Fig. 63, wird gewöhnlich nach der Form eines Halbkreises profilirt, d. h. seitlich begrenzt; es dient zuweilen als Saum, meistens aber in Verbindung mit anderen Gliedern als Anhang derselben, und kommt auch als trennendes Glied häufig zwischen 2 Plättchen oder über einem solchen vor, so z. B. bei jeder Säulenordnung zwischen dem Säulenschaft und dem Säulenkapitäl, wo es dann den Namen **Astragal** führt.

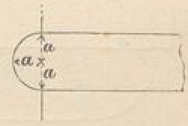


Fig. 63.

3. Die **Platte,** die bei größerer Breite auch **Band** und bei kleinerer auch **Streifen** genannt wird, Fig. 64, erscheint in der vorderen Ansicht stets als ebene Fläche und bildet im Querschnitt ein größeres Rechteck. Sie ist ein Hauptbestandtheil der Gesimse, die aus einzelnen Gliedern zusammengesetzt sind. Liegt

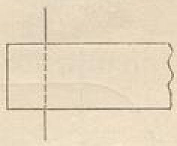


Fig. 64.

darüber oder darunter ein kleines Plättchen, so geschieht der Uebergang fast stets durch einen Ablauf oder Anlauf.

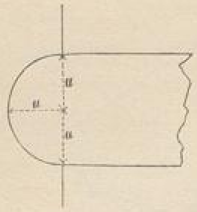


Fig. 65.

4. Der **Rundstab,** auch **Stab** genannt, Fig. 65, ist wie das Rundstäbchen seitlich durch einen nach auswärts gekrümmten Halbkreis begrenzt und charakterisirt sich als volltragende Kraft, weshalb er auch vorzugsweise als stützende, tragende Unterlage gebraucht wird.

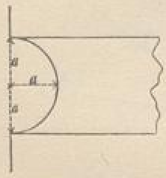


Fig. 66.

5. Die **Hohlkehle,** Fig. 66, die seitlich durch einen nach innen gekrümmten Halbkreis begrenzt wird, findet meistens als trennendes und, da sie nach oben ebenso weit auslädet als nach unten, niemals als überleitendes Glied Verwendung. Dieselbe kommt bei Gesimsen in horizontaler und als Kanelirung bei Säulen und Pilastern in vertikaler Lage vor.

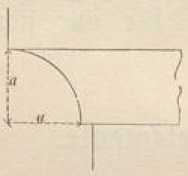


Fig. 67.

6. Die **aufrechte Hohlleiste** oder **stehende Hohlkehle,** Fig. 67, ist seitlich durch einen einwärts gekrümmten, aufsteigenden Viertelkreis begrenzt und dient stets als tragendes Glied.

7. Die **liegende Hohlleiste** oder **liegende Hohlkehle,** Fig. 68, ist durch einen absteigenden oder fallenden Viertelkreis, welcher einwärts gekrümmt ist, begrenzt und dient meist als überleitendes Glied von einem vorstehenden nach einem zurückliegenden Bautheil.

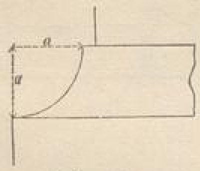


Fig. 68.

8. Der **aufrecht stehende Viertelrundstab** oder **stehende Wulst,** Fig. 69, der durch einen auswärts gekrümmten, aufsteigenden Viertelkreis begrenzt wird, erscheint immer als tragendes, stützendes Glied und tritt als solches häufig bei Haupt- und Gurtgesimsen, sowie bei den Säulenkapitälen auf.

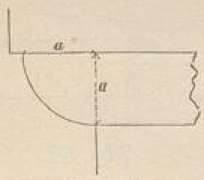


Fig. 69.

9. Der **liegende Viertelrundstab** oder **liegende Wulst,** Fig. 70, der durch einen auswärts gekrümmten, absteigenden oder fallenden Viertelkreis begrenzt wird, ist seltener im Gebrauch, kommt aber zuweilen bei Fußgesimsen vor.

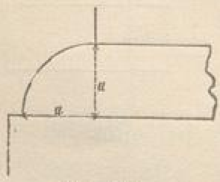


Fig. 70.

10. Der **gedrückte Rundstab** oder **Pfühl,** Fig. 71, wird im Profil aus zwei Viertelkreisen, einem kleineren unteren, und einem größeren oberen gebildet. Hierbei wird die Höhe h in 3 gleiche Theile getheilt, sodaß $a = \frac{1}{3}h$ ist; zwei Theile a geben die ganze Breite, der Radius des oberen Bogens ist 2 a, der des unteren ist a. Im Uebrigen gilt in erhöhtem Maße das zu

4 Gesagte. Die darüber und darunter liegenden Glieder befinden sich niemals in ein und derselben senkrechten Ebene.

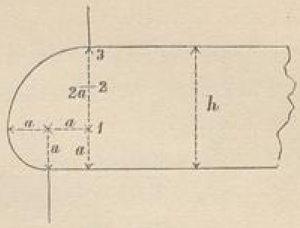


Fig. 71.

11. Die **Einziehung,** die gleichsam als eine vertiefte oder verschärfte Hohlleiste zu betrachten ist, kommt, je nach ihrer geringeren oder stärkeren Aushöhlung und Ausladung, in verschiedenen Formen vor und wird meistens, wie der gedrückte Rundstab aus 2 Viertelkreisen, die jedoch einwärts statt auswärts gekrümmt sind, dargestellt. Oberer und unterer Ansatz wie bei 10.

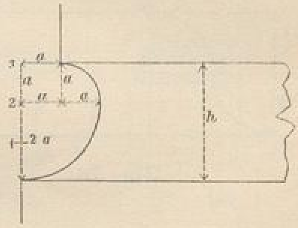


Fig. 72.

a. Die **jonische Einziehung,** Fig. 72, erhält man, wenn man die Höhe h in 3 gleiche Theile theilt, sodaß $a = \frac{1}{3} h$ ist, den oberen Bogen mit dem Radius a und den unteren mit dem Radius 2a schlägt.

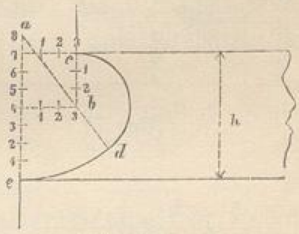


Fig. 73.

b. Die **korinthische Einziehung,** Fig. 73, erhält man in folgender Weise. Man theile die Höhe h in 7 gleiche Theile und trage einen achten solchen Theil vom Punkt 7 bis a, sodaß $ae = 1\frac{1}{7} h$ wird, konstruire an der oberen Ecke aus 3 Theilen $= \frac{3}{7} h$ ein Quadrat, ziehe von a nach b eine Gerade und verlängere dieselbe über b hinaus. Dann schlage man mit $bc = \frac{3}{7} h$ um b einen Kreisbogen von c bis an die Linie ab in d und mit ad den Bogen de.

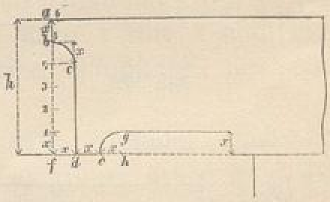


Fig. 74.

12. Die **Kranzleiste,** Fig. 74, ist eigentlich ein zusammengesetzter Bautheil. Dieselbe besteht aus einer größeren vertikalen Platte, die oben mittelst eines Ablaufs in ein kleineres Plättchen übergeht und unten zur Ableitung des Regenwassers mit einem Einschnitt, einer sogenannten **Unterschneidung,** versehen ist. Die Verhältnisse der einzelnen Theile sind folgende. Man theile die ganze Höhe in 6 gleiche Theile, sodaß $x = \frac{1}{6} h$, mache $ab = 4c = fd = de = eh = gh = x$ und schlage um Punkt 4 und Punkt h Viertelkreise mit dem Radius x.

13. Der **Karnies** oder die **Welle** besteht im Allgemeinen aus 2 Kreisbögen, von denen der eine einwärts, der andere auswärts gekrümmt ist, welche aber zusammen eine einzige schön geschweifte krumme Linie bilden. Der Karnies läßt eine Menge verschiedener Formen zu, je nachdem die beiden Bögen beschaffen und zusammengestellt sind.

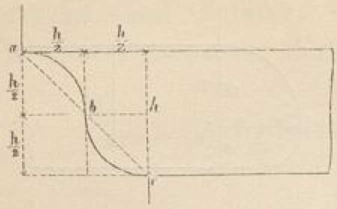


Fig. 75.

a. Die **Rinnleiste** oder der **stehende Karnies,** Fig. 75, erscheint fast ohne Ausnahme als deckendes und trennendes Glied. Sie wird aus 2 Viertelkreisen a b und b c konstruirt, deren Radien gleich der halben Höhe sind. Da sie jedoch in eine scharfe Kante auslaufen würde, so bedarf sie eines darüberliegenden, aber nicht weiter ausladenden Plättchens.

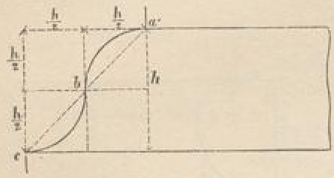


Fig. 76.

b. Die **Sturzrinne** oder der **liegende Karnies,** Fig. 76, wird in derselben Weise konstruirt und besonders bei Fußgesimsen als Unterlage benutzt.

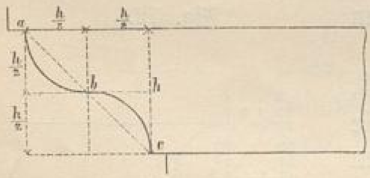


Fig. 77.

c. Die **Kehlleiste,** der **Kehlstoß** oder der **verkehrt stehende** oder **aufsteigende Karnies,** Fig. 77, eignet sich ganz besonders zu einem tragenden Gliede und muß sowohl oben als unten beim Uebergang in das darüber und darunter befindliche Glied mit einer kleinen Ausladung versehen werden.

d. Die **Glockenleiste** oder der **verkehrt liegende** oder **fallende Karnies,** Fig. 78, dient als stützendes Glied mit einem scharf bezeichneten Ausdruck des Tragens und hat ihren Namen von der Aehnlichkeit ihres Umrisses mit einer Glocke erhalten.

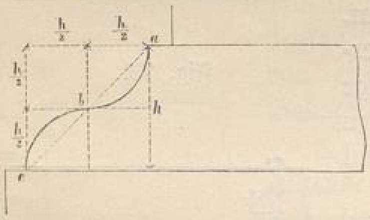


Fig. 78.

e. Der Karnies läßt noch manche Modifikationen zu, wenn die Ausladung kleiner oder größer als die Höhe gemacht wird. Fig. 79 zeigt eine **modifizirte Rinnleiste,** bei der sich die Ausladung zur Höhe verhält wie 2 : 3. Die Mittelpunkte für die beiden Kreisbögen erhält man, wenn man mit der halben Diagonale a c um a, b und c Kreisbögen schlägt, welche sich in d und e, den Mittelpunkten für die Bögen a b und b c, schneiden.

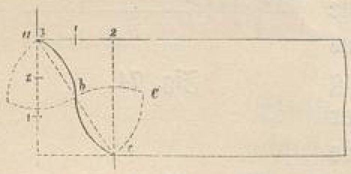


Fig. 79.

Fig. 80 zeigt eine **modifizirte Kehlleiste,** bei welcher sich die Ausladung zur Höhe verhält wie 3 : 4. Die Mittelpunkte d und e für die beiden Bögen a b und b c erhält man ebenfalls, indem man mit der halben Diagonale a c um a, b und c Kreisbögen beschreibt, die sich in d und e schneiden.

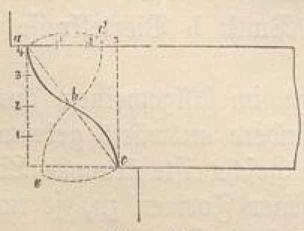


Fig. 80.

11. Axonometrie.

Soll ein Körper so dargestellt werden, daß man einerseits ein vollständiges Bild desselben erhält, andererseits die genauen Maße des Körpers nach einem oder mehreren Maßstäben abgreifen kann, so geschieht dies durch die **Axonometrie** oder **Parallel-Perspektive**. Für dieselbe sind stets 3 Axen festzustellen, von denen die eine immer lothrecht sein muß. Die Darstellung geschieht in verschiedener Art.

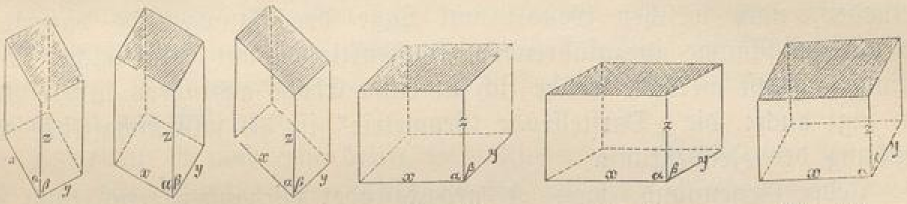


Fig. 81. Fig. 82. Fig. 83. Fig. 84. Fig. 85. Fig. 86.

a. Bei der **isometrischen Projektion** wird für alle drei Axen x, y und z, Fig. 81 bis 86, von denen z in lothrechter Lage angenommen wird, derselbe Maßstab benutzt. Die Lage der Axen x und y ergiebt die Größe der Winkel α und β.

Hierbei nimmt man $\alpha + \beta = 90^0$ an, d. h. $\alpha = 30^0$ und $\beta = 60^0$, wie Fig. 81, oder $\alpha = 60^0$ und $\beta = 30^0$, wie Fig. 82, oder $\alpha = 45^0$ und $\beta = 45^0$, wie Fig. 83. Diese Ausführungsart nennt man die **Militär-Perspektive.** Eine zweite Art ist die **Kavalier-Perspektive,** welche die Figuren 84 bis 86 zeigen. Bei dieser ist α stets gleich 90^0, $\beta = 45^0$, oder $= 60^0$, oder $= 30^0$.

b. Die **dimetrische Projektion** nimmt die Axenlage wie in den Figuren 84 bis 86 an, jedoch werden nur die Axen x und z nach demselben Maßstabe, dagegen y nach einem kleineren Maßstabe, wie etwa 2 : 3 aufgetragen.

c. Die **trimetrische Projektion** nimmt die Axenlage nach den Figuren 81 bis 83 an, jedoch so, daß α stets größer als β ist. Das Verhältniß der Maßstäbe für die 3 Axen ist etwa $z : x : y = 4 : 3 : 2$.

Die Axonometrie wird hauptsächlich zum Zeichnen von Baukonstruktionen angewendet, jedoch meist nach der isometrischen Projektion. Zu beachten ist, daß alle parallelen Linien auch parallel gezeichnet werden.

II. Projektionslehre.

1. Einleitung.

Unter „Darstellender Geometrie" versteht man den Inbegriff der Methoden, nach welchen Gestalt und Lage der Raumgebilde dargestellt und alle im Raume auszuführenden Konstruktionen mit Hilfe solcher Darstellungen gelöst werden, welche sich in einer Ebene ausführen lassen, oder man sagt auch: die „Darstellende Geometrie" ist die wissenschaftliche Begründung der Zeichenkunst.

Jeder Gegenstand, mag er gedacht oder vorhanden sein, kann auf dem Papier so dargestellt werden, daß sich Jedermann denselben nach dieser Zeichnung genau vorstellen kann.

An eine solche Darstellung auf dem Papier können nun folgende Forderungen gestellt werden:

1. daß man möglichst leicht alle Dimensionen des dargestellten Gegenstandes aus der Zeichnung entnehmen kann; oder
2. daß die Zeichnung auf das Auge dieselbe Wirkung hervorbringe, die der in Wirklichkeit vorhandene Gegenstand hervorbringen würde.

Auf alle technischen Zeichnungen findet die erste Forderung Anwendung, da man aus ihnen die Dimensionen des dargestellten Gegenstandes sofort muß entnehmen, also die Größe desselben ersehen können. Verlangt man jedoch nur ein möglichst anschauliches Bild des dargestellten Gegenstandes, dann findet die zweite Forderung Anwendung, und man erhält dann keine technische Zeichnung, sondern nur ein Bild.

Eine technische Zeichnung soll nun stets so gefertigt werden, daß man sich sowohl eine klare Vorstellung von dem dargestellten Gegenstande machen, als auch alle Dimensionen und Verhältnisse desselben leicht und schnell aus ihr entnehmen kann.

Um einen Gegenstand in dieser Weise zeichnen zu können, ist es vor allem nöthig, daß man sich im Geiste eine richtige Vorstellung von demselben macht, und daß man sich die Lage der einzelnen Theile zu einander, sowie deren Größe möglichst vergegenwärtigt. Denjenigen Theil der darstellenden Geometrie, welcher sich mit dieser Darstellung besonders beschäftigt, nennt man **Projektionslehre.** Dieselbe hat sich nun mit den Projektionen der Punkte, Linien, Flächen und Körper zu beschäftigen.

2. Projektionsebenen.

Um einen Gegenstand darstellen zu können, nimmt man seine Lage in dem durch 2 aufeinander senkrecht stehende Ebenen begrenzten Raume an;

die Durchschnittslinie dieser Ebenen heißt die Axe und wird mit P bezeichnet. Die eine der beiden Ebenen, welche Projektionsebenen genannt werden, nimmt man in horizontaler Lage an, und nennt sie die **horizontale** oder die **erste Projektionsebene;** die zweite Ebene wird vertikal angenommen und die **vertikale** oder **zweite Projektionsebene** genannt. Jede Projektionsebene theilt die andere in 2 Theile, für welche die Axe die Grenze bildet. Der vordere Theil der ersten Projektionsebene wird mit P', der hintere Theil derselben mit $P_{,}$, der obere Theil der zweiten Projektionsebene mit P'' und der untere Theil derselben mit $P_{,,}$ bezeichnet. Den Raum theilen die Projektionsebenen in 4 Theile, und werden in der Regel die darzustellenden Gegenstände in demjenigen derselben befindlich angenommen, welcher zwischen P' und P'' liegt.

Zuweilen ist noch eine dritte Projektionsebene erforderlich, die senkrecht auf den beiden ersten angenommen und mit P''' bezeichnet wird; ihre Axe mit den beiden ersten Projektionsebenen wird mit P^2 bezeichnet.

3. Projektionen im Allgemeinen.

Denkt man sich zwischen den beiden Projektionsebenen im Raume einen Punkt a, Fig. 1. A, und von demselben Senkrechte auf die erste und zweite Projektionsebene gefällt, so heißt der Durchgangspunkt des Lothes mit der ersten Projektionsebene die **erste,** und derjenige des Lothes mit der zweiten Projektionsebene die **zweite Projektion** des Punktes a im Raume; die erste wird bezeichnet mit a', die zweite mit a''. Fällt man vom Punkte a ein Loth auf die dritte Projektionsebene, so ist der Fußpunkt a''' desselben die **dritte Projektion** des Punktes a im Raume. Die Ordinaten aa', aa'' und aa''' heißen die projicirenden Linien des Punktes a.

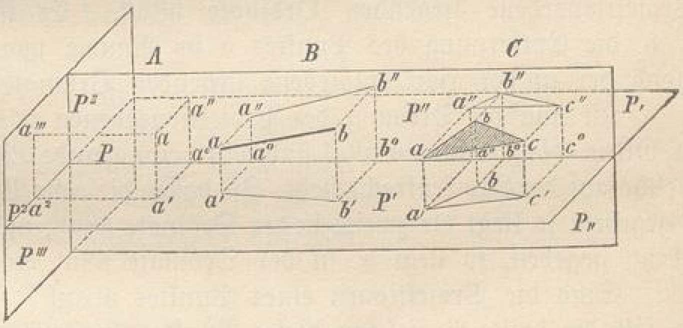


Fig. 1.

Eine gerade Linie wird projicirt, indem man ihre Endpunkte projicirt und die Projektionen derselben durch gerade Linien verbindet; Fig. 1. B.

Eine krumme Linie projicirt man dadurch, daß man eine Anzahl von Punkten derselben projicirt und die Projektionen dieser Punkte in der betreffenden Projektionsebene stetig mit einander verbindet.

Eine von geraden Linien begrenzte Fläche wird projicirt, z. B. ein Dreieck, Fig. 1. C, indem man seine Eckpunkte projicirt und deren Projektionen durch gerade Linien mit einander verbindet.

Ein Körper wird projicirt, indem man seine Begrenzungsflächen projicirt.

Um nun Alles, was in beiden Projektionsebenen liegt, in einer Ebene zeichnen zu können, nimmt man an, die zweite Projektionsebene sei um die Axe P gedreht worden, bis der Theil P'' mit dem Theil P, zusammengefallen ist; der Theil P,, liegt dann in dem vorderen Theile P'. In Fig. 2 zeigt sich dann über der Axe Alles, was in P'' und P, enthalten ist, unterhalb der Axe Alles, was in P' und P,, liegt. Dreht man die dritte Projektionsebene um die Axe P^2, bis sie mit P' zusammenfällt, dann liegt sie ebenfalls mit den beiden ersten Projektionsebenen in einer Ebene.

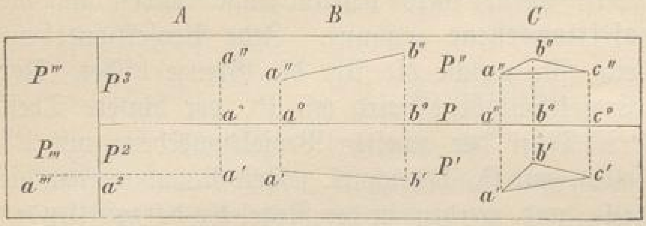


Fig. 2.

4. Die Projektion eines Punktes.

Fällt man in Fig. 1. A von a' und a'' Lothe auf die Axe, so treffen dieselben einen und denselben Punkt a^0 der Axe und das Viereck a a' a^0 a'' ist ein Rechteck, in welchem aa' = a''a^0 ist, d. h. die Entfernung des Punktes a im Raume von der ersten Projektionsebene ist gleich der in der zweiten Projektionsebene liegenden Ordinate a^0a''. Es ist ferner aa'' = a'a^0, d. h. die Entfernung des Punktes a im Raume von der Vertikalebene ist gleich der in der Horizontalebene liegenden Ordinate a^0a'.

Ist nun die Drehung der Projektionsebenen wie in Fig. 2 ausgeführt, so bilden die Ordinaten a^0a' und a^0a'' eine gerade Linie a'a^0a'', Fig. 2. A, welche auf der Axe senkrecht steht. Ist daher die erste Projektion eines Punktes a gegeben, so liegt die zweite in der Ordinate a^0a'', und zwar ist a^0a'' = aa'; ist a'' gegeben, so liegt a' in der Ordinate a^0a', und ist a^0a' = aa''.

Sind die Projektionen eines Punktes a auf P' und P'' gegeben, und es soll die dritte Projektion dieses Punktes konstruirt werden, so zieht man a'a^2 senkrecht auf P^2, Fig. 1. A und 2. A. Die Ordinate in der dritten Projektionsebene a^2a''' ist gleich der Entfernung des Punktes a von der ersten Projektionsebene; da diese Entfernung aa' gleich der Ordinate a^0a'' in P'' ist, so mache man a^2a''' = a^0a'', dann ist a''' die dritte Projektion des Punktes a im Raume.

Liegt ein Punkt in einer der Projektionsebenen, so fällt diese Projektion mit ihm zusammen und seine andere Projektion liegt in der Axe; liegt ein Punkt in der Axe, so fallen seine beiden Projektionen mit ihm zusammen.

5. Die Projektionen einer geraden Linie und einer Fläche.

Die Projektion einer geraden Linie ist durch die Projektion ihrer Endpunkte bestimmt. In Fig. 1. B und 2. B sei die erste Projektion a'b' gegeben.

Man konstruire $a'a^0$ und $b'b^0$ senkrecht auf P, dann sind a^0 und b^0 die Anfangspunkte der Ordinaten a^0a'' und b^0b'', welche gleich den Entfernungen der Punkte a und b von der ersten Projektionsebene zu machen sind; verbindet man nun a'' und b'' durch eine Gerade, so ist diese die zweite Projektion der Linie ab.

Fig. 1. C und 2. C zeigen die Projektionen eines Dreiecks. Gegeben ist die zweite Projektion $a''b''c''$, dann ist $a'a^0 = aa''$, $b'b^0 = bb''$ und $c'c^0 = cc''$; die Verbindung von a', b' und c' giebt die erste Projektion.

6. Die verschiedenen Lagen einer geraden Linie im Raume.

1. Die Linie ab steht senkrecht auf P'; Fig. 3.

Die erste Projektion der Linie ist ein Punkt und fällt mit dem Punkte zusammen, in welchem die Linie ab die Ebene P' schneidet. Die zweite Projektion ist eine zur Axe senkrecht stehende Linie $a''b''$, welche gleich der Linie ab im Raume ist. Ist der Punkt a der Linie im Raume um $aa' = a^0a''$ von P' entfernt, so ist a'' ebenso weit von der Axe entfernt.

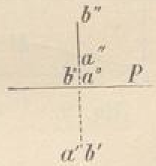


Fig. 3.

2. Die Linie ab steht senkrecht auf P''; Fig. 4.

Die zweite Projektion ist ein Punkt; die erste Projektion ist eine auf der Axe senkrecht stehende Linie $a'b' =$ der Linie ab im Raume. Ist a' um a^0a' von der Axe entfernt, so ist der Endpunkt a der Linie ab um ebenso viel von P'' entfernt.

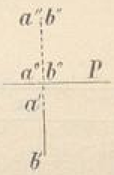


Fig. 4.

3. Die Linie ab ist parallel zu P'', aber geneigt gegen P'; Fig. 5.

$a'b'$ ist parallel zur Axe und erscheint verkürzt; $a''b''$ ist gleich der Linie ab und bildet, bis zur Axe verlängert, mit dieser denselben Winkel α, den die verlängerte Linie im Raume mit P' bildet.

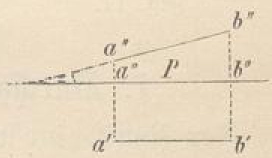


Fig. 5.

4. Die Linie ab ist parallel zu P', aber geneigt zu P''; Fig. 6.

$a''b''$ ist parallel zur Axe und erscheint verkürzt; $a'b'$ ist $= ab$ und bildet, bis zur Axe verlängert, mit dieser denselben Winkel β, welchen die verlängerte Linie ab mit P'' bildet.

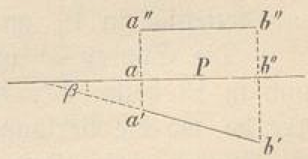


Fig. 6.

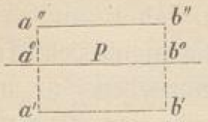


Fig. 7.

5. Die Linie ab ist parallel zu beiden Projektionsebenen; Fig. 7.

$a'b'$ und $a''b''$ sind parallel zur Axe und beide sind gleich der Linie ab im Raume.

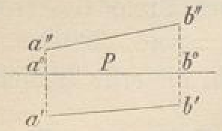


Fig. 8.

6. Die Linie ab ist geneigt gegen beide Projektionsebenen; Fig. 8.

Beide Projektionen $a'b'$ und $a''b''$ erscheinen verkürzt und schneiden bei gehöriger Verlängerung die Axe.

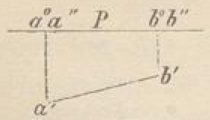


Fig. 9.

7. Die Linie ab liegt in P'; Fig. 9.

$a'b'$ fällt mit der Linie ab zusammen; die zweite Projektion $a''b''$ liegt in der Axe, fällt also auf a^0b^0.

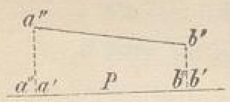


Fig. 10.

8. Die Linie ab liegt in P''; Fig. 10.

$a''b''$ fällt mit ab zusammen, die erste Projektien $a'b'$ liegt in der Axe und ist $= a^0b^0$.

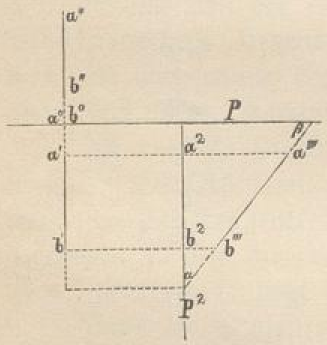


Fig. 11.

9. Die Linie ab liegt in einer Ebene, welche senkrecht auf P' und P'' steht; Fig. 11.

$a'b'$ und $a''b''$ bilden mit der Axe rechte Winkel. Zur Bestimmung der Länge der Linie bedarf es der dritten Projektionsebene; die Axe P^2 kann an einer beliebigen Stelle angenommen werden. Nun konstruire man a''' und b''', indem man $a^2a''' = a^0a''$ und $b^2b''' = b^0b''$ macht; $a'''b'''$ ist $=$ ab und bildet mit P^2 denselben Winkel α, welchen ab mit P' bildet, und mit P denselben Winkel β, welchen ab mit P'' bildet.

7. Durchgänge oder Spuren einer Linie.

Der Punkt, in welchem eine Linie bezw. deren Verlängerung eine Projektionsebene schneidet, heißt der Durchgang oder die Spur dieser Linie in der betreffenden Projektionsebene. Der Durchgang einer Linie ab in P' wird mit a^{I}, derjenige in P'' mit b^{II}, derjenige in $P_{,}$ mit a_{I} und derjenige in $P_{,,}$ mit b_{II} bezeichnet.

Die Spuren a^{I} und b^{II} liegen sowohl in der verlängerten ab, als auch in P' bezw. P'', folglich liegen die Projektionen der Spuren in der Axe da, wo die Verlängerungen von $a'b'$ und $a''b''$ dieselbe treffen. Um die Spuren einer Linie zu konstruiren, verlängere man daher beide Projektionen bis zur Axe, errichte in diesen Punkten auf der Axe Lothe in den der betreffenden Projektion entgegengesetzten Projektionsebenen und sind die Treffpunkte dieser Lothe mit den Verlängerungen der Projektionen die Spuren der Linie.

1. Die Linie ab liegt in einer Ebene, welche senkrecht auf P' und P'' steht; Fig. 12 und 12a.

NB. Die Konstruktionen sind in der ersten Figur stets in isometrischer Perspektive, in der zweiten in niedergeklappter Lage der Projektionsebenen gezeichnet.

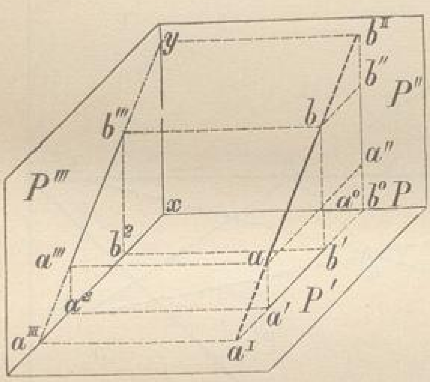


Fig. 12.

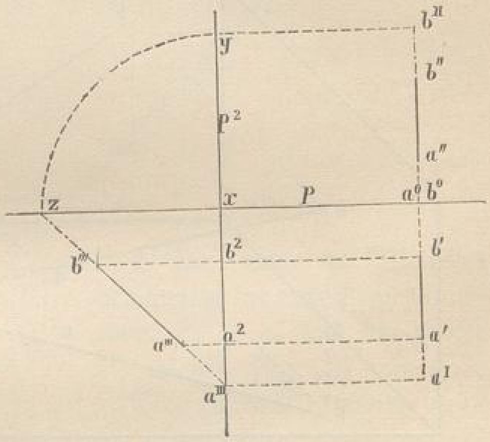


Fig. 12a.

$a'b'$ und $a''b''$ stehen senkrecht auf der Axe; um die Spuren a^{I} und b^{II} zu finden, bedarf es der dritten Projektionsebene. Es ist $a^2a''' = a^0a''$, $b^2b''' = b^0b''$, und $xy = xz = b^0b^{II}$. Um den ersten Durchgang zu erhalten, verlängere man $a'''b'''$ bis zu ihrem Durchschnitt a^{III} mit P^2 und ziehe $a^{III}a^{I}$ senkrecht auf P^2. Dieses Loth und die Verlängerung von $a'b'$ über a' hinaus schneiden sich in der Spur a^{I}.

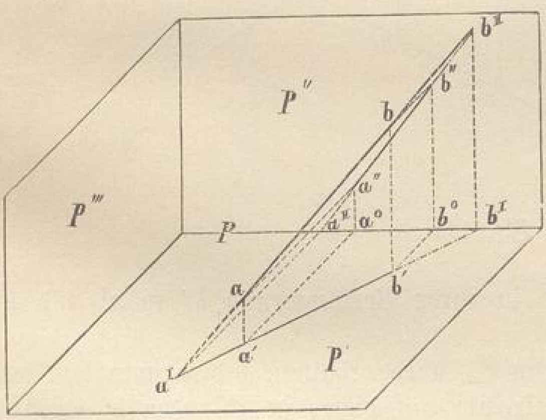


Fig. 13.

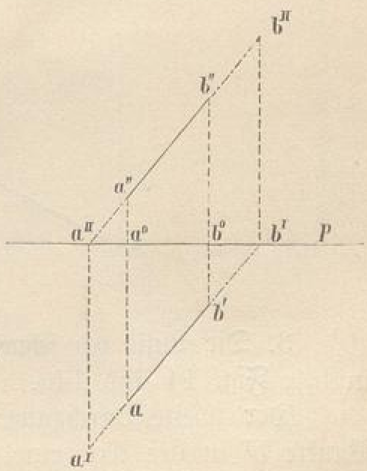


Fig. 13a.

2. Die Linie a b schneidet verlängert beide Projektionsebenen und die Verlängerungen a'b' und a" b" schneiden die Axe P; Fig. 13 und 13a.

Man verlängere a'b' bis an die Axe in b^I, errichte in b^I auf P ein Loth in P" bis an die Verlängerung von a"b", dann ist der Schnittpunkt die zweite Spur b^{II}. Um die erste Spur zu finden, verlängere man a"b" bis an die Axe in a^{II}, errichte in a^{II} ein Loth auf P in P' bis an die Verlängerung von a'b' in a^I, dann ist dieser Punkt die erste Spur der Linie a b.

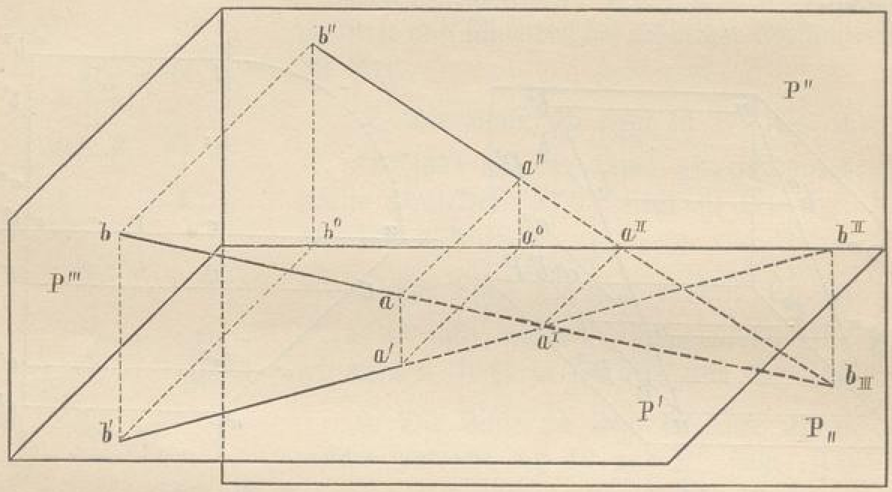


Fig. 14.

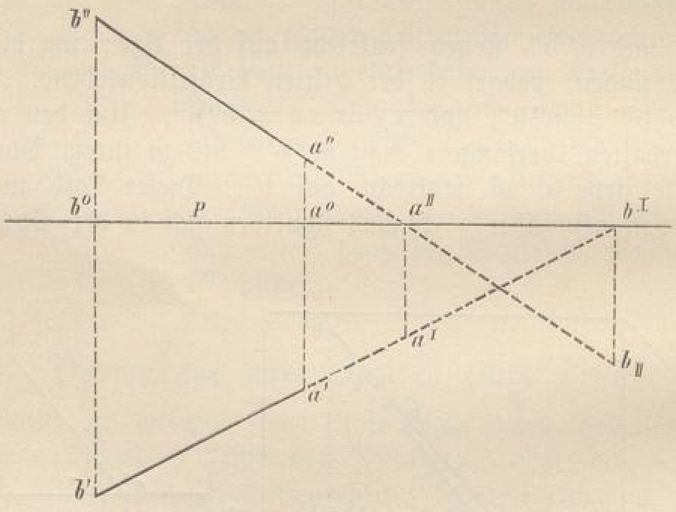


Fig. 14a.

3. Die Linie a b schneidet in ihrer Verlängerung P' in a^I und $P_{''}$ in b_{II}; Fig. 14 und 14a.

Der zweite Durchgang b_{II} in $P_{''}$ wird erhalten, indem man von dem Punkte b^I in der Axe eine Senkrechte auf dieser in $P_{''}$ oder P' errichtet bis zur verlängerten a"b".

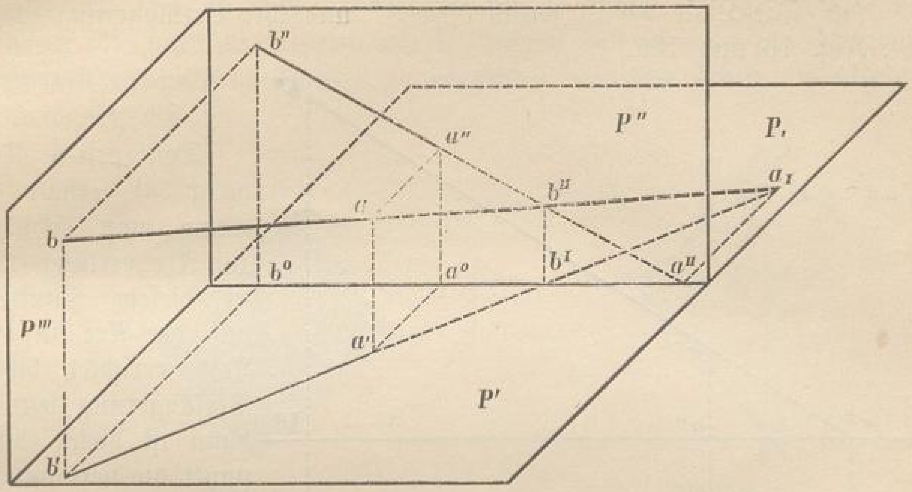


Fig. 15.

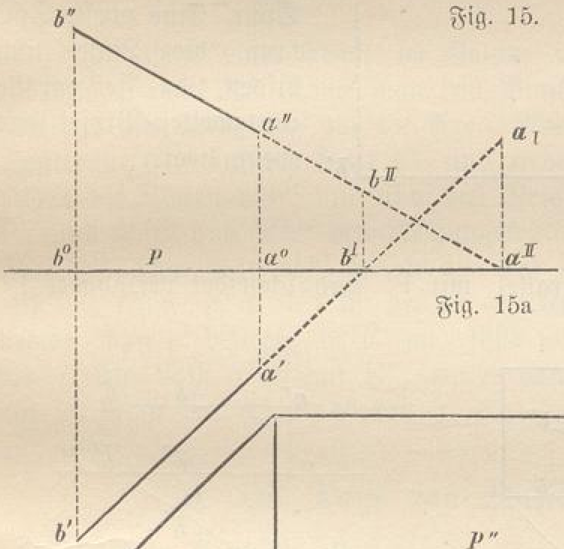


Fig. 15a

4. Die Linie a b schneidet verlängert die erste Projektionsebene P_I in a_I und die zweite P'' in b^{II}; Fig. 15 und 15a.

Den ersten Durchgang a_I in P_I erhält man, wenn man in dem Punkte a^{II} der Axe auf dieser eine Senkrechte in P_I oder P'' errichtet bis zur Verlängerung von $a'b'$.

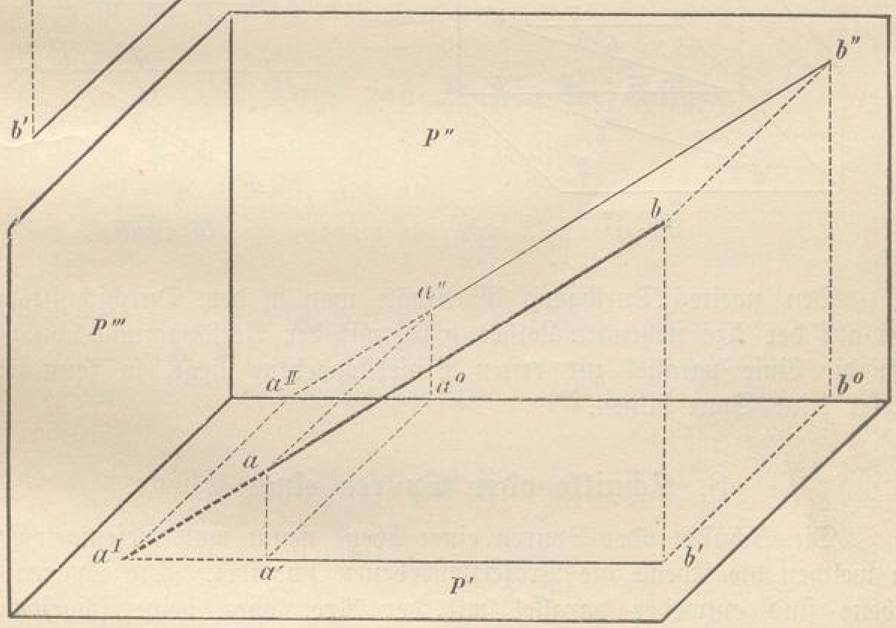


Fig. 16.

5. Die Linie ab ist parallel zu P" und ihre Verlängerung schneidet P'; Fig. 16 und 16a.

Blödsinnig!

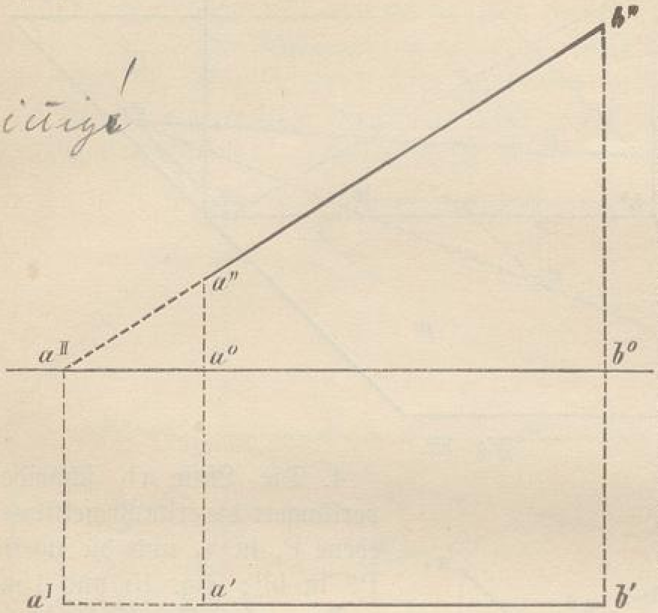


Fig. 16a.

Den ~~ersten~~ Durchgang aI erhält man, wenn man a" b" bis zur Axe verlängert, und in diesem Punkte aII auf der Axe in P' ein Loth errichtet bis zur Verlängerung von a'b'. dann ist dieser Schnittpunkt die verlangte erste Spur. Eine zweite Spur kann die Linie nicht bilden, da sie parallel zur zweiten Projektionsebene liegt. ?

6. Die Linie ab ist parallel mit P' und schneidet verlängert P"; Fig. 17 und 17a.

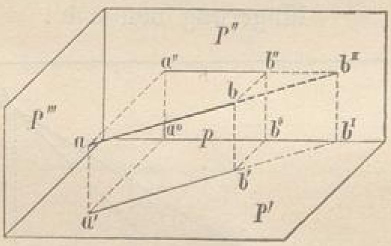


Fig. 17.

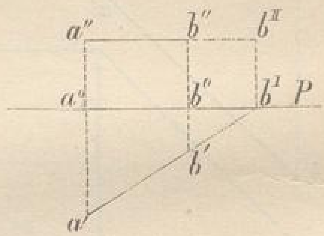


Fig. 17a.

Den zweiten Durchgang bII erhält man in dem Durchschnittspunkte des auf der Axe stehenden Lothes bI bII mit der Verlängerung von a" b". Da die Linie parallel zur ersten Projektionsebene liegt, so kann sie mit dieser keine Spur bilden.

8. Schnitte oder Spuren einer Ebene.

Die Schnitte oder Spuren einer Ebene nennt man diejenigen Linien, in welchen die Ebene die Projektionsebenen schneidet. Die Spuren einer Ebene sind entweder parallel mit der Axe, oder beide schneiden die Axe in ein und demselben Punkte. Bezeichnet man eine Ebene durch E,

Fig. 18 und 18a, so wird ihr Schnitt mit P′ durch E′, ihr Schnitt mit P″ durch E″ und ihr Schnitt mit P‴ durch E‴ bezeichnet. Schneiden die Spuren einer Ebene die Axe, so bezeichnet man den Punkt, in welchem dies geschieht, mit E^0.

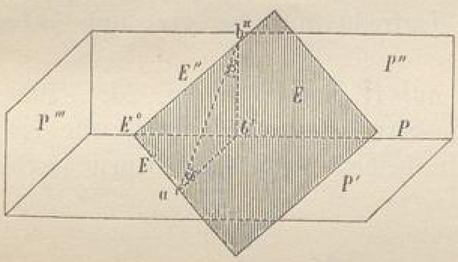


Fig. 18.

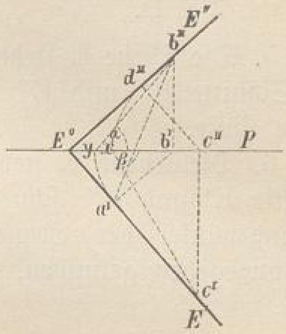


Fig. 18a.

Die Lage einer Ebene im Raume ist durch ihre Spuren bestimmt. In dem Schnitt E″ nehme man den Punkt b^{II} beliebig an und fälle von ihm aus ein Loth $b^{II} b^{I}$ auf die Axe. Aus dem Punkte b^{I} fälle man eine Senkrechte $b^{I} a^{I}$ auf die Spur E′, und ziehe die Linie $a^{I} b^{II}$, Fig. 18, dann bilden die Linien $a^{I} b^{II}$ und $a^{I} b^{I}$ den Neigungswinkel α der Ebene E mit P′, und $a^{I} b^{II}$ und $b^{I} b^{II}$ den Neigungswinkel β der Ebene E mit P″. In Fig. 18a trage man $a^{I} b^{I}$ von b^{I} aus auf die Axe ab, nach y, verbinde y mit b^{II}, dann ist $\measuredangle\, b^{I} y\, b^{II}$ der $\measuredangle\, \alpha$. Um hier den $\measuredangle\, \beta$ zu konstruiren, nehme man c^{I} beliebig in E′ an, fälle von c^{I} ein Loth $c^{I} c^{II}$ auf P und von c^{II} ein Loth $c^{II} d^{II}$ auf E″, mache dann $c^{II} x = c^{II} d^{II}$ und verbinde x mit c^{I}, so ist der $\measuredangle\, c^{I} x\, c^{II}$ der $\measuredangle\, \beta$.

9. Die Lage von Ebenen im Raume.

1. Die Ebene E ist parallel mit P′, steht also senkrecht auf P″; Fig. 19.

Der Schnitt E″ ist parallel zur Axe.

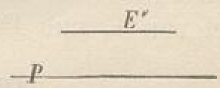


Fig. 19.

2. Die Ebene E ist parallel mit P″, steht also senkrecht auf P′; Fig. 20.

Der Schnitt E′ ist parallel zur Axe.

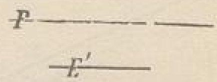


Fig. 20.

3. Die Ebene E steht senkrecht auf P′ und schneidet P″; Fig. 21.

Die Spur E′ bildet mit der Axe denselben $\measuredangle\, \alpha$, welchen die Ebene mit P″ bildet. Die Spur E″ steht senkrecht auf der Axe in E^0.

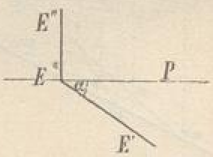


Fig. 21.

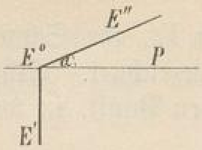


Fig. 22.

5. Die Ebene E steht senkrecht auf P'' und schneidet P'; Fig. 22.

E' steht senkrecht auf P in E^0; E'' bildet mit P denselben ∢ α, welchen E mit P' bildet.

5. Die Ebene E steht senkrecht auf beiden Projektionsebenen; Fig. 23. Die Schnitte E' und E'' stehen senkrecht auf der Axe und bilden eine gerade Linie.

6. Die Ebene E steht schief auf P' und P''; Fig. 24. Die beiden Schnitte E' und E'' schneiden die Axe in demselben Punkte E^0. Die Neigungswinkel der Ebene E mit beiden Projektionsebenen werden wie oben angegeben gefunden.

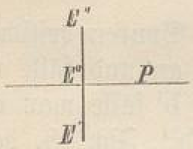


Fig. 23.

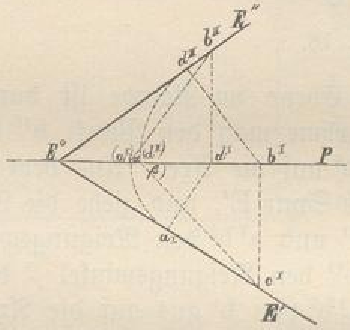


Fig. 24.

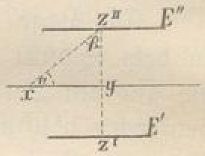


Fig. 25.

7. Die Ebene E ist parallel zur Axe, jedoch so, daß sie P' und P'' schneidet; Fig. 25. Beide Schnitte E' und E'' sind parallel zur Axe. Die Neigungswinkel der Ebene E mit P' und P'' findet man, indem man $z^{\mathrm{I}} y z^{\mathrm{II}}$ senkrecht auf die Axe zieht, $yx = yz^{\mathrm{I}}$ macht, und x mit z^{II} verbindet, dann ist α der Neigungswinkel von E und P' und β der Neigungswinkel von E und P''.

10. Konstruktions-Aufgaben.

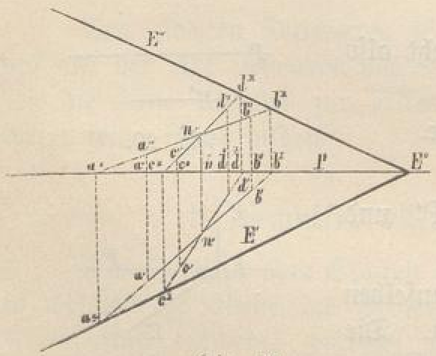


Fig. 26.

1. Zwei gegebene Linien ab und cd, deren Projektionen gegeben sind, schneiden sich in einem Punkte n. Es sollen die Schnitte einer Ebene E konstruirt werden, welche durch die Linien geht.

1. Auflösung. Fig. 26. Beide Linien schneiden P' und P''. Man konstruire beide Spuren der Linien ab und cd, verbinde a^{I} mit c^{I} und b^{II} mit d^{II} durch gerade Linien und verlängere dieselben bis zur Axe, dann sind diese Linien E' und E" die Spuren der Ebene E in P' und P" und müssen sich im Punkte E^0 der Axe treffen.

2. Auflösung. Fig. 27. Die Linie ab ist in solcher Lage angenommen, daß ihr erster Durchgang in P, und ihr zweiter in P" fällt, die Linie cd dergestalt, daß sie $P_{,,}$ und P' schneidet.

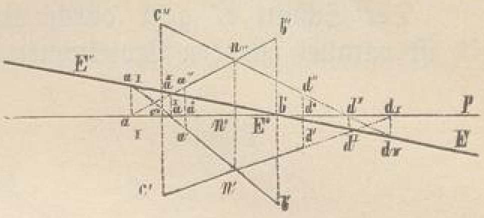


Fig. 27.

Der Schnitt E' geht durch die Durchgänge a_I und d^I; der zweite Schnitt durch a^{II} und d_{II} bezw. E^0. Die Schnitte werden nicht weiter gezeichnet, als sie in P' und P" enthalten sind.

3. Auflösung. Fig. 28. Die Linie ab schneidet beide Projektionsebenen, die Linie cd schneidet die erste und ist parallel mit der zweiten Projektionsebene.

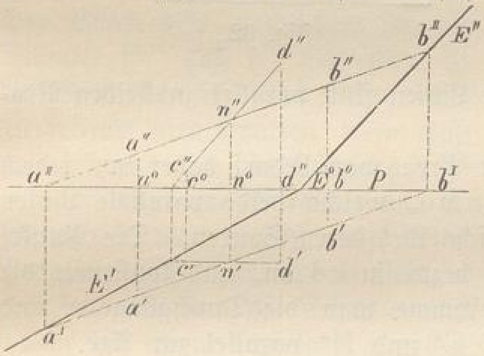


Fig. 28.

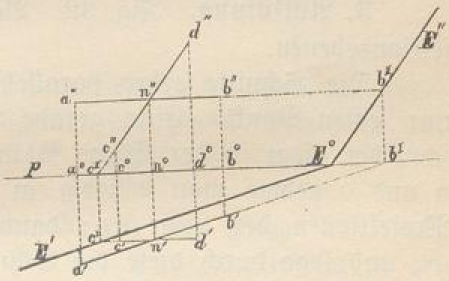


Fig. 29.

Der Schnitt E' geht durch die Durchgänge a^I und c^I, der zweite Schnitt E" durch den Durchgang b^{II} und durch E^0 und ist parallel zu c" d".

4. Auflösung. Fig. 29. Die Linie cd schneidet P' in c^I und ist parallel mit der zweiten Projektionsebene, ab schneidet P" in b^{II} und ist parallel zu P'.

E' geht durch c^I und ist parallel mit a'b'; E" geht durch die Spur b^{II} und durch E^0 und ist parallel mit c" d".

2. Es sind die Projektionen zweier paralleler Linien gegeben; es sollen die Schnitte der Ebene E konstruirt werden, welche durch die Linien geht.

NB. Parallele Linien haben parallele Projektionen.

1. Auflösung. Fig. 30. Beide Linien schneiden beide Projektionsebenen. Die Schnitte E' und E" der Ebene E gehen durch die Spuren a^I und c^I, bezw. b^{II} und d^{II} der Linien ab und cd.

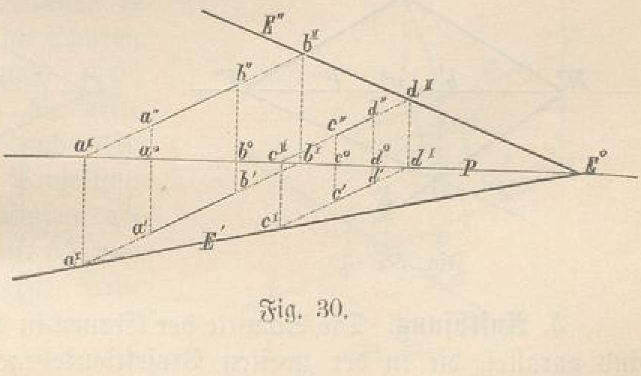


Fig. 30.

2. Auflösung. Fig. 31. Jede der beiden Linien schneidet die erste Projektionsebene und ist parallel mit der zweiten.

Der Schnitt E′ geht durch die Durchgänge a^{I} und c^{I}, der Schnitt E″ ist parallel mit den Projektionen a″b″ und c″d″, und geht durch E^0.

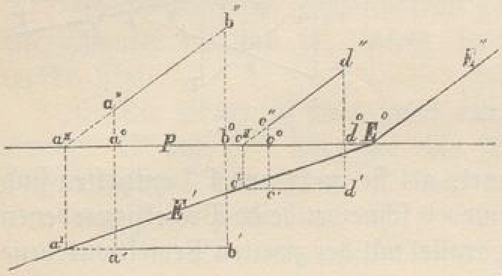


Fig. 31.

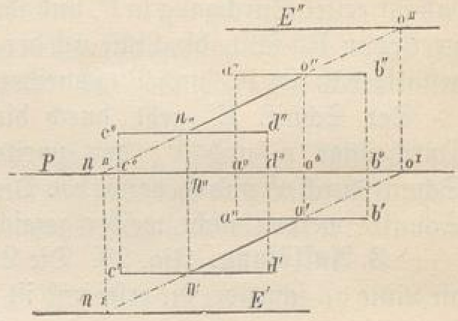


Fig. 32.

3. Auflösung. Fig. 32. Beide Linien sind parallel zu beiden Projektionsebenen.

Die Schnitte gehen parallel zur Axe; man bedarf daher von jedem nur einen Punkt. Eine gerade Linie no, welche beide parallele Linien schneidet, liegt in der Ebene E und schneidet deren Spuren. Die Punkte n und o nehme man beliebig in ab bezw. in cd an, und konstruire die Projektionen der Linie no; dann bestimme man die Durchgänge n^{I} und o^{II}, und lege durch diese die Schnitte E′ und E″ parallel zur Axe.

3. Es sind die Schnitte zweier sich schneidenden Ebenen E und F gegeben; es soll die Durchschnittslinie ab dieser Ebenen konstruirt werden.

1. Auflösung. Fig. 33. Die Schnitte beider Ebenen schneiden sich. Da die Durchschnittslinie ab in beiden Ebenen liegt, so sind die Punkte, in welchen die Spuren sich schneiden, die Schnitte der Durchschnittslinie. Fällt man also von a^{I} und b^{II} Lothe auf die Axe und verbindet die Endpunkte derselben mit a^{I} und b^{II}, so sind $a^{\mathrm{I}}a^{\mathrm{II}}$ und $b^{\mathrm{I}}b^{\mathrm{II}}$ die Projektionen der Durchschnittslinie.

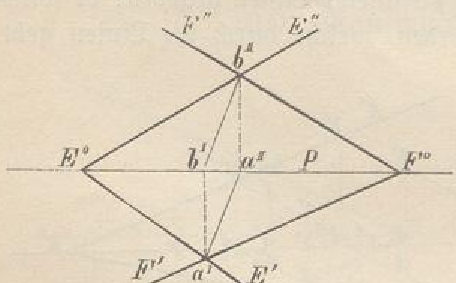


Fig. 33.

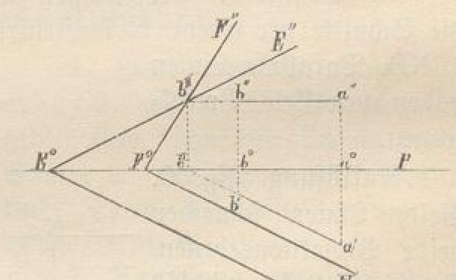


Fig. 34.

2. Auflösung. Die Schnitte der Ebenen in der ersten Projektionsebene sind parallel, die in der zweiten Projektionsebene schneiden sich. Fig. 34.

Die erste Projektion a′b′ ist parallel mit den Schnitten E′ und F′, ausgehend vom Fußpunkte des Lothes $b^I b^{II}$, die zweite Projektion a″ b″ ist parallel mit der Axe, von b^{II} ausgehend.

3. Auflösung. Die Schnitte beider Ebenen sind parallel zur Axe. Fig. 35.

Die Durchschnittslinie der beiden Ebenen ist parallel mit beiden Projektionsebenen, die Projektionen der Durchschnittslinie sind daher parallel zur Axe. Die Ebenen E und F stehen auf P‴ senkrecht; die Schnitte E‴ und F‴ bilden daher mit der Axe P^2 dieselben Winkel α und β, welche die Ebenen mit P′ bilden. Der Punkt b^{III}, in welchem sich die Schnitte E‴ und F‴ schneiden, ist die Spur der Linie ab; ihre erste Projektion wird erhalten, wenn man von b^{III} aus eine Senkrechte auf P^2 fällt und diese in P′ verlängert, oder von b^{III} aus eine Parallele zur Axe P zieht; die zweite Projektion von ab erhält man, wenn man $b^0 b'' = b^2 b^{III}$ macht und durch b″ eine Parallele a″ b″ zur Axe P zieht.

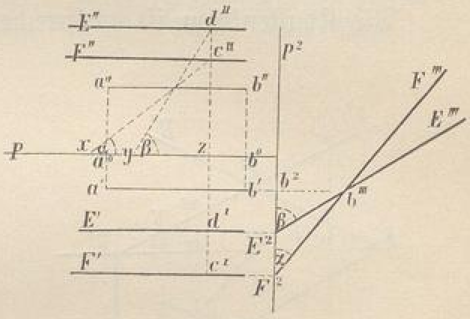


Fig. 35.

4. Es sind die Schnitte einer Ebene E und eine gerade Linie ab, welche die Ebene schneidet, gegeben; es soll der Durchschnittspunkt n der Linie mit der Ebene konstruirt werden.

1. Auflösung. Jede Ebene F, welche durch die Linie ab gelegt wird, schneidet die Ebene E in einer geraden Linie cd, welche die Linie ab in n schneidet. Der verlangte Durchschnittspunkt wird also in dem Durchschnittspunkte der Linien ab und cd erhalten. Durch eine gerade Linie lassen sich aber unendlich viele Ebenen legen, deren jede eine andere Lage hat. Die Ebene F wird zunächst so angenommen, daß sie senkrecht auf P′ steht, aber P″ schneidet. Ihr Schnitt F′ fällt mit a′b′ zusammen, ihr Schnitt F″ steht senkrecht auf der Axe. Fig. 36.

Die Punkte c^I und d^{II}, in welchen die Schnitte der Ebenen E und F sich schneiden, sind die Spuren der Linie cd und demnach $c^{II} d^{II}$ deren zweite Projektion; die erste Projektion fällt mit E′ und a′b′ zusammen. Die zweite Projektion des Schnittpunktes der Linien ab und cd ist der Schnittpunkt n″ von a″ b″ und $c^{II} d^{II}$; die erste Projektion n′ liegt senkrecht darunter in a′b′.

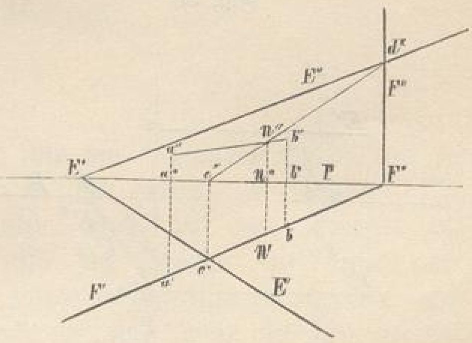


Fig. 36.

2. Auflösung. Die durch ab gelegte Ebene F steht senkrecht auf P" und schneidet P'. Fig. 37.

Die Konstruktion ist ähnlich wie in Fig. 36 auszuführen.

3. Auflösung. Die Linie ab steht senkrecht auf der ersten Projektionsebene. Fig. 38.

Die Konstruktion ist entsprechend den beiden vorigen auszuführen.

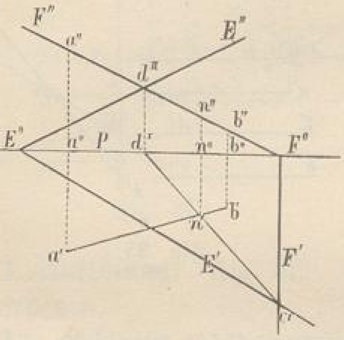


Fig. 37.

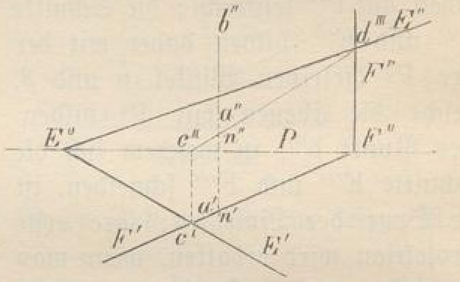


Fig. 38.

5. Es sind die Schnitte einer Ebene E gegeben und die Projektionen eines Punktes a; durch den Punkt a soll eine gerade Linie konstruirt werden, welche auf der Ebene E senkrecht steht.

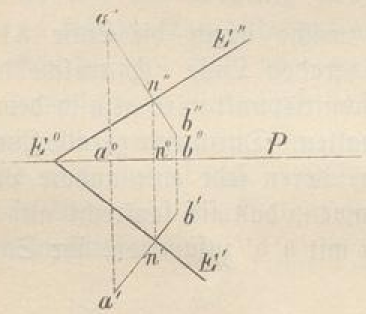


Fig. 39.

Die Schnitte E' und E" schneiden die Axe. Fig. 39.

Steht eine gerade Linie senkrecht auf 2 sich schneidenden geraden Linien, so steht sie auch senkrecht auf der Ebene, welche durch die beiden Linien bestimmt ist. Die Schnitte E' und E" sind 2 in der Ebene E liegende gerade Linien, welche sich schneiden. Fällt man daher von a' und a" aus Lothe auf E' bezw. E", so sind diese die Projektionen des verlangten Lothes.

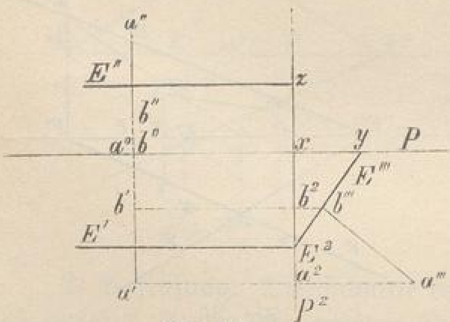


Fig. 40.

2. Auflösung. Die Schnitte der Ebene E sind parallel zur Axe. Fig. 40.

Zur Ausführung der Konstruktion bestimme man a''' und E''', und demnächst a'''b''' senkrecht auf E''', dann ist $xy = xz$, $a^2a''' = a^0a''$ und $b^0b'' = b^2b'''$.

Die verlängerte $b^2 b''$ trifft das von a' auf E' gefällte Loth in b', und ist dann a' b' die erste Projektion des verlangten Lothes, sowie a" b" senkrecht auf E" und in der Verlängerung von a' b' die zweite Projektion desselben ist.

6. Es sind die Projektionen dreier Punkte gegeben; es sollen die Spuren der Ebene E konstruirt werden, welche durch diese Punkte bestimmt ist. Fig. 41.

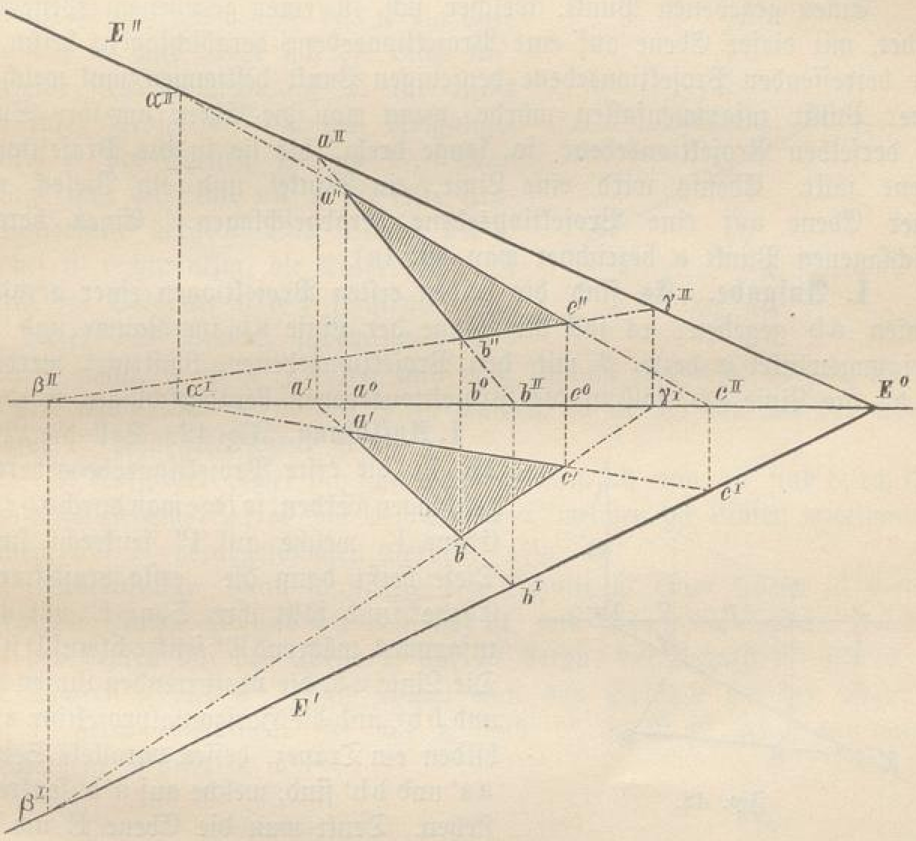


Fig. 41.

Durch die 3 Punkte a, b und c sind die 3 geraden Linien ab, ac und bc bestimmt, welche ebenfalls in der Ebene E liegen. Die Spuren dieser 3 Linien müssen also auch in den Spuren der Ebene E liegen. Konstruirt man also die Spuren der Linien ab, ac und bc, welche β^I, b^I und c^I, sowie α^{II} a^{II} und γ^{II} ergeben, und verbindet dieselben durch gerade Linien, so sind diese die Spuren der Ebene E.

11. Das Herabschlagen oder Bestimmung der Größe und Lage von Linien und Flächen, welche durch ihre Projektionen gegeben sind.

Eine begrenzte gerade Linie herabschlagen heißt, aus den Projektionen dieser Linie die Linie selbst konstruiren. Ebenso wird ein Winkel oder ein Vieleck herabgeschlagen werden, wenn man aus den Projektionen den Winkel oder das Vieleck im Raume konstruirt.

Einen gegebenen Punkt, welcher sich in einer gegebenen Ebene befindet, mit dieser Ebene auf eine Projektionsebene herabschlagen, heißt, in der betreffenden Projektionsebene denjenigen Punkt bestimmen, mit welchem jener Punkt zusammenfallen würde, wenn man die Ebene um ihre Spur in derselben Projektionsebene so lange dreht, bis sie in die Projektionsebene fällt. Ebenso wird eine Linie, ein Winkel und ein Vieleck mit einer Ebene auf eine Projektionsebene herabgeschlagen. Einen herabgeschlagenen Punkt a bezeichnet man mit (a).

1. Aufgabe. Es sind die beiden ersten Projektionen einer geraden Linien ab gegeben; es soll die Länge der Linie ab im Raume und ihr Neigungswinkel α bezw. β mit den Projektionsebenen konstruirt werden, d. h. die Linie ab soll in die Projektionsebenen herabgeschlagen werden.

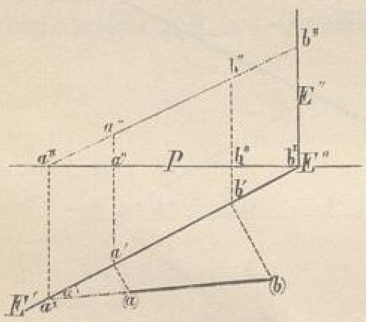


Fig. 42.

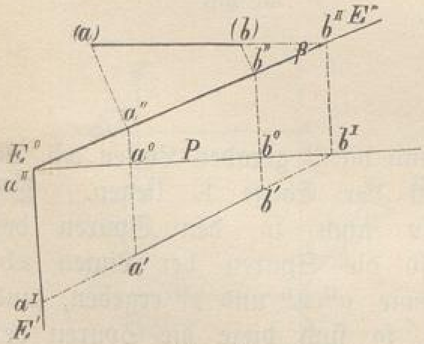


Fig. 43.

1. Auflösung. Fig. 42. Soll die Linie ab in die erste Projektionsebene herabgeschlagen werden, so lege man durch ab eine Ebene E, welche auf P' senkrecht steht. Diese heißt dann die „erste projicirende Ebene" und fällt ihre Spur E' mit a'b' zusammen, während E'' senkrecht auf P steht Die Linie ab, die projicirenden Linien aa' und bb', und die Horizontalprojektion a'b' bilden ein Trapez, dessen parallele Seiten aa' und bb' sind, welche auf a'b' senkrecht stehen. Denkt man die Ebene E um E' gedreht, bis sie mit P' zusammenfällt, so wird dadurch das Trapez aa'b'b mit der Ebene E in die erste Projektionsebene herabgeschlagen. Man mache also a' (a) $\perp$ a'b' und $=$ a^0a'', b' (b) $\perp$ a'b' und $=$ b^0b'', und verbinde (a) mit (b), so ist diese Linie die Linie ab im Raume. Die Verlängerung von (a) (b) bildet mit E' den Neigungswinkel α der Linie ab mit P'.

2. Auflösung. Fig. 43. Soll die Linie ab in die zweite Projektionsebene herabgeschlagen werden, so legt man durch ab eine Ebene E, die „zweite projicirende Ebene", welche auf P″ senkrecht steht, und verfährt dann wie in der ersten Auflösung, d. h. man schlägt die Linie ab mit der Ebene E auf die zweite Projektionsebene herab.

2. Aufgabe. Von einer Ebene E, welche schief auf der Horizontalebene steht, ist nur die erste Spur gegeben; sie ist außerdem bestimmt durch die beiden Projektionen eines in ihr liegenden Punktes n. Der Punkt n soll mit der Ebene E auf die erste Projektionsebene herabgeschlagen werden. Fig. 44.

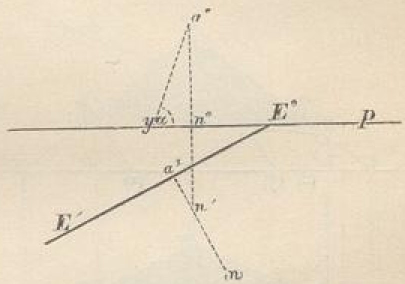


Fig. 44.

Auflösung. Man fälle von n′ ein Loth n′a¹ auf E′ und denke sich die Linie na¹. Dieselbe steht senkrecht auf E′ und bildet mit ihrer Projektion n′a¹ den Neigungswinkel α der Ebenen E und P′. Man schlage nun die Linie na¹ in die erste Projektionsebene herab. Das Dreieck nn′a¹ ist bei n′ rechtwinklig, die Kathete nn′ ist gleich der Ordinate n⁰a″; konstruirt man an dieser das Dreieck, indem man n⁰y = n′a¹ macht, so ist a″y = na¹ und man braucht nur a¹n′ über n′ hinaus zu verlängern, und a¹(n) = a″y zu machen, so ist (n) der mit der Ebene E auf P′ herabgeschlagene Punkt n.

3. Aufgabe. Zwei sich schneidende Linien ab und cd sind durch ihre Projektionen gegeben; es soll der Winkel α, welchen die Linien miteinander bilden, auf P′ herabgeschlagen werden. Fig. 45.

Auflösung. Man konstruire den Schnitt E′ einer Ebene E, welche durch die Linien ab und cd bestimmt ist, und schlage die Strecken na und nc der Linien mit der Ebene E auf P′ herab; der Schnitt E′ geht durch die Spuren a¹ und c¹; dann schlägt man den Punkt n mit der Ebene E auf P′ herab, verbindet (n) mit a¹ und c¹, so ist a¹(n)c¹ der herabgeschlagene Winkel α.

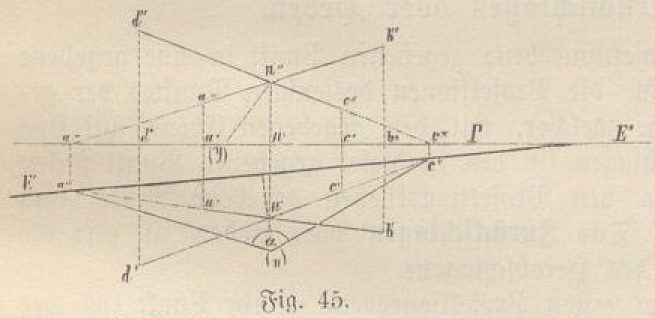


Fig. 45.

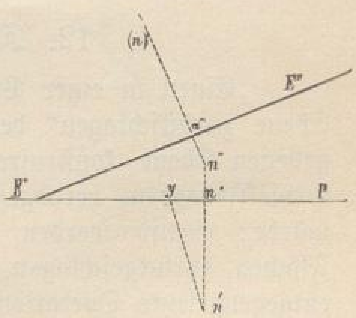


Fig 46.

4. Aufgabe. Von einer Ebene E sind die Spur E″ und die Projektionen eines in ihr liegenden Punktes n gegeben; es soll der Punkt n mit der Ebene E auf P″ herabgeschlagen werden. Fig. 46.

Auflösung. Dieselbe ist entsprechend der in Fig. 44 ausgeführten zu machen, sodaß (n) den mit E herabgeschlagenen Punkt n in P″ ergiebt.

5. Aufgabe. Es sind die Projektionen eines Dreiecks abc gegeben; es soll das Dreieck in die erste Projektionsebene herabgeschlagen werden. Fig. 47

Auflösung. Man konstruire den Schnitt E′ der Ebene E, in welcher das Dreieck liegt, und schlage das Dreieck mit der Ebene E auf die erste Projektionsebene herab.

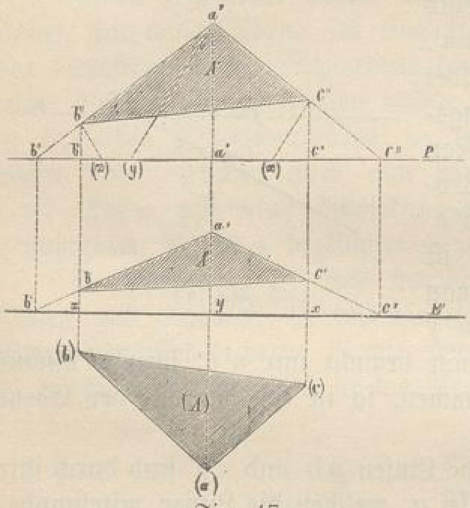


Fig. 47.

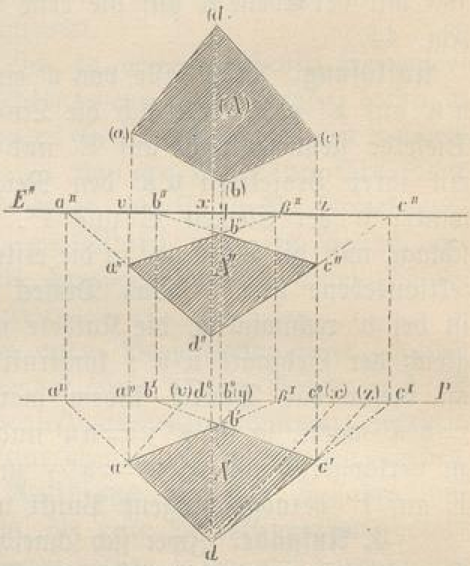


Fig. 48.

6. Aufgabe. Ein durch seine Projektionen gegebenes Viereck abcd soll in die zweite Projektionsebene herabgeschlagen werden. Fig. 48.

Auflösung. Man konstruire die zweite Spur der Ebene E, in welcher das Viereck liegt, und schlage das Viereck mit dieser Ebene E auf P″ herab. Zu beachten ist hierbei, daß die Projektionen des Vierecks richtig konstruirt werden, damit auch alle 4 Ecken desselben in der Ebene E liegen.

12. Zurückschlagen oder Heben.

„Einen in einer Projektionsebene gegebenen Punkt in eine gegebene Ebene zurückschlagen“ heißt, die Projektionen desjenigen Punktes der gegebenen Ebene konstruiren, welcher, mit der gegebenen Ebene auf jene Projektionsebene herabgeschlagen, in den in dieser gegebenen Punkt fallen würde; ebenso werden in den Projektionsebenen gegebene Winkel und Flächen zurückgeschlagen. Das **Zurückschlagen** oder **Heben** ist also die entgegengesetzte Operation des Herabschlagens.

1. Aufgabe. In der ersten Projektionsebene ist ein Punkt (n), der Schnitt E′ einer Ebene E, in welcher der Punkt n liegt, und der Neigungswinkel α der Ebene E mit P′ gegeben; der Punkt (n) soll in die Ebene E zurückgeschlagen werden. Fig. 49.

Auflösung. Man fälle von (n) ein Loth auf E', trage den gegebenen Winkel α an die Axe P in P'', oder an x (n) im Punkte x an, mache den Schenkel (x) [n] oder xn = x(n), fälle von [n] oder n ein Loth [n] (n') auf P oder nn' auf (n) x, oder trage (x) (n') von x auf x (n) bis n' ab; dann fälle man von n' ein Loth auf die Axe P und verlängere dasselbe in der zweiten Projektionsebene bis $n^0 n'' = (n')[n]$ ist, so sind n' und n'' die Projektionen des zurückgeschlagenen Punktes (n).

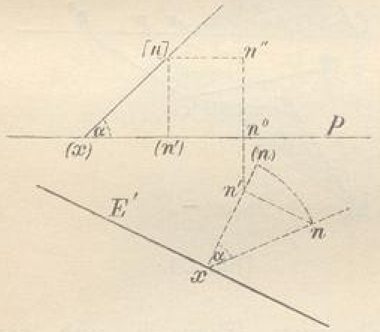


Fig. 49.

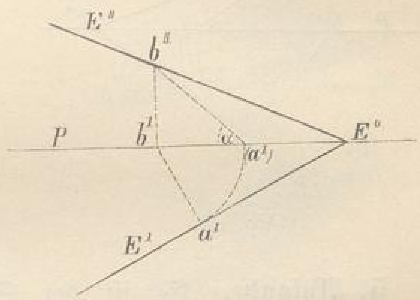


Fig. 50.

2. Aufgabe. Es ist der Schnitt E' einer Ebene E und deren Neigungswinkel α mit der ersten Projektionsebene gegeben, es soll der Schnitt E'' konstruirt werden. Fig. 50.

Auflösung. Man errichte in dem in E' beliebig angenommenen Punkte a^1 auf E^1 ein Loth $a^I b^I$, trage von b^I aus dasselbe auf die Axe ab, sodaß $b^1 (a^1) = a^I b^1$ ist, trage ferner den $\sphericalangle \alpha$ im Punkte (a^I) an die Axe an und errichte in b^1 auf P ein Loth, welches den Schenkel des Winkels α in b^{II} schneidet. Verbindet man nun b^{II} mit E^0, so ist diese Linie die Spur E^{II} der Ebene E.

3. Aufgabe. Es ist der Schnitt E^{II} einer Ebene E und der Neigungswinkel β derselben mit der zweiten Projektionsebene gegeben, es soll der Schnitt E^1 konstruirt werden. Fig. 51.

Auflösung. Die Konstruktion ist ähnlich wie die vorhergehende auszuführen.

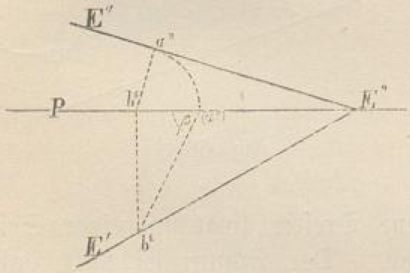


Fig. 51.

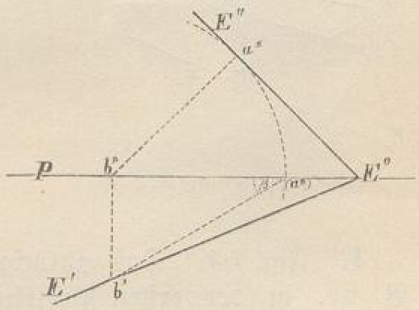


Fig. 52.

4. Aufgabe. Es ist der Schnitt E^1 einer Ebene E und deren Neigungswinkel β mit der zweiten Projektionsebene gegeben, es soll der Schnitt E^{II} konstruirt werden. Fig. 52.

Auflösung. Von dem im Schnitt E^I beliebig angenommenen Punkte b^I fälle man das Loth $b^I b^{II}$ auf die Axe, lege durch b^I an die Axe den Winkel β und schlage mit $b^{II}(a^{II})$ um b^{II} einen Kreis. Legt man nun von E^0 aus eine Tangente an diesen Kreis, so ist dieselbe der Schnitt E^{II} der Ebene E.

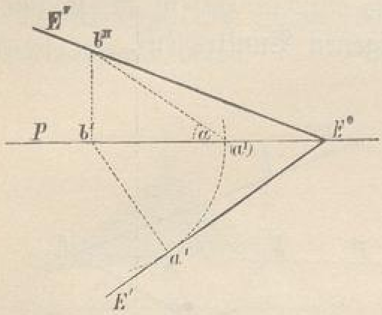


Fig. 53.

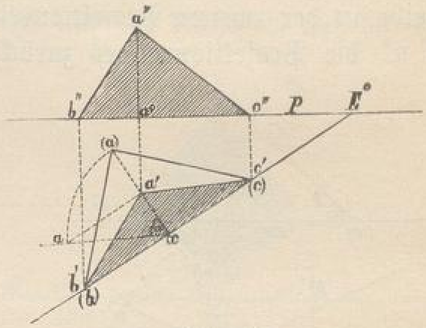


Fig. 54.

5. Aufgabe. Es ist der Schnitt E^{II} einer Ebene E und deren Neigungswinkel α mit der Horizontalebene gegeben, es soll der Schnitt E^I konstruirt werden. Fig. 53.

Auflösung. Dieselbe ist ähnlich wie in Fig. 52 auszuführen.

6. Aufgabe. Die Projektionen eines Dreiecks a b c zu konstruiren, welches mit der ersten Projektionsebene den Winkel α bildet.

Auflösung. Man schlage das Dreieck a b c in die Ebene E zurück, welche mit P′ den $\measuredangle\ \alpha$ bildet. Hierbei sind folgende 3 Fälle möglich.

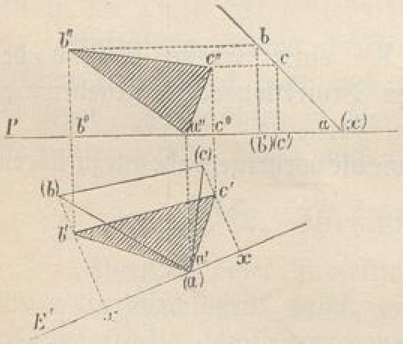


Fig. 55.

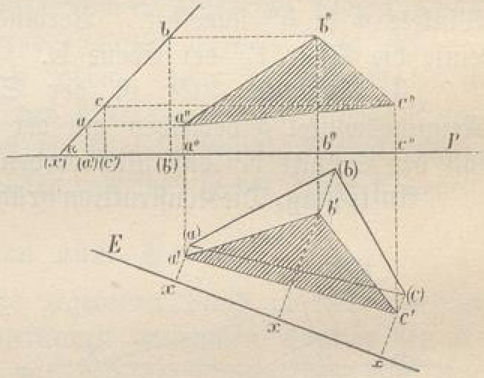


Fig. 56.

1. Fig. 54. Das zurückgeschlagene Dreieck liegt mit einer Seite, z. B. bc, in der ersten Projektionsebene. Der Schnitt E^I fällt daher mit (b) (c) zusammen und es ist nur der Punkt (a) mit der Ebene E zurückzuschlagen, um beide Projektionen des Dreiecks zeichnen zu können.

2. Fig. 55. Das Dreieck a b c berührt mit einer Ecke, z. B. a, die erste Projektionsebene; dieselbe bleibt also beim Heben in P′ liegen und es sind nur die Eckpunkte (b) und (c) in die Ebene E zurückzuschlagen.

3. Das Dreieck abc liegt mit keiner Ecke in einer der Projektionsebenen und müssen demnach alle drei Eckpunkte in die Ebene E zurückgeschlagen werden. Fig. 56.

7. Aufgabe. Die Projektionen eines Vierecks abcd zu konstruiren, welches mit der ersten Projektionsebene den Winkel α bildet.

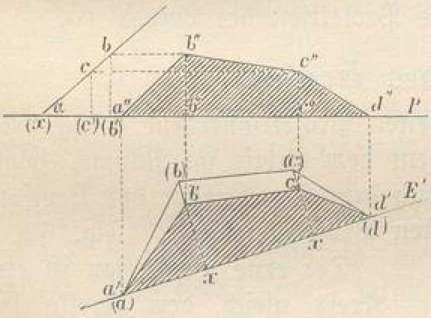


Fig. 57.

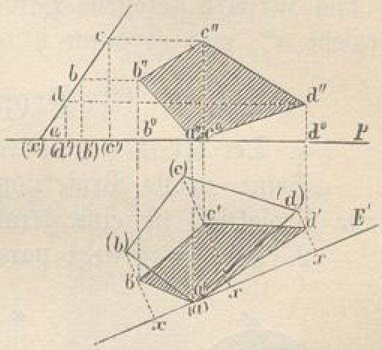


Fig. 58.

Auflösung. Das Viereck abcd ist mit der Ebene E, welche mit P′ den Winkel α bildet, zu heben. Es ergeben sich hier dieselben drei Fälle wie in der vorigen Aufgabe, und ist die Lösung diesen analog auszuführen.

1. Fig. 57. Die eine Seite ad des gehobenen Vierecks abcd liegt in E′ und P′.

2. Fig. 58. Die eine Ecke a des Vierecks abcd liegt in P, und E′.

3. Fig. 59. Das gehobene Viereck abcd berührt keine der Projektionsebenen.

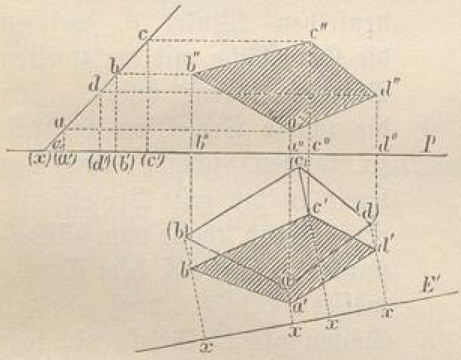


Fig. 59.

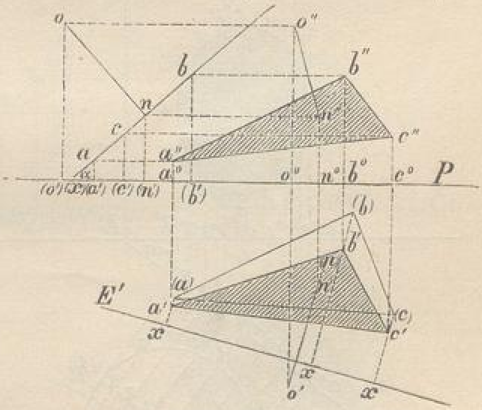


Fig. 60.

8. Aufgabe. Ein Dreieck abc, welches mit der Horizontalebene den Winkel α bildet, ist in diese Ebene herabgeschlagen; auf dem Dreiecke steht im Punkte n ein Loth no; es sollen die Projektionen des Dreiecks und des Lothes konstruirt werden. Fig. 60.

Auflösung. Man schlage das Dreieck abc mit dem Punkte n in die Ebene E zurück, welche mit P' den $\sphericalangle \alpha$ bildet. Die Projektionen des Punktes o findet man, indem man $(x)n = x(n)$ macht, in n auf der Neigungslinie ein Loth errichtet, welches $=$ no wird, und von o ein Loth auf die Axe fällt. Macht man nun n'o', welche senkrecht auf E' steht, gleich (n')(o'), so ist n'o' die erste Projektion des Lothes; die zweite Projektion ergiebt sich, wenn man von o' ein Loth auf die Axe fällt und dasselbe bis an eine von o aus zur Axe gezogene Parallele verlängert. Der Schnittpunkt mit dieser ergiebt o'', und ist dann n''o'' die zweite Projektion des Lothes no.

13. Projektionen des Kreises.

1. Der Kreis liegt parallel zur zweiten Projektionsebene. Fig. 61.

Seine zweite Projektion ist kongruent dem Kreise im Raume, seine erste Projektion ist eine gerade Linie gleich dem Durchmesser des Kreises.

2. Der Kreis liegt parallel zur ersten Projektionsebene. Fig. 62.

Die erste Projektion ist ein Kreis gleich dem Kreise im Raume; die zweite Projektion ist eine gerade Linie gleich dem Durchmesser des Kreises.

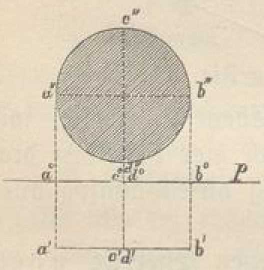


Fig. 61.

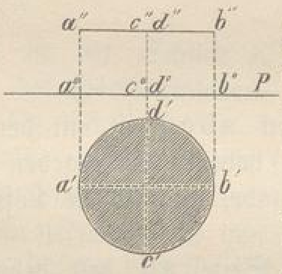


Fig. 62.

3. Die Ebene des Kreises steht senkrecht auf der ersten Projektionsebene und schneidet die zweite. Fig. 63.

Die zweite Projektion ist eine Ellipse, die erste eine gerade Linie, welche gleich dem Durchmesser des Kreises ist; dieselbe bildet mit der Axe denselben Winkel α, welchen die Kreisfläche mit der zweiten Projektionsebene bildet. Um die zweite Projektion zeichnen zu können, schlage man den Kreis in die erste Projektionsebene herab, theile vom Mittelpunkte o aus auf dem Durchmesser (a)(b) nach beiden Seiten gleiche Stücke ab, lege durch die Theilpunkte 1, 2, 3 ꝛc. Senkrechte zu (a)(b) bis a' b', und fälle von den Punkten 1', 2', 3' ꝛc. Lothe auf die Axe, welche in die

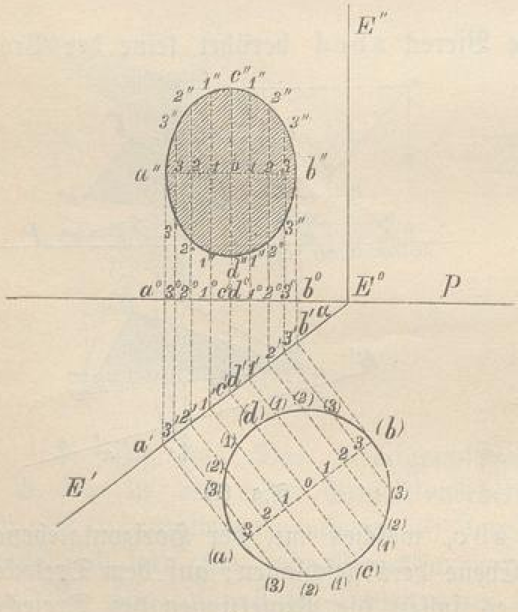


Fig. 63.

zweite Projektionsebene hinein verlängert werden. Die Ordinaten $1^0 1''$, $2^0 2''$ ꝛc. mache man $= 1'$ (1), $2'$ (2) ꝛc., und ergiebt dann die Verbindung der Punkte c'', $1''$, $2''$ ꝛc. die zweite Projektion des Kreises.

4. Die Ebene des Kreises steht senkrecht auf der zweiten Projektionsebene und schneidet die erste. Fig. 64.

Die erste Projektion ist eine Ellipse, die zweite eine gerade Linie gleich dem Durchmesser des Kreises, welche mit der Axe den Neigungswinkel α der Kreisfläche mit P' bildet. Um die erste Projektion zeichnen zu können, schlage man den Kreis in die zweite Projektionsebene herab, und hebe ihn dann mit einer Ebene E, welche mit P' den Winkel α bildet. Es wird dann $d^0\, d' = d''$ (d), $c^0\, c' = c''$ (c), $b^0\, b' = b''$ (b), $a^0\, a' = a''$ (a), $2^0\, 2' = 2''$ (2), $3^0\, 3' = 3''$ (3) ꝛc.

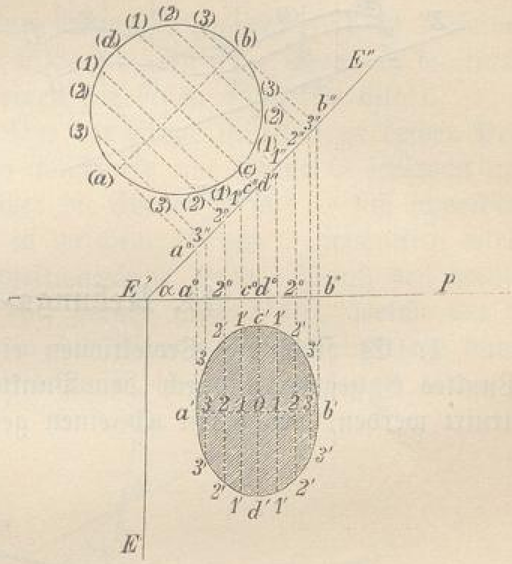


Fig. 64.

5. Die Ebene des Kreises steht schief auf beiden Projektionsebenen. Fig. 65.

Beide Projektionen sind Ellipsen. Man hebe den in die erste Projektionsebene herabgeschlagenen Kreis, welcher mit P' den Winkel α bildet, mit einer Ebene E, welche mit P' ebenfalls den Winkel α bildet.

Aufgabe. Die Projektionen einer in die erste Projektionsebene herabgeschlagenen ge-

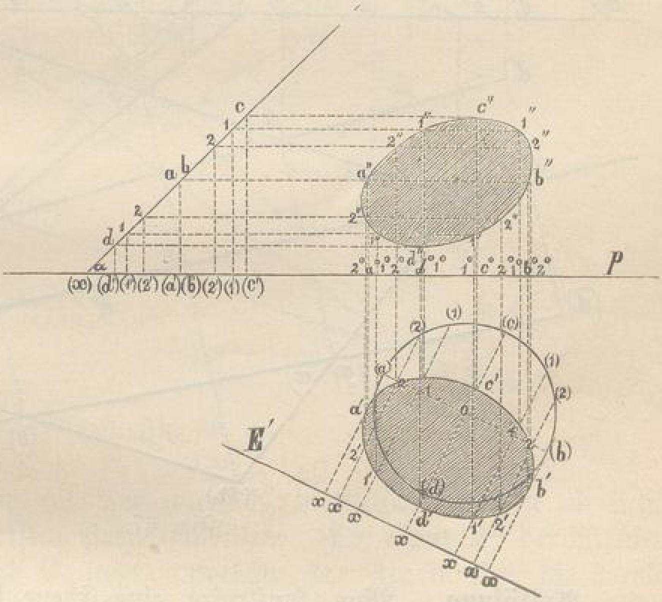


Fig. 65.

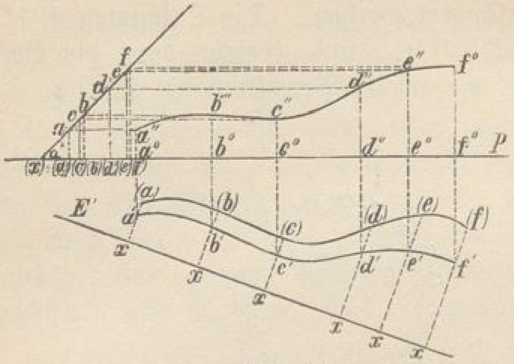


Fig. 66.

krümmten Linie zu konstruiren, welche in einer Ebene E liegt, die mit P′ den Winkel α bildet. Fig. 66.

Man schlage die krumme Linie mit der Ebene E zurück, indem man eine größere Anzahl von Punkten derselben hebt.

14. Uebungs-Aufgaben.

1. Es sind die Projektionen einer geraden Linie ab und eines Punktes c gegeben; durch den Punkt c soll eine gerade Linie de konstruirt werden, welche mit ab einen gegebenen Winkel α bildet. Fig. 67.

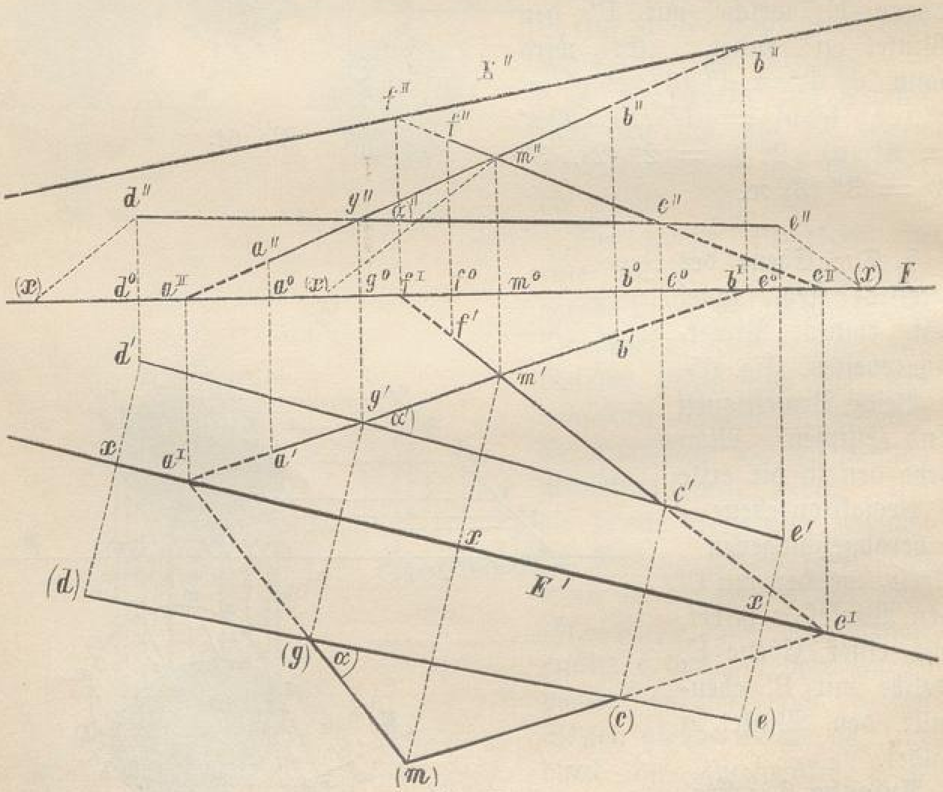


Fig. 67.

Auflösung. Man konstruire eine Ebene E, in welcher ab und der Punkt c liegen, schlage ab und c mit der Ebene E auf eine der

Projektionsebenen herab, z. B. auf die erste, lege durch (c) eine Linie (d)(e), welche mit (a)(m) den ∢ α im Punkte (g) bildet und schlage die Linie de in die Ebene E zurück.

Die Ebene E erhält man, wenn man durch c eine beliebige Gerade cf legt, welche ab in m schneidet.

2. Es sind die Spuren einer Ebene E gegeben und in derselben eine gerade Linie ab; durch die Linie ab soll eine Ebene F konstruirt werden, welche mit der Ebene E einen gegebenen Winkel α bildet.

1. Auflösung. Fig. 68. Die Lage der Ebene ist schief zu beiden Projektionsebenen angenommen. Man konstruire eine Ebene G senkrecht auf ab, bestimme die Linie cd, in welcher die Ebenen E und G sich schneiden, und schlage cd und den Punkt n, in welchem ab von G geschnitten wird, mit der Ebene G auf die erste Projektionsebene herab. Durch den herabgeschlagenen Punkt (n) lege man eine gerade Linie p^{I}(q), welche mit c^{I}(d) den ∢ α bildet, schlage pq in die Ebene G zurück und lege durch die Linien ab und pq eine Ebene, dann ist diese die verlangte Ebene F

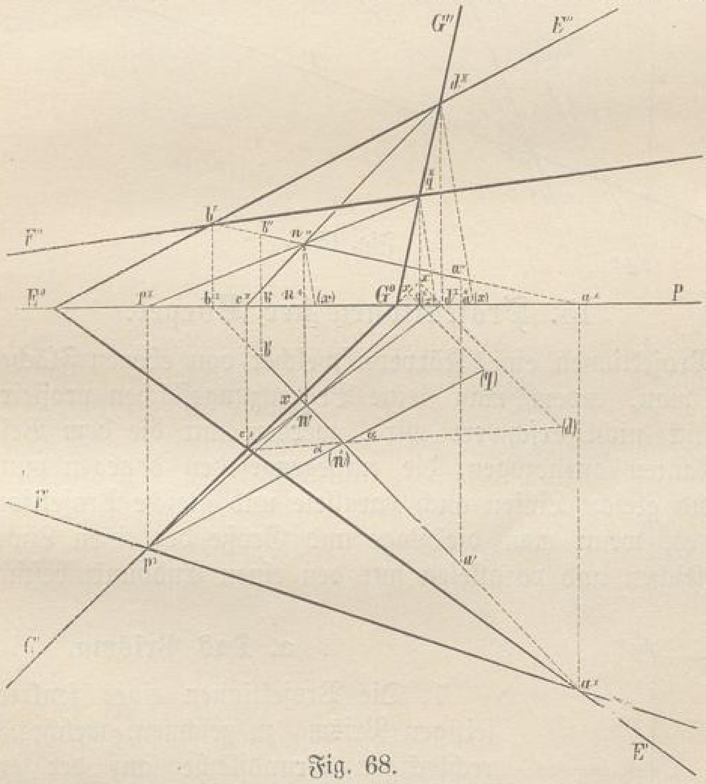


Fig. 68.

2. Auflösung. Fig. 69. Die Ebene E, in welcher die Linie ab liegt, steht senkrecht auf der ersten Projektionsebene. Die Spur d^{II} der Schnittlinie der Ebenen E und G liegt unterhalb der Axe in $P_{,,}$; die herabgeschlagene Linie mit dem Punkte n fällt in den Schnitt E'; im Uebrigen ist die Konstruktion dieselbe wie in der 1. Auflösung.

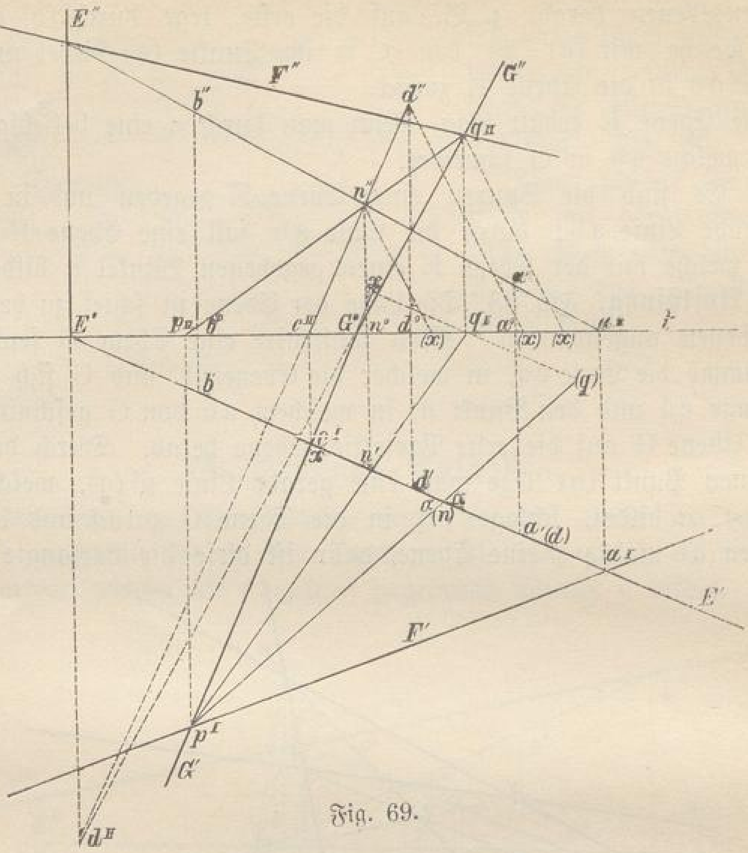


Fig. 69.

15. Projektionen der Körper.

Die Projektionen eines Körpers, welcher von ebenen Flächen begrenzt ist, erhält man, indem man seine Begrenzungsflächen projicirt. Damit der Ueberblick nicht erschwert wird, werden nur die dem Beschauer zugekehrten Kanten ausgezogen, die entgegengesetzen dagegen punktirt. Da parallele und gleiche Linien auch parallele und gleiche Projektionen geben, so genügt es, wenn man die Lage und Größe der einen Linie und von jeder ihr gleichen und parallelen nur den einen Endpunkt bestimmt.

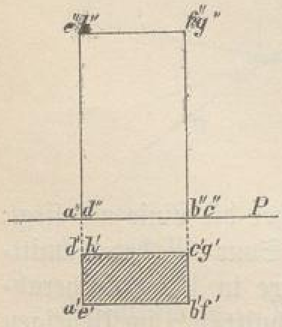


Fig. 70.

a. Das Prisma.

1. Die Projektionen eines senkrechten vierseitigen Prisma zu zeichnen, welches mit seiner rechteckigen Grundfläche auf der ersten Projektionsebene steht und von welchem 2 Seitenebenen parallel zur zweiten Projektionsebene liegen. Fig. 70.

Die Seitenkanten stehen senkrecht auf P'; die erste Projektion des Körpers ist demnach gleich der Grundebene abcd. In der zweiten

Projektion stehen die Seitenkanten senkrecht auf der Axe und die Projektion des Körpers ist gleich der Seitenfläche abfe.

2. Die Projektionen eines normalen vierseitigen Prisma mit rechteckiger Grundfläche zu zeichnen, welches mit dieser auf der ersten Projektionsebene steht und dessen Seitenebenen mit der zweiten Projektionsebene einen Winkel α bilden. Fig. 71.

Man trage den Winkel α in der ersten Projektionsebene an die Axe an, lege an den Schenkel derselben die erste Projektion, d. h. die Grundebene des Prisma aus Fig. 70, und konstruire dann die zweite Projektion.

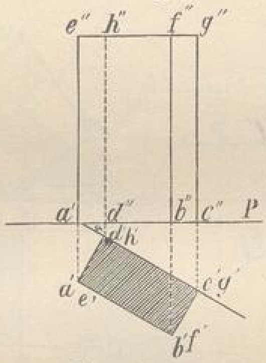


Fig. 71.

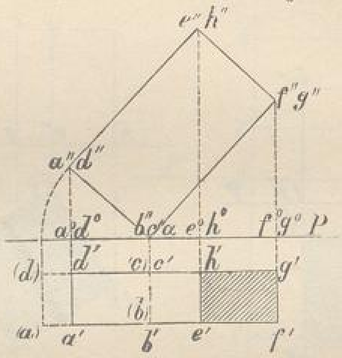


Fig. 72.

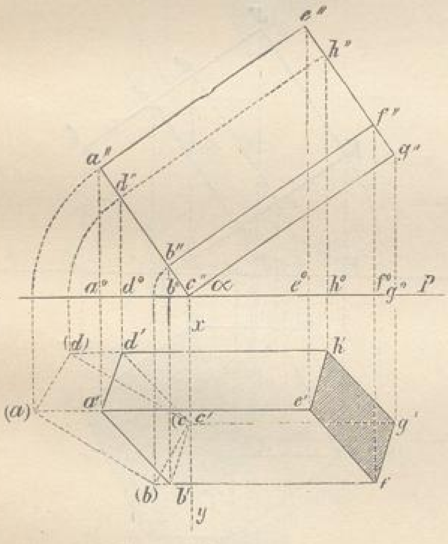


Fig. 73.

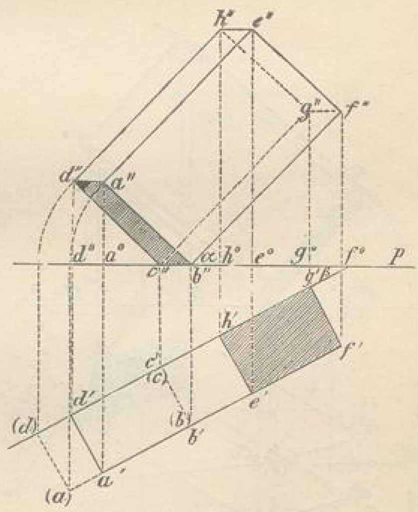


Fig. 74.

3. Die Seitenfläche bcgf des Prisma Fig. 70 bildet mit der Horizontalebene einen Winkel α, die Seitenflächen abfe und cdhg sind parallel zur zweiten Projektionsebene. Fig. 72.

Man trage den Winkel α an die Axe in der Vertikalebene an, zeichne an den Schenkel des Winkels α die zweite Projektion der Fig. 70 und konstruire dann die erste Projektion; die Entfernungen der Endpunkte von der Axe sind gleich den Entfernungen derselben in Fig. 70.

4. Die Seitenkante cg des Prisma Fig. 71 bildet mit P′ den Winkel α, die Seitenflächen stehen schief zu P″ und alle Seitenkanten laufen parallel zu P″. Fig. 73.

Man trage den Winkel α an die Axe in der zweiten Projektionsebene an, lege an den Schenkel des Winkels α die zweite Projektion aus Fig. 71 und konstruire dann die erste Projektion.

5. Die Seitenfläche cbfg der Fig. 72 bildet mit P′ den Winkel α, die Seitenfläche cdhg mit P″ den Winkel β, und die Grundkante bc steht auf der ersten Projektionsebene. Fig. 74.

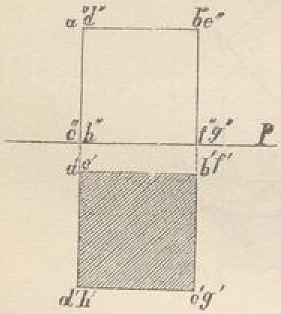


Fig. 76.

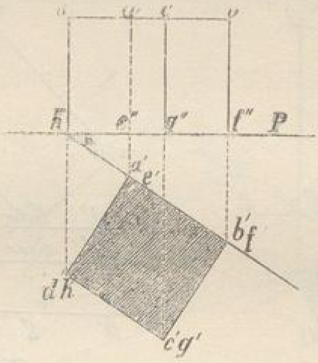


Fig. 77.

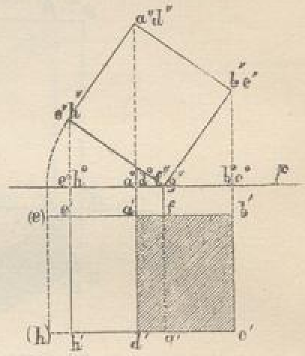


Fig. 78.

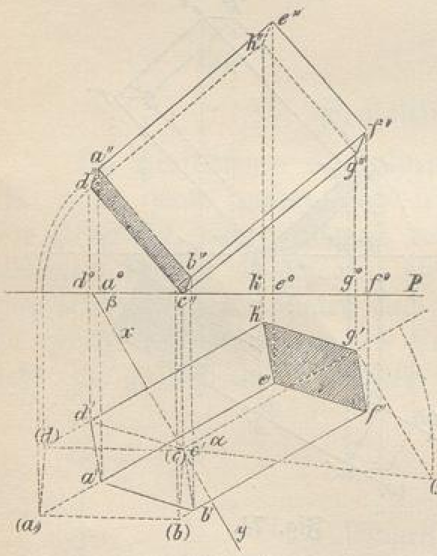


Fig. 75.

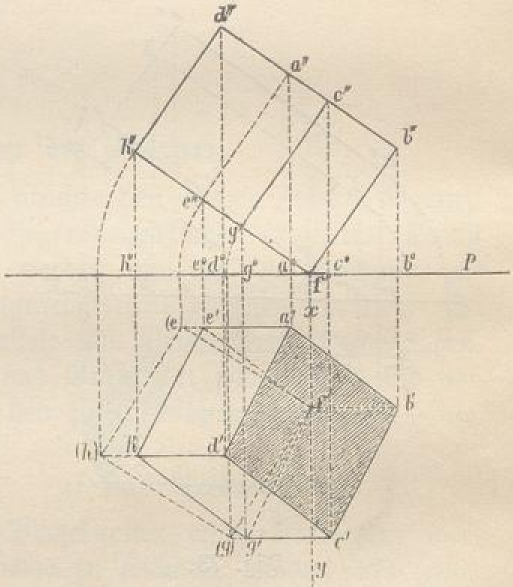


Fig. 79.

Man lege den ∢ β in der Horizontalebene an die Axe, und zeichne an seinen Schenkel in P′ die erste Projektion aus Fig. 72. Die Ordinaten in der Vertikalebene sind gleich den Ordinaten derselben Ebene in Fig. 72 zu machen.

6. Das Prisma Fig. 73 ist mit der Drehungsaxe xy so gedreht, daß diese Axe in P′ mit der Axe P den ∢ β bildet. Die Ecke c bleibt auf P′ stehen, und die Höhenlage sämtlicher Eckpunkte bleibt dieselbe wie in Fig. 73; Fig. 75.

Die erste Projektion wird an die Drehungsaxe xy angetragen und dann die zweite Projektion gebildet. Die Ordinaten in P″ sind gleich den Ordinaten in Fig. 73, weil sich die Höhenlage der Eckpunkte bei der Drehung nicht verändert hat.

7. Die Projektionen eines Würfels in denselben 6 Lagen zu zeichnen, wie diejenigen des vierseitigen Prisma waren, Figuren 76, 77, 78, 79, 80 und 81, und in Fig. 82 derart, daß die Längskante gc des Würfels in P′ liegt und parallel zu P″ ist.

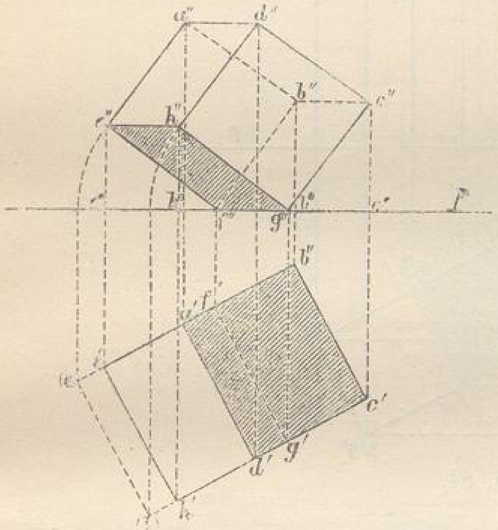


Fig. 80.

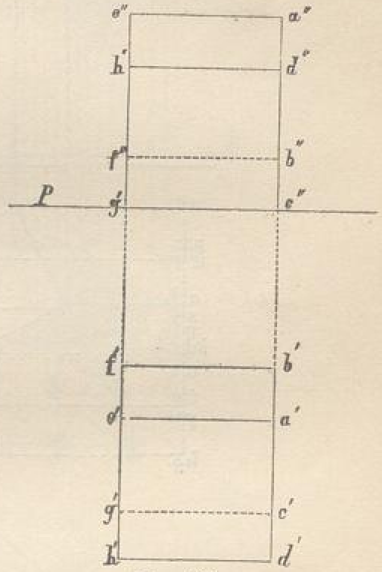


Fig. 82.

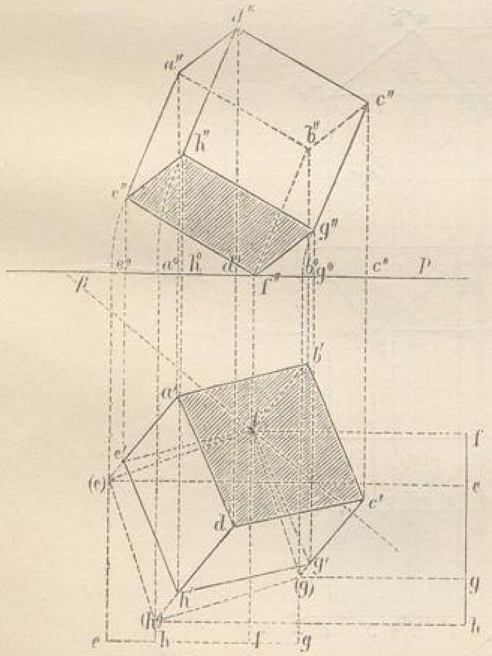


Fig. 81.

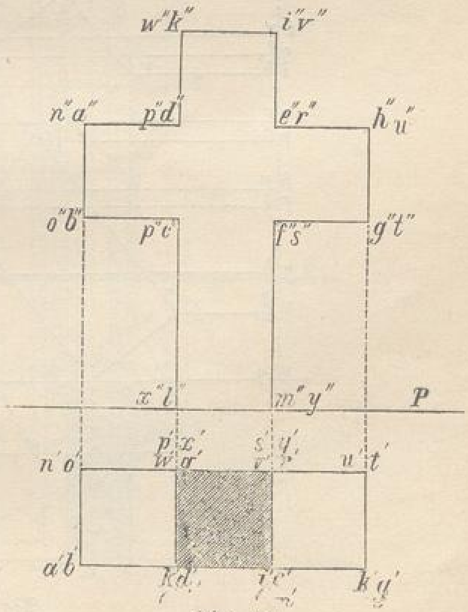


Fig. 83.

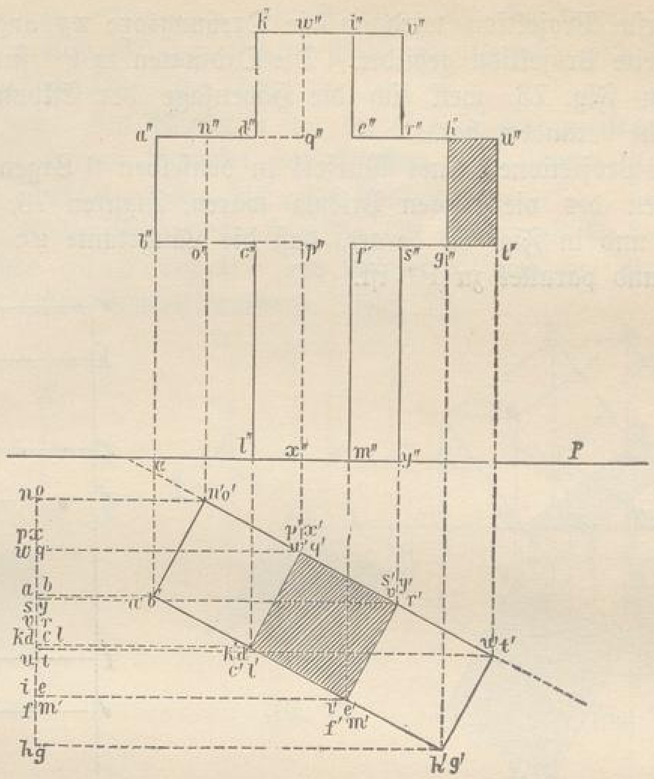


Fig. 84.

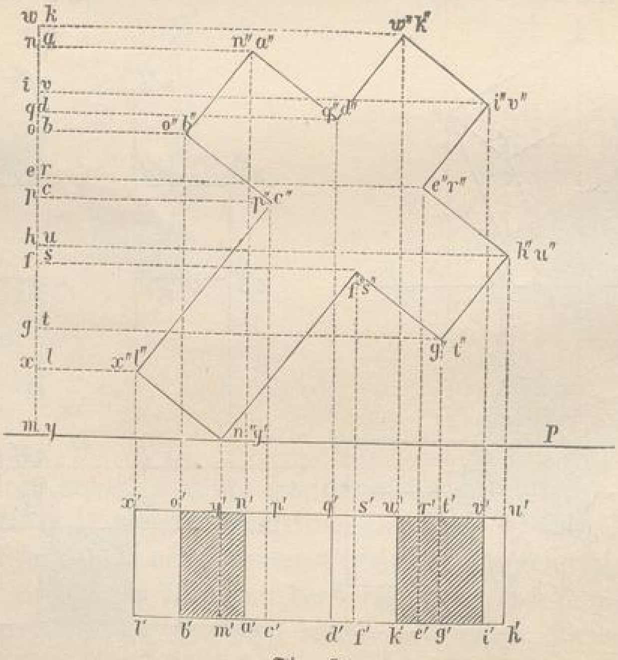


Fig. 85.

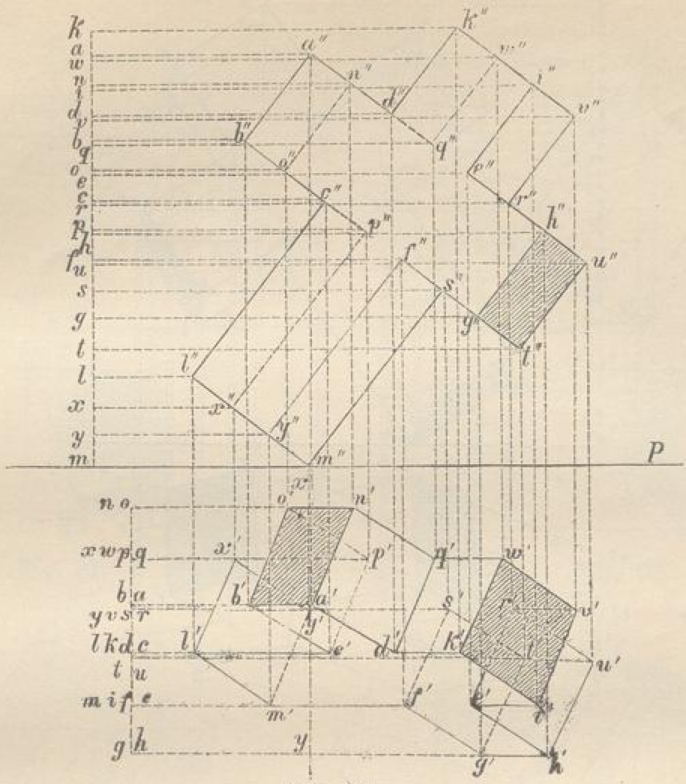


Fig. 86.

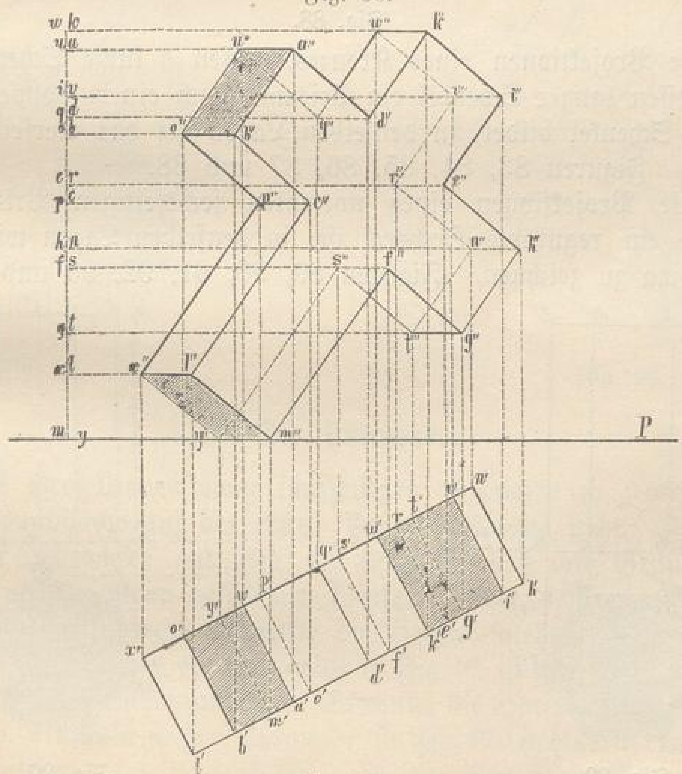


Fig. 87.

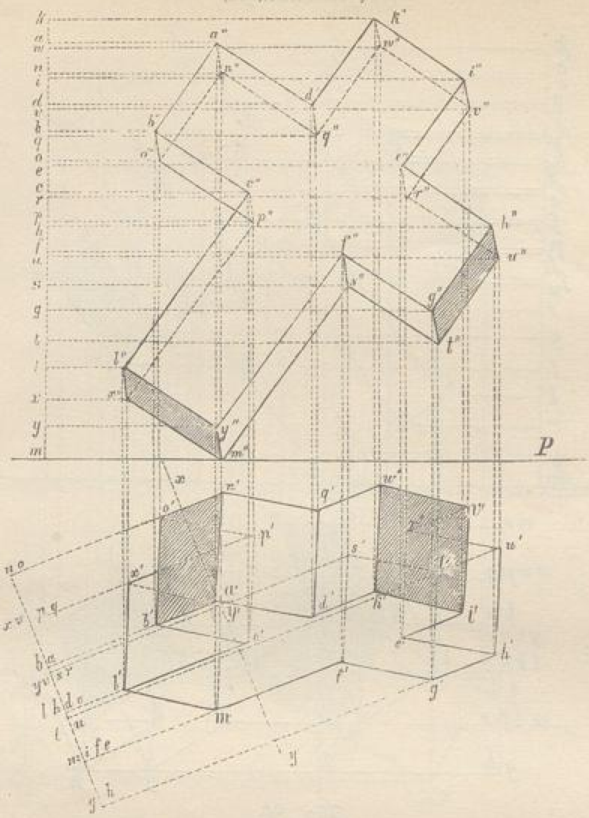


Fig. 88.

8. Die Projektionen eines Kreuzes, dessen 3 kurze Schenkel Würfel sind und dessen langer Schenkel ein Prisma gleich einem doppelten Würfel der kleinen Schenkel bildet, in denselben Lagen als das vierseitige Prisma zu zeichnen. Figuren 83, 84, 85, 86, 87 und 88.

9. Die Projektionen eines normalen sechsseitigen Prisma, dessen Grundfläche ein reguläres Sechseck ist, in denselben Lagen wie das vierseitige Prisma zu zeichnen. Figuren 89, 90, 91, 92, 93 und 94.

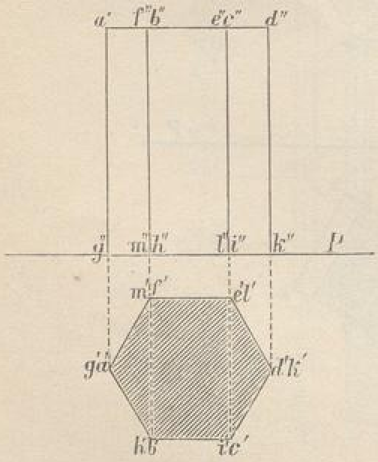


Fig. 89.

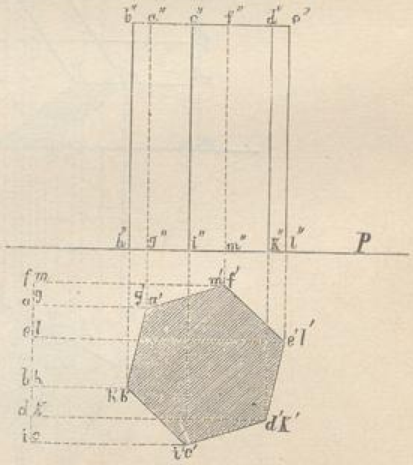


Fig. 90.

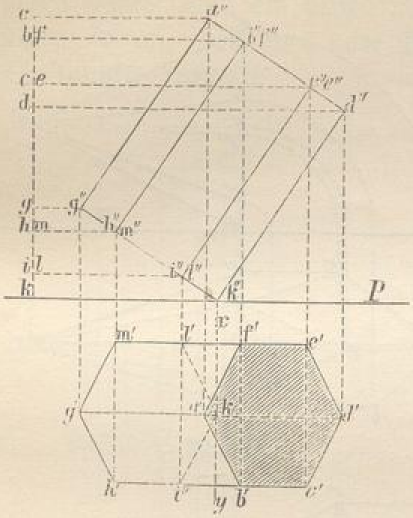


Fig. 91.

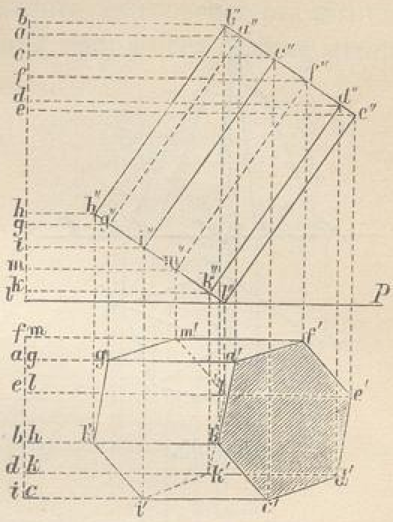


Fig. 92.

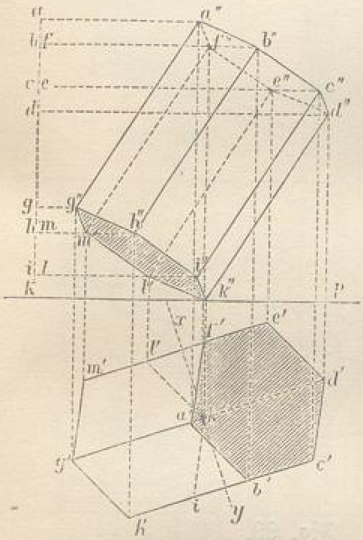


Fig. 93.

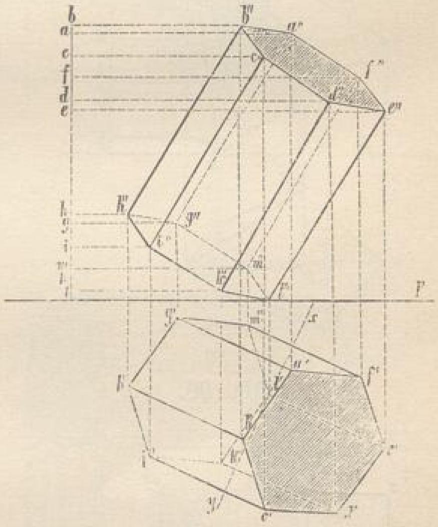


Fig. 94.

b. Die Pyramide.

1. Die Projektionen einer fünfseitigen Pyramide zu zeichnen, welche mit ihrer Grundfläche auf der ersten Projektionsebene steht. Fig. 95.

2. Die Pyramide aus Fig. 95 steht so, daß ihre Grundebene mit der Horizontalebene einen gegebenen Winkel α bildet, senkrecht zur Vertikalebene steht und mit einem Eckpunkte die Horizontalebene berührt. Fig. 96.

3. Die Grundebene der Pyramide in Fig. 95 ist geneigt zu beiden Projektionsebenen und berührt mit einem Eckpunkte die Horizontalebene. Fig. 97.

4. Die Grundebene der Pyramide in Fig. 95 steht mit einer Ecke auf der Horizontalebene und ist senkrecht zu beiden Projektionsebenen. Fig. 98.

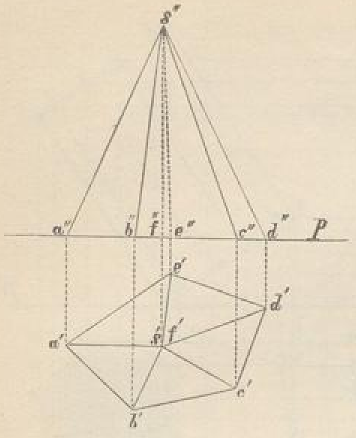


Fig. 95.

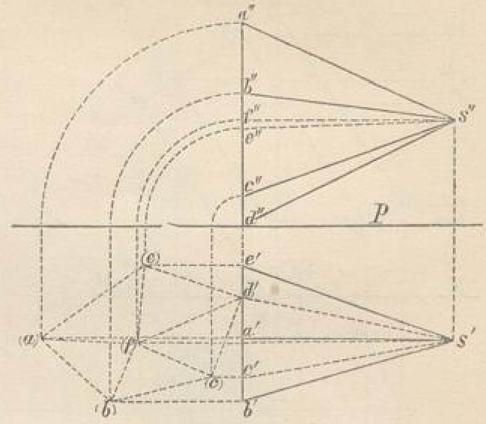


Fig. 98.

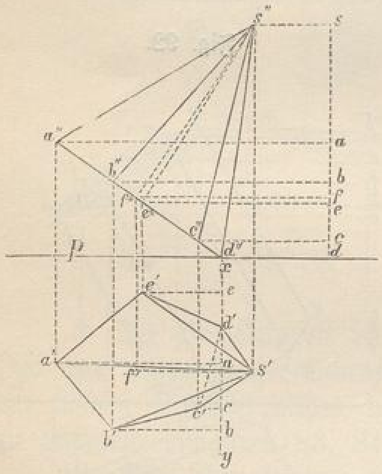


Fig. 96.

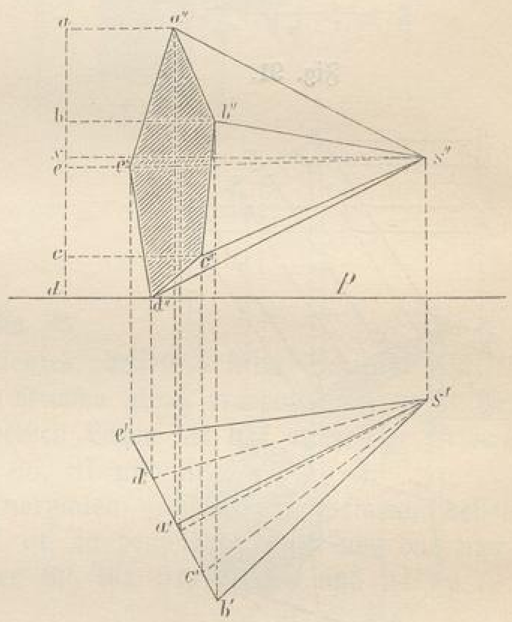


Fig. 99.

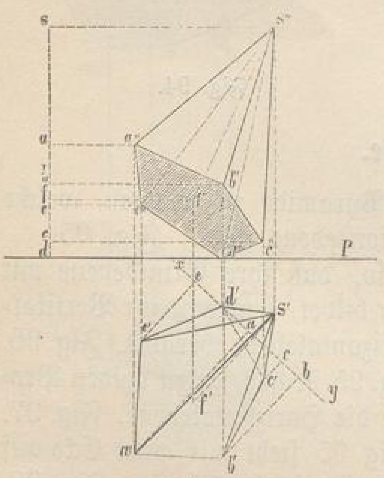


Fig. 97.

5. Die Pyramide aus Fig. 98 ist um den auf der Horizotalebene stehenden Eckpunkt so gedreht, daß sie senkrecht zu dieser Ebene bleibt, aber geneigt zur Vertikalebene steht. Fig. 99.

c. Der Cylinder.

1. Die Projektionen eines senkrechten Kreiscylinders zu zeichnen, dessen eine Grundfläche auf der ersten Projektionsebene steht. Fig. 100. Die Theilungs-

linien nimmt man am besten auf dem wagerechten Durchmesser der Grundfläche so an, daß man vom Mittelpunkte aus nach beiden Seiten gleiche Theilpunkte feststellt.

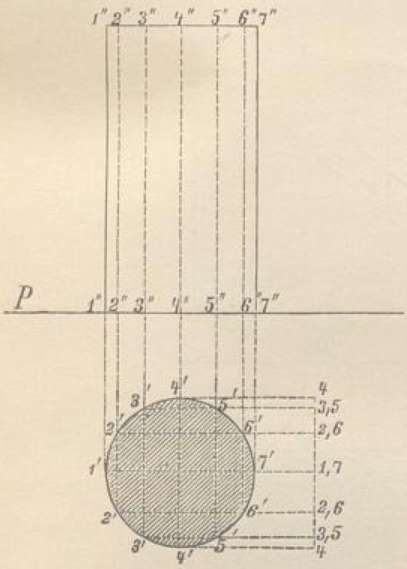


Fig. 100.

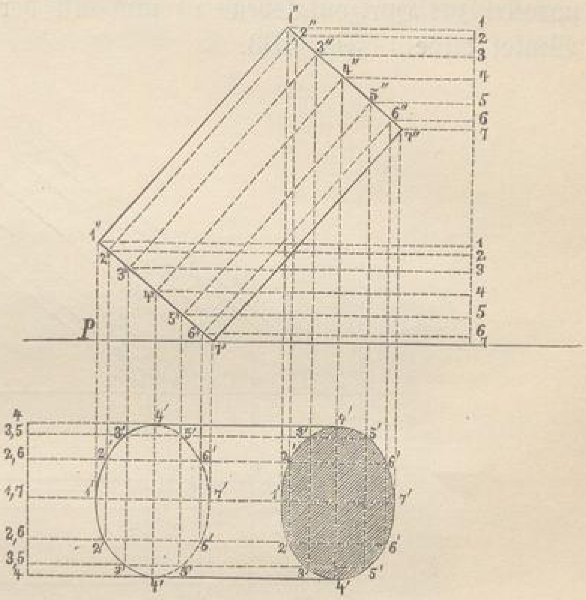


Fig. 101.

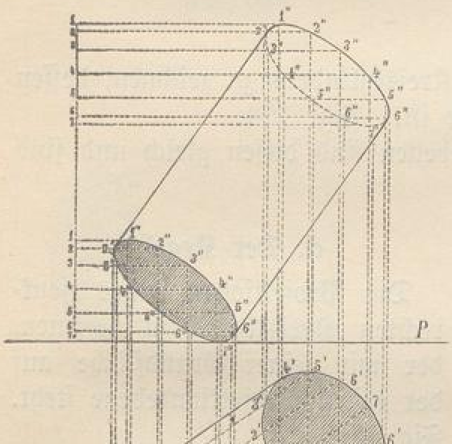


Fig. 102.

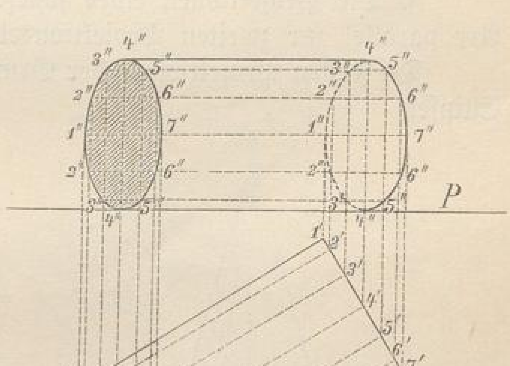


Fig. 103.

2. Der Cylinder in Fig. 100 steht so, daß seine Grundfläche mit der ersten Projektionsebene einen gegebenen Winkel α bildet und seine Seiten parallel zur zweiten Projektionsebene sind. Fig. 101.

3. Die Grundfläche des Cylinders in Fig. 101 ist geneigt zu beiden Projektionsebenen. Fig. 102.

4. Die Projektionen eines Kreiscylinders zu zeichnen, dessen Axe parallel zur Horizontalebene ist und mit der Vertikalebene einen gegebenen Winkel bildet. Fig. 103.

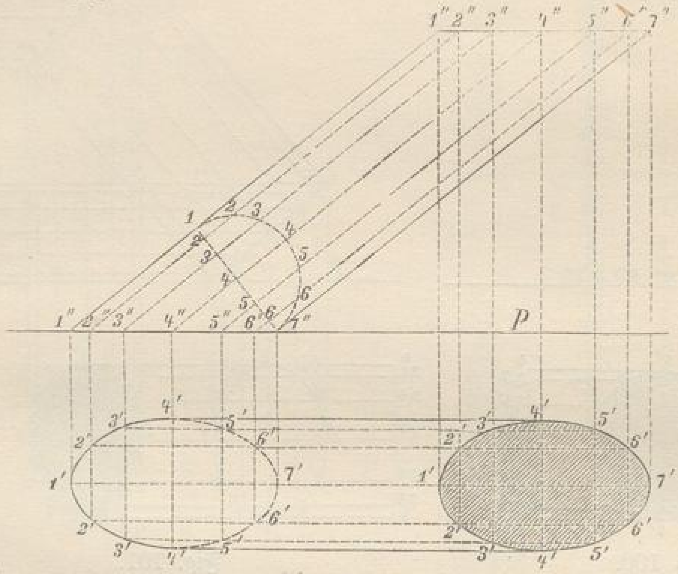


Fig. 104.

5. Die Projektionen eines schiefen Kreiscylinders zu zeichnen, dessen Axe parallel zur zweiten Projektionsebene ist. Fig. 104.

Die ersten Projektionen der Grundebenen sind diesen gleich und sind Ellipsen.

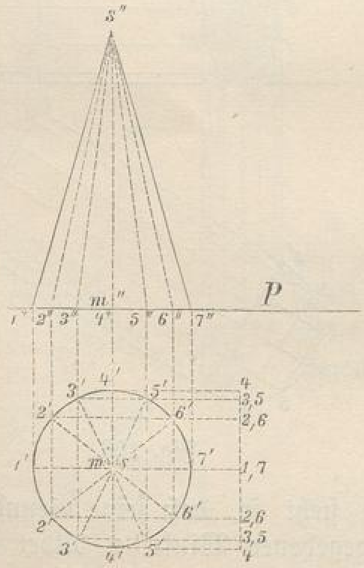


Fig. 108.

d. Der Kegel.

Die Projektionen eines senkrechten Kreiskegels zu zeichnen, der mit seiner Grundfläche auf der ersten Projektionsebene steht. Fig. 105.

2. Die Projektionen desselben Kegels zu zeichnen, wenn seine Grundfläche mit der ersten Projektionsebene einen gegebenen Winkel bildet, und die Axe parallel zur zweiten Projektionsebene ist. Fig. 106.

3. Der Kegel in Fig. 106 ist so gedreht, daß seine Spitze in gleicher Entfernung von der

Horizontalebene bleibt, aber die Grundfläche geneigt zu beiden Projektionsebenen ist. Fig. 107.

4. Die Projektionen eines normalen Kreiskegels zu zeichnen, dessen Axe parallel zur ersten Projektionsebene und unter einem gegebenen Winkel geneigt zur zweiten Projektionsebene ist. Fig. 108.

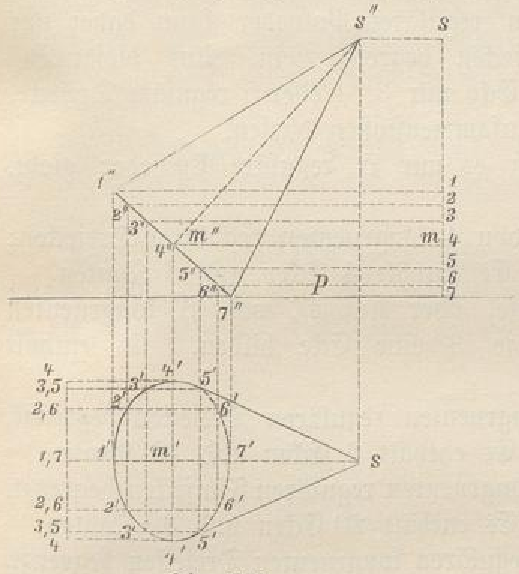


Fig. 106.

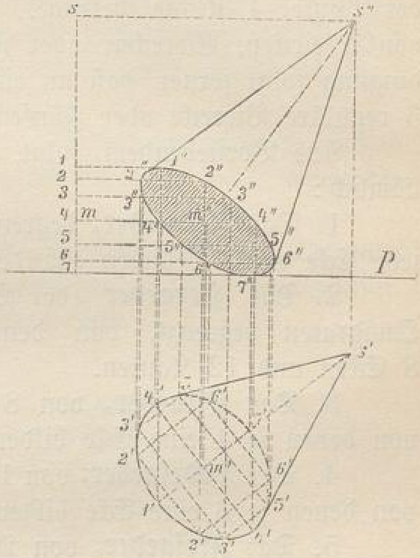


Fig. 107.

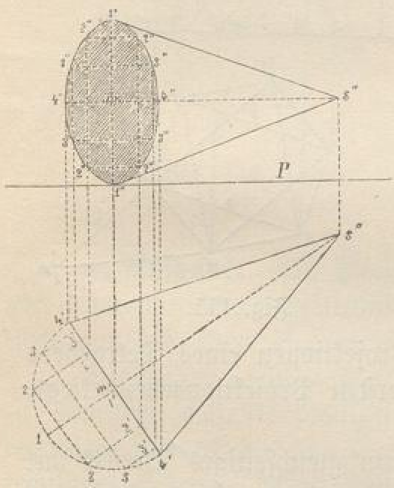


Fig. 108.

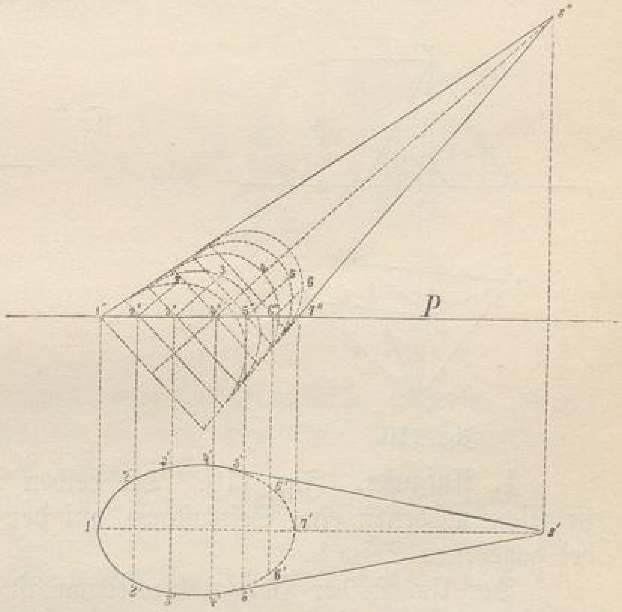


Fig. 109.

5. Die Projektionen eines schiefen Kreiskegels zu zeichnen, dessen Axe parallel zur zweiten Projektionsebene ist. Fig. 109. Die Grundfläche steht auf der Horizontalebene und ist eine Ellipse.

e. Die regelmäßigen Polyeder.

Jeder von kongruenten regulären Polygonen begrenzte Körper heißt ein reguläres Polyeder.

Die Summe der ebenen Winkel an einer Ecke ist stets kleiner als 4 Rechte, da der Körper in eine Ebene übergehen würde, wenn die Summe der Winkel 4 Rechte betrüge. Ein reguläres Polyeder kann daher nur von Dreiecken, Vierecken oder Fünfecken begrenzt sein. Aus dieser Bedingung folgt ferner, daß an einer Ecke nur 3, 4 oder 5 reguläre Dreiecke, 3 reguläre Vierecke oder Fünfecke zusammenstoßen dürfen.

Aus Vorstehendem folgt, daß es nur 5 reguläre Polyeder giebt, nämlich:

1. Das **Tetraeder,** begrenzt von 4 kongruenten regulären Dreiecken; jede Ecke von 3 Flächen gebildet. Es enthält 4 Ecken und 6 Kanten.

2. Das **Hexaeder** (der Würfel oder Kubus), von 6 kongruenten Quadraten begrenzt, von denen je 3 eine Ecke bilden. Es enthält 8 Ecken und 12 Kanten.

3. Das **Oktaeder,** von 8 kongruenten regulären Dreiecken begrenzt, von denen je 4 eine Ecke bilden. Es enthält 6 Ecken und 12 Kanten.

4. Das **Dodekaeder,** von 12 kongruenten regulären Fünfecken begrenzt, von denen je 3 eine Ecke bilden. Es enthält 20 Ecken und 30 Kanten.

5. Das **Ikosaeder,** von 20 regulären kongruenten Dreiecken begrenzt, von denen je 5 eine Ecke bilden. Es enthält 12 Ecken und 30 Kanten.

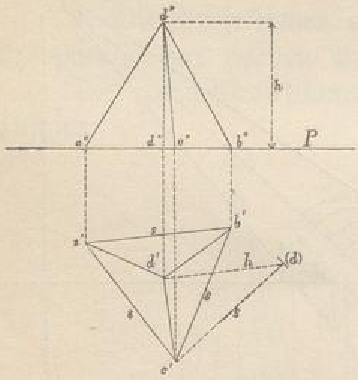


Fig. 110.

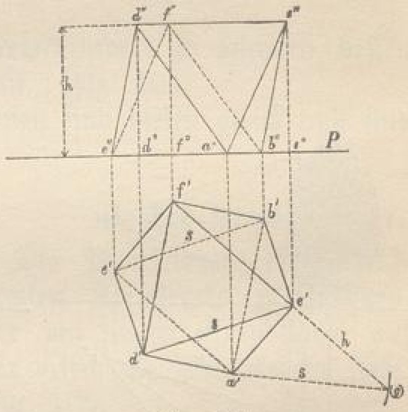


Fig. 111.

1. Aufgabe. Fig. 110. Die beiden Projektionen eines Tetraeders zu zeichnen, dessen eine Seitenfläche auf der ersten Projektionsebene liegt, bei gegebener Seite s.

Der Umriß der Horizotalprojektion ist ein gleichseitiges Dreieck mit der Seite s des Tetraeders. Zur zweiten Projektion ist zunächst die Höhe h zu bestimmen. Dieselbe ist die eine Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypothenuse die Seite s und dessen andere Kathete die erste Projektion c'd' dieser Seite ist.

NB. Das Hexaeder ist bereits in den Figuren 76 bis 82 dargestellt.

2. Aufgabe. Die Projektionen eines Oktaeders zu zeichnen, wenn dessen Seite s gegeben und eine Seitenfläche in der Horizontalebene liegt. Fig. 111.

Die erste Projektion zeigt im Umriß ein reguläres Sechseck, welches durch zwei symmetrisch zu einander gestellte reguläre Dreiecke mit der Seite s gebildet wird. Die Höhe für die zweite Projektion ergiebt sich als Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypothenuse die Seite s und dessen andere Kathete a'e' die erste Projektion dieser Seite ist, d. i. die Sechseckseite.

3. Aufgabe. Die Projektionen eines Oktaeders zu zeichnen, dessen Körperdiagonale senkrecht auf der ersten Projektionsebene steht, wenn die Seite s gegeben ist. Fig. 112.

Der Umriß der ersten Projektion ist ein Quadrat mit der gegebenen Seite s. Die zweite Projektion ergiebt sich leicht, wenn man berücksichtigt, daß die Diagonalen des Körpers einander gleich sind.

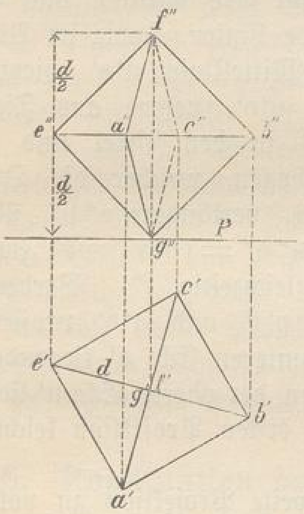


Fig. 112.

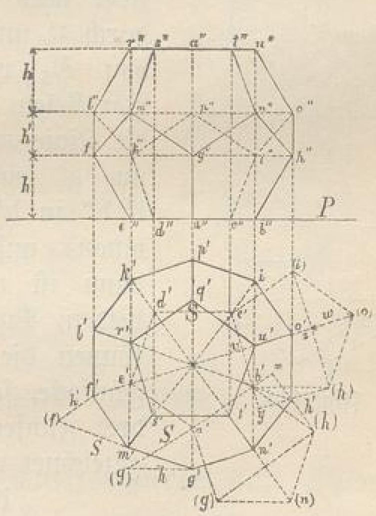


Fig. 113.

4. Aufgabe. Die Projektionen eines Dodekaeders zu zeichnen, wenn von zwei parallelen Seitenflächen die eine auf der ersten Projektionsebene liegt und die Seite S gegeben ist. Fig. 113.

Die beiden parallel zu P' liegenden Seitenflächen sind zwei symmetrisch zu einander gestellte reguläre Fünfecke mit der Seite S, deren Ecken ein reguläres Zehneck bilden. Der äußere Umfang der ersten Projektion ist ein reguläres Zehneck, dessen Ecken mit den Ecken der beiden Fünfecke radial verbunden sind. Um einen Eckpunkt des äußeren Zehnecks zu finden, schlage man zwei nebeneinander stehende Fünfecke in die erste Projektionsebene herab, z. B. abhng und bcioh. Bei der Drehung um die Drehungsaxen a'b' und b'c' beschreiben die Eckpunkte h und h Kreisbögen, die sich horizontal als gerade Linien (h) h' senkrecht zu den Drehungsaxen projiciren. Diese beiden Projektionen geben in ihrem Schnittpunkte h' einen Eckpunkt des äußeren Zehnecks, wodurch auch die übrigen Eckpunkte bestimmt sind. In der zweiten Projektion liegen die Eckpunkte in vier horizontalen Ebenen, deren Höhen h, h' und h Katheten der rechtwinkligen Dreiecke a' g' (g) und m' f' (f) sind. In dem ersteren Dreieck ist die Kathete a' g' und in dem zweiten die Kathete m' f' die erste Projektion der Seite S; diese selbst ist in beiden Dreiecken die Hypothenuse. Der übrige Theil der zweiten Projektion ergiebt sich nun leicht.

f. Die Projektionen eines Dodekaeders zu zeichnen, dessen Körperdiagonale a u senkrecht auf der ersten Projektionsebene steht. Fig. 114.

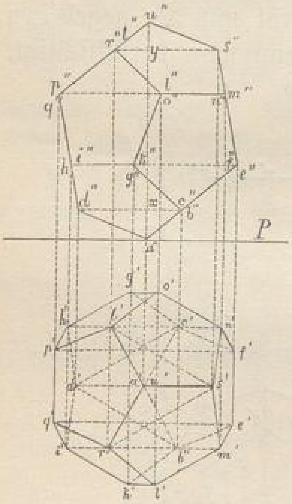


Fig. 114.

Man zeichne zwei symmetrisch zu einander gestellte gleichseitige Dreiecke b'c'd' und r's't', deren Seite gleich der Diagonale (g) (h) des Fünfecks a'b'(h)(n)(g) der Fig. 113 ist. Dann ziehe man parallel zur Axe durch r' und b' und durch t' und c' gerade Linien, sowie im Abstande von $^3/_5$ von der Mittellinie d's' hierzu die Parallelen p'f' und q'e', nehme aus Fig. 113 die Linie w = o' (o) in den Zirkel und schlage um a'' einen Kreisbogen, welcher die Ordinate b^0b'' in b'' schneidet, verlängere a''b'' über b'' hinaus und mache a''e'' = (o)v aus Fig. 113, dann ist e'' auch gleichzeitig f''. Werden diese beiden Punkte auf p'f' und q'e' projicirt, so können die an der unteren Ecke a' liegenden drei Fünfecke, sowie die an der oberen Ecke u' liegenden drei Fünfecke in der ersten Projektion leicht fertig gezeichnet werden.

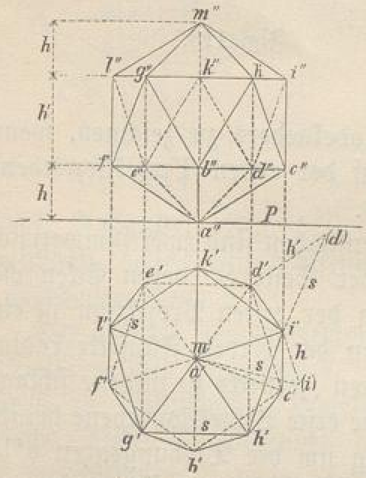


Fig. 115.

Um die zweite Projektion zu vollenden, ziehe man die Ordinate s's'' und schlage mit a''e'' um e'' einen Kreisbogen, welcher die Ordinate in s'' schneidet, verbinde e'' mit s'' und mache auf dieser e''m'' = e''b''. Zieht man nun durch b'', e'', m'' und s'' Parallele zur Axe und macht u''y = a''x, so ist die Höhenlage sämtlicher Eckpunkte bestimmt und kann die zweite Projektion vollendet werden.

g. Die Projektionen eines Ikosaeders zu zeichnen, dessen Körperdiagonale a m senkrecht auf der ersten Projektionsebene steht, wenn die Seite s gegeben ist. Fig. 115.

Die erste Projektion giebt im Umriß ein reguläres Zehneck, welches man durch zwei symmetrisch zu einander gestellte, mit der Seite s konstruirte reguläre Fünfecke erhält. Um die zweite Projektion zu erhalten, ist zunächst die Höhenlage der Eckpunkte durch Herabschlagen zweier Dreiecke in die erste Projektionsebene zu bestimmen, dann ergiebt sich dieselbe sehr leicht.

h. Die Projektionen eines Ikosaeders zu zeichnen, wenn von zwei parallelen Flächen die eine auf der ersten Projektionsebene liegt und die Seite s gegeben ist. Fig. 116.

Der Umriß der ersten Projektion ist ein regelmäßiges Sechseck, welches wie folgt erhalten wird. Man konstruirt zunächst die beiden parallel zur ersten Projektionsebene liegenden regulären Dreiecke mit der Seite s, symmetrisch zu einander gestellt, und konstruirt an einer Seite dieser Dreiecke ein reguläres Fünfeck. Wird dieses Fünfeck um die Axe xy zurückgeschlagen, so beschreiben die Punkte (i) und (h) Kreisbögen, die sich als Senkrechte zur Axe xy projiciren und die Mittellinie h′f′ schneiden. Die Punkte h′ und f′ sind Eckpunkte des äußeren Sechsecks und ergiebt sich nun die erste Projektion sehr leicht.

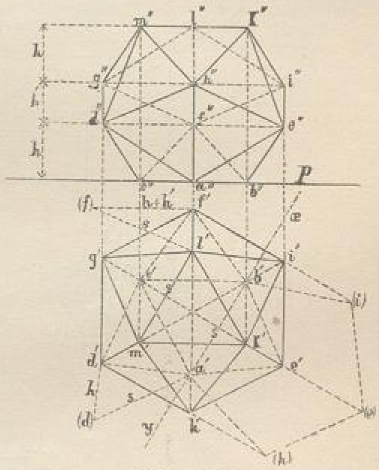


Fig. 116.

Um die zweite Projektion zeichnen zu können, sind die Höhen der Eckpunkte durch Herabschlagen zweier Dreiecke in die erste Projektionsebene zu bestimmen, woraus sich dann leicht das Uebrige ergiebt.

16. Konstruktion der Durchschnittsfiguren von Ebenen mit Körpern und Abwickelung der Körper.

a. Ebene Körper.

Die Durchschnittsfigur, welche entsteht, wenn ein ebener Körper von einer Ebene geschnitten wird, erhält man, indem man die Punkte konstruirt, in welchen die Ebene von den Kanten des Körpers geschnitten wird, und diese Punkte miteinander verbindet.

Soll die Oberfläche eines Körpers in eine Ebene ausgebreitet werden, so sagt man, der Körper soll abgewickelt oder es soll sein Netz bestimmt werden. Bei ebenen Körpern hat diese Abwickelung keine Schwierigkeiten, da man nur die wirkliche Größe der begrenzenden Flächen zu bestimmen und diese in eine Ebene nebeneinander zu legen hat.

1. Aufgabe. Fig. 117. Ein senkrechtes fünfseitiges Prisma wird von einer Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der Vertikalebene steht und mit der Horizontalebene einen gegebenen Winkel bildet. Es sind beide Projektionen zu zeichnen, die Durchschnittsfigur ist in die Vertikalebene herabzuschlagen und das abgeschnittene Prisma abzuwickeln.

Auflösung. Die erste Projektion ist gleich dem normalen Querschnitt des Prisma. Die Seitenkanten stehen in der zweiten Projektion senkrecht auf der Axe. Die Durchschnittsfigur ergiebt sich leicht durch Herabschlagen in die zweite Projektionsebene und zwar mit der Ebene E.

Um das Netz zu erhalten, trage man die fünf Seiten der Grundebene

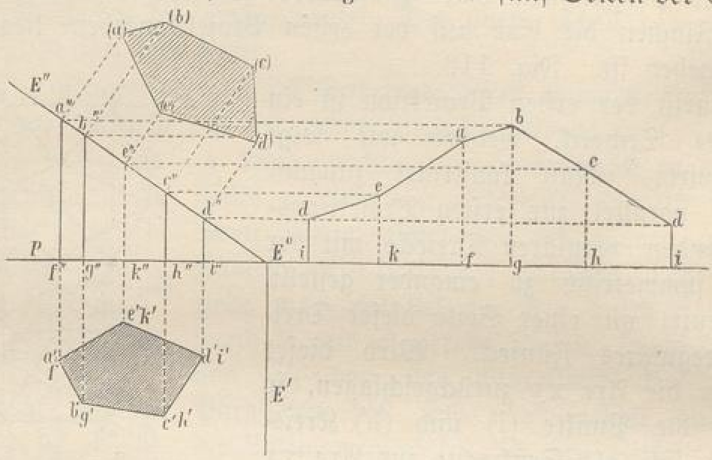


Fig. 117.

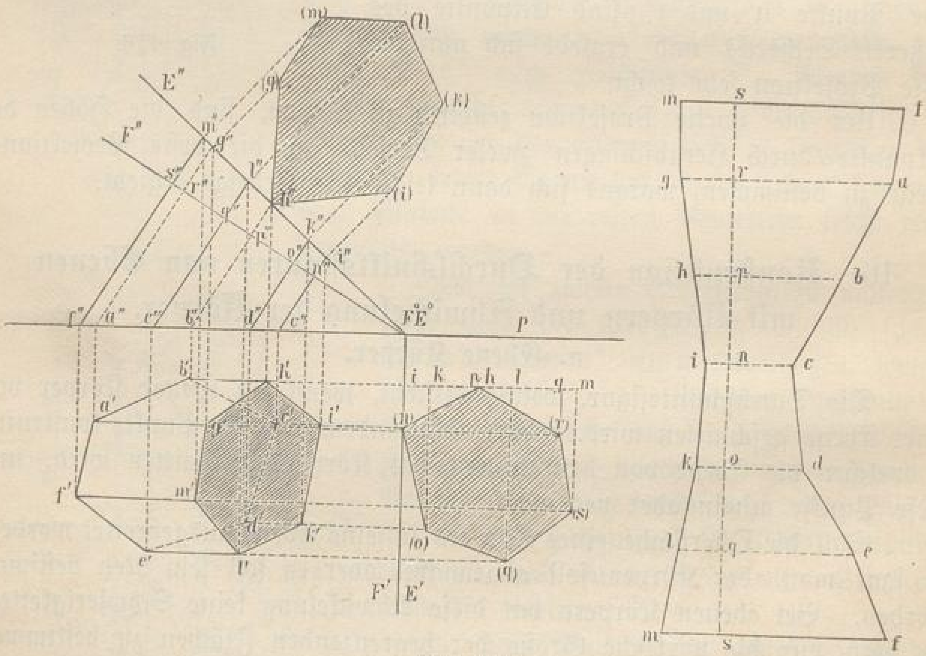


Fig. 118.

auf einer geraden Linie nebeneinander ab, ziehe senkrecht zu dieser Linie die Kantenlinien und mache diese gleich ihrer Vertikalprojektion. Verbindet man die Endpunkte der Kanten durch gerade Linien, so ist die Abwickelung fertig.

2. Aufgabe. Fig. 118. Ein schiefes sechsseitiges Prisma, von dem der Normal-Querschnitt gegeben ist, wird von einer Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der zweiten Projektionsebene steht und mit der ersten einen gegebenen Winkel bildet. Es sind beide Projektionen, die Durchschnittsfigur und das Netz zu zeichnen.

Auflösung. Die Durchschnittsfigur ist in die zweite Projektionsebene herabzuschlagen. Um das Netz zu erhalten, ist der zu den Seiten rechtwinklige Querschnitt, der Normal-Querschnitt, abzuwickeln, und lothrecht zu dieser Linie sind die Längen der Kanten ähnlich wie vor aufzutragen.

3. Aufgabe. Ein senkrechtes vierseitiges Prisma wird von einer Ebene E geschnitten, welche geneigt zu beiden Projektionsebenen ist. Es sind beide Projektionen zu zeichnen, und die Durchschnittsfigur ist in die erste Projektionsebene herabzuschlagen. Fig. 119.

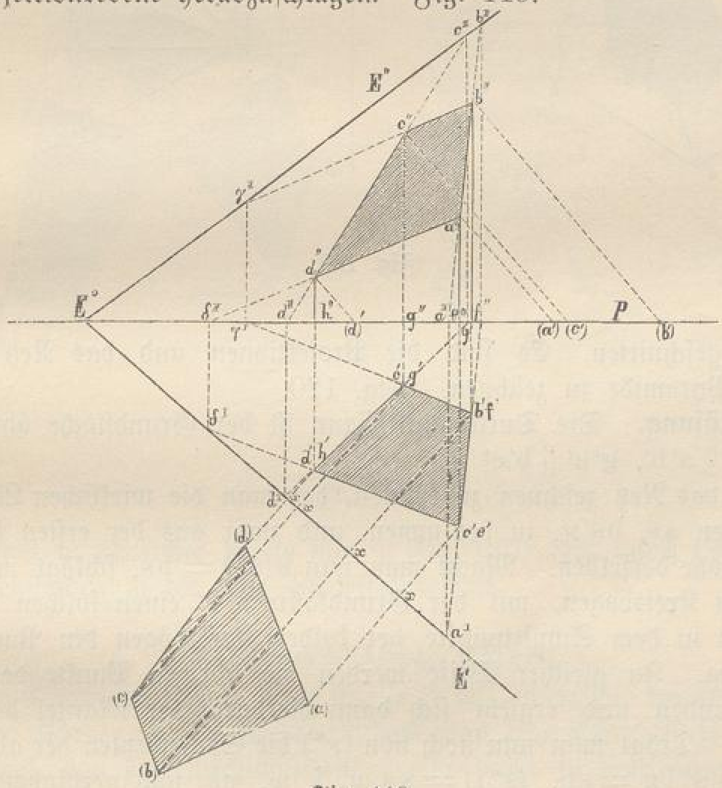


Fig. 119.

Auflösung. Es sind die Schnitte E′ und E″ der Ebene E gegeben. Die erste Projektion ist gleich der Grundebene des Prisma. Die zweite Projektion erhält man, indem man die Punkte konstruirt, in denen die Seitenkanten des Prisma die Ebene E schneiden.

Um die Durchschnittsfigur herabzuschlagen, schlägt man die Punkte a, b, c und d mit der Ebene E in die erste Projektionsebene herab.

4. Aufgabe. Eine auf der ersten Projektionsebene stehende fünfseitige Pyramide wird von einer parallel zur ersten Projektionsebene laufenden

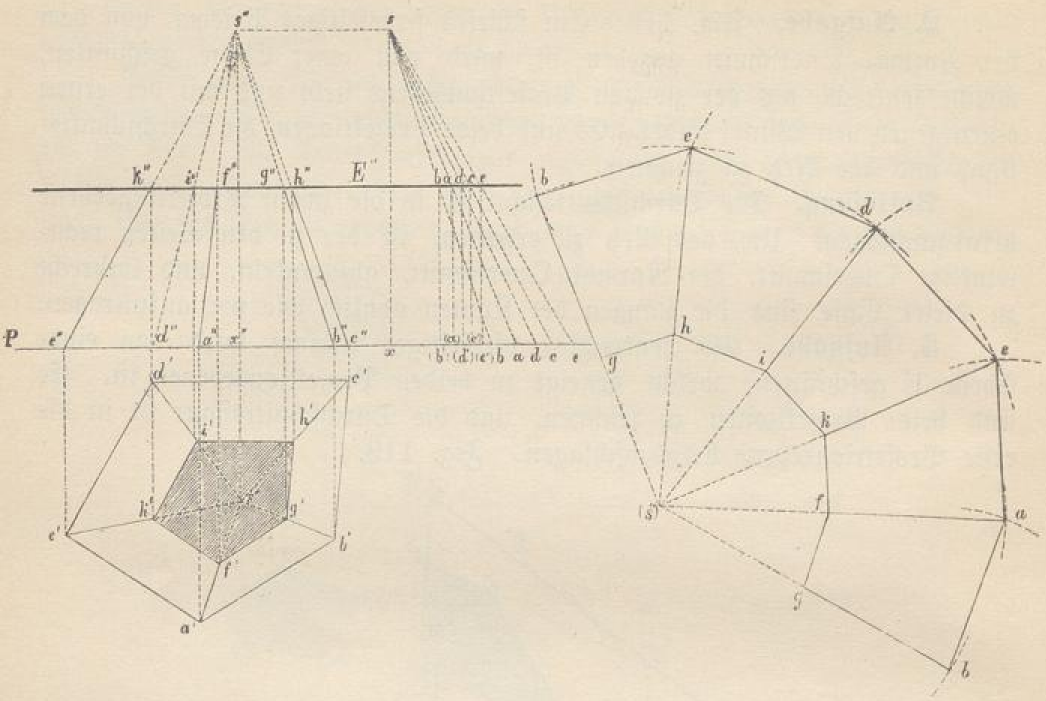


Fig. 120.

Ebene E geschnitten. Es sind die Projektionen und das Netz der abgekürzten Pyramide zu zeichnen. Fig. 120.

Auflösung. Die Durchschnittsfigur ist der Grundfläche ähnlich und daher $f'g' \parallel a'b'$, $g'h' \parallel b'c'$ 2c.

Um das Netz zeichnen zu können, hat man die wirklichen Längen der Seitenkanten as, bs 2c. zu bestimmen, und zwar aus der ersten Projektion und der Höhe derselben. Macht man nun $b(s'') = bs$, schlägt mit as um (s″) einen Kreisbogen, mit der Grundkante a′b′ einen solchen um b, so findet man in dem Schnittpunkte der beiden Kreisbögen den Punkt a der Abwickelung. In gleicher Weise werden die übrigen Punkte der Grundebene gefunden und ergiebt sich dann hierdurch der Mantel der ganzen Pyramide. Trägt man nun noch von (s″) die Seitenkanten der abgekürzten Pyramide $(s'')g = sb$, $(s'')f = sa$ u. s. w. ab und verbindet g mit f, f mit k u. s. f., so erhält man das Netz der abgekürzten Pyramide.

5. Aufgabe. Eine sechsseitige Pyramide wird von einer Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der Vertikalebene steht und mit der Horizontalebene einen gegebenen Winkel bildet. Es sind beide Projektionen und das Netz der abgeschnittenen Pyramide zu zeichnen und die Durchschnittsfigur in die zweite Projektionsebene herabzuschlagen. Fig. 121.

Auflösung. Man zeichne zunächst beide Projektionen der ganzen Pyramide und dann die der abgeschnittenen; demnächst schlage man die Durchschnittsfigur in die zweite Projektionsebene herab, $g''(g) = g'g^0$ 2c., und zeichne

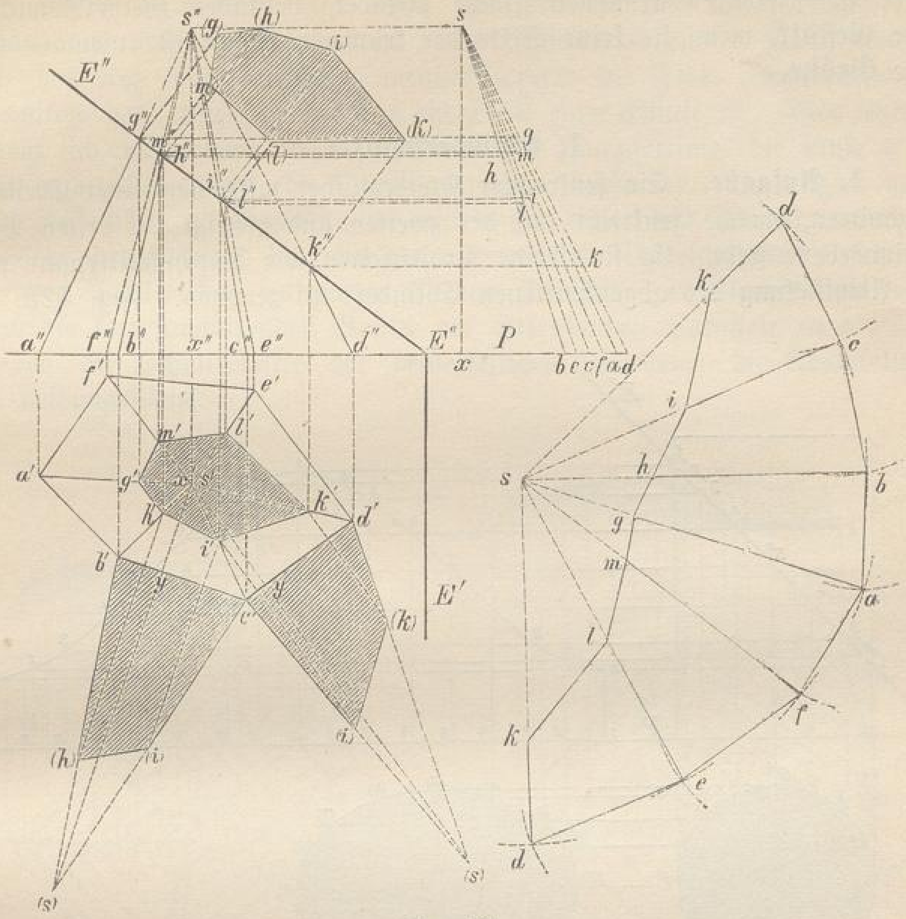


Fig. 121.

den Mantel in ähnlicher Weise wie in Fig. 120, oder durch Herabschlagen der Seitenflächen in die erste Projektionsebene.

b. Krummflächige Körper.

Die Durchschnittsfigur einer Ebene E mit einem von krummen Flächen begrenzten Körper wird gefunden, indem man eine Ebene F so durch den Körper legt, daß die Durchschnittsfigur eine leicht zu konstruirende krumme Linie giebt. Die Ebenen E und F schneiden sich dann in einer geraden Linie, deren Schnittpunkte mit der durch F und den Körper gebildeten Durchschnittsfigur Punkte der durch E und den Körper gebildeten Durchschnittsfigur sind.

Ist der Körper von Seiten begrenzt, wie Cylinder und Kegel, so konstruirt man die Durchschnittspunkte einer Anzahl von Seiten mit der Ebene und ergeben diese dann Punkte der Durchschnittsfigur.

Eine krumme Fläche, welche Seiten hat, ist abwickelbar, d. h. sie kann in eine Ebene ausgebreitet werden. Eine Linie, welche sich in einer abwickelbaren krummen Fläche befindet, verändert beim Abwickeln ihre **Gestalt**, wenn sie **keine** Seite der krummen Fläche ist, niemals aber ihre **Größe**.

1. Cylinderschnitte.

1. Aufgabe. Ein senkrechter Kreiscylinder wird von einer Ebene E geschnitten, welche senkrecht auf der zweiten und geneigt zur ersten Projektionsebene steht. Es sind beide Projektionen, die Durchschnittsfigur und die Abwickelung des abgeschnittenen Cylinders zu zeichnen. Fig. 122.

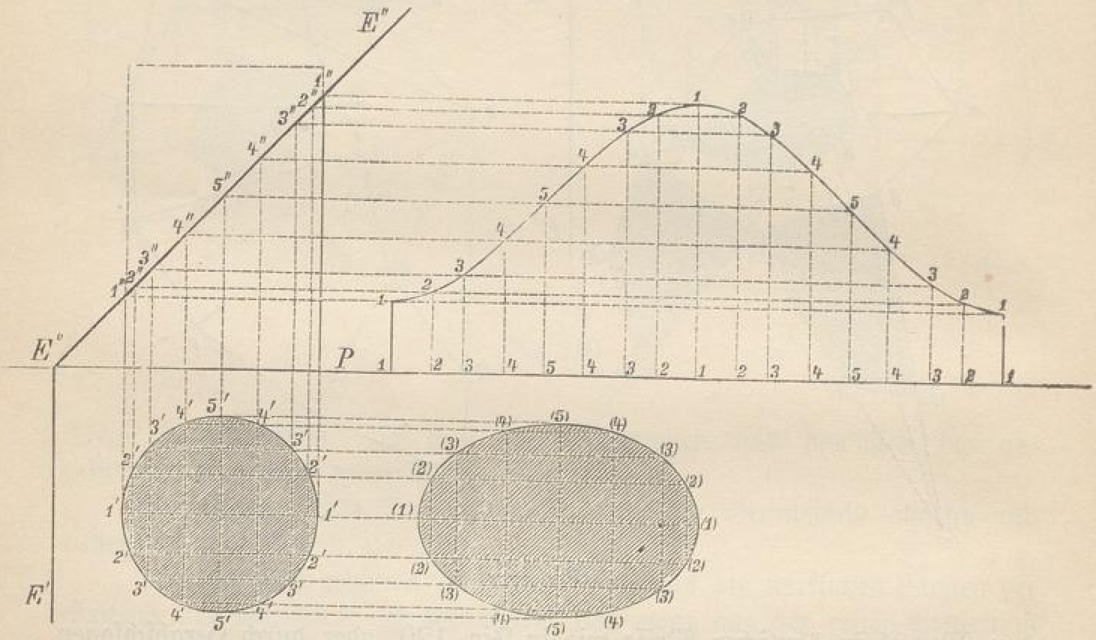


Fig. 122.

Auflösung. Die erste Projektion ist ein Kreis gleich dem Grundkreise des Cylinders; die zweite Projektion ergiebt sich durch E". Die Durchschnittsfigur ist eine Ellipse, deren kleine Axe gleich dem Durchmesser des Grundkreises und deren große Axe gleich der zweiten Projektion der Durchschnittsfigur ist. Das Zeichnen der Durchschnittsfigur geschieht am einfachsten durch Herabschlagen in eine der Projektionsebenen, hier z. B. in die erste. Um das Netz zu zeichnen, wickele man den Umfang des Grundkreises auf einer geraden Linie ab, errichte auf dieser eine Anzahl Lothe und mache dieselben gleich den korrespondirenden Seiten des Cylinders.

2. Aufgabe. Die Abwickelung der Leibungsfläche eines schiefen Gewölbes zu zeichnen, dessen Stirnflächen Segmentbögen, wenn die beiden Projektionen gegeben sind. Fig. 123.

Auflösung. Man lege durch das Gewölbe eine Anzahl senkrechter Ebenen und projicire dieselben in beide Projektionsebenen. Dann zeichne man das Netz des Gewölbes, welches letztere die Form eines Cylinderabschnittes hat, dessen Querschnitt ein Stück einer Ellipse ist. Dies letztere ergiebt sich, wenn man von a', senkrecht zur Kämpferlinie, die Linie a' e' zieht und über dieser die Querschnittslinie konstruirt. Verlängert man nun a'e' über e' hinaus und wickelt auf dieser den Querschnittsbogen ab, legt dann durch die auf der abgewickelten Querschnittslinie sich ergebenden Punkte der senkrechten Ebenen Parallele zur Kämpferlinie und durch die korrespondirenden Punkte der Stirnflächen Parallele zu a'e', so ergeben die Schnittpunkte der beiderseitigen Parallelen die Abwickelung der Leibungsfläche.

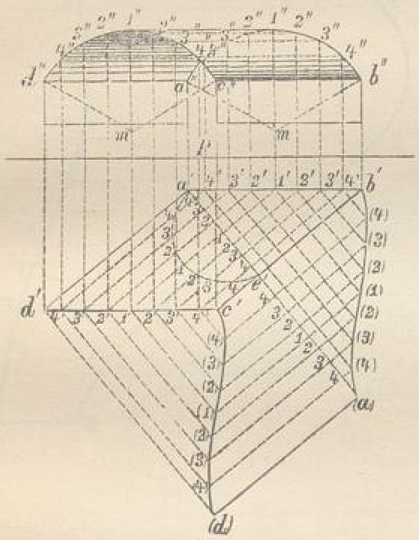


Fig. 123.

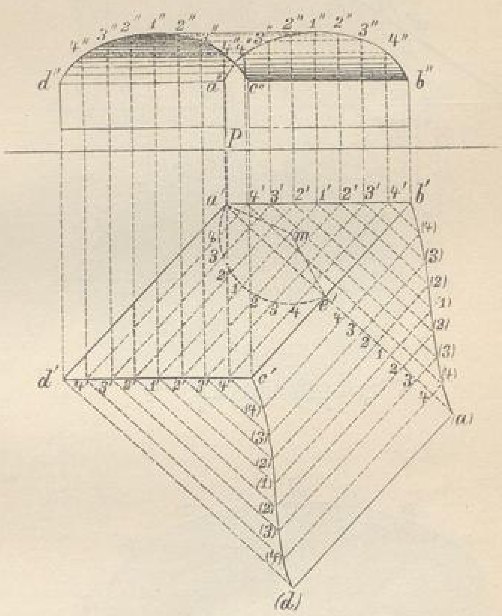


Fig. 124.

3. Aufgabe. Die Abwickelung der Leibungsfläche eines schiefen Gewölbes zu zeichnen, dessen senkrecht zu den Kämpferlinien stehender Querschnitt einen Segmentbogen mit einer Pfeilhöhe von 1 : 3 bildet, wenn die erste Projektion gegeben ist. Fig. 124.

Auflösung. Senkrecht zur Kämpferlinie ist zunächst der Bogen des Querschnittes zu konstruiren und hieraus die zweite Projektion zu entwickeln. Demnächst ist die Abwickelung des Querschnittbogens auszuführen und die Konstruktion analog der in der vorigen Aufgabe zu vollenden.

4. Aufgabe. Ein schiefer elliptischer Cylinder, dessen Grundflächen Kreise sind, wird von einer auf der zweiten Projektionsebene senkrecht stehenden Ebene E geschnitten; es sind beide Projektionen, die Schnitt-

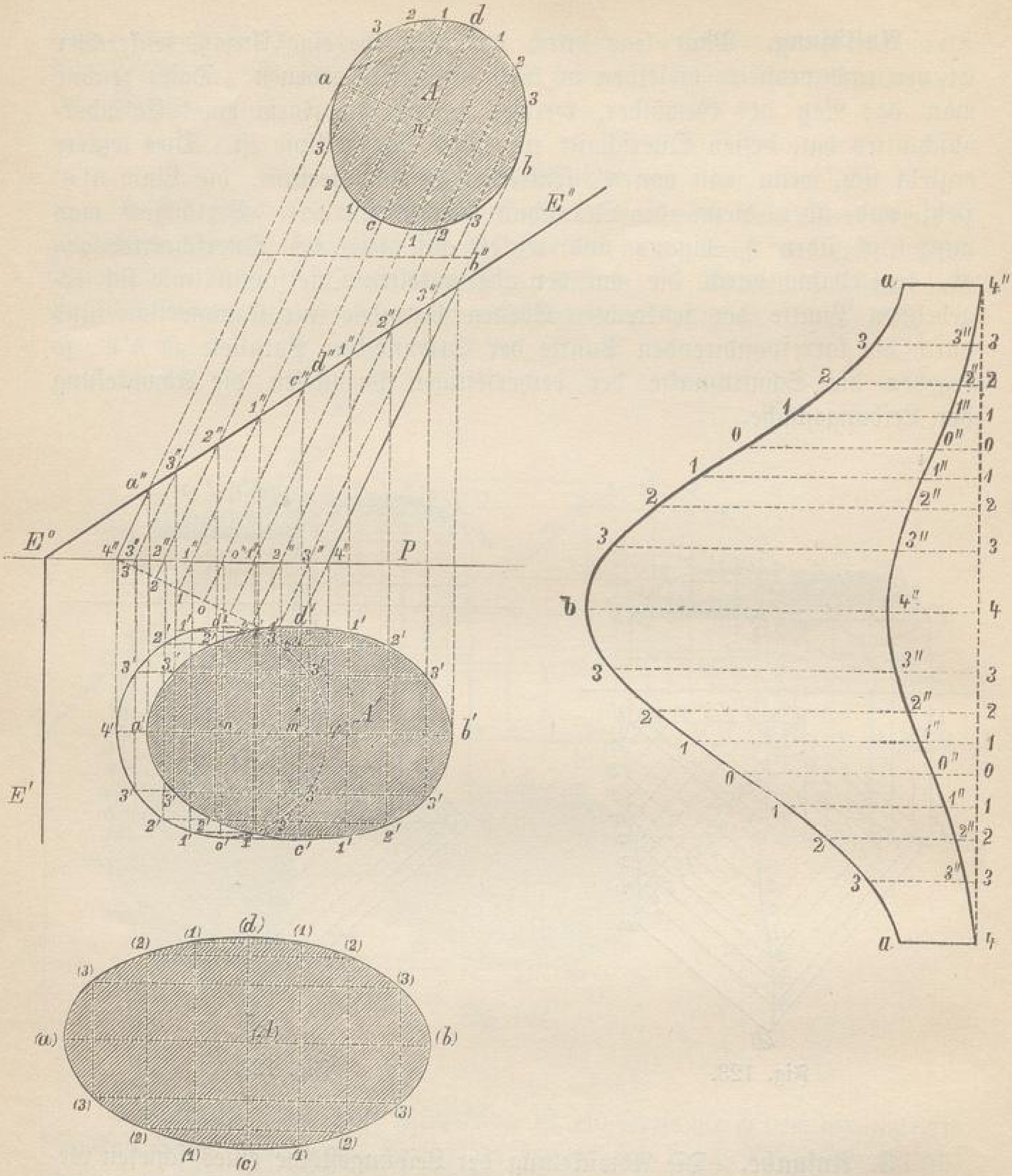


Fig. 125.

fläche und die Abwickelung des abgeschnittenen Cylinders zu zeichnen. Fig. 125.

Auflösung. Aus dem Grundkreise ist zunächst der ellipsenförmige Normal-Querschnitt durch Herabschlagen in die zweite Projektionsebene zu konstruiren, und dann die erste Projektion zu zeichnen. Die Durchschnittsfigur ist eine Ellipse, deren große Axe die Linie (a)(b) = a″ b″ und deren kleine Axe (c)(d) der Durchmesser des Grundkreises ist. Um das Netz zeichnen zu können, vervollständige man den Cylinder nach unten zu einem lothrechten, wickele den Normal-Querschnitt des Cylinders auf eine gerade Linie ab, und errichte auf dieser Senkrechte, welche gleich den betreffenden Seiten des Cylinders zu machen sind.

5. Aufgabe. Ein schiefer Kreiscylinder, dessen Axe parallel zur zweiten Projektionsebene ist, wird von einer parallel zur zweiten Projektionsebene stehenden Ebene geschnitten; es sind beide Projektionen zu zeichnen. Fig. 126.

Auflösung. Aus dem kreisförmigen Normal-Querschnitt sind beide Projektionen zu konstruiren. Die Schnittfigur ist in der zweiten Projektion ein Parallelogramm a″b″c″d″, welches auch ihre wirkliche Größe ist, in der ersten Projektion eine gerade Linie a′c′, welche in E′ liegt.

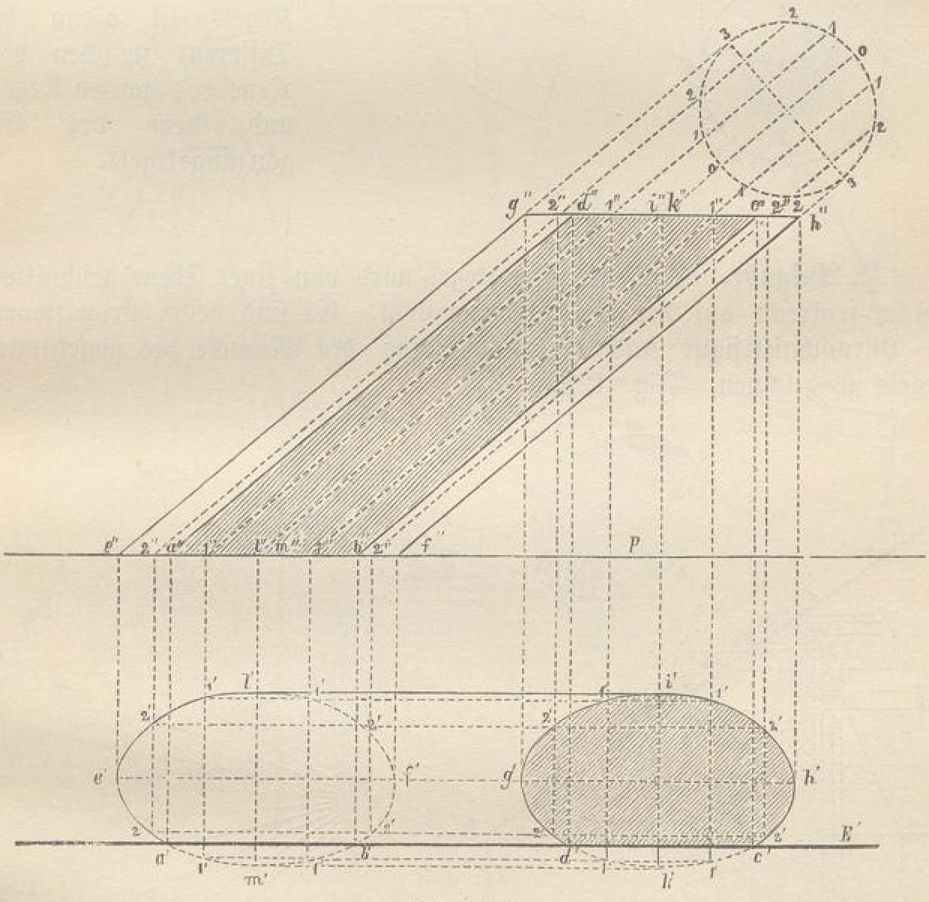


Fig. 126.

2. Kegelschnitte.

1. Aufgabe. Ein senkrechter Kreiskegel wird von einer Ebene, welche parallel zur ersten Projektionsebene ist, geschnitten; es sind beide Projektionen und die Abwickelung des Mantels des abgekürzten Kegels zu zeichnen. Fig. 127.

Auflösung. Die zweite Projektion der Durchschnittsfigur ist eine gerade Linie e″f″, die erste Projektion ist ein Kreis mit dem Durchmesser e′f′, welcher auch die wirkliche Größe der Durchschnittsfigur darstellt.

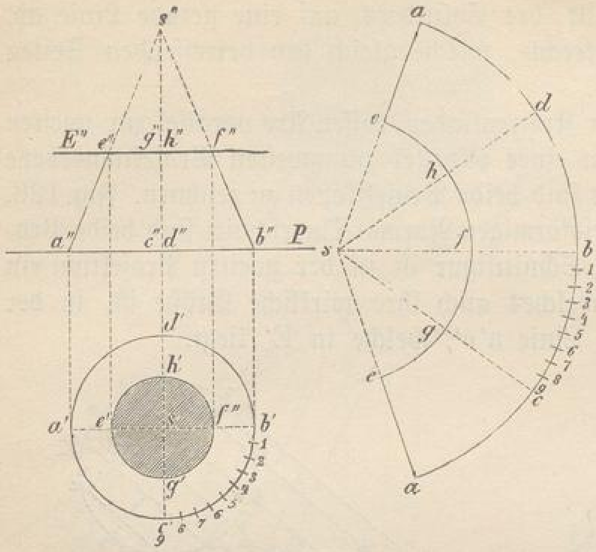


Fig. 127.

Der Mantel des ganzen Kegels ist abgewickelt ein Kreisausschnitt, dessen Radius die Seite des Kegels und dessen Bogen gleich der Peripherie des Grundkreises ist. Das Netz des abgekürzten Kegels ist gleich der Differenz zwischen dem Netze des ganzen Kegels und dem des Ergänzungskegels.

2. Aufgabe. Ein senkrechter Kegel wird von einer Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der Vertikalebene steht. Es sind beide Projektionen, die Durchschnittsfigur und die Abwickelung des Mantels des abgekürzten Kegels zu zeichnen. Fig. 128.

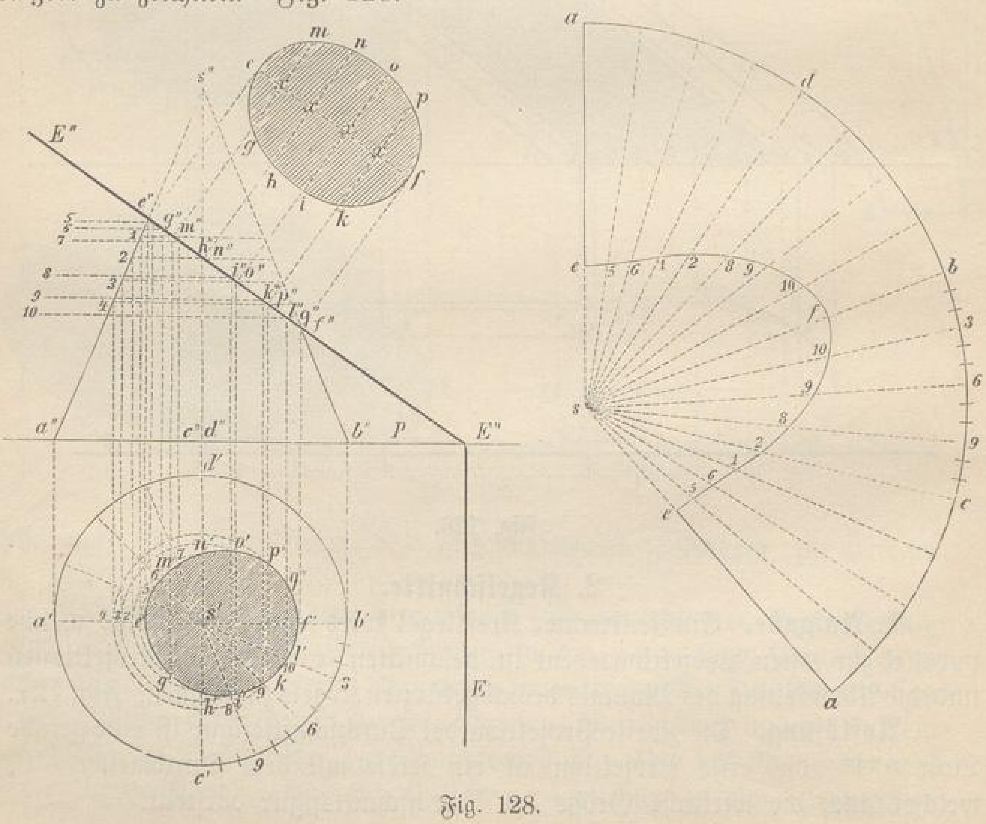


Fig. 128.

Auflösung. Die erste Projektion ergiebt sich, indem man durch die zweite Projektion, innerhalb der Durchschnittsfigur, eine Anzahl von Parallelkreisen zur Grundebene legt und deren Schnittpunkte mit E″ in die erste Projektionsebene projicirt.

Die Abwickelung des ganzen Kegels ist wiederum ein Kreisausschnitt. Die Abwickelung des abgeschnittenen Kegels erhält man, indem man auf der des ganzen Kegels eine Anzahl Seiten zieht und die Längen derselben aus der zweiten Projektion entnimmt. Die Durchschnittsfigur wird mit der Ebene E in die zweite Projektionsebene herabgeschlagen.

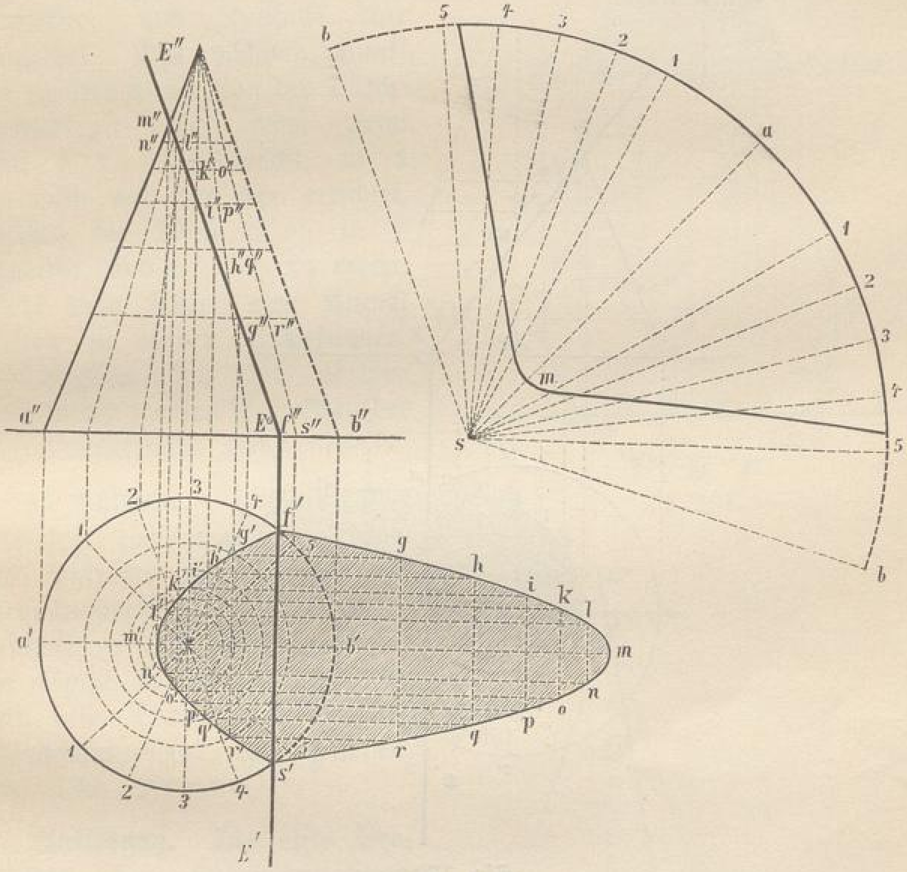


Fig. 129.

3. Aufgabe. Ein senkrechter Kreiskegel ist durch eine Ebene, welche lothrecht auf der zweiten Projektionsebene steht und parallel zu einer Seite des Kegels ist, geschnitten. Es sind beide Projektionen und die Abwickelung des abgeschnittenen Kegels zu zeichnen und die Durchschnittsfigur in die erste Projektionsebene herabzuschlagen. Fig. 129. Die Durchschnittsfigur ist in diesem Falle eine **Parabel.**

Auflösung. Die erste Projektion ergiebt sich, indem man in der zweiten Projektion, innerhalb der Schnittebene, Ebenen parallel zur Grundebene durch den Kegel legt und die Schnittpunkte dieser Ebenen mit der Ebene E in die erste Projektionsebene projicirt. Die Durchschnittsfigur wird durch Herabschlagen in die erste Projektionsebene erhalten. Die Abwickelung des ganzen Kegels ist wieder ein Kreisausschnitt mit der Seite des Kegels als Radius und der Peripherie des Grundkreises als Bogen. Zieht man nun auf dem Mantel des ganzen Kegels eine Anzahl Seiten und überträgt auf diese die Längen des abgeschnittenen Kegels, so ergiebt sich der Mantel des letzteren (am = a″ m″, 1 = 1″ h″, 2 = 2″ 1″).

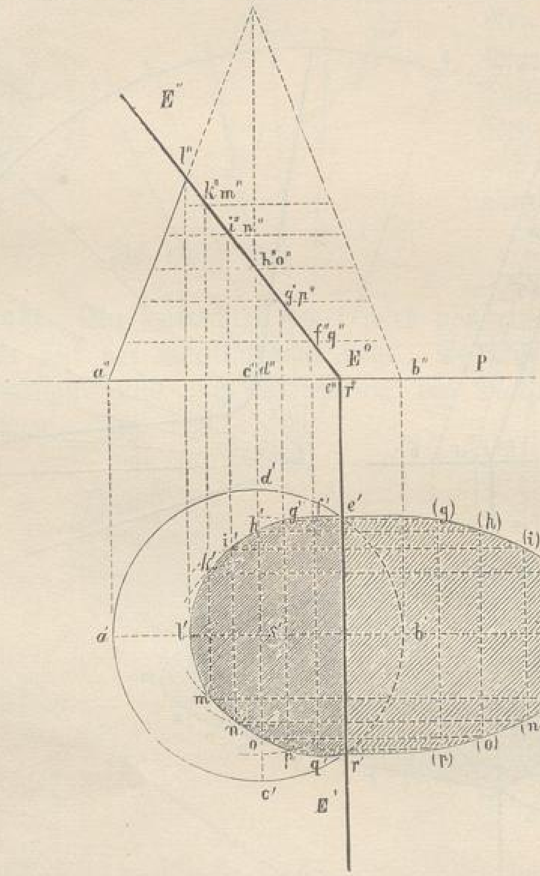


Fig. 130.

4. Aufgabe. Eine auf der zweiten Projektionsebene senkrecht stehende Ebene schneidet einen senkrechten Kreiskegel derart, daß die Grundebene geschnitten wird, aber der Schnitt E″ nicht parallel zu einer Seite des Kegels geht. Es sind beide Projektionen und die Durchschnittsfigur des abgeschnittenen Kegels zu zeichnen. Fig. 130. Die Durchschnittsfigur ist in diesem Falle eine **Hyperbel.**

Auflösung. Die beiden Projektionen ergeben sich in derselben Weise wie in der vorigen Aufgabe. Die Durchschnittsfigur erhält man, wenn man dieselbe mit der Ebene E in die erste Projektionsebene herabschlägt.

5. Aufgabe. Ein normaler Kreiskegel wird durch eine Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der ersten Projektionsebene und parallel zur zweiten steht. Fig. 131. Es sind beide Projektionen zu zeichnen.

Auflösung. Die Durchschnittsfigur ist gleich ihrer zweiten Projektion und ebenfalls eine Hyperbel. Den höchsten Punkt der zweiten Projektion der Durchschnittsfigur erhält man, wenn man $g''x = a'f'$ macht, in x ein Loth auf der Axe errichtet, welches die Seite $g''s''$ in y schneidet, und $m''f'' = xy$ macht. Zieht man ferner eine Anzahl Seiten in beiden Projektionen, so ergeben sich die übrigen Punkte der zweiten Projektion der Durchschnittsfigur leicht aus E'.

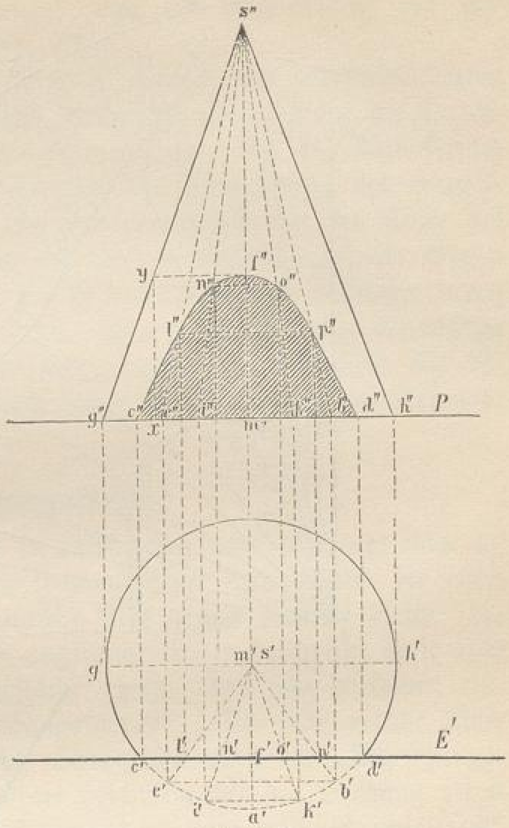


Fig. 131.

6. Aufgabe. Ein lothrechter Kreiskegel wird von einer Ebene, die senkrecht auf der zweiten Projektionsebene steht, derartig geschnitten, daß die Ebene durch die Spitze des Kegels geht; es sind beide Projektionen und die Durchschnittsfigur zu zeichnen. Fig. 132.

Auflösung. Die erste Projektion der Durchschnittsfigur ist ein Dreieck. Die Durchschnittsfigur selbst ist ebenfalls ein Dreieck und wird erhalten, indem man sie in die erste Projektionsebene herabschlägt.

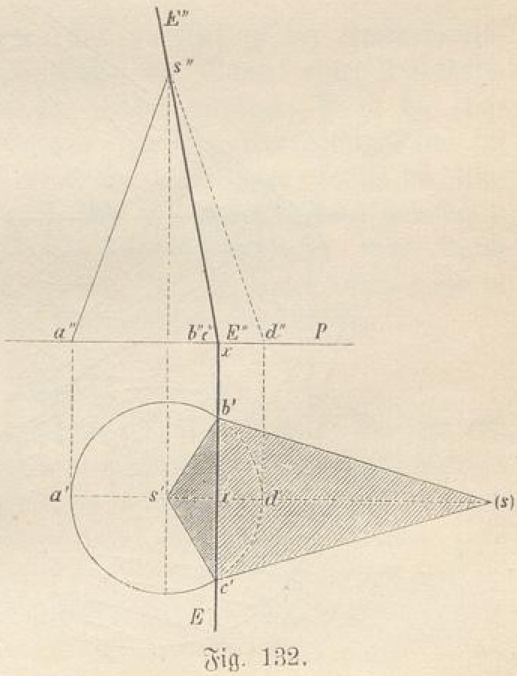


Fig. 132.

7. Aufgabe. Ein schiefer Kreiskegel wird von einer Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der Vertikalebene steht. Es sind

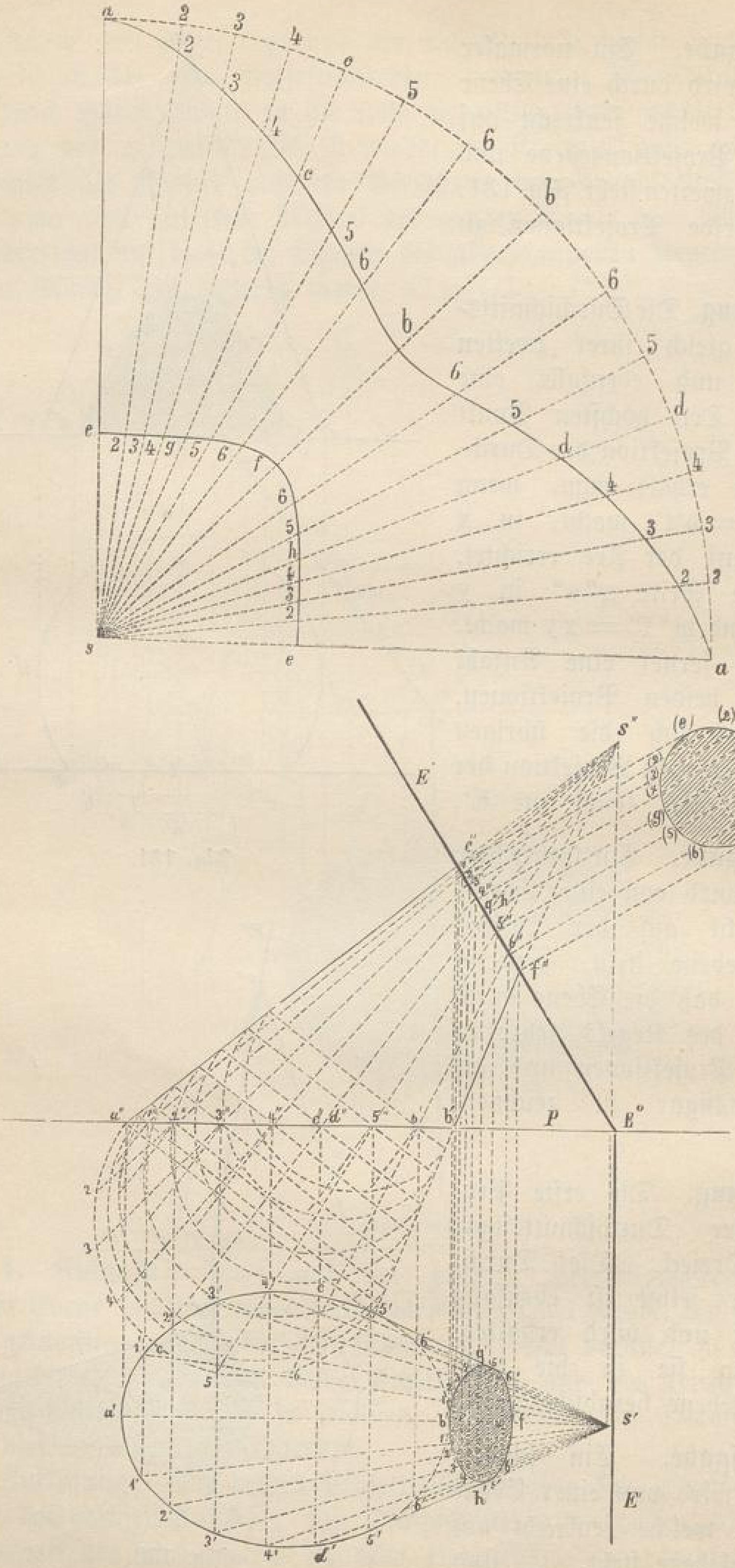


Fig. 133.

beide Projektionen, die Durchschnittsfigur und die Abwickelung des abgeschnittenen Kegels zu zeichnen. Fig. 133.

Auflösung. Man ziehe eine Anzahl Seiten des vervollständigten normalen Kegels, zeichne dann die erste Projektion und schlage die Durchschnittsfigur in die zweite Projektionsebene herab. Um die Abwickelung zeichnen zu können, konstruire man zunächst die Abwickelung des vervollständigten normalen Kegels, welche ein Kreisausschnitt mit der Seite des Kegels als Radius und mit der Peripherie des Grundkreises als Bogen ist. Auf dieses Netz übertrage man die Mantellinien und bestimme deren Länge aus dem vervollständigten Kegel, oder man bestimme die Länge der Seiten als Hypothenuse von Dreiecken, deren eine Kathete die betreffende erste Projektion der Seite und deren andere Kathete die Ordinate in der zweiten Projektionsebene ist.

c. Umdrehungskörper.

Nimmt man eine gerade Linie in vollständig unverrückbarer Lage an und bewegt eine zweite gerade oder krumme Linie derartig um die erste, daß die Lage beider Linien zu einander stets genau dieselbe bleibt, bis die zweite Linie an ihrem Ausgange angelangt ist, so beschreibt diese eine krumme Fläche, welche „Umdrehungsfläche" heißt; der von derselben eingeschlossene Raum heißt ein „Umdrehungskörper". Die feste gerade Linie heißt die „Umdrehungsaxe", die sich bewegende Linie die „Erzeugungslinie". Jeder Punkt der Erzeugungslinie beschreibt bei der Drehung einen Kreis, dessen Ebene senkrecht zur Umdrehungsaxe steht und „Parallelkreis" genannt wird. Jeder Punkt einer Umdrehungsfläche liegt in der Peripherie eines Parallelkreises.

Wird die Erzeugungslinie gerade und parallel zu der Umdrehungsaxe angenommen, so ist die Umdrehungsfläche der Mantel eines Cylinders. Schneidet die gerade Erzeugungslinie die Umdrehungsaxe, so ist die Umdrehungsfläche der Mantel eines Kegels. Ist die Erzeugungslinie ein Halbkreis, dessen Durchmesser in der Umdrehungsaxe liegt, so ist die Umdrehungsfläche der Mantel einer Kugel. Alle auf der Drehbank gebildeten Körper sind Umdrehungskörper. Jeder Umdrehungskörper wird durch Ebenen, welche durch seine Umdrehungsaxe derartig gehen, daß diese in den Ebenen liegt, in kongruenten Durchschnittsfiguren geschnitten.

Die Kugel.

Die Kugel hat eine nicht abwickelbare Oberfläche, d. h. sie läßt sich nicht ohne Risse oder Falten in eine Ebene ausbreiten. Aus diesem Grunde kann dieselbe auch nur näherungsweise abgewickelt werden. Gewöhnlich geschieht dies durch eine Anzahl von kongruenten sphärischen Zweiecken — in der Regel 8 oder 16 —, die erhalten werden, wenn die Kugel durch „größte Durchschnittskreise", sogenannte „Meridiankreise", d. h. Kreise, welche durch die Erzeugungsaxe gehen, geschnitten wird. Die Abwickelung geschieht auch durch Zerlegen des Mantels in eine Anzahl von Parallelkreisen, welche jedoch weniger gebräuchlich und auch etwas ungenauer ist.

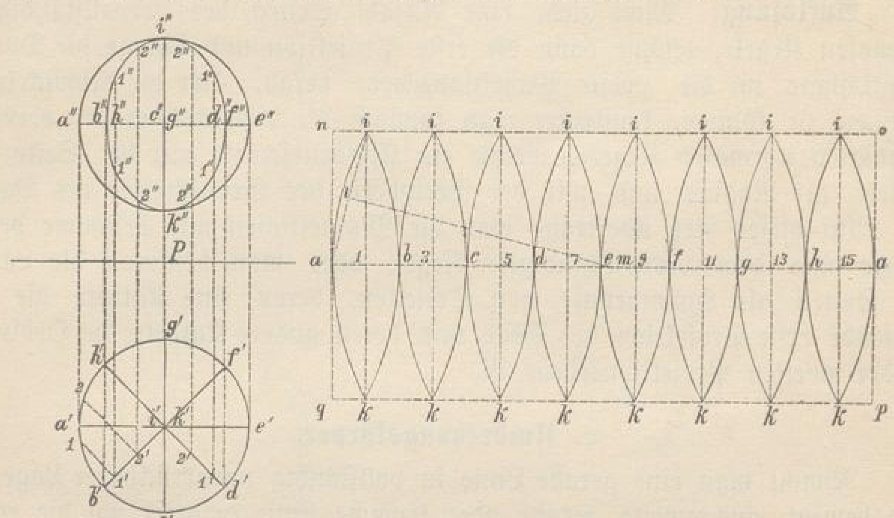


Fig. 134.

1. Aufgabe. Die Abwickelung eines Kugelmantels durch Meridiankreise zu zeichnen. Fig. 134.

Auflösung. Man theile den Kugelmantel zunächst durch Meridiankreise in mindestens 8 kongruente sphärische Zweiecke und zeichne die Meridiankreise in beiden Projektionen. Dann konstruire man ein Rechteck, dessen eine Seite gleich der ganzen und dessen andere Seite gleich der halben Peripherie eines Meridiankreises ist, halbire das Rechteck der Länge nach und theile die Halbirungslinie in 16 gleiche Theile. In den ungeraden Theilpunkten errichte man Lothe auf der Mittellinie, welche die langen Seiten des Rechtecks schneiden. Diese Schnittpunkte und die geraden Theilpunkte sind Punkte, durch welche die Bogenlinien der sphärischen Zweiecke gehen müssen. Es ist $il = al$; $lm \perp ai$; m = dem Mittelpunkt für den Bogen iak; mit demselben Radius sind die übrigen Bögen zu schlagen.

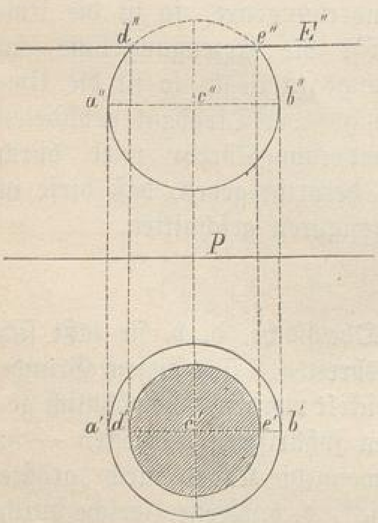


Fig. 135.

2. Aufgabe. Eine Kugel wird durch eine Ebene geschnitten, welche parallel zur Horizontalebene ist. Fig. 135.

Auflösung. Die Durchschnittsfigur ist gleich der ersten Projektion derselben und ist ein Kreis, dessen Durchmesser gleich der zweiten Projektion der Durchschnittsfigur ist welche mit E" zusammenfällt.

3. Aufgabe. Eine Kugel wird durch eine Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der zweiten Projektionsebene steht und mit der ersten einen gegebenen Winkel bildet. Es sind die Projektionen und die Durchschnittsfigur zu zeichnen. Fig. 136.

Auflösung. Die Durchschnittsfigur ist ein Kreis, ihre erste Projektion ist eine Ellipse, die sich aus der Durchschnittsfigur ergiebt. Ihre zweite Projektion ist eine gerade Linie, welche mit E″ zusammenfällt. Die Durchschnittsfigur erhält man, indem man dieselbe in die zweite Projektionsebene herabschlägt.

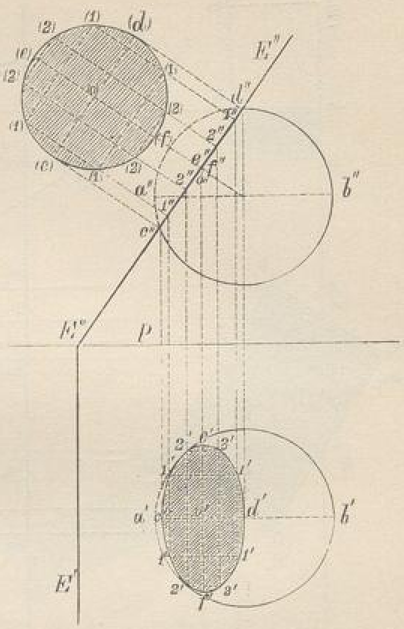


Fig. 136.

17. Durchdringungen von Körpern.

a. Ebene Körper.

Sind die Projektionen zweier sich durchdringender Körper gegeben, so erhält man die Projektionen der Durchschnittsfiguren, wenn man entweder die Durchschnittslinien der sich schneidenden Seitenebenen bestimmt, oder wenn man die Punkte konstruirt, in denen die Kanten des einen Körpers die Flächen des anderen durchdringen; die Verbindung dieser Schnittpunkte ergiebt dann die Durchschnittsfigur. Man hat in jedem gegebenen Falle darauf zu achten, in möglichst einfacher Weise die Aufgabe zu lösen und demgemäß seine Wahl zu treffen.

1. Aufgabe. Ein vierseitiges Prisma, welches senkrecht auf der ersten Projektionsebene steht, wird von einem anderen vierseitigen Prisma, dessen Seitenkanten parallel zur zweiten Projektionsebene sind, durchdrungen. Es sind beide Projektionen und die Durchschnittsfiguren zu zeichnen. Fig. 137.

Auflösung. Das durchdrungene Prisma zeigt seinen Querschnitt in der ersten Projektion; der Querschnitt des anderen Prisma ist in die erste Projektionsebene herabgeschlagen anzunehmen und demnächst zu heben. Die Projektionen der Durchschnittsfigur erhält man in der dritten Projektionsebene. Demnächst schlägt man dieselben in eine der Projektionsebenen herab.

2. Aufgabe. Ein vierseitiges Prisma, welches senkrecht auf der ersten Projektionsebene steht, dessen Seitenebenen aber geneigt zur zweiten Projektionsebene sind, wird von einem anderen vierseitigen Prisma,

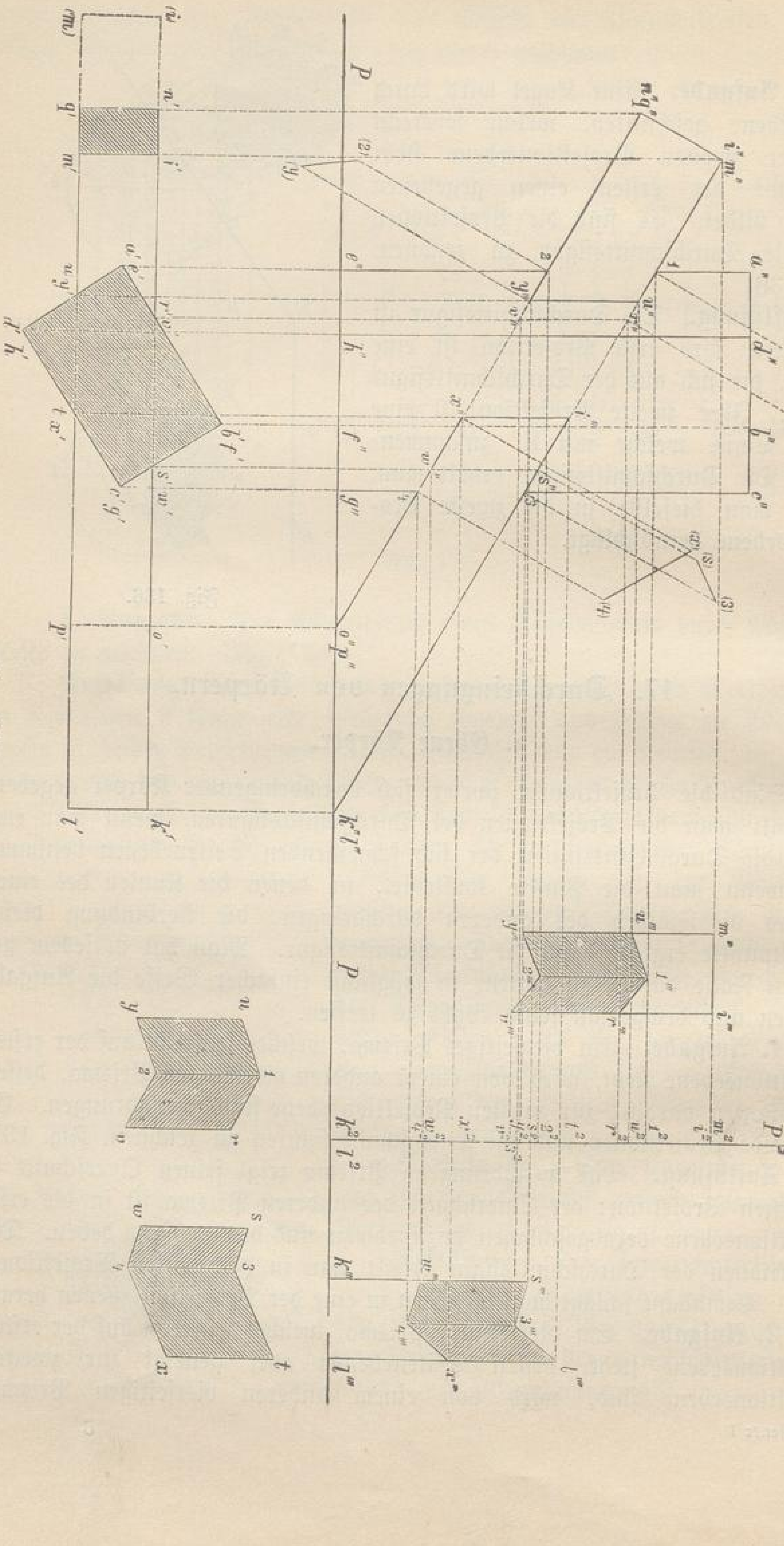


Fig. 137.

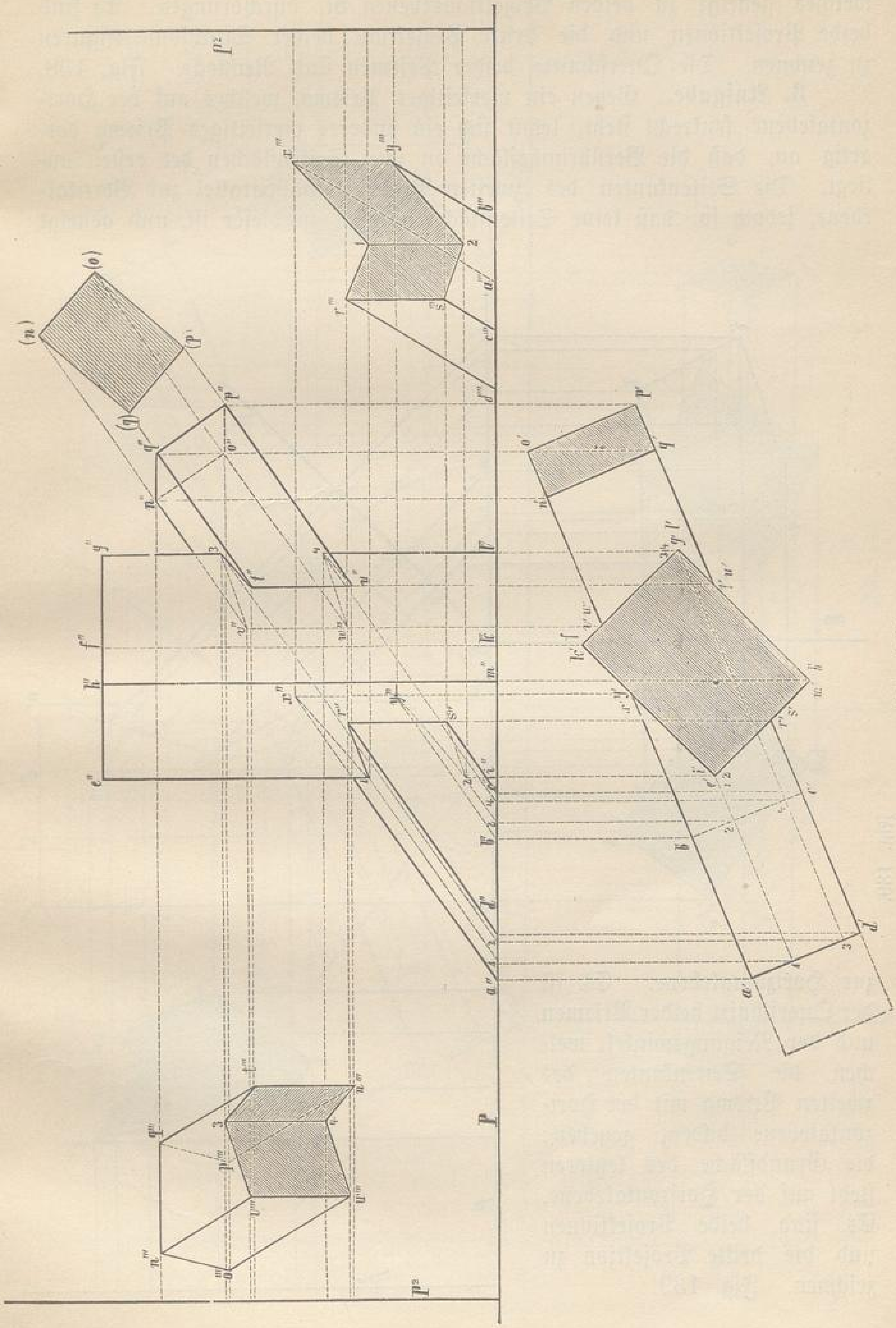


Fig. 138.

welches geneigt zu beiden Projektionsebenen ist, durchdrungen. Es sind beide Projektionen und die dritte Projektion beider Durchschnittsfiguren zu zeichnen. Die Querschnitte beider Prismen sind Rechtecke. Fig. 138.

3. Aufgabe. Gegen ein vierseitiges Prisma, welches auf der Horizontalebene senkrecht steht, lehnt sich ein anderes vierseitiges Prisma derartig an, daß die Berührungsfläche an zwei Seitenflächen des ersten anliegt. Die Seitenkanten des zweiten Prisma sind parallel zur Vertikalebene, jedoch so, daß keine Seitenfläche parallel zu dieser ist, und geneigt

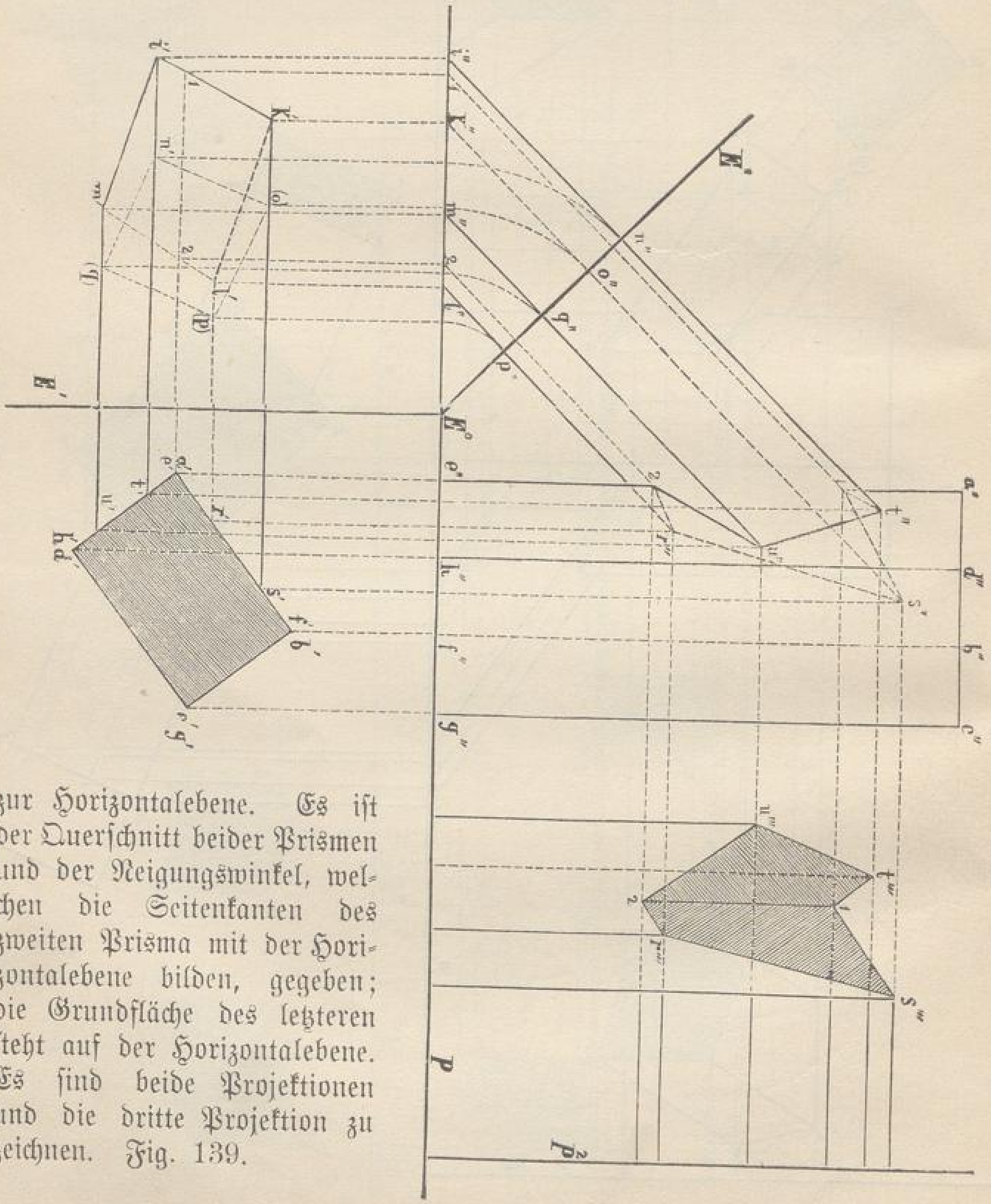


Fig. 139.

zur Horizontalebene. Es ist der Querschnitt beider Prismen und der Neigungswinkel, welchen die Seitenkanten des zweiten Prisma mit der Horizontalebene bilden, gegeben; die Grundfläche des letzteren steht auf der Horizontalebene. Es sind beide Projektionen und die dritte Projektion zu zeichnen. Fig. 139.

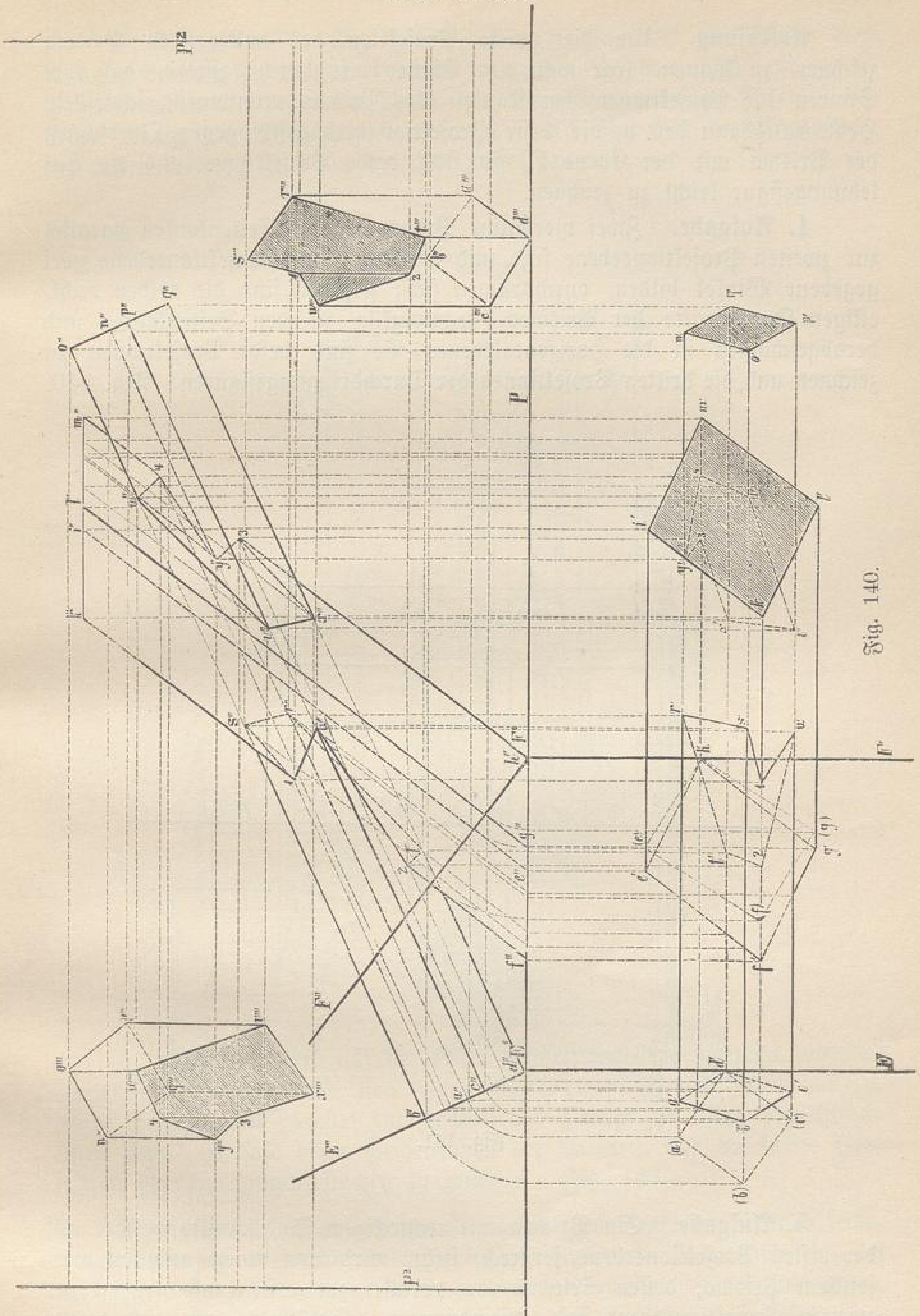


Fig. 140.

Auflösung. Um die zweite Projektion des anliegenden Prisma zeichnen zu können, lege man eine Ebene E so durch dasselbe, daß ihre Spuren die Projektionen der Kanten des Prisma rechtwinklig schneiden. Hebt man dann den in die erste Projektion herabgeschlagenen Querschnitt des Prisma mit der Ebene E, so sind beide Projektionen und die Anlehnungsfigur leicht zu zeichnen.

4. Aufgabe. Zwei vierseitige Prismen, deren Seitenkanten parallel zur zweiten Projektionsebene sind und mit der ersten Projektionsebene zwei gegebene Winkel bilden, durchdringen sich; gegeben sind die beiden rechteckigen Querschnitte der Prismen, rechtwinklig zu den Seitenkanten und herabgeschlagen in die Horizontalebene. Es sind beide Projektionen zu zeichnen und die dritten Projektionen der Durchdringungsfiguren. Fig. 140.

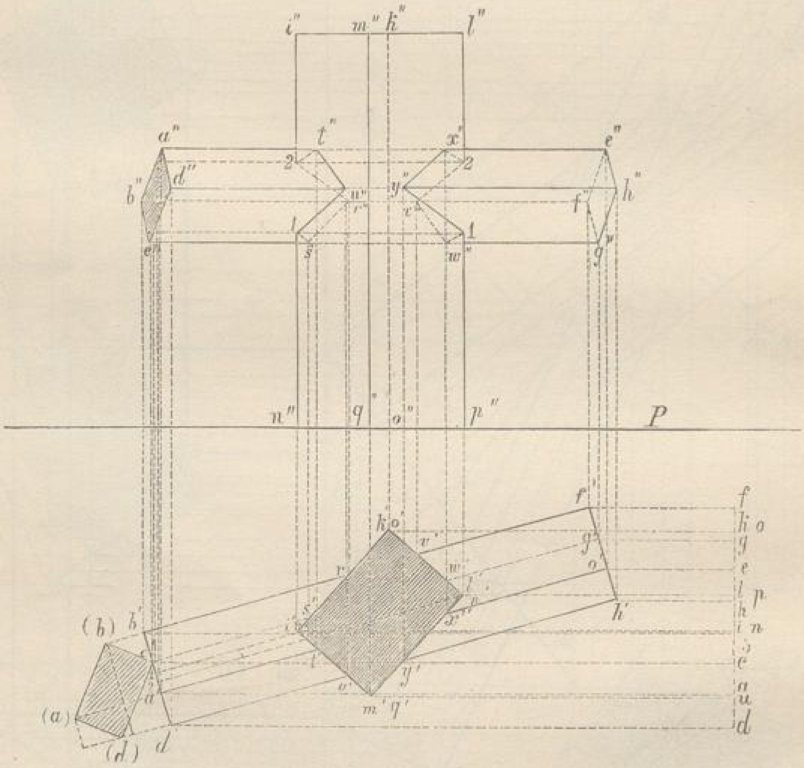


Fig. 141.

5. Aufgabe. Ein Prisma mit rechteckigem Querschnitt, welches auf der ersten Projektionsebene senkrecht steht, wird von einem anderen vierseitigen Prisma, dessen Seitenkanten parallel zur ersten und geneigt zur zweiten Projektionsebene sind, durchdrungen. Es ist die erste und zweite Projektion zu zeichnen. Fig. 141.

6. Aufgabe. In Fig. 142 ist die in Fig. 141 dargestellte Verbindung derartig zu zeichnen, daß die Lage der Prismen gegen die zweite Projektionsebene unverändert bleibt, die Seitenkanten beider Prismen dagegen geneigt zur ersten Projektionsebene sind. Eine Ecke der Grundfläche des ersten Prisma steht auf der Horizontalebene.

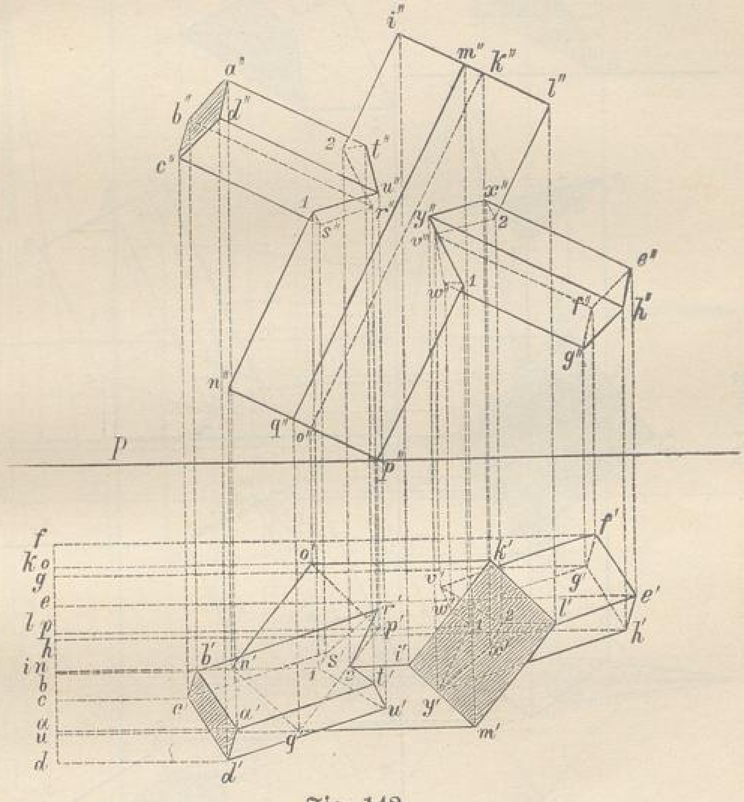


Fig. 142.

7. Aufgabe. Ein auf der ersten Projektionsebene senkrecht stehendes vierseitiges Prisma wird von einem dreiseitigen Prisma durchdrungen, dessen Seitenkanten parallel zur zweiten und geneigt zur ersten Projektionsebene sind. Es sind beide Projektionen der Prismen und die dritte Projektion der Durchschnittsflächen zu zeichnen. Fig. 143.

8. Aufgabe. Eine auf der Horizontalebene senkrecht stehende sechsseitige Pyramide wird von einer vierseitigen Pyramide, deren Höhe parallel zur ersten Projektionsebene, aber geneigt zur zweiten ist, durchdrungen. Es sind beide Projektionen der Prismen und die dritte Projektion der Durchschnittsfiguren zu zeichnen. Die Grundebenen beider Pyramiden sind unregelmäßige Polygone. Beide Pyramiden stehen auf der ersten bezw. dritten Projektionsebene so, daß ihre Höhen auf diesen lothrecht stehen. Fig. 144.

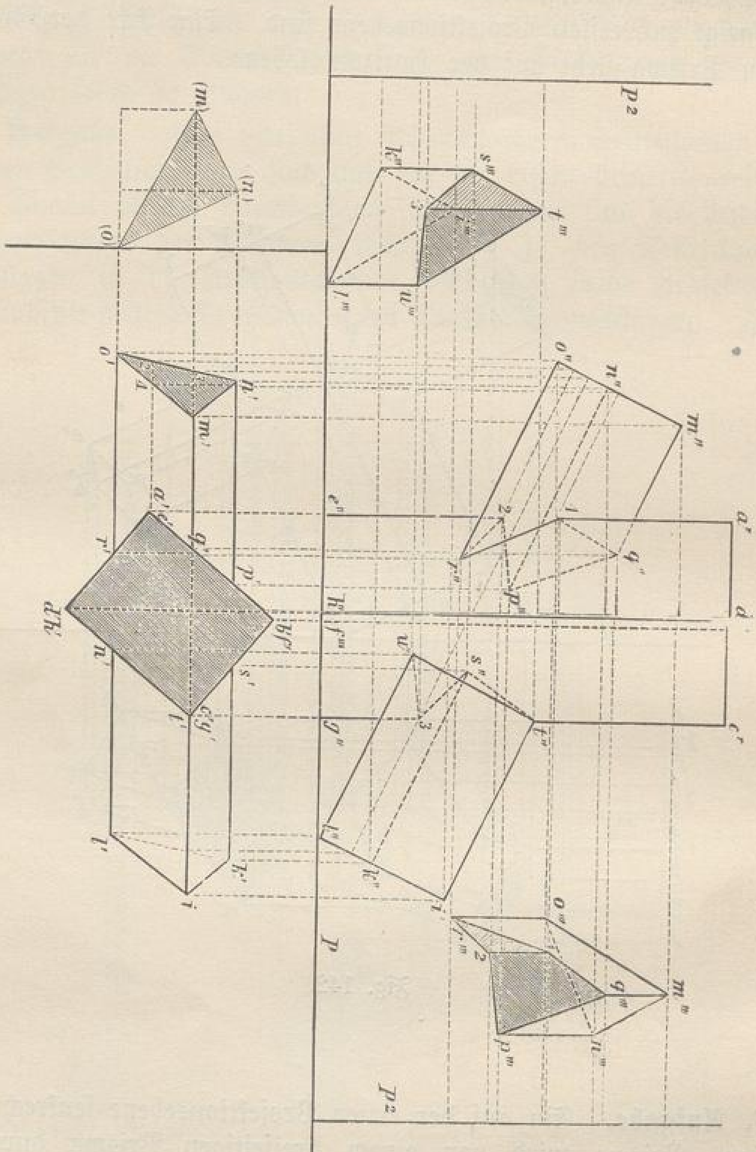


Fig. 143.

b. Krummflächige Körper.

9. Aufgabe. Zwei normale Kreiskegel durchdringen sich; der durchdrungene steht lothrecht auf der ersten Projektionsebene, die Grundfläche des durchdringenden steht senkrecht auf der zweiten Projektionsebene. Fig. 145.

Auflösung. Legt man durch die Linie, welche die Spitzen beider Kegel verbindet, Ebenen, so erzeugen diese auf den Mänteln der Kegel

Seiten. Die Punkte, in welchen die von derselben Ebene erzeugten Seiten beider Kegel sich treffen, liegen in den Schnittkurven und bestimmen daher dieselben. Ist z. B. t^1 die Spur der Linie s t und man legt durch t^1 eine gerade Linie, so ist diese die erste Spur einer Ebene E, welche die Kegel in den Linien 1 s und 1 t schneidet; die Durchschnittspunkte dieser Linien sind Punkte der Schnittkurven.

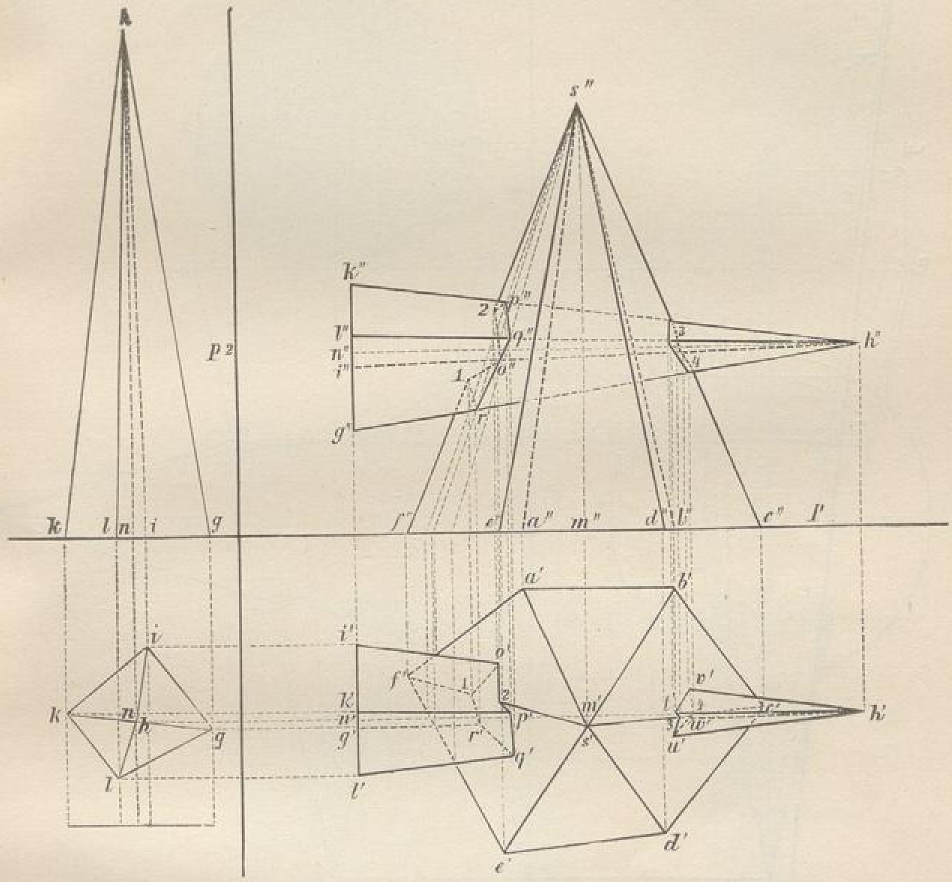


Fig. 144.

10. Aufgabe. Ein auf der ersten Projektionsebene stehender normaler Cylinder wird von einem anderen normalen Cylinder durchdrungen, dessen Axe parallel zur zweiten und geneigt zur ersten Projektionsebene ist. Fig. 146.

11. Aufgabe. Ein halber Kreiscylinder, der mit seiner Schnittfläche auf der Horizontalebene liegt und geneigt zur Vertikalebene ist, wird von einem normalen Kreiscylinder durchdrungen, welcher senkrecht auf der Horizontalebene steht. Fig. 147.

12. Aufgabe. Zwei halbe Kreiscylinder mit verschiedenem Durchmesser, welche beide mit ihren Schnittflächen auf der ersten Projektionsebene liegen, durchdringen sich. Der eine liegt parallel, der andere geneigt zur zweiten Projektionsebene. Fig. 148.

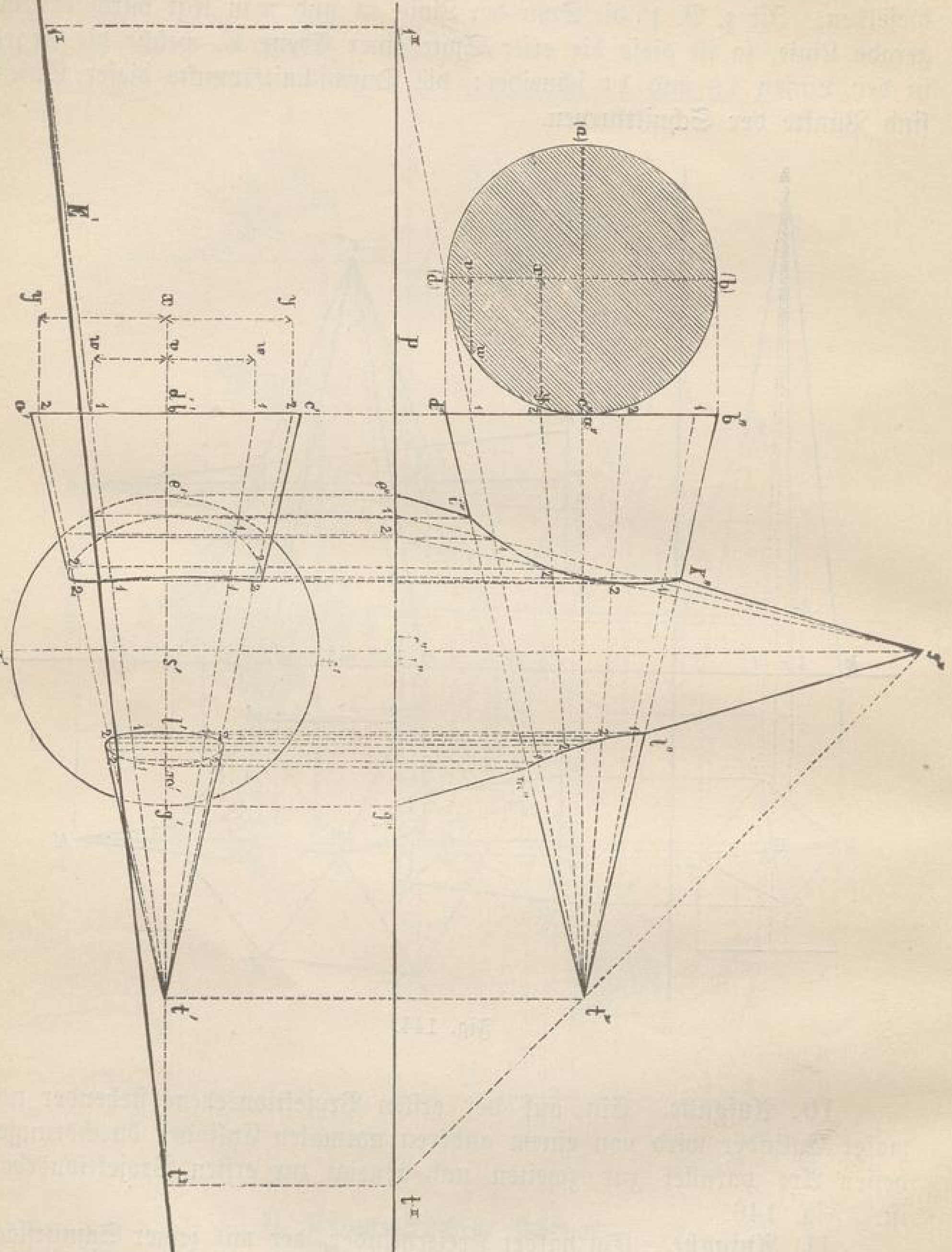


Fig. 145.

13. Aufgabe. Ein auf der ersten Projektionsebene stehender normaler Kegel wird von einem Cylinder durchdrungen, dessen Axe parallel zur ersten und geneigt zur zweiten Projektionsebene ist. Fig. 149.

14. Aufgabe. Ein auf der ersten Projektionsebene stehender schiefer Kegel, dessen Axe parallel zur zweiten Projektionsebene ist, wird von einem auf der ersten Projektionsebene senkrecht stehenden normalen Cylinder durchdrungen. Fig. 150.

15. Aufgabe. Eine Kugel wird von einem Cylinder, dessen Axe parallel zu beiden Projektionsebenen ist, durchdrungen. Die Axe des Cylinders geht durch den Mittelpunkt der Kugel. Fig. 151.

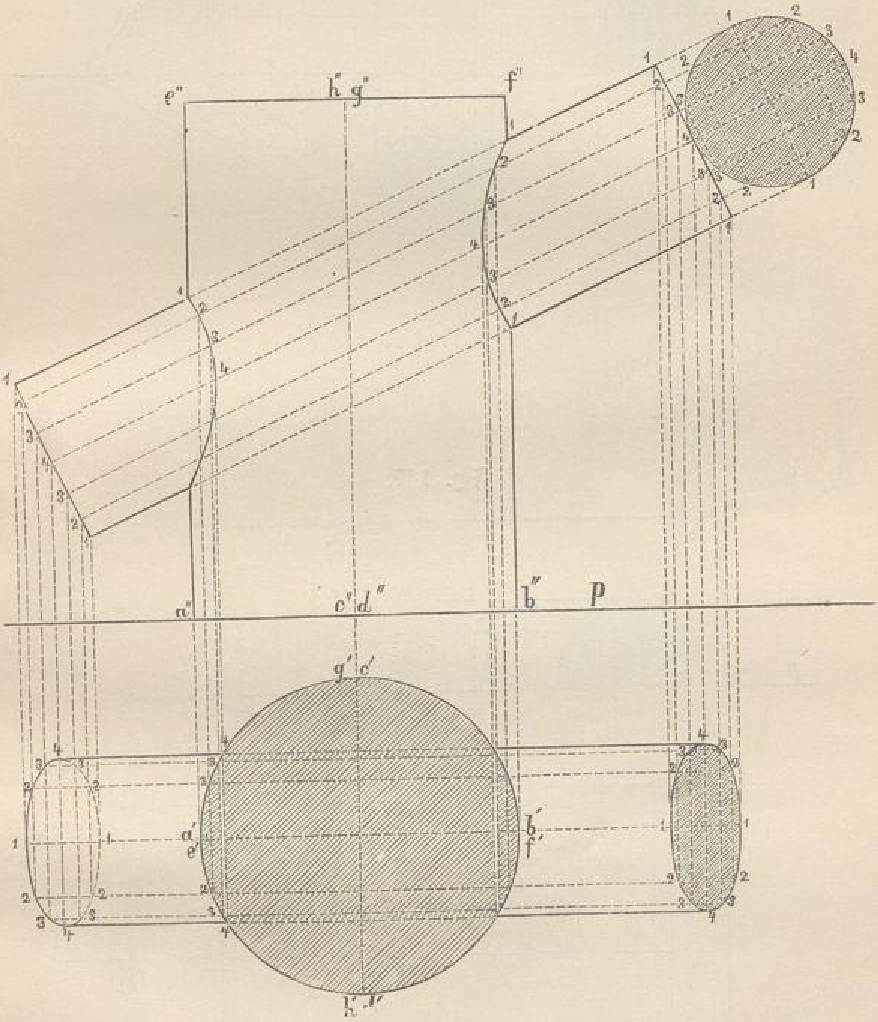


Fig. 146.

16. Aufgabe. Eine Kugel wird von einem Kegel, dessen Axe durch den Mittelpunkt der Kugel geht und parallel zu beiden Projektionsebenen ist, durchdrungen. Fig. 152.

17. Aufgabe. Eine Kugel wird von einem schiefen Kegel, welcher auf der ersten Projektionsebene steht und dessen Axe parallel zur zweiten Projektionsebene ist, durchdrungen. Fig. 153.

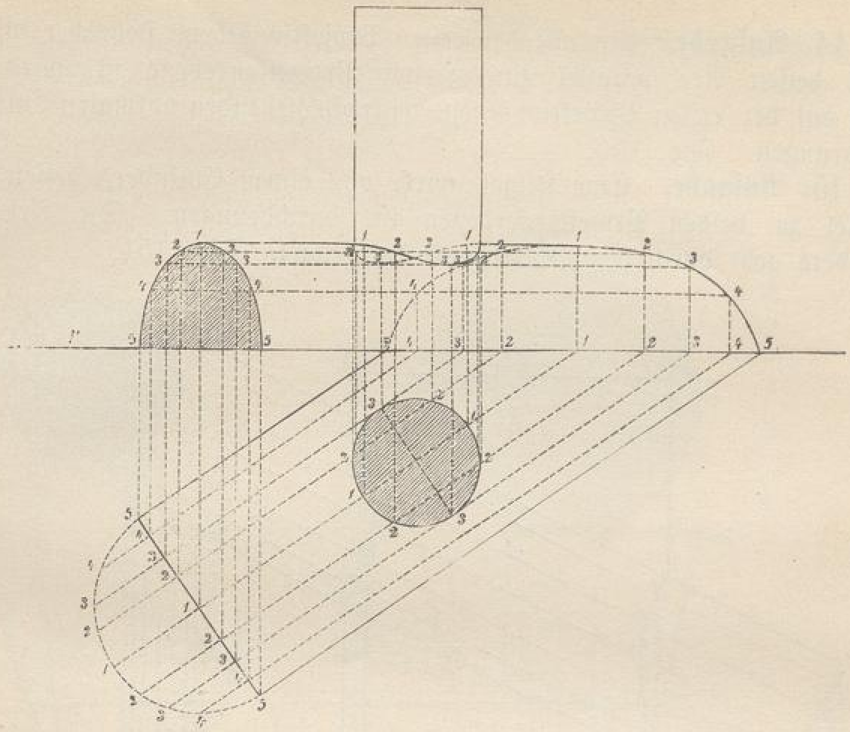


Fig. 147.

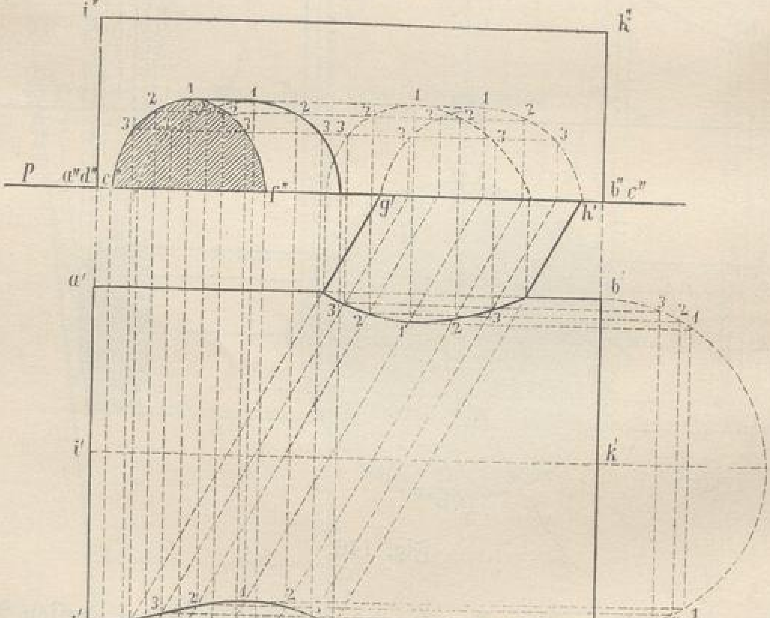


Fig. 148.

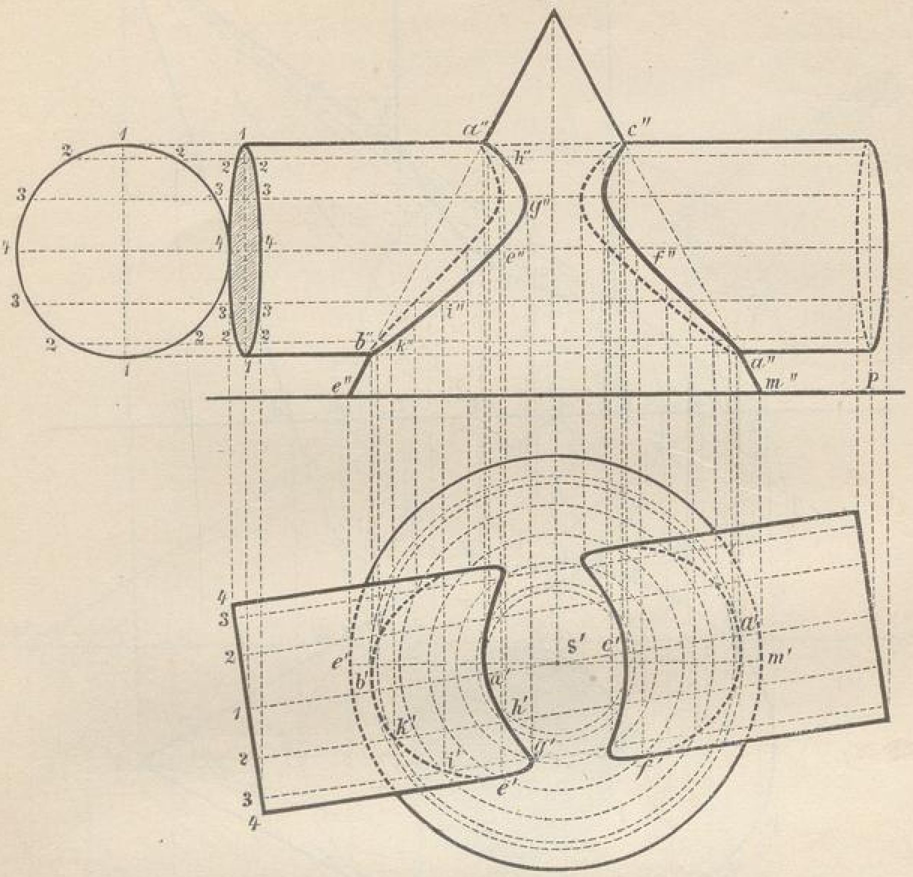


Fig. 149.

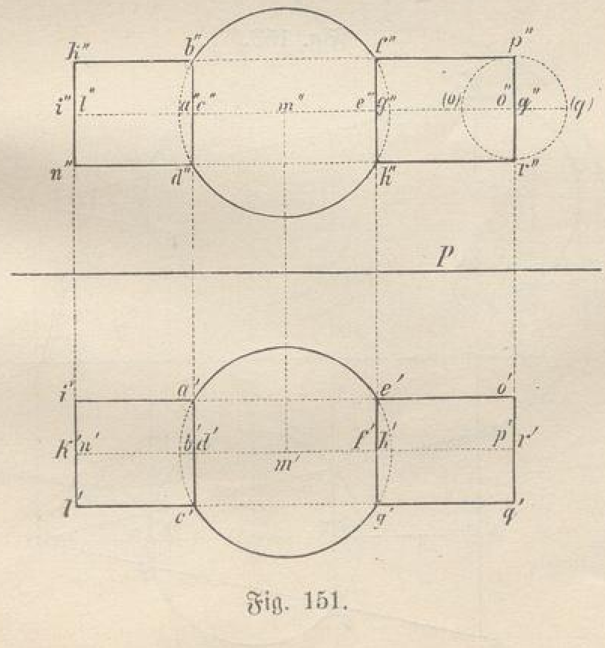


Fig. 151.

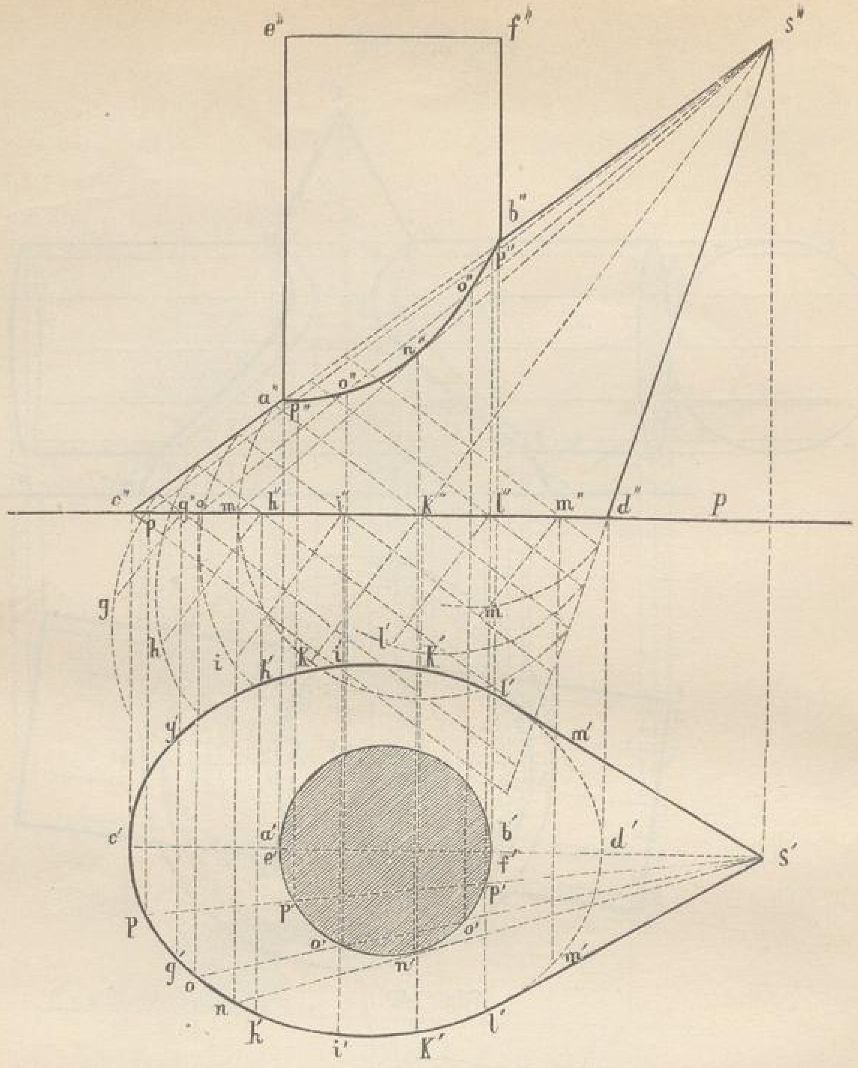


Fig. 150.

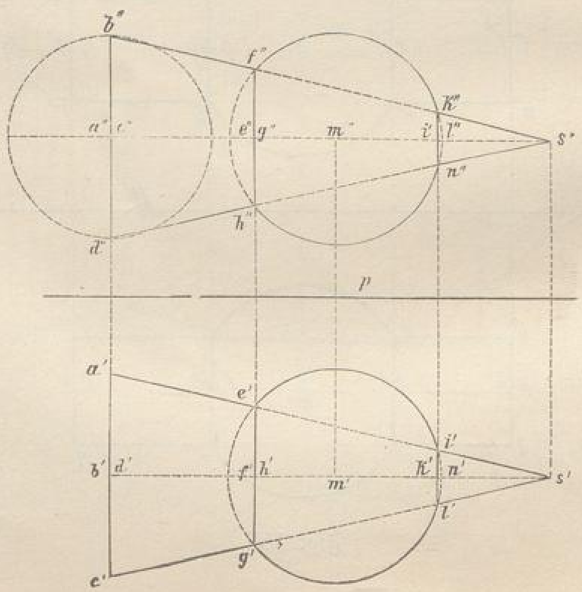


Fig. 152.

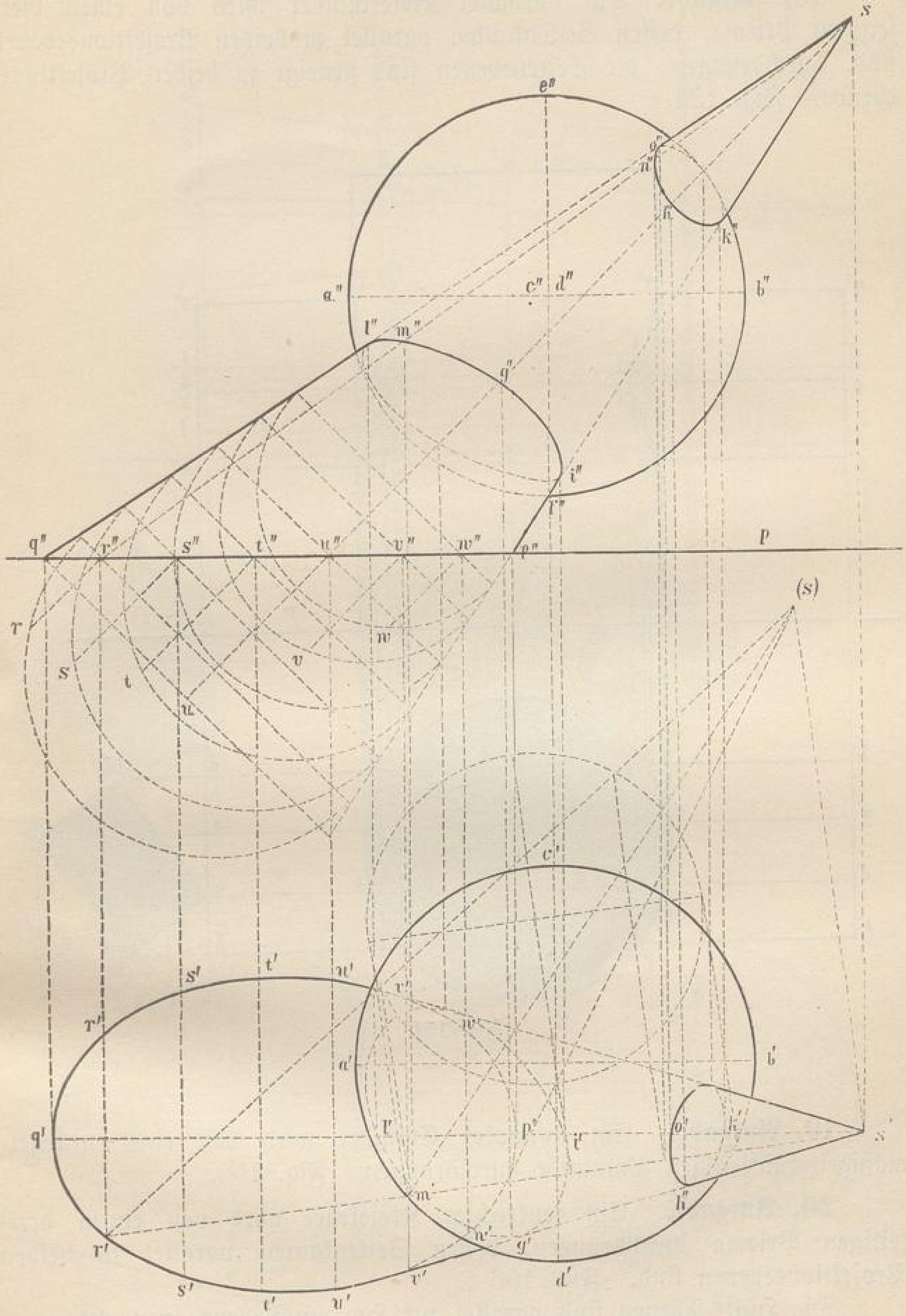

s''
e''
a''
c''
d''
b''
l''
m''
g''
i''
f''
q''
r''
s''
t''
u''
v''
w''
P
(s)
r
s
t
u
v
w
c'
s'
t'
u'
r'
v'
w'
a'
b'
q'
l'
p'
i'
o'
k'
s
m'
h'
n'
g'
r'
s'
t'
v'
d'

Fig. 113.

c. Ebene und krummflächige Körper.

18. Aufgabe. Ein normaler Kreiscylinder wird von einem vierseitigen Prisma, dessen Seitenkanten parallel zu beiden Projektionsebenen sind, durchdrungen; die Seitenebenen sind geneigt zu beiden Projektionsebenen. Fig. 154.

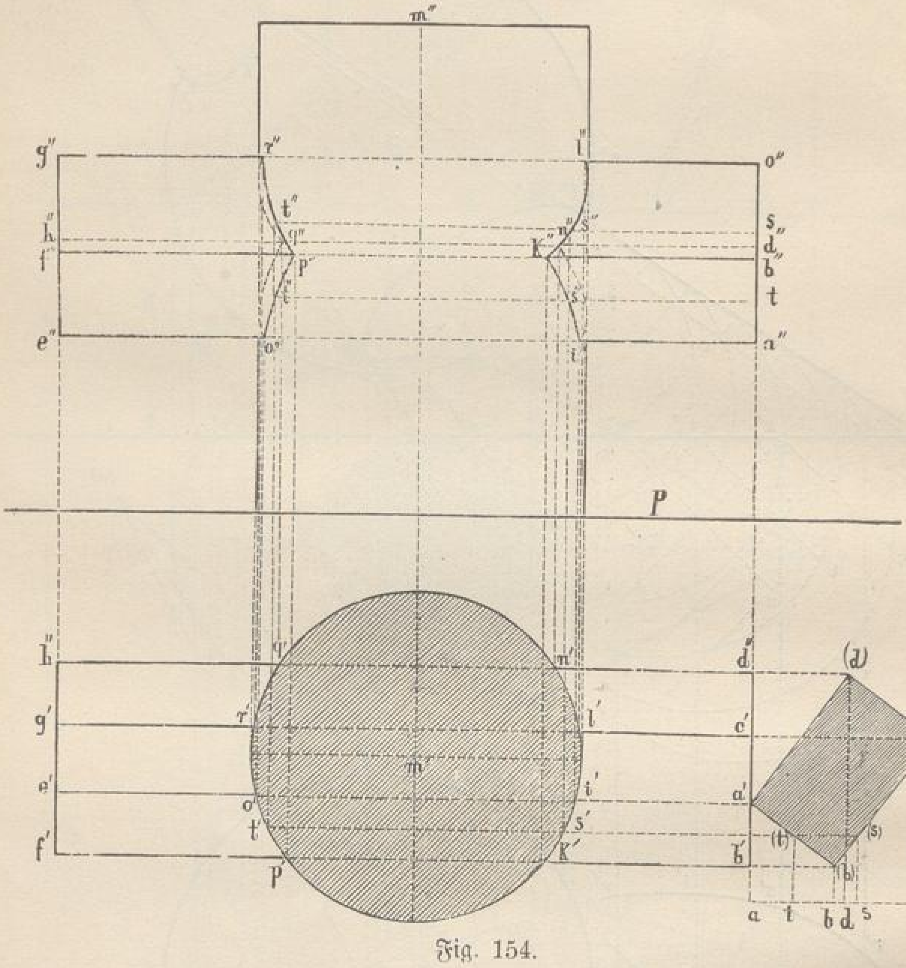


Fig. 154.

19. Aufgabe. Ein normaler Cylinder wird von einer unregelmäßigen fünfseitigen Pyramide durchdrungen. Fig. 155.

20. Aufgabe. Ein senkrechter Kreiskegel wird von einem dreiseitigen Prisma durchdrungen, dessen Seitenkanten parallel zu beiden Projektionsebenen sind. Fig. 156.

Die Hülfs-Ebenen sind parallel zur Horizontalebene anzunehmen.

21. Aufgabe. Eine Kugel wird von einer regulären normalen sechsseitigen Pyramide durchdrungen. Fig. 157.

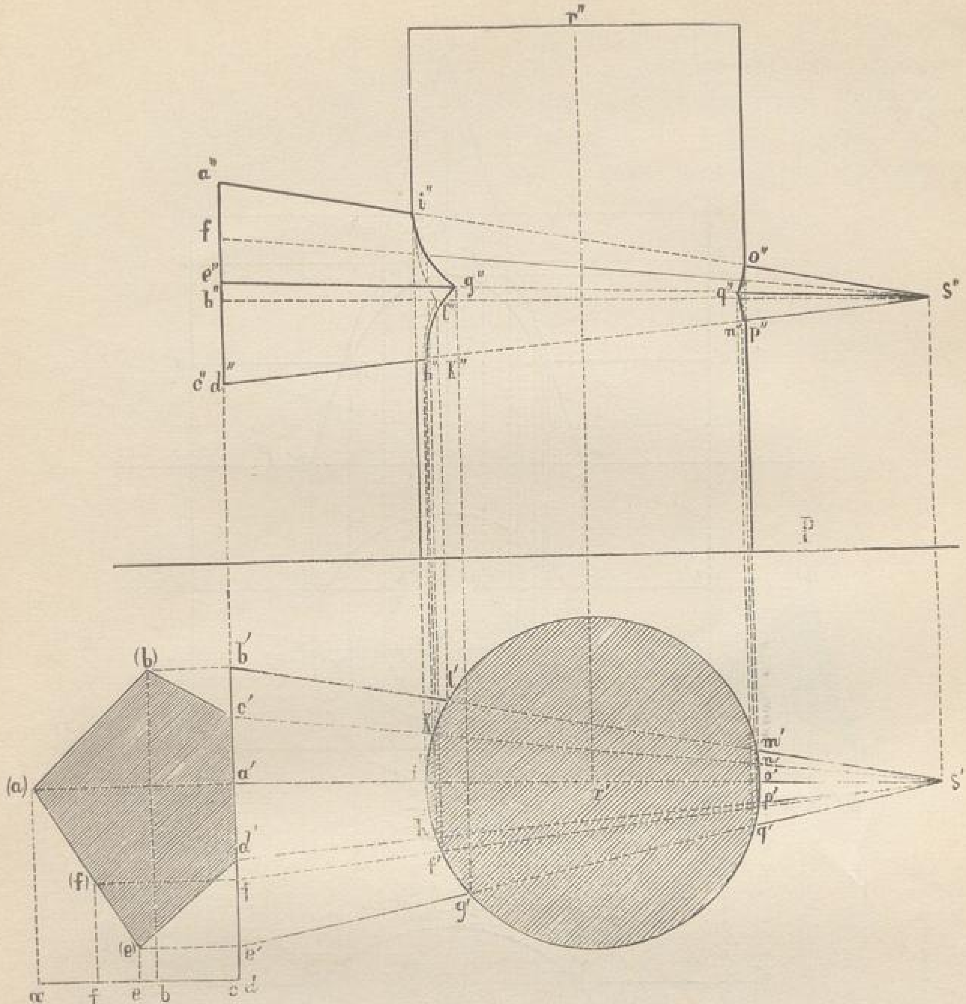


Fig. 155.

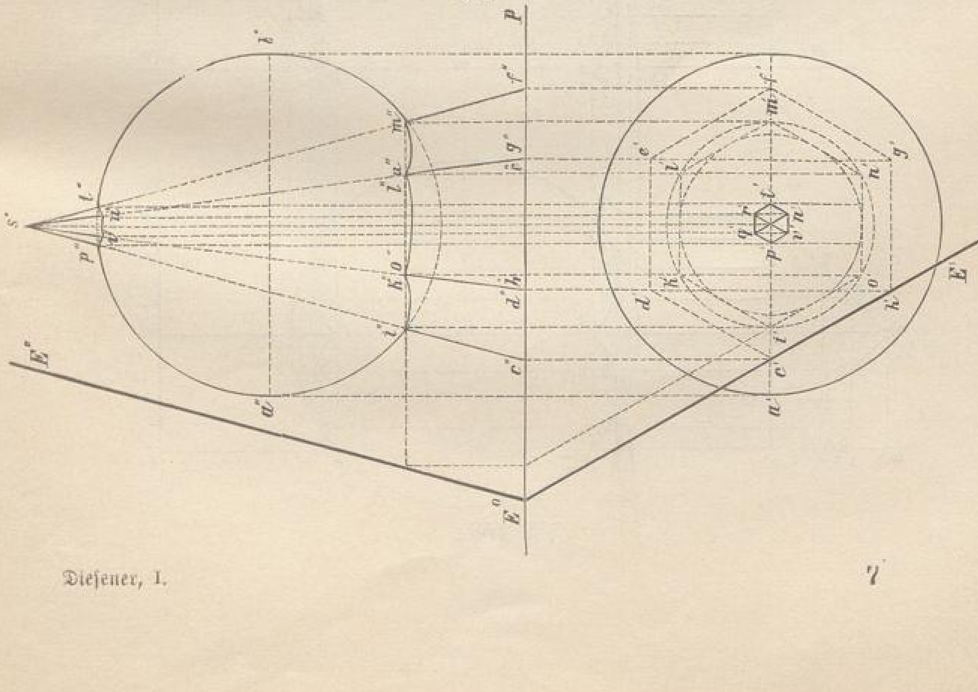


Fig. 157.

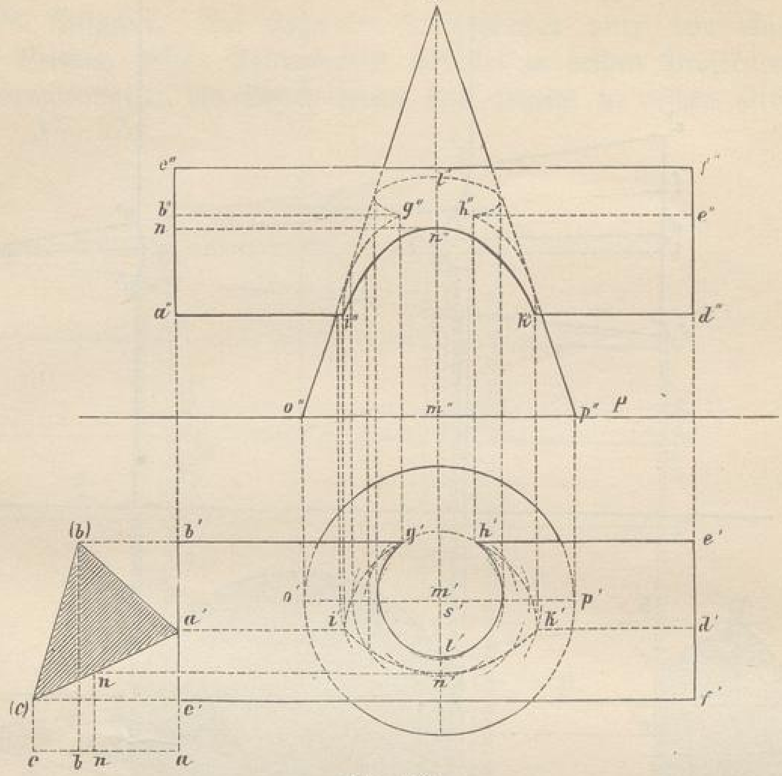


Fig. 156.

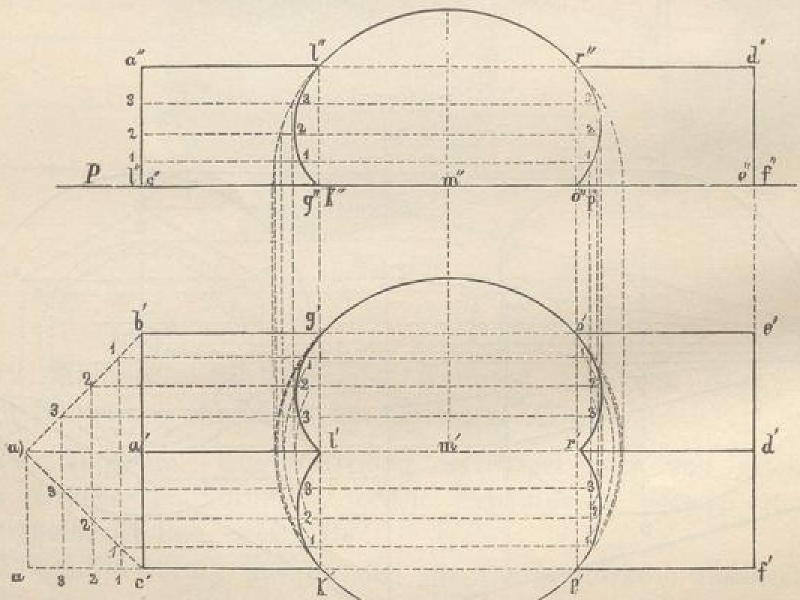


Fig. 158.

22. Aufgabe. Eine mit der Schnittfläche auf der ersten Projektionsebene liegende Halbkugel wird von einem dreiseitigen Prisma, welches mit einer Seitenebene auf der ersten Projektionsebene liegt und dessen Seitenkanten parallel zur zweiten Projektionsebene sind, durchdrungen. Die erste Projektion der mittleren Seitenkante des Prisma geht durch die erste Projektion des Mittelpunktes der Kugel. Fig. 158.

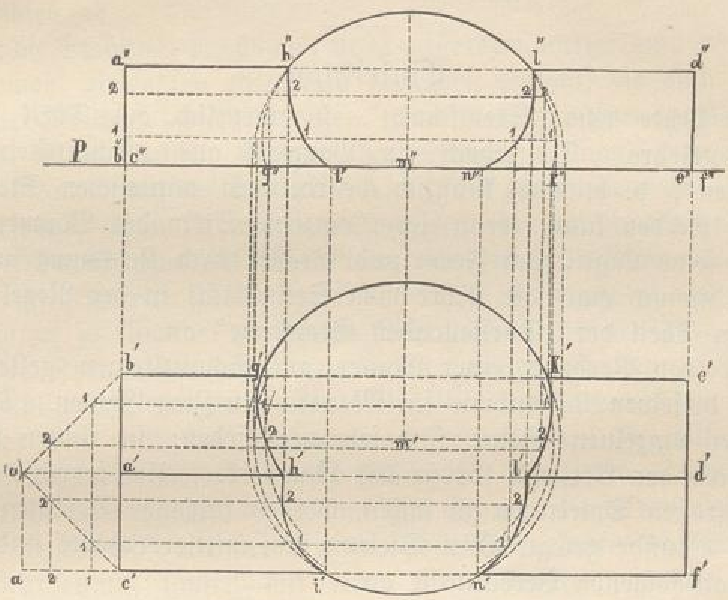


Fig. 159.

23. Aufgabe. Eine auf der ersten Projektionsebene wie in der vorigen Angabe liegende Halbkugel wird von einem dreiseitigen Prisma, welches mit einer Seitenfläche auf der ersten Projektionsebene liegt und dessen Seitenkanten parallel zur zweiten Projektionsebene sind, durchdrungen, jedoch geht die obere Seitenkante nicht durch den Mittelpunkt der Halbkugel in der ersten Projektion. Fig. 159.

III. Steinschnitt.

Einleitung.

Die Lehre vom „Steinschnitt" ist eigentlich ein Theil der Baukonstruktionslehre. Da jedoch ein Bauwerk aus „Schnittsteinen" oder „Hausteinen", d. h. aus künstlich bearbeiteten natürlichen Steinen, nur hergestellt werden kann, wenn jeder einzelne Stein des Bauwerks in Bezug auf seine Lage nach Form und Größe durch Zeichnung ausgetragen wird, so nimmt man die Lehre vom Steinschnitt in der Regel als einen besonderen Theil der „Darstellenden Geometrie" an.

Für den Verband einer Mauer aus Schnittsteinen gelten im Allgemeinen dieselben Regeln wie für Mauern von Ziegelsteinen. Die Dimensionen der einzelnen Steine sind sehr verschieden; sie richten sich hauptsächlich nach der Art und Größe des Bauwerks. Um jedoch der Willkür nicht zu großen Spielraum zu lassen, werden folgende Verhältnisse in der Regel zu Grunde gelegt. Bei Steinen von mittlerer Härte und Festigkeit nimmt man folgende Verhältnisse an:

$$\text{Höhe} : \text{Breite} = 1 : 1{,}5 \text{ bis } 2;$$
$$\text{Höhe} : \text{Länge} = 1 : 2 \text{ bis } 1 : 3;$$

Bei sehr harten und festen Steinen, deren Höhe größer als etwa 0,3 m ist:

$$\text{Höhe} : \text{Breite} = 1 : 2 \text{ bis } 1 : 3;$$
$$\text{Höhe} : \text{Länge} = 1 : 4.$$

1. Die Mauern.

Die Form der Mauer ist maßgebend für die Art der Zusammensetzung der Steine; diese selbst werden, je nach ihren Begrenzungsflächen, eingetheilt in gerade, geböschte, windschiefe, cylindrische und kegelförmige Mauern.

Um die Schnittsteine richtig bearbeiten zu können, ist es nöthig, eine genaue und geometrisch richtige Zeichnung der einzelnen Steine und ihrer Lage zu einander anzufertigen, was mit Hülfe der Projektionslehre ausführbar ist.

In neuerer Zeit werden folgende Verbände hauptsächlich ausgeführt. Man stellt die Mauern im Block- oder Kreuzverband her und giebt den Steinen ein Verhältniß von

$$\text{Höhe} : \text{Breite} : \text{Länge} = 1 : 2 : 4.$$

Bei nicht sehr starken Mauern erhalten die einzelnen Hausteine oder „Quadern" bei gleicher oder ungleicher Länge eine Breite gleich der Stärke der Mauer.

Bei stärkeren Mauern wird die Steinbreite gleich der halben Mauerstärke gemacht und mit den Schichten so abgewechselt, daß die Fugen gedeckt werden. Man kann hierbei auch in jeder Schicht mit Läufern oder Bindern abwechseln, wobei die Steinbreite nicht gleich der halben Mauerstärke sein muß.

Bei sehr starken Mauern giebt man den Steinen eine Breite gleich dem dritten Theile der Mauerstärke und wechselt dann mit Läufer- und Binderschichten ab.

Für die Stabilität der Mauer ist es außerdem vortheilhaft, die einzelnen Steine, sowohl diejenigen einer und derselben Schicht, als auch diejenigen verschiedener Schichten durch Klammern, schwalbenschwanzförmige Platten oder Dübel aus Eisen, Kupfer, Bronze oder Stein mit einander zu verbinden.

Die Bearbeitung der Hausteine erfolgt auf verschiedene Art. Dieselben werden **gespitzt,** wenn sie mit dem Spitzeisen oder der Zweispitze bearbeitet werden, **gekrönelt,** wenn die Bearbeitung mit dem Kröneleisen erfolgt. **Einfach scharrirt** heißt eine Fläche, wenn der Stein zuerst gespitzt, dann mit dem Kröneleisen in zu einander parallelen Richtungen bearbeitet wird, und zwar so, daß das Kröneleisen gegen den Stein geneigt gehalten wird und die Schläge dicht neben einander fallen. Gewöhnlich wird der Stein dann noch ein zweites Mal mit dem Kröneleisen überarbeitet. Hierauf wird das Scharrireisen angewendet, indem die Fläche mit demselben ein bis zweimal scharrirt wird. Die Schläge des erstmaligen Scharrirens bilden einen Winkel von etwa 45 bis 60° mit der Grund- oder Seitenkante, die Schläge der zweiten Bearbeitung laufen mit einer dieser Kanten parallel. Zweimal scharrirte Flächen werden **„gut scharrirt“** genannt. Bilden sämtliche Schläge zusammenhängende Streifen, dann heißt die Fläche **„aufgeschlagen scharrirt“.**

Sollen die Flächen **geschliffen** werden, so stellt man zunächst ganz ebene Flächen her und schleift dieselben dann durch Sand und Sandsteinstücke, was durch Menschen, Wasser- oder Dampfkraft geschehen kann.

Fig. 160 zeigt eine lothrechte Mauer im Grundriß und in einer isometrische- gezeichneten Ansicht und einen ebenso in vergrößert als Maßstabe ausgetragenen Stein; Fig. 161 eine geböschte Mauer, von der zwei Steine b und c in größerem Maßstabe ausgetragen sind, ebenfalls isometrisch gezeichnet.

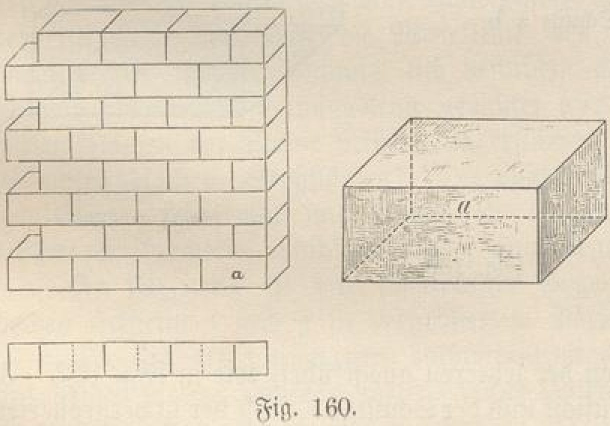


Fig. 160.

Ist bei geböschten Mauern die Abweichung von der Vertikalen nicht größer als 15°, so werden die Lagerfugen wagerecht durchgeführt, wie in Fig. 161. Ist die Abweichung von der Vertikalen aber größer als 15°, dann werden die Lagerfugen in einer Entfernung von 12 bis 15 cm von der

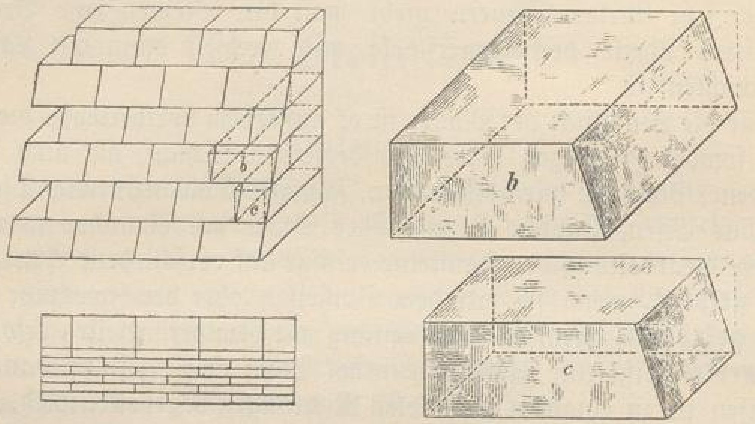


Fig. 161.

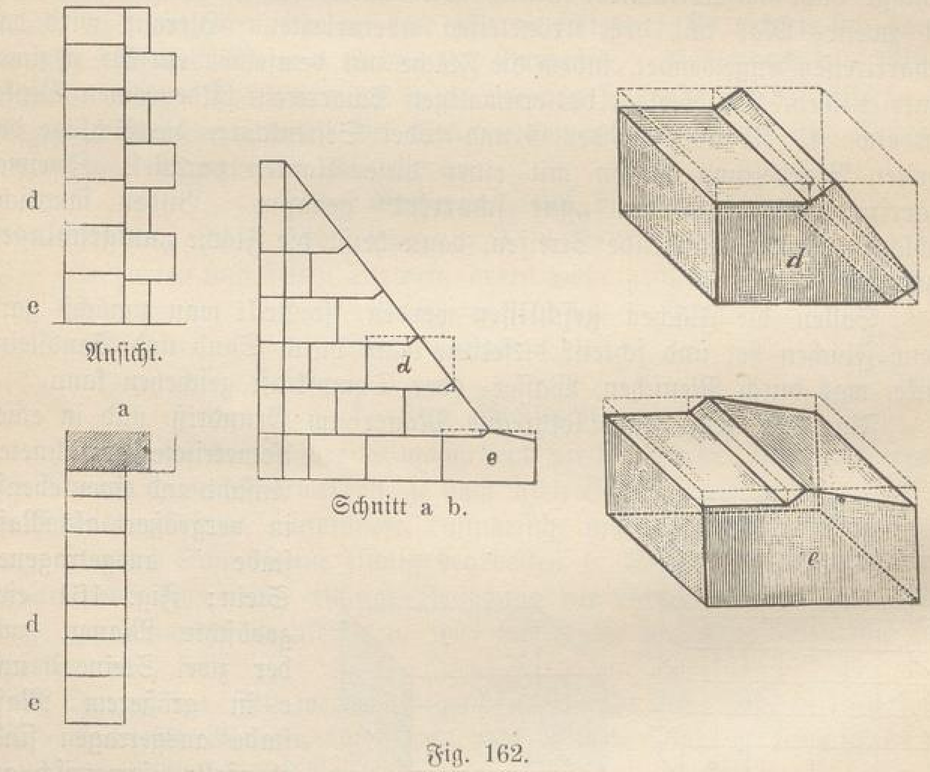


Fig. 162.

Böschungsfläche senkrecht von der letzteren ausgeführt, wie in Fig. 162. In dieser ist der Grundriß, die Ansicht und der Schnitt a b nebst der in vergrößertem Maßstabe isometrisch gezeichneten Austragung der Steine d und e dargestellt.

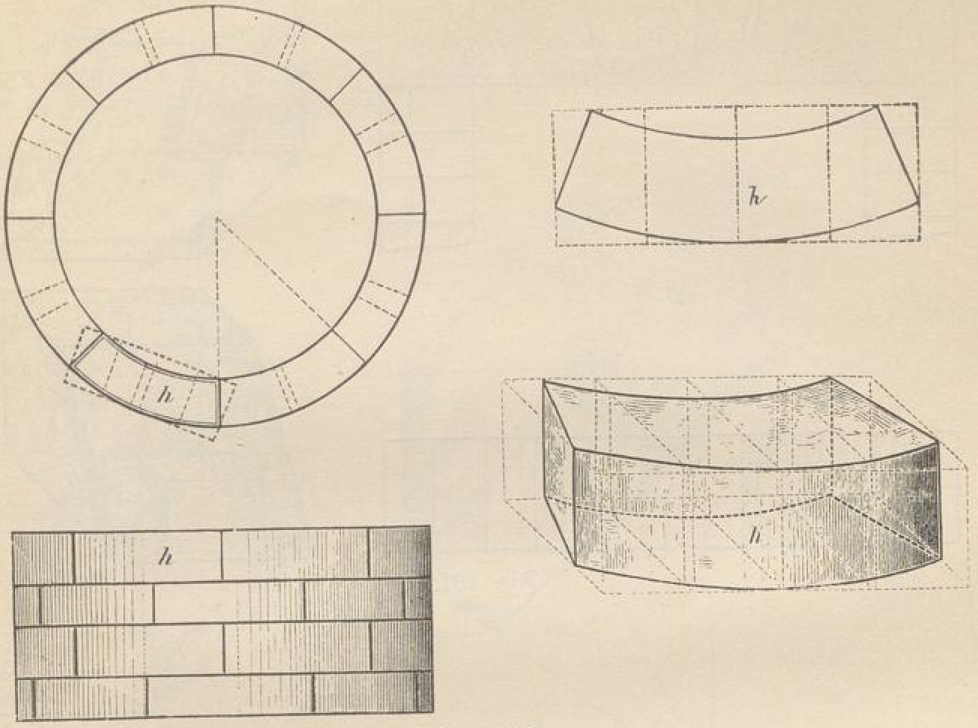


Fig. 163.

In Fig. 163 ist eine kreisrunde Mauer im Grundriß und der Ansicht, sowie der Stein h derselben im Grundriß und der isometrisch gezeichneten Austragung in vergrößertem Maßstabe dargestellt.

2. Die Gewölbe.

Für Gewölbe aus Schnittsteinen gelten dieselben Benennungen, wie für Gewölbe aus Ziegelsteinen. Der Steinschnitt der Gewölbe ist in solcher Weise zu bestimmen, daß die einzelnen Steine möglichst normal zur Mittelkraft des Druckes sich befinden. Man kann jedoch die Masse bei einem Gewölbe derartig vertheilen, daß die Mittellinie des Druckes ganz oder nahezu parallel zur inneren Leibung sich befindet, und müssen dann die Steine normal zur inneren Leibungslinie gerichtet werden. Die zur Leibung normalen Flächen der Steine heißen „Lagerflächen" und die zu diesen letzteren normalen Flächen „Stoßflächen". Die Lagerflächen sollen so viel als möglich nur Ebenen sein; man muß jedoch sehr häufig, der Beschaffenheit des Gewölbes entsprechend, windschiefe oder auch Kegelflächen als solche anordnen.

In Fig. 164 ist ein scheitrechter Bogen dargestellt, von dem die beiden Ecksteine f und g in vergrößertem Maßstabe ausgetragen sind.

Die Fig 165a zeigt einen halbkreisförmigen Bogen, dessen linke Hälfte auf beiden Seiten lothrecht, dessen rechte Hälfte auf einer Seite geböscht ist. Ausgetragen sind hier die Steine i und k, Fig. 165b, in größerem Maßstabe.

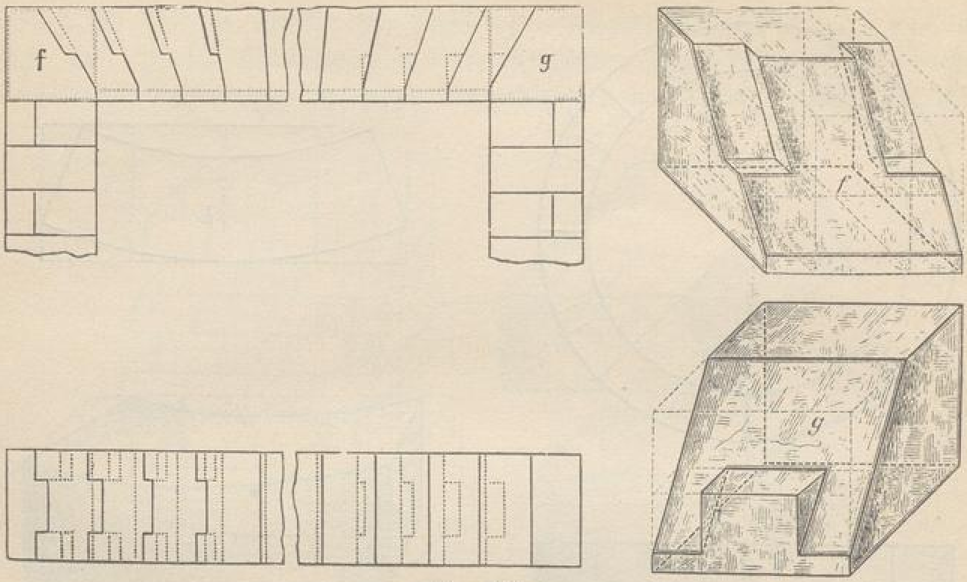


Fig. 164.

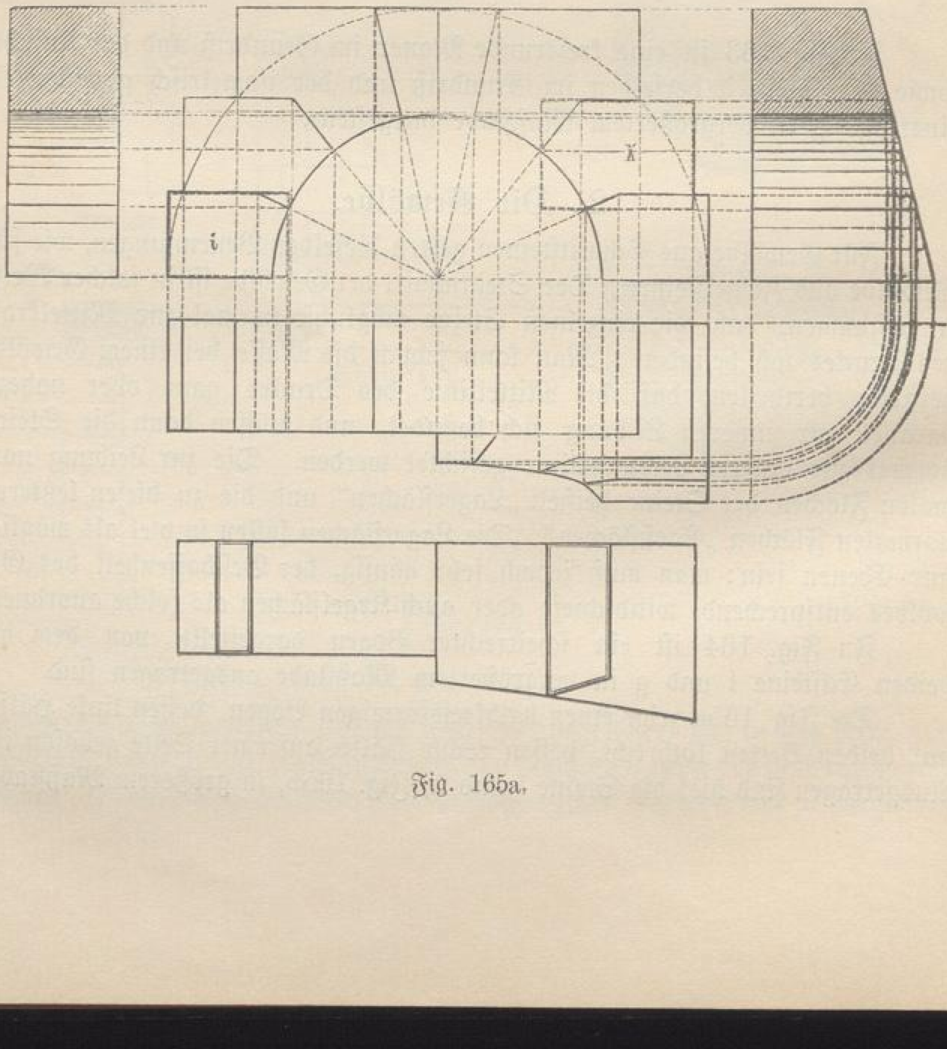


Fig. 165a.

Das in Fig. 166a dargestellte schiefe Gewölbe zeigt den Grundriß und die Ansicht desselben, mit der isometrisch gezeichneten Austragung des Anfangssteines l, Fig. 166b, und des Schlußsteines m, Fig. 166c, sowie einen Theil der Lagerschablonen.

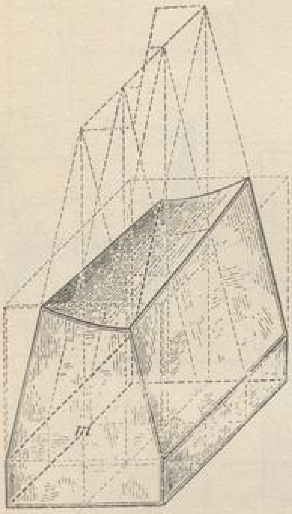


Fig. 166 c.

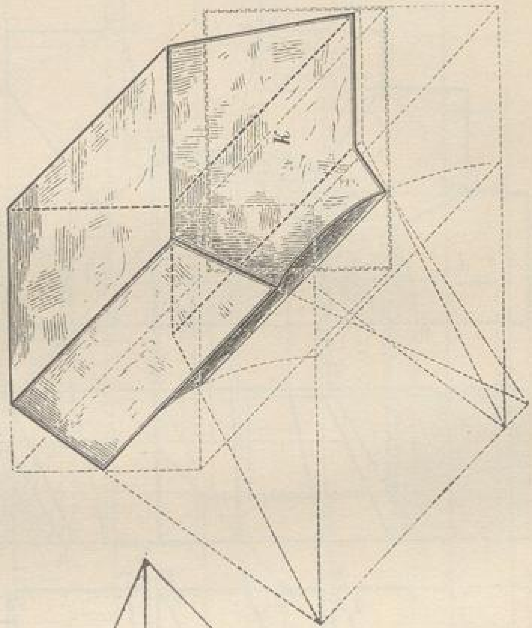


Fig. 165 b.

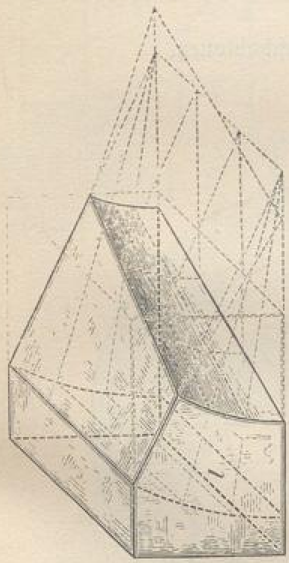


Fig. 166 b

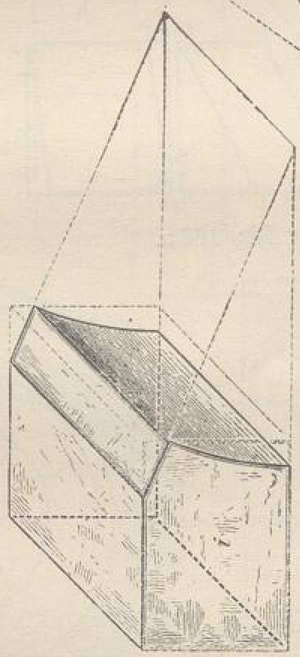
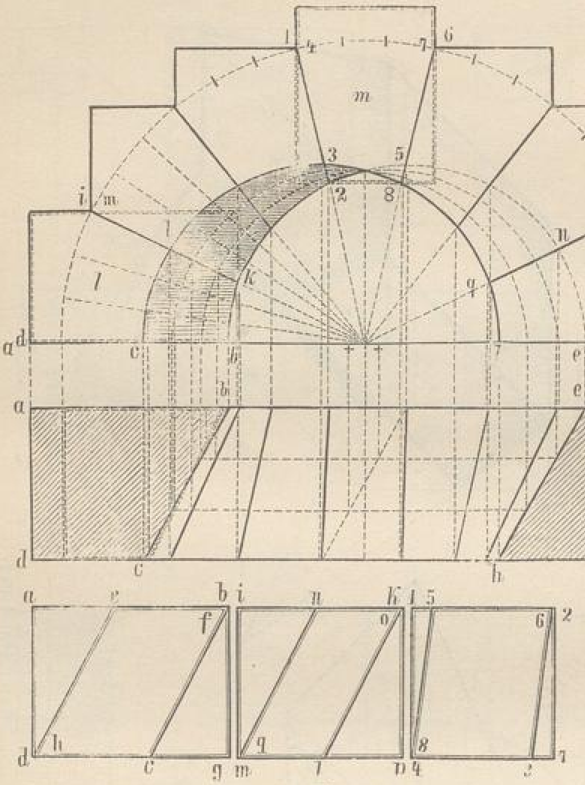


Fig. 167a zeigt ein Kuppelgewölbe im Grundriß und Querschnitt, sowie in größerem Maßstabe die Austragung eines Steines n in isometrischer Darstellung, Fig. 167b, — des Bogenanfängers. — Das Gewölbe ist halbkugelförmig angenommen. Bei der Austragung des Steines n ist von einem Parallelepipedum auszugehen, dessen Grundfläche gleich ist dem Rechteck, welches der Horizontalprojektion desselben umschrieben ist und dessen Höhe gleich ist der Höhe im Querschnitt.



Lagerschablonen.

Fig. 166 a.

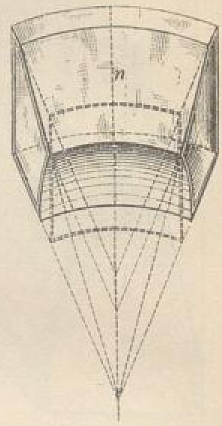


Fig. 167 a.

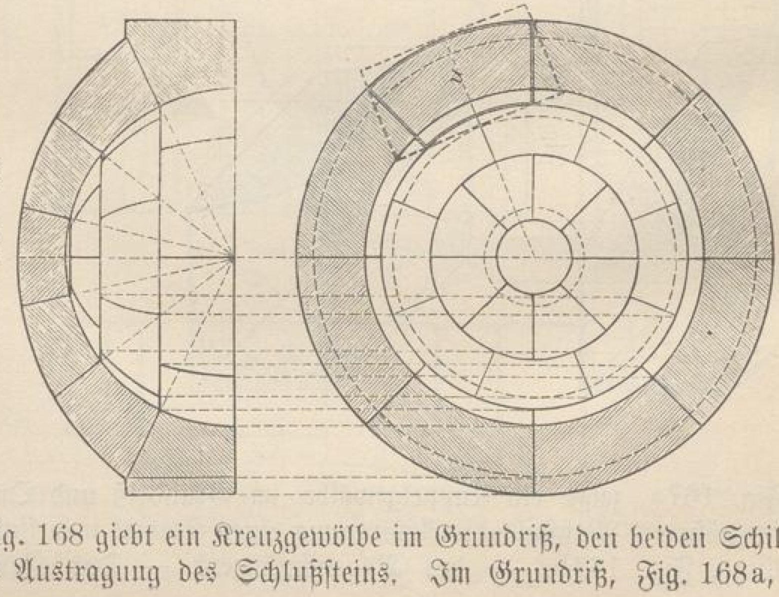


Fig. 167 a.

Fig. 168 giebt ein Kreuzgewölbe im Grundriß, den beiden Schildbögen und der Austragung des Schlußsteins. Im Grundriß, Fig. 168 a, ist die

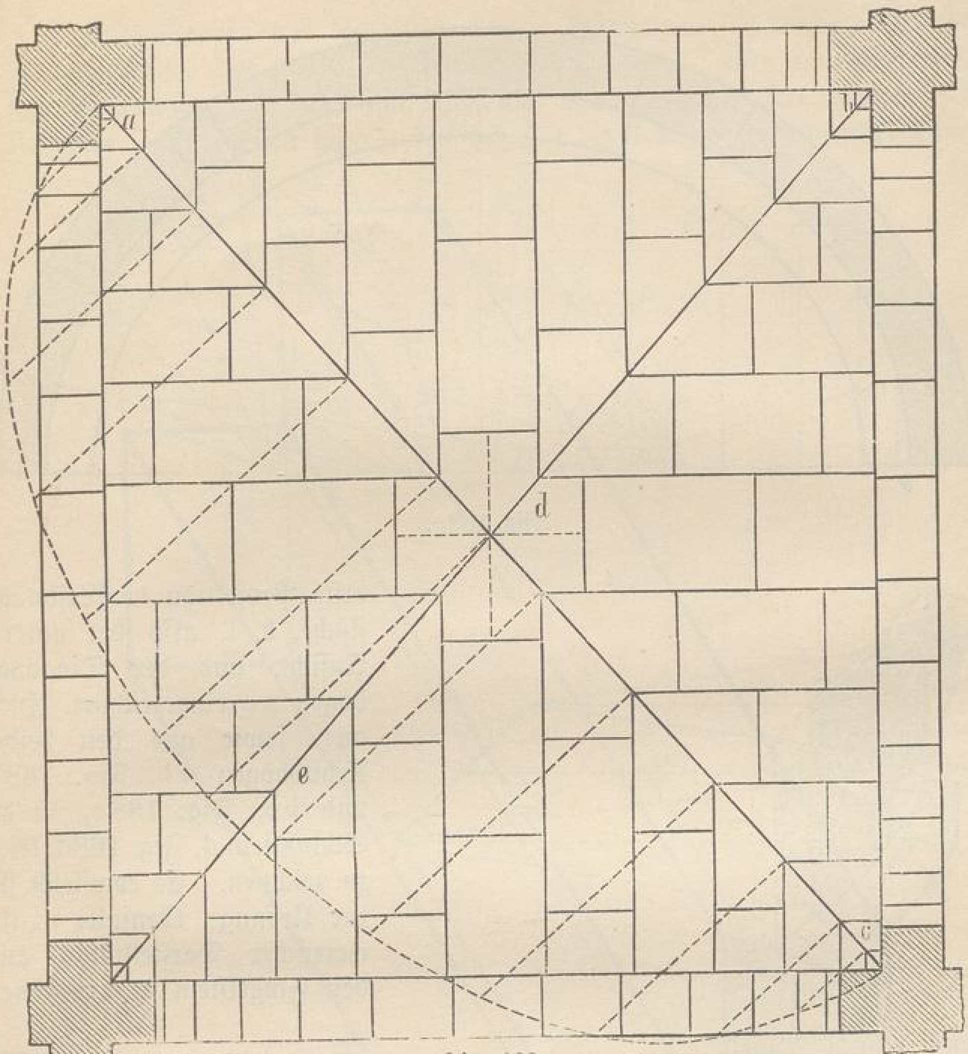


Fig. 168a.

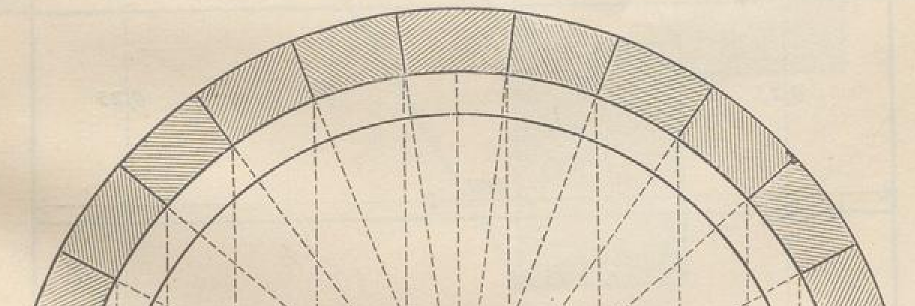


Fig. 168b.

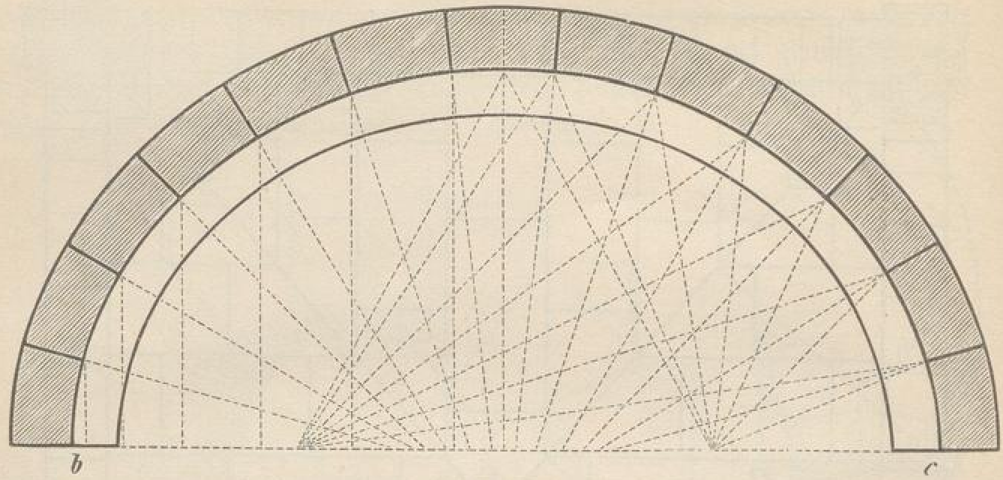


Fig. 168 c.

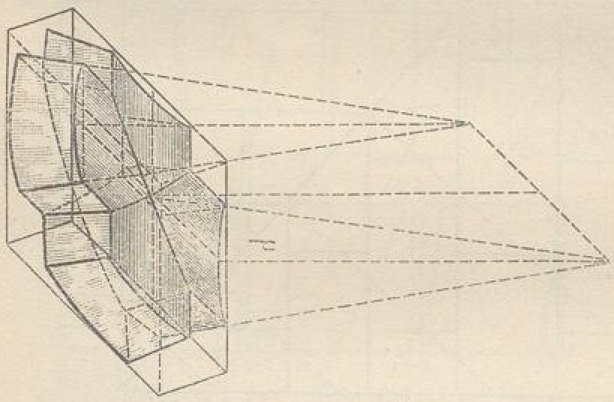


Fig. 168 d.

erste Projektion der Leibungsfläche, d. i. also der unteren Ansicht, und der Diagonalbogen a c eingezeichnet. Hieraus, sowie aus den beiden Schildbögen a b, Fig. 168 b, und b c, Fig. 168 c, ist der Schlußstein d, Fig. 168 d, leicht zu zeichnen. Es empfiehlt sich zur Uebung, ebenfalls in isometrischer Darstellung, auch den Flügelstein e zu zeichnen.

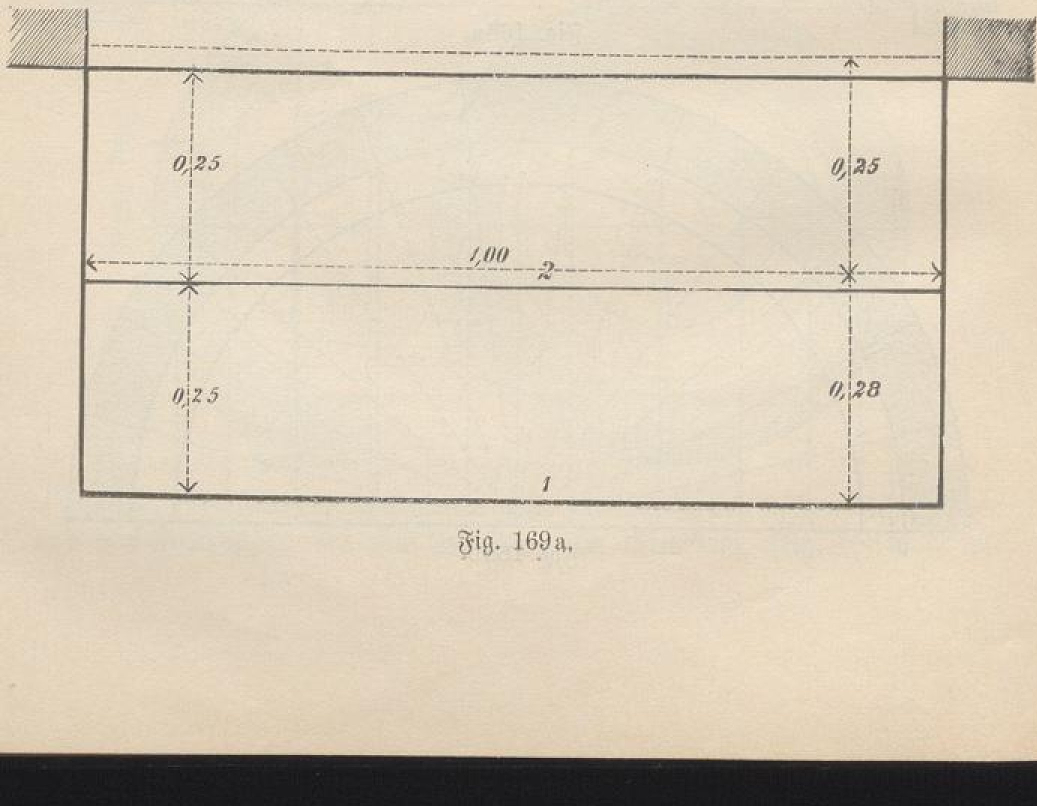


Fig. 169 a.

Die Treppen aus Schnittsteinen — Hausteinen — werden entweder so angeordnet, daß sie an beiden Enden aufliegen, oder an einem Ende fest eingemauert werden, und sich am anderen Ende frei tragen. In letzterem Falle müssen die Stufen bei 1,0 bis 1,25 m freitragender Länge

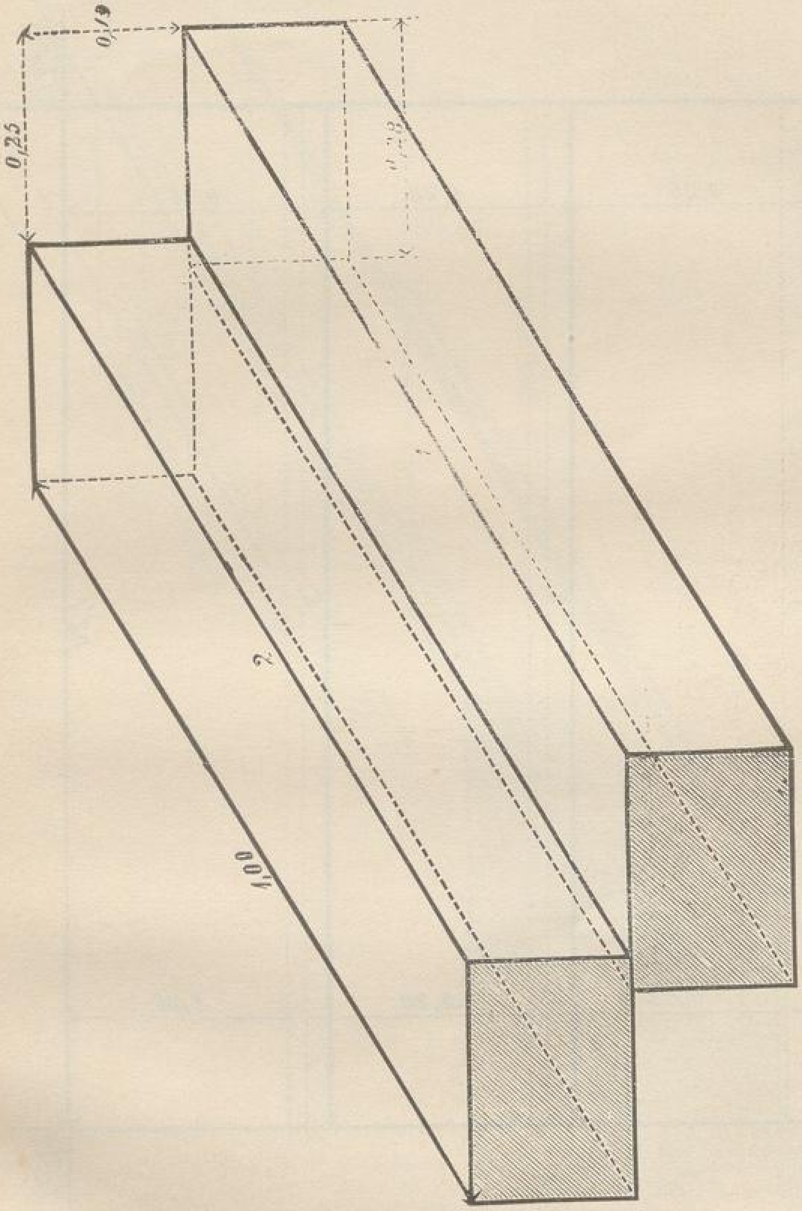


Fig. 169b.

mindestens 12 cm, bei mehr als 1,25 m bis 2,0 m freitragender Länge, wenigstens 25 cm tief in die Mauer eingreifen, jedoch ist die Mauer, in welcher die Stufen befestigt sind, aus guten hartgebrannten Steinen in Cementmörtel herzustellen.

Fig. 169a zeigt den Grundriß einer Freitreppe, deren Stufen in einfachster Art mit rechteckigem Querschnitt ausgeführt sind. Die Stufen müssen mindestens 2 cm breit aufeinander liegen; hier sind 3 cm breite Auflagerflächen angenommen, sodaß der Querschnitt der Stufen, bei 25 cm Auftritt, 28 cm Breite und 19 cm Höhe erhält. Ein Abschrägen der Stufen in der Auflagerfläche ist nicht zu empfehlen, da die Stufen dadurch nur größere Höhe bedingen und an Sicherheit in der Auflagerfläche verlieren. Fig. 169b zeigt die vollen Stufen in isometrischer Darstellung.

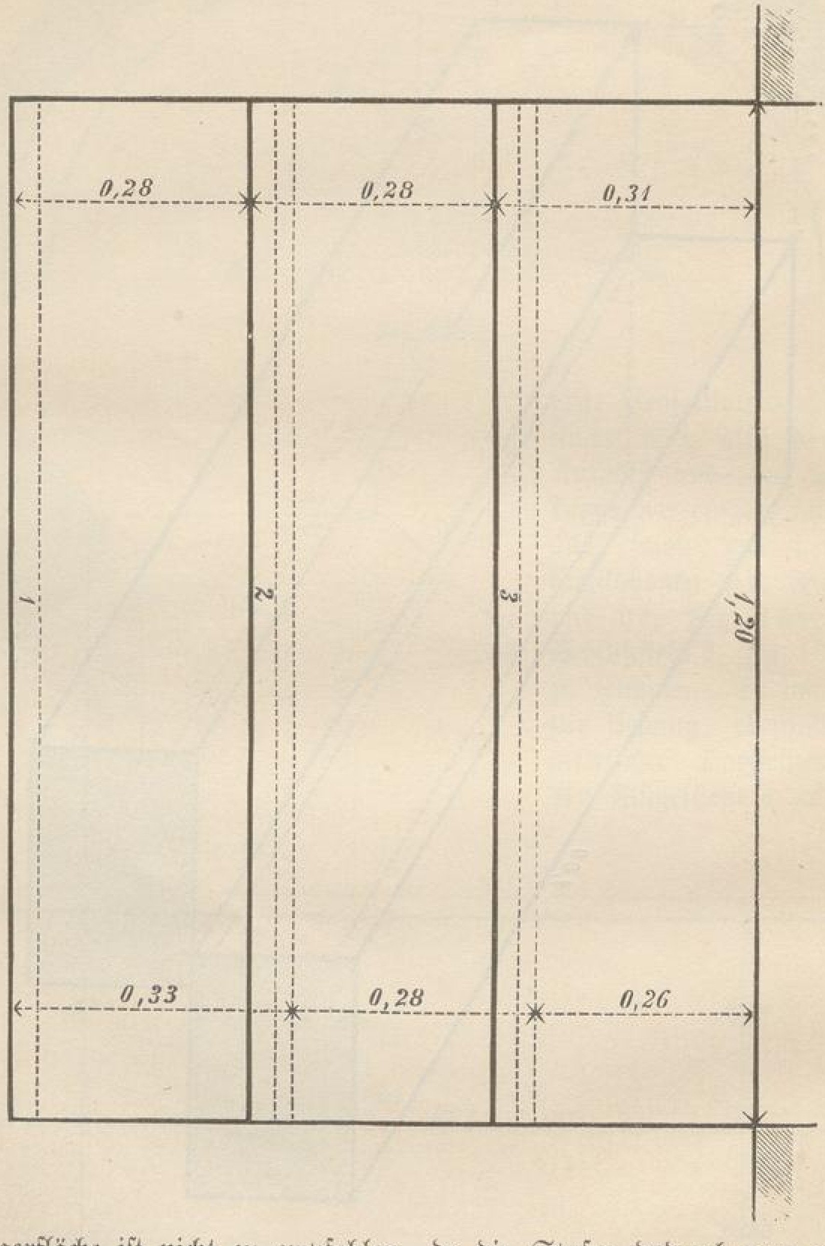


Fig. 170a.

Fig. 170a giebt den Grundriß einer Freitreppe, deren Stufen einen

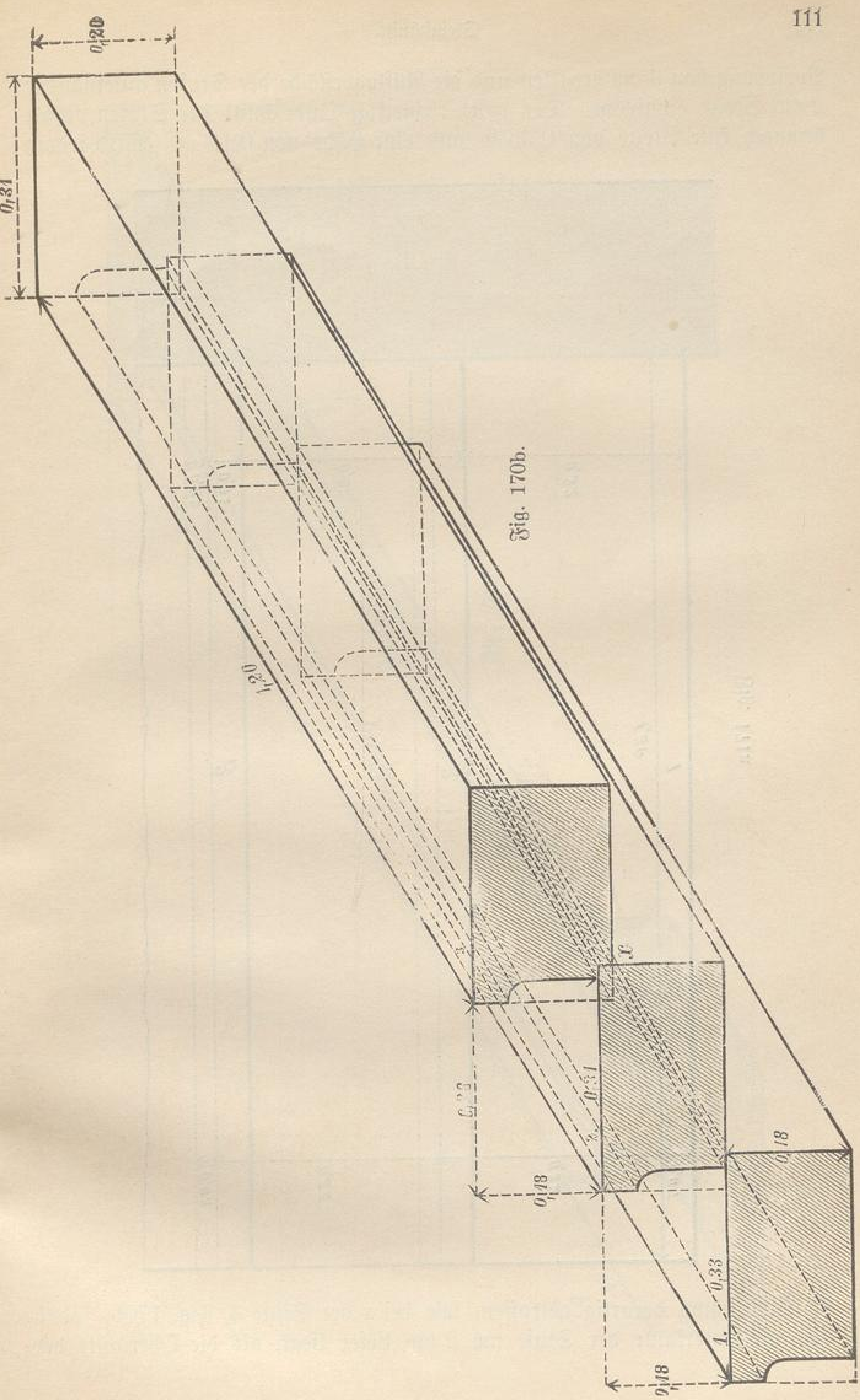


Fig. 170b.

Vorsprung von 3 cm erhalten und die Auflagerfläche der Stufen aufeinander 2 cm Breite einnimmt. Der volle rechteckige Querschnitt der Stufen erhält demnach eine Breite von 0,33 m und eine Höhe von 0,18 m. Wird jedoch

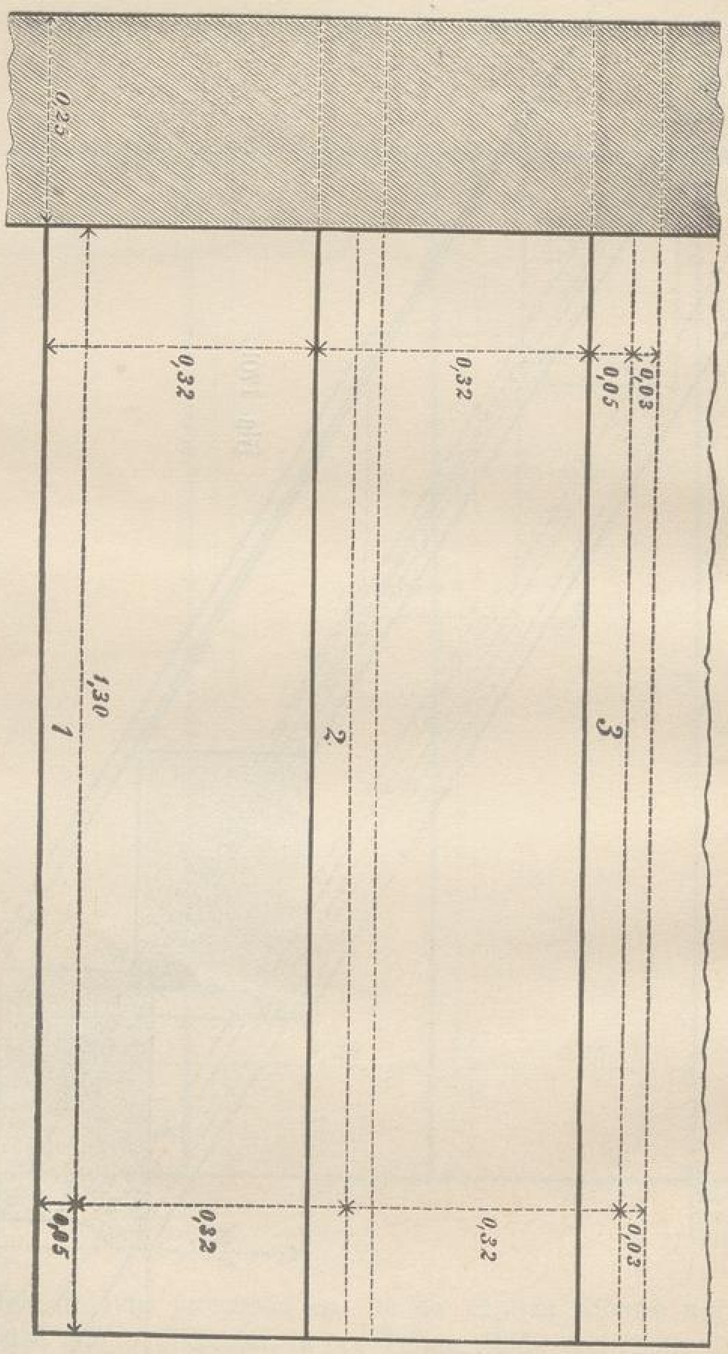


Fig. 171a.

die Anordnung derartig getroffen, wie bei x der Stufe 3, Fig. 170b, sodaß also die Unterkante der Stufe um 2 cm tiefer liegt, als die Oberkante der

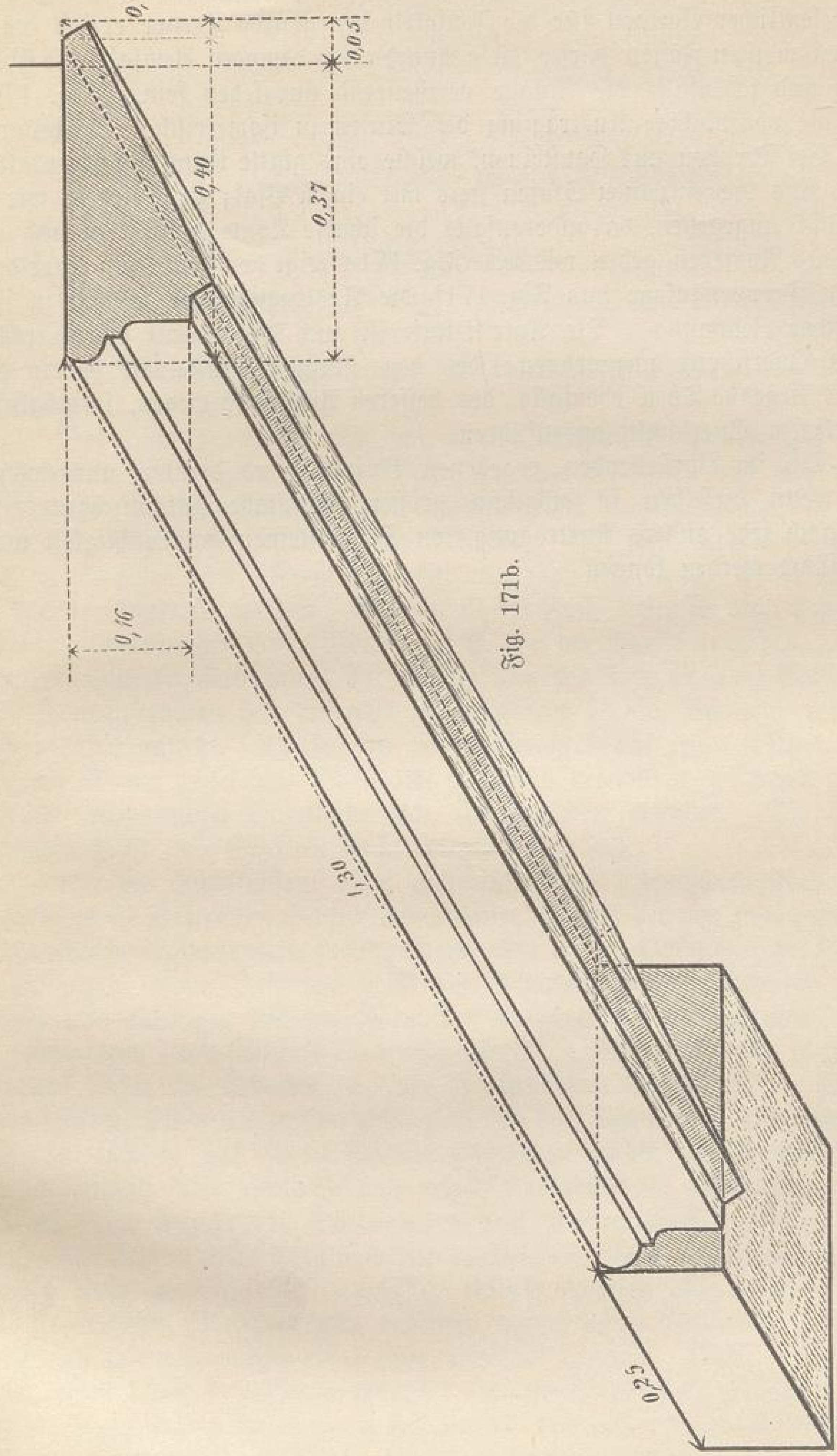


Fig. 171b.

Stufe 2, so ist die Höhe der Stufe auf 20 cm zu bemessen, ohne daß aber ein wesentlicher Vortheil für die Festigkeit der ganzen Treppe erzielt wäre. In den meisten Fällen dürfte diese Anordnung demnach ebenfalls als überflüssig und jedenfalls die Anlage vertheuernd anzusehen sein. Fig. 170b giebt die vollständige Austragung der Stufen in isometrischer Darstellung.

Bei Treppen aus Hausteinen, welche eine glatte Unteransicht erhalten sollen, sind die einzelnen Stufen stets mit einem Pfalz zu versehen, wie in Fig. 171 angegeben, da anderenfalls die scharfe Kante abbröckeln und ein unschönes Aussehen geben würde. Fig. 171a zeigt den Grundriß einer derartigen Treppenanlage und Fig. 171b die Austragung der Stufen in isometrischer Zeichnung. Die Antrittsstufe ist auch hierbei mit vollem rechteckigen Querschnitt anzuordnen; bei den übrigen Stufen ist der in der Mauer liegende Theil ebenfalls, des besseren Auflagers wegen, in möglichst rechteckigem Querschnitt auszuführen.

Die im Vorstehenden gegebenen Beispiele sind derartig ausgewählt, daß, wenn dieselben in möglichst großem Maßstabe gut durchgearbeitet sind, auch jede andere Austragung von Schnittsteinen mit Leichtigkeit wird ausgeführt werden können.

IV. Schatten-Konstruktion.

1. Allgemeines.

Bei der Beleuchtung und Schattirung der Körper ist im Allgemeinen Rücksicht zu nehmen auf die Lichtquelle oder den leuchtenden Körper, auf die Form, Lage und Beschaffenheit des beleuchteten Körpers und auf den Standpunkt des Beobachters.

Das Licht verbreitet sich von einem leuchtenden Punkte aus gleichmäßig nach allen Seiten. Denkt man sich von demselben aus eine unendlich große Anzahl Linien wie die Radien einer Kugel gezogen, so nennt man eine jede dieser Linien einen Lichtstrahl und sagt, das Licht pflanze sich in Strahlen fort. Diese Strahlen entfernen sich immer weiter von einander, je länger sie werden. Dasselbe ist der Fall, wenn sie nicht von einem Punkte, sondern von einem Körper, z. B. von der Sonne ausgehen. Wegen der ungeheueren Entfernung der Sonne von der Erde ist diese Entfernung der Sonnenstrahlen von einander so ungemein gering, daß man dieselben als parallel ansieht. Treffen die Sonnenstrahlen auf einen Körper, so ist die der Sonne zugekehrte Oberfläche desselben beleuchtet, während die der Sonne abgewendete Oberfläche sich im Schatten befindet. Die Grenze zwischen Licht und Schatten heißt Dämmerungslinie.

Auf der Schattenseite eines undurchsichtigen beleuchteten Körpers befindet sich ein Luftraum, welcher unbeleuchtet ist, und der von zwei parallelen Lichtstrahlen begrenzt wird, welche unmittelbar an der Oberfläche des Körpers vorbeigehen; dieser Luftraum heißt der Schattenraum des Körpers, dessen Form also abhängig von der Form des Körpers ist. Bringt man in den Schattenraum eines Körpers einen Gegenstand, z. B. eine Platte, so zeichnet sich auf dieser ein Schatten ab, der ebenfalls von der Form des Körpers abhängig ist, und den man den Schlagschatten desselben nennt. Den Schatten, den der Körper auf seiner eigenen Oberfläche erhält, nennt man seinen Eigenschatten. Der Schlagschatten eines Körpers kann konstruirt werden, wie an einer Anzahl von Beispielen gezeigt werden wird.

Alle Gegenstände kann man nur dann sehen, wenn von denselben Licht in das Auge gelangt. Die wenigsten Körper leuchten aber selbst, und da wir sie trotzdem sehen, so muß das von irgend einer Lichtquelle erhaltene Licht von ihnen zurückgeworfen oder reflektirt werden. Steht nun in der Nähe eines direkt beleuchteten Körpers ein anderer ebenfalls beleuchtetrr, so können durch Reflex die Schattenverhältnisse des ersten wesentlich verändert werden, so daß Stellen desselben, die gar kein direktes Licht erhalten, dennoch mehr oder weniger beleuchtet sein können. Auf diese Reflexverhältnisse wird aber beim konstruktiven Zeichnen keine Rücksicht genommen.

Die verschiedene Stellung der Sonne bedingt auch eine stets veränderte Lage des Schattens. Beim technischen Zeichnen kann aber hierauf ebenfalls keine Rücksicht genommen werden, sondern man nimmt die Beleuchtung stets in ein und derselben ganz bestimmten Richtung an. Diese Richtung ist derartig festgestellt, daß die Lichtstrahlen schräg von links vorn und oben, nach rechts unten und hinten fallen, und zwar so, daß die Projektionen der Strahlen auf der ersten und zweiten Projektionsebene stets mit der Axe einen Winkel von 45° bilden.

Eine Ebene muß überall gleichmäßig beleuchtet sein, weil die Sonnenstrahlen parallel laufend angenommen werden. Stellt man mehrere Flächen parallel hintereinander auf, so müssen dieselben ebenfalls sämtlich gleichmäßig beleuchtet sein, wenn die hinteren kein Schlagschatten der vorderen trifft. Bei der Betrachtung solcher Flächen erscheinen jedoch dem Beschauer die weiter zurückliegenden schwächer beleuchtet, als die vorderen. Der Grund für diese Erscheinung ist der, daß von den hinteren weniger Licht in das Auge des Beschauers gelangt, als von den vorderen. Dieselbe Beobachtung macht man an einer Ebene, welche senkrecht aufgestellt ist und von der vordersten bis zur hintersten der vorerwähnten Flächen reicht. Beim Tuschen ist hierauf Rücksicht zu nehmen, und außerdem zu beachten, daß alle Linien dieser Flächen, welche mit der zweiten Projektionsebene parallel laufen, oder, was dasselbe ist, den Sehstrahl des Beschauers rechtwinklig kreuzen, gleiche Beleuchtung haben.

Da beim Zeichnen des Grundrisses das Auge über, beim Zeichnen des Aufrisses dagegen vor den zu zeichnenden Gegenstand gebracht werden muß, so ist eine Fläche, welche gegen beide Projektionsebenen geneigt ist, und zwar so, daß der gegen die zweite Projektionsebene gekehrte Theil höher liegt als der entgegengesetzte, im Grundriß nach vorn und im Aufriß nach oben dunkler zu schattiren.

Eine Ebene, welche lothrecht vor dem Beschauer und parallel zur zweiten Projektionsebene steht, ist überall gleichmäßig zu schattiren.

Bei denjenigen Flächen, welche im Schatten liegen, finden dieselben Verhältnisse, nur entgegengesetzt, statt, so daß die dem Auge näher liegenden Theile dunkler zu schattiren sind.

Zu beachten ist ferner, daß, wenn eine beleuchtete Fläche an eine Schattenfläche stößt, in der Nähe der Trennungslinie die erstere heller und die letztere dunkler erscheint, als sie wirklich sind. Es ist dies eine Wirkung des Kontrastes, die beim Tuschen berücksichtigt werden muß.

Alles, was über ebene Flächen gesagt ist, gilt auch für gekrümmte Flächen. Speziell sei noch folgendes angeführt. Eine cylindrische Fläche, welche dem Sonnenlichte ausgesetzt ist, ist stets zur Hälfte beleuchtet und zur Hälfte im Schatten. Die verschiedenen Seitenkanten der beleuchteten Hälfte sind verschieden beleuchtet, und zwar nimmt die Beleuchtung von der hellsten

Seitenkante an nach beiden Seiten hin gleichmäßig ab, bis zu den Dämmerungskanten, welche Gegenkanten sein müssen.

Eine Kegelfläche, welche dem Sonnenlichte zugekehrt ist, muß wenigstens zur Hälfte beleuchtet sein. Bei einer dem Sonnenlichte ausgesetzten Kugel ist stets die eine Hälfte beleuchtet, die andere unbeleuchtet. Die Dämmerungslinie ist daher ein größter Kreis, dessen Ebene senkrecht auf den Sonnenstrahlen steht. Das stärkste Licht hat derjenige Punkt, welcher von allen Punkten der Dämmerungslinie gleich weit entfernt ist. Alle anderen Punkte der beleuchteten Fläche besitzen um so schwächeres Licht, je näher sie der Dämmerungslinie liegen. Die gleich stark beleuchteten Punkte liegen daher in Kugelkreisen, welche der Dämmerungslinie parallel laufen.

2. Aufgaben.

1. Den Schlagschatten eines materiellen Punktes zu bestimmen, wenn beide Projektionen desselben gegeben sind. Fig. 172 und 173.

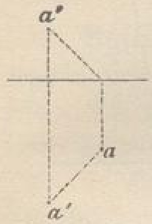


Fig. 172.

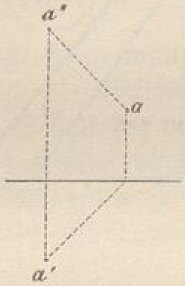


Fig. 173.

Auflösung. Man ziehe unter 45⁰ gegen die Axe geneigt, eine Linie bis an diese von der der Axe zunächst liegenden Projektion, errichte in dem Punkte, in welchem diese Linie die Axe schneidet, auf dieser ein Loth in der anderen Projektionsebene und lege an die Verbindungslinie der beiden Projektionen unter 45⁰ eine Linie in der letzten Projektionsebene. Diese schneidet das auf der Axe errichtete Loth in einem Punkte — hier a —, welcher der Schlagschatten des betreffenden Punktes ist.

2. Den Schlagschatten einer auf einer der Projektionsebenen senkrecht stehenden geraden Linie a b zu zeichnen. Fig. 174 und 175.

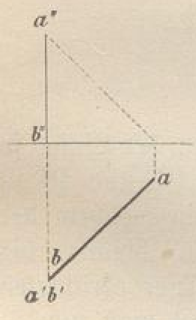


Fig. 174.

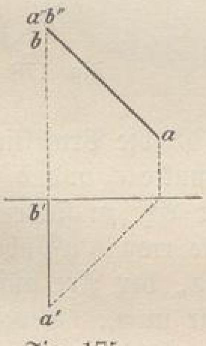


Fig. 175.

Auflösung. Die eine Projektion ist ein Punkt, von welchem der Schlagschatten ausgehen muß. Verbindet man diesen Punkt mit dem Schlagschatten des freien Endpunktes der Linie, so erhält man den Schlagschatten der Linie.

3. Den Schlagschatten einer geraden Linie zu konstruiren, welche senkrecht über einer der Projektionsebenen steht, ohne dieselbe zu berühren. Fig. 176 und 177.

Auflösung. Die Lage der Linie ist so angenommen, daß die Schlagschatten der Endpunkte der Linie auf verschiedene Projektionsebenen fallen, Der Schlagschatten kann nun nicht durch direkte Verbindung der Schlagschatten der Endpunkte erhalten werden, sondern er läuft in der einen Projektionsebene in der Richtung des Lichtstrahls bis zur Axe und von diesem Punkte in der Axe in einem Lothe auf dieser bis zum Schlagschatten des anderen Endpunktes der Linie. Er erscheint also als eine in der Axe gebrochene Linie.

4. Den Schlagschatten einer geraden Linie zu konstruiren, welche geneigt zu beiden Projektionsebenen ist und deren Schatten in beide Projektionsebenen fällt. Fig. 178.

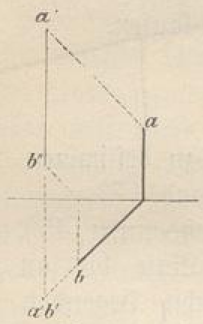


Fig. 176.

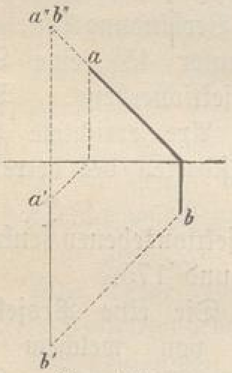


Fig. 177.

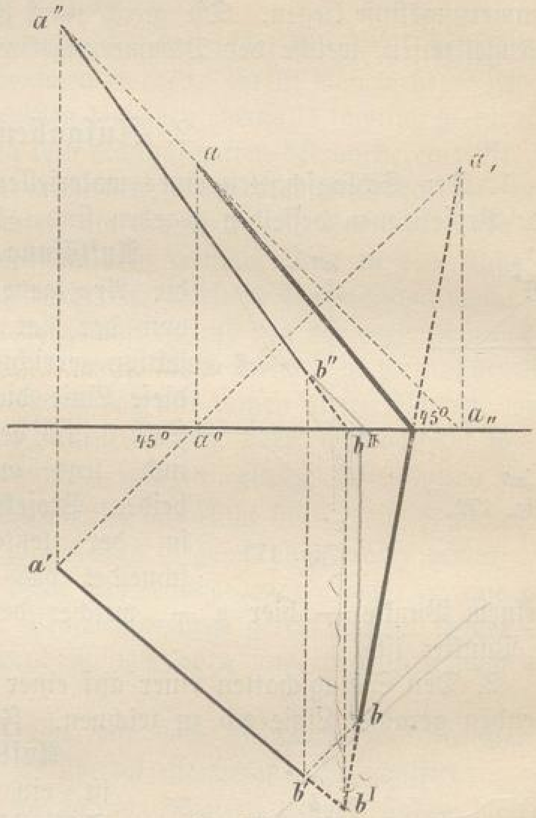


Fig. 178.

Auflösung. Es seien a'b' und a"b" die Projektionen der Linie, so ist es leicht, den Schlagschatten der Punkte a und b in P" und P' zu bestimmen. Um aber den Punkt b^0 der Axe zu finden, in welchem der Schlagschatten gebrochen wird, verlängere man $a'a^0$ über a^0 hinaus, bis diese Verlängerung von dem im Punkte $a_{,,}$ der Axe auf dieser errichteten Lothe in P, geschnitten wird, und zwar in $a_{,}$. Verbindet man nun $a_{,}$ mit $b^{\prime}$, so schneidet diese Linie die Axe in b^0 und ist dann ab^0b der Schlagschatten der Linie ab.

5. Den Schlagschatten eines Dreiecks zu konstruiren, wenn die Projektionen desselben gegeben sind. Die Ebene des Dreiecks steht senkrecht auf P'. Fig. 179

Auflösung. Die Lage des Dreiecks ist so angenommen, daß der Schlagschatten ganz in die zweite Projektionsebene fällt; es ist also nur nöthig, die Schlagschatten der drei Eckpunkte in P'' zu bestimmen und diese miteinander zu verbinden.

6. Den Schlagschatten eines Rechtecks zu konstruiren, welches senkrecht auf der ersten und parallel zur zweiten Projektionsebene steht. Fig. 180.

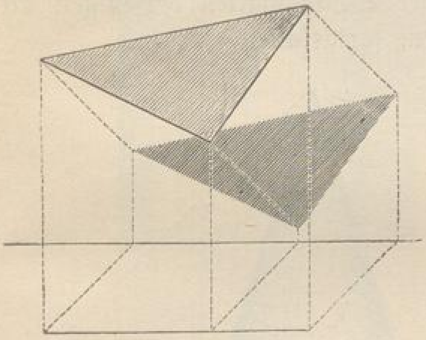


Fig. 179.

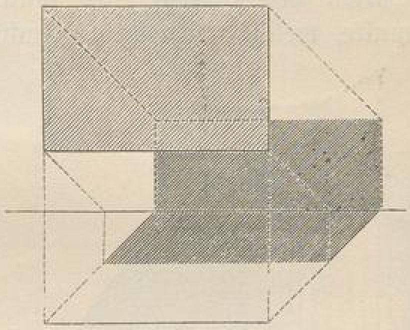


Fig. 180.

Auflösung. Man konstruire die Schlagschatten der vier Eckpunkte, so ergiebt sich durch die Verbindung derselben der Schlagschatten des Rechtecks. Da zwei Seiten des Rechtecks parallel zur Axe sind, so müssen auch zwei Seiten des Schlagschattens parallel zur Axe laufen.

7. Den Schlagschatten eines Kreises zu konstruiren, dessen Ebene parallel zur ersten und senkrecht zur zweiten Projektionsebene liegt. Fig. 181.

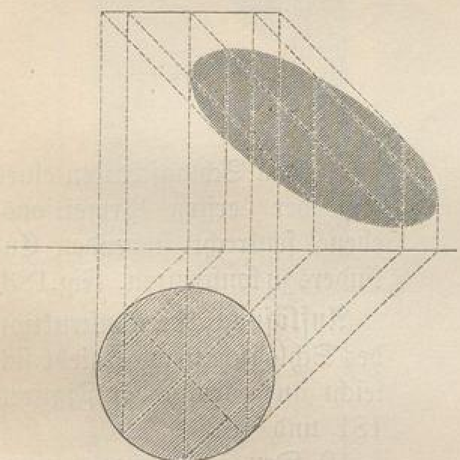


Fig. 181.

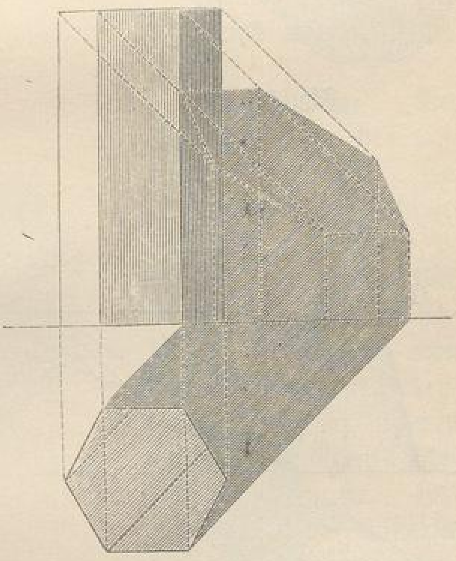


Fig. 182.

Auflösung. Man konstruire den Schlagschatten einer Anzahl Punkte der Kreisperipherie und verbinde dieselben durch eine fortlaufende Kurve, welche eine Ellipse geben muß.

8. Den Schlagschatten eines regulären sechsseitigen Prisma zu konstruiren, welches senkrecht auf der ersten Projektionsebene steht. Fig. 182.

Auflösung. Der Schlagschatten in der ersten Projektionsebene bis zur Axe ergiebt sich unter 45^0 von den beiden äußersten Eckpunkten aus. Konstruirt man nun die Schlagschatten der Eckpunkte der oberen Begrenzungsfläche des Prisma, so ergiebt sich leicht der vollständige Schlagschatten des Prisma. Es kann hierbei der Schlagschatten derjenigen Eckpunkte, welche in voller Beleuchtung liegen, fortgelassen werden.

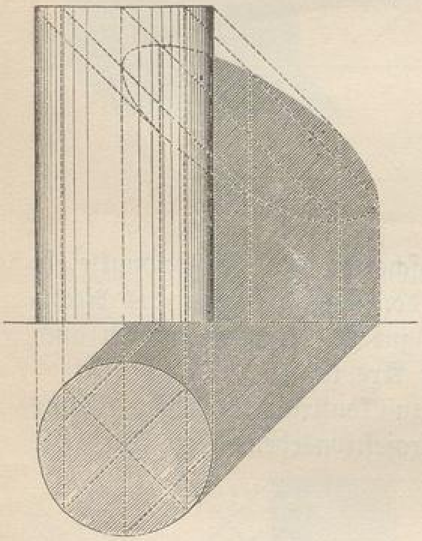


Fig. 183.

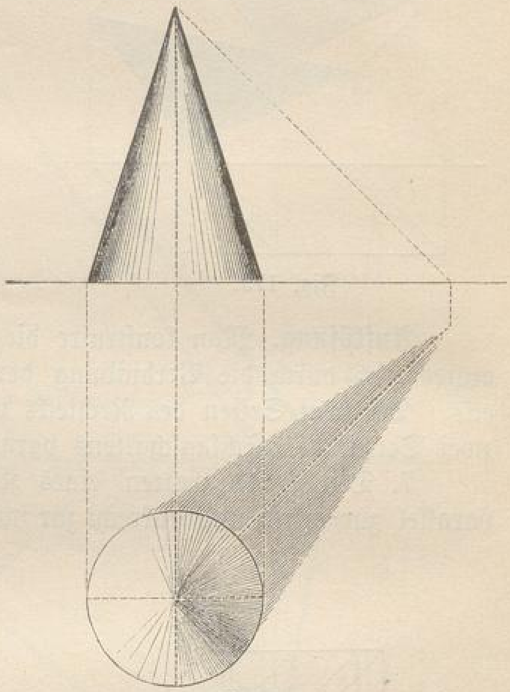


Fig. 184.

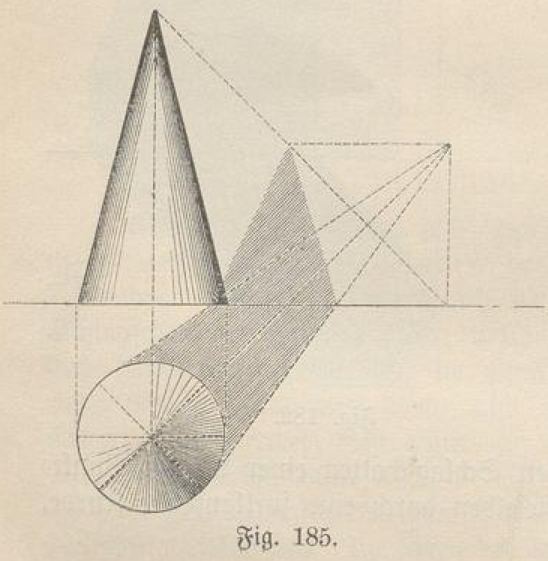


Fig. 185.

9. Den Schlagschatten eines auf der ersten Projektionsebene senkrecht stehenden Cylinders zu konstruiren. Fig. 183.

Auflösung. Die Konstruktion des Schlagschattens ergiebt sich leicht auf Grund der Figuren 181 und 182.

10. Den Schlagschatten eines auf der ersten Projektionsebene senkrecht stehenden normalen Kegels zu konstruiren. Fig. 184 und 185.

Auflösung. Fällt der Schatten des Kegels ganz in die erste Projektionsebene, so hat man nur den Schlagschatten der Spitze in dieser zu konstruiren, wie Fig. 184. Fällt der Schatten jedoch in beide Projektionsebenen, so ist die Konstruktion etwas schwieriger; Fig. 185. Den Schlagschatten der Spitze hat man nach Fig. 173, die Punkte aber, in denen die Begrenzungslinien des Schlagschattens des Kegels die Axe schneiden, nach Anleitung der Fig. 178 zu konstruiren.

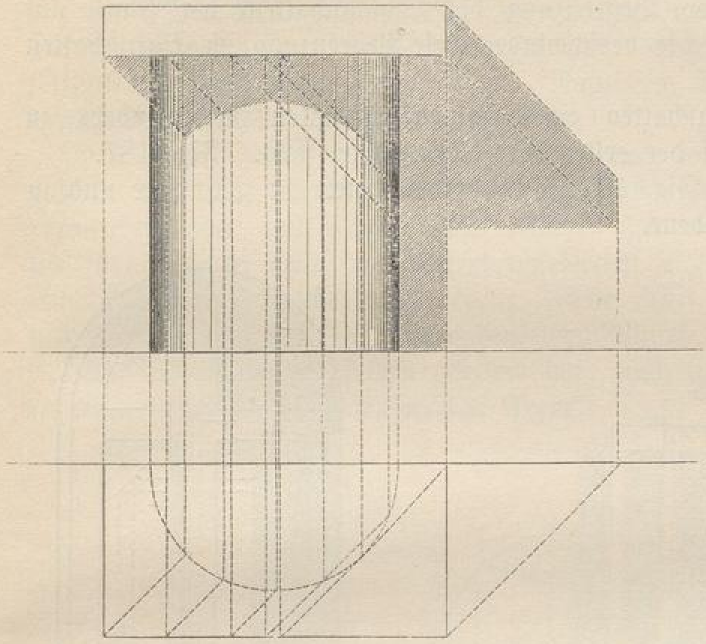


Fig. 186.

11. Es sind die beiden Projektionen eines halben Cylinders gegeben, welcher eine horizontal liegende Platte trägt; es soll der Schlagschatten dieser Figur konstruirt werden. Fig. 186.

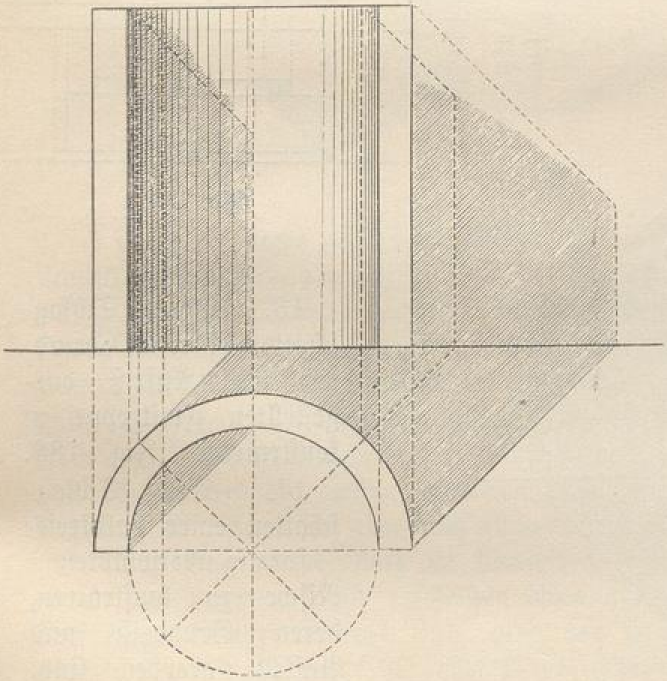


Fig. 187.

Auflösung. Der Schlagschatten des Cylinders ergiebt sich leicht. Um den Schlagschatten der Platte zu konstruiren, namentlich so weit er auf den Cylinder fällt, muß man den Schlagschatten mehrerer an der unteren Seite der Platte gelegenen Punkte aufsuchen. Der äußerste dieser Punkte wird derjenige sein, dessen Lichtstrahl den Cylinder berührt. Zieht man in der ersten Projektionsebene durch die angenommenen Punkte Linien unter 45° gegen die Axe, bis sie den Halbkreis treffen, zieht von hier aus Lothe bis an die unter 45° gezogenen Linien von der zweiten Projektion derselben Punkte aus, so ergeben diese Schnittpunkte die untere Begrenzung des Schlagschattens der Platte auf dem Cylinder. Nach rechts verschwindet diese Begrenzung im Eigenschatten des Cylinders.

12. Den Schlagschatten eines halben normalen Halbcylinders zu konstruiren, welcher auf der ersten Projektionsebene steht. Fig. 187.

Auflösung. In Fig. 187 fällt der Schatten in die erste und in die zweite Projektionsebene.

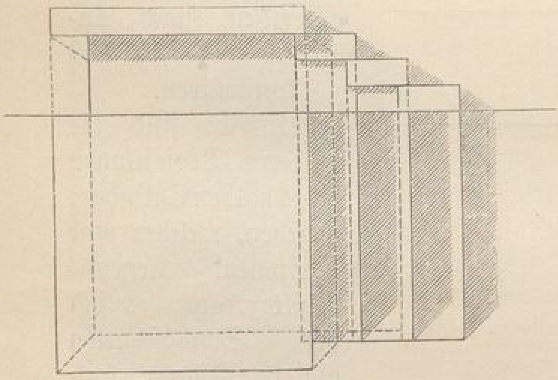


Fig. 188.

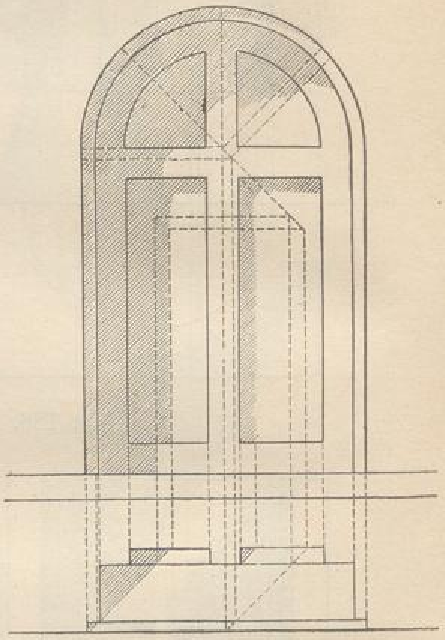


Fig. 189.

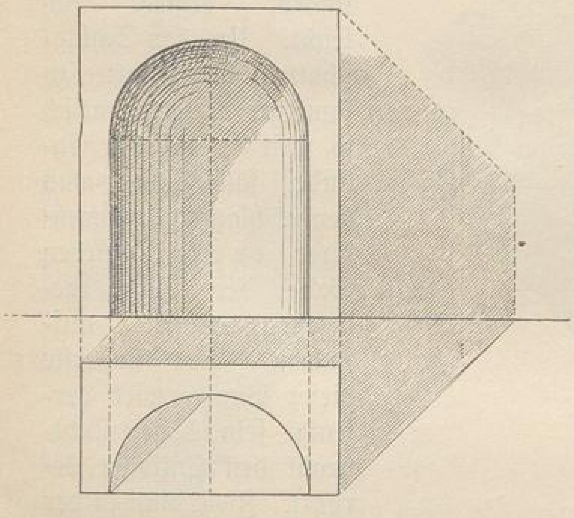


Fig. 190.

13. Den Schlagschatten einer im Grundriß und Aufriß dargestellten Freitreppe zu konstruiren. Fig. 188.

14. Den Schlagschatten einer halbkreisförmig überwölbten Nische zu konstruiren, deren Grundriß und Ansicht gegeben sind. Fig. 189.

15. Den Schlagschatten eines im Grundriß und Aufriß gegebenen Mauerkörpers mit der Form eines halben Hohlcylinders, dessen Nische viertelkugelförmig überdeckt ist, zu konstruiren. Fig. 190.

16. Den Schlagschatten einer vierseitigen Pyramide und eines Körpers mit fünfeckigem Querschnitt zu konstruiren, welche in isometrischer Projektion dargestellt sind. Fig. 191. — Nach dem Vorhergehenden sind die letzten Aufgaben mit Leichtigkeit zu lösen. —

Körper, welche selbst nicht leuchten, sind uns nur dadurch sichtbar, daß sie das Licht, welches von einem leuchtenden Körper auf sie fällt, zurückwerfen oder reflektiren. Eine Fläche oder ein Körper erscheint uns um so heller, je mehr von diesem reflektirten Lichte in unser Auge fällt. Ein Lichtstrahl, welcher eine ebene Fläche trifft, wird derartig zurückgeworfen, daß er mit der Ebene denselben Winkel bildet, welchen der einfallende Strahl mit derselben gebildet hat; auch liegen beide Lichtstrahlen in einer auf der Ebene senkrechten Ebene.

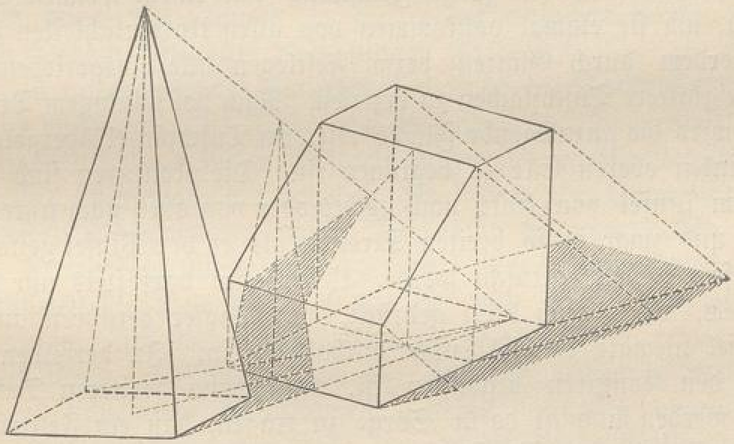


Fig. 191.

Da eine Fläche aber selten oder fast nie ganz eben ist, so werden die Lichtstrahlen auch in den meisten Fällen unregelmäßig reflektirt. Diese unregelmäßig zurückgeworfenen Strahlen bewirken es, daß die Fläche auch von anderen Beobachtungspunkten aus gesehen werden kann. Bei einer Spiegelfläche wird man dieselbe von diesen Punkten aus ohne Glanz sehen. Bei rauhen Flächen kann von einem regelmäßigen Zurückwerfen der Lichtstrahlen überhaupt keine Rede sein. Sie erscheinen aber im Ganzen doch heller als eine Spiegelfläche, weil bei letzterer die meisten Strahlen nach der spiegelnden Seite geworfen werden, bei ersterer sich aber nach allen Seiten hin zerstreuen und vertheilen.

Das Auge wird stets in demselben Abstande von der Projektionsebene angenommen, und erscheinen dann also diejenigen Flächen, welche vom Auge weiter entfernt sind, also der Projektionsebene näher liegen, dunkler als die Flächen, die dem Auge näher liegen, also von der Projektionsebene weiter entfernt sind.

Beim Schattiren von Fassaden empfiehlt es sich, wenn mehrere hintereinander liegende Flächen verschiedene Töne erhalten sollen, weil sie sich in verschiedener Entfernung vom Auge befinden, dieselben zunächst sämtlich mit einem hellen Ton anzulegen und denselben wiederholt auf diejenigen Flächen zu legen, welche dunkler werden sollen. Auf diese Weise kann die Abstufung vollkommen erreicht werden und außerdem wird die Zeichnung weniger leicht fleckig werden. Nur diejenigen Flächen, welche im Schatten liegen, wird man mit einem dunkleren Tone, dem sogenannten Schattentone, nachdem sie einmal mit dem hellen Tone übergelegt waren, anlegen können.

Je nachdem eine Fläche ein-, zwei-, dreimal ꝛc. mit Tusche gleichmäßig angelegt wird, sagt man, sie hat einen, zwei, drei ꝛc. Töne erhalten. Selbstverständlich werden diejenigen Flächen die dunkelsten, welche die meisten Töne erhalten haben.

Beim Tuschen selbst ist in folgender Weise zu verfahren. Nachdem alle Konturen mit Tusche ausgezogen und alle Bleistiftlinien vollständig entfernt sind, kann man die ganze Zeichnung mit einem weichen Schwamme abwaschen, um sie einmal vollkommen von allen Unreinlichkeiten zu säubern und außerdem durch Glätten bezw. Festlegen aller losgeriebenen kleinen Fäserchen glattere Tuschflächen zu erzielen. Nach vollständigem Trocknen des Papiers wird die anzulegende Fläche mit dem Tuschpinsel übergelegt, wobei an der linken oberen Ecke zu beginnen ist. Die Konturen sind mit scharf angesetztem Pinsel von links nach rechts oder von oben nach unten zu überstreichen, und zwar in so breiten Streifen als es der Pinsel gestattet, ohne daß mit seiner Seite getuscht werde. Ueberhaupt darf stets nur die Spitze des Pinsels, wenn auch breit gedrückt, das Papier berühren und darf in dem Pinsel niemals zu viel Tusche enthalten sein. In derselben Richtung, wie bei den Konturen begonnen ist, muß beim weiteren Tuschen fortgefahren werden und ist dafür Sorge zu tragen, daß ein Festtrocknen der Tusche an irgend einer Stelle der angefangenen Fläche vermieden wird, da sonst Flecke entstehen, die nur mit großer Mühe wieder zu beseitigen sind. Langt eine Füllung des Pinsels nicht zur vollständigen Anlegung einer Fläche, so darf die Wiederfüllung nicht so lange aufgeschoben werden, bis der Pinsel ziemlich trocken ist, da das Antrocknen der Tusche um so rascher vor sich geht, je weniger Farbe im Pinsel vorhanden ist.

Andererseits ist es auch nicht zu empfehlen, den Pinsel zu sehr mit Tusche zu füllen, da das Papier dadurch zu leicht wellig wird. Ist ein solcher Fall aber vorgekommen, so ist die auf dem Papier stehende überflüssige Tusche mit dem zweiten Pinsel möglichst schnell aufzunehmen. Dieser zweite Pinsel muß jedoch durchaus rein und sauber sein, auch darf er kein Wasser enthalten, sondern muß nur wenig feucht sein, um die Tusche aufsaugen zu können. Auch hierbei darf das Papier nur mit der Spitze des Pinsels berührt werden. — Bevor eine Fläche zum zweiten ꝛc. Male übergelegt wird, muß der vorhergehende Ton vollkommen trocken und das Papier wieder glatt geworden sein.

V. Das Wichtigste aus der Farbenlehre.

Das uns in der Regel klar und hellweiß erscheinende Sonnenlicht läßt sich in gewisse Farben zerlegen. Es sind dies dieselben Farben, welche man im Regenbogen sieht. Von diesen gelten drei als **einfache Haupt- oder Primär-Farben;** es sind dies die reinen Farben: **Gelb, Roth** und **Blau.** Keine dieser einfachen Farben kann durch die Vermischung anderer Farben beschafft werden, was jedoch mit den übrigen Farben der Fall ist, die außer jenen noch im Regenbogen bemerkt werden. Diese lassen sich sämtlich durch Vermischung je zweier der einfachen Farben herstellen und heißen deshalb **sekundäre** oder **binäre** Farben.

Als ein ausgezeichnetes natürliches Beispiel der **Farbenharmonie** gilt die Art und Weise, wie die Farben im Regenbogen zusammenwirken. Aus der näheren Betrachtung dieses Beispiels lassen sich gewisse Regeln ableiten, um nach beiden Richtungen hin, nämlich, der Stärke oder Intensität und dem einzunehmenden Flächenraume gemäß, Farben so zusammenstellen, daß dieselben eine harmonische Wirkung hervorrufen. Ein anderer Umstand, der in dem angeführten Beispiele liegt, ist die Art und Weise, wie bei der Aneinanderreihung oder Nebeneinanderstellung verschiedener reiner Farben, durch Einschaltung gemischter Töne, die aus den beiden zu verbindenden Farben in verschiedenen Abstufungen bestehen, allmälig abgeänderte — weiche — Uebergänge aus der einen zur andern Farbe stattfinden.

In Gegensatz hierzu tritt eine andere Art der Farbenzusammenstellung, bei welcher absichtlich Farben, die kontrastiren, in nächste Berührung miteinander gebracht werden. Auch auf diesem letzteren Wege ist die Erlangung einer harmonischen Gesamtwirkung nicht ausgeschlossen, er wird sogar sehr häufig benutzt. Die beiden Wege werden unterschieden durch die Ausdrücke: „Harmonie mit allmäligem Uebergang" und „Harmonie der Kontraste". Die letztere wird vorwiegend gern benutzt, wo es sich bei der Farbenanwendung um Klarheit in der Erscheinung bestimmter Muster handelt.

Die helle oder weiße Farbe gilt als **farblos** oder **neutral.** Bei weniger starker Beleuchtung verwandelt sich dieselbe für unsere Auffassung in allmäligen Uebergängen in Lichtgrau, Grau, Dunkelgrau, Schwarz. Diese Abstufungen gelten sämtlich ebenfalls als farblos oder neutral. In Farbenkombinationen werden sie aber trotzdem mit benutzt, sowohl allein, als namentlich zur Scheidung zwischen anderen, bestimmt gefärbten Tönen.

Da das Sonnenlicht aus den drei einfachen Farben besteht, und diese theils rein, theils gemischt, also unter sich verbunden sein können, so ergiebt sich, daß deren Gesamterscheinung hell oder weiß wirkt.

In harmonischen Farbenzusammenstellungen soll keine Farbe für sich vor den anderen vorherrschen; die Zusammenstellung soll also im Ganzen grau wirken. Es kann dies durch direktes Vermischen der Grundfarben oder auch dadurch geschehen, wenn man dieselben Farben nebeneinander auf einer Fläche, jede für sich rein, oder in gewissen Weisen miteinander schon gemischt, verwendet.

Für die Flächeninhalte der Räume, wenn diese drei Farben nebeneinander verwendet werden sollen, gilt als Regel, daß dieselben sich zu einander verhalten, wie die Verhältnißzahlen, die man durch den goldenen Schnitt erlangt. Bezeichnet man Gelb mit a, Roth mit b und Blau mit c, dann sollen sich die Flächeninhalte der von den drei Farben eingenommenen Räume zu einander verhalten nach der Proportion $a : b = b : c$. Die Fläche also, welche Roth einnimmt, muß genau so groß sein, als diejenigen zusammen, welche Gelb und Blau einnehmen. Um dem Vorangegangenen fast genau entsprechende Zahlenverhältnisse zu erhalten, schreibe man die Brüche $^1/_2$ und $^2/_3$ hintereinander, addire deren Zähler und deren Nenner je für sich und benutze die Summe der Zähler als Zähler, sowie die Summe der Nenner als Nenner einer dritten Bruches. Dasselbe wird fortgesetzt mit den Zählern und Nennern der beiden letzten Brüche ausgeführt und ergiebt sich dann folgende Reihe: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}, \frac{13}{21}, \frac{21}{34}, \frac{34}{55}$, ꝛc. Von dieser Reihe entsprechen annähernd — je weiter hin, je genauer — die Zahlen in zwei aufeinanderfolgenden Brüchen jenem Verhältniß. Z. B. $3 : 5 = 5 : 8$ oder $5 : 8 = 8 : 13$ oder $13 : 21 = 21 : 34$ ꝛc.

Für die Anwendung auf die Ausbreitung der Farben ist noch zu bemerken, daß die Fläche für **Gelb** durch die **kleinste**, für **Blau** durch die **größte** Zahl des Verhältnisses bestimmt wird.

Unter den vorhandenen Farbstoffen giebt es keine, welche die primären Farben ganz rein, d. h. denen das Sonnenspektrums entsprechend, wiedergeben. Das **Roth** des Sonnenspektrums erhält man am natürlichsten aus reinem **Carmin** oder **Carminlack** mit etwas **Zinnober** gemischt, das **Gelb** aus **Cadmiumgelb** oder aus **Gummigutti**, das sich dem hellen **Chromgelb** nähert, und das **Blau** aus **Kobaltblau** oder **Berlinerblau** oder **Pariserblau**, das nicht in's Grünliche sticht. Ist letzteres der Fall, so wird dem Blau etwas Carmin beigemischt.

Die Mischung der aus solchen Farbstoffen erzeugten drei Grundfarben liefert demnach kein reines Weiß, sondern Grau, und zwar ein neutrales Grau, wenn alle drei Hauptfarben in gleicher Stärke gemischt worden sind, oder ein gelbliches, röthliches oder bläuliches Grau, je nachdem die eine oder andere Grunfarben etwas vorsticht. Die **neutralen Farben** oder **Farbengrenzen** sind: **Weiß, Grau** und **Schwarz.**

Dte sekundären Farben sind der Grundfarbe, die nicht in ihnen enthalten ist, komplementär, d. h, sie ergänzen sie zu Weiß. Sie heißen deshalb auch **Komplementär-** oder **Ergänzungsfarben.** Dieselben sind: **Orange,** gemischt aus Gelb und Roth, **Grün,** aus Gelb und Blau, und **Violett,** aus Roth und Blau; Orange ist hiernach komplementär zu Blau, Grün zu Roth und Violett zu Gelb, oder umgekehrt: Die Komplementärfarbe zu Gelb ist Violett, zu Roth, Grün, und zu Blau, Orange.

Betrachtet man je zwei dieser sekundären Farben als Grundfarben und mischt sie weiter zusammen, so entstehen wieder drei neue Farben, die man **tertiäre** oder **braune Farben** nennt. Aus Orange und Grün entsteht auf diese Art, bei gleichem Mischungsverhältniß, **Gelbbraun** - **Zimmetbraun,** — aus Orange und Violett ebenso **Rothbraun** — **Kastanienbraun** — und aus Grün und Violett **Dunkelbraun** — **Olivenbraun.** — Die tertiären Farben sind jedoch den sekundären, woraus sie durch Mischung erzeugt sind, nicht in dem angegebenen Sinne komplementär. Die braunen Farben sind aber Zusammensetzungen von Grau mit einer der Grundfarben.

Durch weitere Mischung der Haupt- und Nebenfarben können nun noch unzählige weitere Farbentöne hergestellt werden. So erhält man durch Mischung von Gelb und Orange bei gleicher Stärke die Zwischenfarbe **Gelborange,** von Gelb und Grün ebenso **Gelbgrün,** von Roth und Orange **Rothorange,** von Roth und Violett, **Rothviolett,** von Violett und Blau **Blauviolett,** und von Blau und Grün **Blaugrün,** von denen einige noch besondere Namen erhalten haben. So wird Rothorange **Scharlach** und Rothviolett **Purpur** genannt.

Von diesen Farbenabstufungen sind Gelborange und Blauviolett, Gelbgrün und Purpur, Scharlach und Blaugrün komplementär, d. h. sie ergänzen sich zu Weiß oder doch zu neutralem Grau.

Die Figuren 192 bis 194 zeigen sogenannte Farbenkreise, welche sich ganz besonders zur Darstellung der verschiedenen Farbenmischungen eignen.

In dem Farbenkreise Fig. 192 sind die drei Grundfarben, Gelb = a, Roth = b und Blau = c als Kreissegmente dargestellt und bilden die diesen gegenüberliegenden Kreissegmente, die Komplementärfarben derselben, sodaß Violett = b c, Grün = a c und Orange = a b ist.

Buf gleiche Weise sind in Fig. 193 die drei primären und die drei sekundären, sowie die sechs zwischen ihnen liegenden weiteren Abstufungen der Nebenfarben dargestellt, sodaß Gelborange = a a b, Gelbgrün = a a c, Scharlach = a b b, Purpur = b b c, Blauviolett = b c c und Blaugrün = a c c ist.

In dem dritten Farbenkreise, Fig. 194, sind die sekundären und tertiären Farben durch Kreissektoren nach radialer Richtung in der Art zusammengestellt, daß zwischen je zwei sekundäre oder Nebenfarben die tertiäre oder braune Farbe zu liegen kommt.

Als **harmonische Farben,** d. h. als solche, die an Glanz und Lebhaftigkeit gewinnen, wenn sie sich berühren, gelten nur die Komplementärfarben; in den Farbenkreisen also diejenigen, welche sich in den entgegengesetzten Kreissegmenten gegenüberliegen. **Disharmonische Farben** sind demnach die nicht komplementären Farben.

Der **Kontrast** zwischen dem Hellen und Dunkeln macht sich nicht nur bei der Beleuchtung, sondern auch bei der Färbung der Körper geltend. Auch die Farben erscheinen heller oder dunkler, je nach dem Grade der Helligkeit oder Dunkelheit der Farben, von welchen sie umgeben sind. So hebt Schwarz alle Farben, während Weiß sie dämpft.

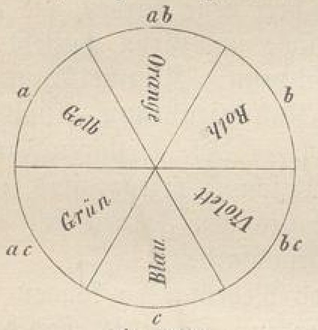


Fig. 192.

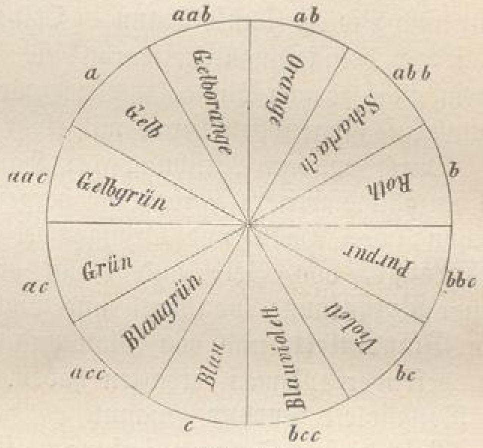


Fig. 193.

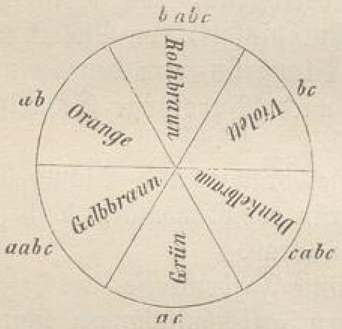


Fig. 194.

Für das technische Zeichnen hat man für die Darstellung der verschiedenen Materialien bestimmte Farbentöne vereinbart, welche im Folgenden mitgetheilt werden.

Für die drei Grundfarben nimmt man **Gummigutti, Carmin** und **Berliner-** oder **Pariserblau.** Für Blau kann man auch das schönere **Kobaltblau** nehmen, das man, wenn es zu hellblau sein sollte, mit etwas **Ultramarin** oder **Indigo** dunkler machen kann. Die schönste gelbe Farbe giebt **Cadmiumgelb,** welches jedoch sehr theuer ist.

Die übrigen Farbentöne können durch geeignete Mischung hergestellt werden, und zwar: **Orange** aus Gummigutti und Carmin, **Grün** aus Gummigutti und Berlinerblau, **Violett** aus Carmin und Berlinerblau, **Grau** aus Gummigutti, Carmin und Berlinerblau, und war je nachdem die eine oder andere der Grundfarben vorherrscht, ein gelbliches, röthliches oder bläuliches Grau.

Die braunen Farben, und zwar **Gelbbraun, Rothbraun** und **Dunkelbraun** erhält man, wenn die Mischung der drei Farbstoffe, Gummigutti, Carmin und Berlinerblau, genau in dem Verhältniß genommen wird, wie sie in je zwei Nebenfarben, Orange und Grün, Orange und Violett, Grün und Violett enthalten sind.

Durch weitere Mischung der drei Farbstoffe, Gummigutti, Carmin und Berlinerblau, kann man also alle möglichen Farbentöne erzeugen. Beim Koloriren technischer Zeichnungen werden aber außerdem noch Chromgelb, Terra di Siena, Sepia, Zinnober, Eisenroth, Ziegel- und Backsteinroth, Ultramarin, Indigo, Neutraltinte 2c. angewendet.

Für die gebräuchlichsten Materialien kommen folgende Farbentöne zur Verwendung.

Für **Gußeisen:** „Bläulich Grau", aus Neutraltinte, event. mit Tusche, oder aus Indigo, Carmin und Gummigutti. Gußeisenschnitte werden auch mit Eisenroth kolorirt, wenn die Zeichnung viel Blau enthält.

Für **Schmiedeeisen:** „Gedämpftes Blau", aus Berlinerblau, event. mit etwas Carmin und Gummigutti. — Berliner Blau wird auch Preuß. Blau genannt. —

Für **Stahl:** „Violett", aus Neutraltinte mit etwas Carmin, oder aus Berlinerblau und Carmin.

Für **Kupfer:** „Rothorange", aus Carmin mit Terra di Siena, event. mit etwas Gummigutti.

Für **Messing** und **Komposition:** „Gelb und Gelborange", aus Gummigutti und etwas Carmin, oder aus Chromgelb.

Für **Leder** und **Kautschuk:** „Gelbbraun", aus Gummigutti mit Siena, bezw. „Dunkelbraun", aus Sepia mit einer Spur Blau.

Für **Quadersteine:** „Roth", aus Carmin mit einer Spur Zinnober oder Terra di Siena.

Für **Ziegelsteine, Backsteine** oder **gebrannte Steine** überhaupt: „Orange", aus Zinnober, Eisenroth, Ziegel- oder Backsteinroth, oder aus einer Mischung von Carmin, Siena und Gummigutti.

Für **Bruchsteine:** „Gelblich, röthlich oder bläulich Grau", aus einer Mischung von Gummigutti, Carmin und Indigo, worin, je nach Beschaffenheit der Bruchsteine, das Gelb, Roth oder Blau vorherrscht.

Für **hartes Holz:** „Rothbraun", aus Terra di Siena mit etwas Sepia.

Für **weiches Holz:** „Gelbbraun", aus Terra di Siena mit etwas Gummigutti oder nur „Gebrannte Terra di Siena".

Für **Erde** und **Boden:** „Dunkelbraun", aus Sepia mit Siena — kolorirte Sepia — und einer Spur Neutraltinte oder Indigo.

NB. Die Schnitte dieser Materialien werden mit derselben Farbe, nur dunkler angelegt.

Für **Waldboden:** „Gelbgrün", aus Gummigutti, mit etwas Indigo.

Für **Laubholzbäume:** „Gelbgrün", in stärkerer Mischung wie vor, mit vorherrschendem Hellgrün.

Für **Nadelholzbäume:** „Gelbgrün", wie vor, mit vorherrschendem Dunkelgrün.

Für **Baumschatten:** „Tusche", event. mit Indigo.

Für **Ackerfeld** und **Brachfeld:** „Dunkelrothbraun", aus Terra di Siena mit Sepia und etwas Gummigutti.

Für **Wiesen: „Hell-** und **Dunkelgrün",** aus Gummigutti mit Berlinerblau, und zwar die trockenen Wiesen etwas heller und die nassen etwas bläulicher oder dunkler.

Für **Gemüsegärten:** „Dunkelviolett", aus Neutraltinte mit etwas Carmin.

Für **Baumgärten:** „Dunkelgrün", aus Neutraltinte oder Indigo mit Gummigutti.

Für **Weingärten:** „Violett", aus Neutraltinte mit etwas Carmin, oder aus Berlinerblau mit Carmin.

Für **Wasser:** „Blau mit einem Stich ins Grüne", aus Berlinerblau mit einer Spur Gelb.

Es kommt häufig vor, daß die Farbe ins Helle oder Dunkle verwaschen, also mehr erhellt oder verdunkelt werden muß. Das Erhellen geschieht am besten durch Verdünnen des betreffenden Farbentons durch Wasser. Das Verdunkeln dagegen wird am schnellsten und kräftigsten durch Beimischung von guter chinesischer Tusche mit etwas Indigo erreicht.

Um die Möglichkeit der Herstellung der meisten vorkommenden Farbentöne zu gewähren, wird im Folgenden eine Zusammenstellung der Wasser- und Deckfarben gegeben, bezw. deren Mischungsverhältnisse, soweit sie aus dem Vorhergehenden nicht hervorgeht.

a. Wasserfarben.

1. Grüngelb. 3 Theile Gummigutti, 1 Theil Preußisch Blau.
2. Kanariengelb. 1 Theil Gummigutti, 1 Theil Weiß.
3. Gelb. Am besten Gummigutti.
4. Neapelgelb. 1 Theil Gummigutti, 1 Theil gebr. Siena, 1 Theil Weiß.
5. Hellbraun. 2 Theile gebr. Siena, 1 Theil weiß.
6. Gelborange. 1 Thril Gummigutti, 1 Theil Zinnober; ist zwei- bis dreimal zu tuschen.
7. Rosa. 3 Theile Weiß, 1 Theil Carminlack.
8. Lila. 3 Theile Weiß, 1 Theil Carminlack, 1 Theil Preuß. Blau.
9. Grünblau. 3 Theile Preuß. Blau, 3 Theile Weiß, 1 Theil Gummigutti.
10. Blaugrün. 2 Theile Preuß. Blau, 1 Theil Gummigutti.
11. Grün. 1 Theil Preuß. Blau, 1 Theil Gummigutti.
12. Gelblich Grün. 2 Theile Gummigutti, 1 Theil Preuß. Blau.
13. Gelbgrün, hell. 3 Theile Gummigutti, 1 Theil Preuß. Blau.
14. Gelbbraun, hell. 3 Theile Gummigutti, 3 Theile gebr. Siena, 2 Theile Schwarz, 1 Theil Weiß.

NB. Für Gummigutti kann auch ein anderes schönes Gelb verwendet werden.

15. Olivengrün, hell. 3 Theile Gummigutti, 2 Theile gebr. Siena, 1 Theil Preuß. Blau.
16. Grüngrau. 1 Theil Preuß. Blau, 1 Theil gebr. Siena.
17. Gelbgrau, hell. 3 Theile Weiß, 2 Theile Schwarz, 1 Theil Gummigutti; die Farben sehr dünn.
18. Rothgrau. 2 Theile Carminlack, 1 Theil Schwarz, 1 Theil Weiß.
19. Cyanblau, hell. Preuß. Blau, zwei- bis dreimal übertuschen.
20. Purpur, hell. Carminlack, zweimal übertuschen.
21. Zinnober. Die Deckfarbe verdünnt.
22. Rothgrau. 2 Theile Carminlack, 1 Theil Gummigutti, 1 Theil Schwarz.
23. Blaugrüngrau. 2 Theile Preuß. Blau, 1 Theil gebr. Siena.
24. Schwarz. Durch Verdünnen der Deckfarbe.
25. Weiß ist am besten durch Aussparen zu erreichen.
26. Blaugrün, hell. Wie 10, nur durch Wasser verdünnt.
27. Purpurviolettgrau, hell. 3 Theile Carminlack, 2 Theile Indischroth, 1 Theil Preuß. Blau, 1 Theil Weiß.
28. Goldgelb. 2 Theile Gummigutti, 1 Theil gebr. Siena.
29. Rothgrau. 1 Theil Weiß, 2 Theile Schwarz, 1 Theil Zinnober.
30. Blaugrau. 2 Theile Schwarz, 1 Theil Weiß, 1 Theil Preuß. Blau.
31. Gelbgrau. 3 Theile Weiß, 1 Theil Schwarz, 1 Theil Gummigutti.
32. Gelbgrün, zart. 3 Theile Weiß, 1 Theil Gelbgrün. Die Farben sehr schwach.
33. Roth, hell. 2 Theile Zinnober, 1 Theil Weiß.
34. Gelbolive. 4 Theile Gummigutti, 2 Theile gebr. Siena, 1 Theil Preuß. Blau.
35. Blau. Die Deckfarben verdünnt.
36. Hellbraun. Gebrannte Siena in kräftigem Ton.
37. Gelborange, hell. 1 Theil Gummigutti, 1 Theil Zinnober.

b. Deckfarben.

38. Purpurbraun. 3 Theile Carminlack, 2 Theile Indischroth, 1 Theil Preuß. Blau.
39. Dunkelroth. 1 Theil Carminlack, 1 Theil Indischroth.
40. Rothgrau. 3 Theile Carminlack, 2 Theile Indischroth, 1 Theil Preuß. Blau, 1 Theil Weiß.
41. Purpurviolettbraun. 3 Theile Carminlack, 2 Theile Indischroth, 1 Theil Ultramarin.
42. Violett. 2 Theile Ultramarin, 2 Theile Carminlack, 1 Theil Weiß.
43. Lila. 3 Theile Weiß, 1 Theil Carminlack, 1 Theil Preuß. Blau.
44. Blauviolettgrau, hell. 3 Theile Ultramarin, 2 Theile Carminlack, 2 Theile Weiß.
45. Blauviolettgrau, dunkel. 3 Theile Ultramarin, 2 Theile Carminlack, 1 Theil Weiß.
46. Ultramarin, dunkel. 3 Theile Ultramarin, 2 Theile Schwarz, 1 Th. Weiß.
47. Kobaltblau. 1 Theil Ultramarin, 1 Theil Preuß. Blau, 1 Theil Weiß.
48. Grünblau. 3 Theile Preuß. Blau, 3 Theile Weiß, 1 Theil Gummigutti.

49. Gelbgrün, dunkel; (auch hellgrüner Zinnober). 3 Theile Goldgelb, 1 Theil Preuß. Blau.
50. Bläulich dunkelgrün; (auch dunkelgrüner Zinnober). 3 Theile Preuß. Blau, 2 Theile Goldgelb, 1 Theil Weiß.
51. Gelbbraun, hell. 3 Theile Goldgelb, 3 Theile gebr. Siena, 2 Theile Schwarz, 1 Theil Weiß.
52. Gelbbraun, dunkel. 3 Theile Goldgelb, 2 Theile Mennige, 2 Theile Schwarz, 1 Theil Weiß.
53. Röthlich braun. 3 Theile Mennige, 2 Theile Schwarz.
54. Olivengrün, dunkel. 2 Theile Goldgelb, 1 Theil Preuß. Blau, 1 Theil Carminlack.
55. Gelbgrau, hell. 3 Theile Weiß, 1 Theil Schwarz, 1 Theil Goldgelb.
56. Gelbgrau, dunkel. 3 Theile Weiß, 2 Theile Schwarz, 1 Theil Goldgelb.
57. Dunkelbraun. 2 Theile Mennige, 1 Theil Goldgelb, 3 Theile Schwarz, 1 Theil Weiß.
58. Blaugrau. 3 Theile Weiß, 2 Theile Schwarz, 1 Theil Preuß. Blau.
59. Blaugrüngrau. 3 Theile Weiß, 3 Theile Schwarz, 2 Theile Preuß. Blau, 1 Theil Goldgelb.
60. Cyanblau, dunkel. 1 Theil Preuß. Blau, 1 Theil Weiß.
61. Indischroth.
62. Zinnober. Auch die Wasserfarbe mehrmals übergetuscht.
63. Goldgelb.
64. Violett, dunkel. 1 Theil Carminlack, 1 Theil Ultramarin.
65. Schwarz. Die Wasserfarbe mehrmals bis sie deckt, aufgetragen.
66. Weiß. Am besten durch Aussparen.
67. Rothbraun, dunkel. 2 Theile Indischroth, 1 Theil Schwarz.
68. Goldbronze.
69. Roth (Spektralroth). 1 Theil Carminlack, 1 Theil Zinnober.
70. Indischroth mit Weiß.
71. Mennige.
72. Rothgrau. 3 Theile Weiß, 3 Theile Schwarz, 1 Theil Carminlack.
73. Violettgrau. 2 Theile Weiß, 2 Theile Schwarz, 1 Theil Ultramarin, 1 Theil Carminlack.
74. Grüngrau. 2 Theile Goldgelb, 1 Theil Preuß. Blau, 1 Theil Carminlack, 2 Theile Weiß.
75. Blaugrün. 4 Theile Preuß. Blau, 2 Theile Goldgelb, 1 Theil Weiß.

NB. Beim Mischen der Farben ist genau die Reihenfolge inne zu halten, in welcher dieselben hier aufgeführt sind.

VI. Perspektive oder Centralprojektion.

1. Allgemeines.

Denkt man sich von dem Auge eines einen Gegenstand betrachtenden Menschen gerade Linien nach den einzelnen Punkten, insonderheit nach allen Eckpunkten des Gegenstandes und den für die Form desselben wichtigen Punkten, gezogen, so bilden diese geraden Linien einen Strahlenkegel, dessen Spitze das Auge und dessen Basis die Konturen des betrachteten Gegenstandes sind. Denkt man sich ferner zwischen dem Auge und dem betrachteten Gegegenstande eine senkrechte Ebene, etwa eine Glastafel, aufgestellt, so werden sämtliche geraden Linien, welche den Gegenstand mit dem Auge verbinden, diese Ebene schneiden. Verbindet man nun diese Schnittpunkte in der Ebene mit einander, so erhält man das perspektivische Bild des Gegenstandes. Fig. 195.

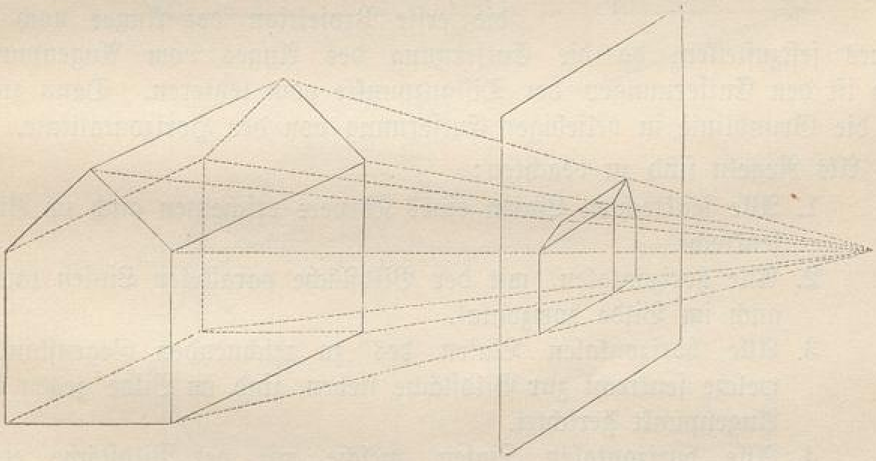


Fig. 195.

Die Art des Zeichnens, wie ein solches perspektivisches Bild erhalten wird, nennt man die **Perspektive** oder **Centralprojektion**. Die zwischen dem Auge und dem Gegenstande befindliche Ebene wird die **Bildfläche** genannt. Das auf derselben erscheinende Bild wird verschiedene Größen erhalten, je nachdem die Bildfläche näher oder entfernter von dem Beschauer aufgestellt wird. Es können also aus einem perspektivischen Bilde die Maße des betreffenden Gegenstandes nicht direkt entnommen werden, es gewährt aber den Vortheil, daß es den Gegenstand so darstellt, wie er dem Auge wirklich erscheint.

Alle senkrechten Linien erscheinen in der Bildfläche ebenfalls senkrecht, und alle horizontalen, mit der Bildfläche parallelen, laufen auch im Bilde horizontal.

Denkt man sich in der ersten Projektionsebene von der Projektion des Auges des Beschauers aus ein Loth auf die Bildfläche gefällt, welche also parallel zur zweiten Projektionsebene steht, so nennt man den Fußpunkt des Lothes in der Bildfläche den **Augenpunkt.** Legt man dann durch den Augenpunkt eine horizontale Linie und trägt die Entfernung der ersten Projektion des Auges von dem Augenpunkte nach beiden Seiten auf die Horizontallinie ab, so heißen diese beiden Punkte die **Entfernungs-** oder **Distanzpunkte.** In Fig. 196 ist also o die erste Projektion des Auges und A der Augenpunkt, da o A lothrecht auf der Bildfläche ist.

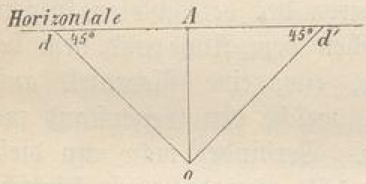


Fig. 196.

Auf der durch den Punkt A gelegten Horizontalen ist d A = A d' = o A, sodaß d und d' die Distanzpunkte sind.

Beim Zeichnen eines perspektivischen Bildes bestimmt man zunächst den Augenpunkt A, legt durch denselben die Horizontallinie und nimmt auf dieser die Distanzpunkte an, sodaß es überflüssig ist, die erste Projektion des Auges noch besonders festzustellen, da die Entfernung des Auges vom Augenpunkte gleich ist den Entfernungen der Distanzpunkte vom letzteren. Dann ziehe man die Grundlinie in beliebiger Entfernung von der Horizontallinie.

Als Regeln sind zu beachten:

1. Alle senkrechten Linien eines Körpers erscheinen auch im Bilde senkrecht.
2. Alle horizontalen, mit der Bildfläche parallelen Linien laufen auch im Bilde horizontal.
3. Alle horizontalen Linien des zu zeichnenden Gegenstandes, welche senkrecht zur Bildfläche stehen, sind im Bilde gegen den Augenpunkt gerichtet.
4. Alle horizontalen Linien, welche mit der Bildfläche einen Winkel von 45° bilden, müssen im Bilde gegen den entsprechenden Distanzpunkt gerichtet sein.

2. Beispiele.

1. Ein horizontalliegendes Quadrat berührt die Bildfläche, sodaß a b gleichzeitig die Grundlinie G ist. Fig. 197.

Es sei H die Horizontallinie, in dieser D A = A D, also D und D' die Distanzpunkte (Fig. 197) und G die Grundlinie der Bildfläche, sowie diejenige der zweiten Projektionsebene, also die Axe.

Gegeben ist die erste Projektion a'b'c'd', deren Seite a'b' gleichzeitig die Seite ab des perspektivischen Bildes ist. Von a und b aus müssen die Seiten ad und bc nach dem Augenpunkte A gerichtet sein. Die Diagonale bd bildet mit der Bildfläche einen Winkel von 45°; der Punkt d muß also in der Linie bD liegen, d. h. im Schnittpunkte derselben mit aA. Von d aus ziehe man dc parallel zu G bis an die Linie bA, so ist abcd das perspektivische Bild des Quadrates, dessen erste Projektion a'b'c'd' ist.

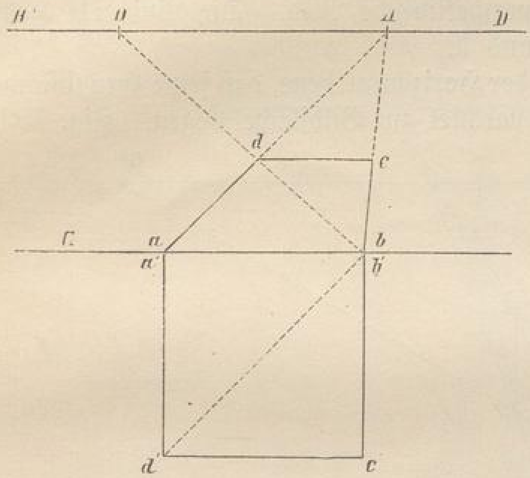


Fig. 197.

2. Ein Kreis liegt so in der Horizontalebene, daß er die Bildfläche berührt. Fig. 198.

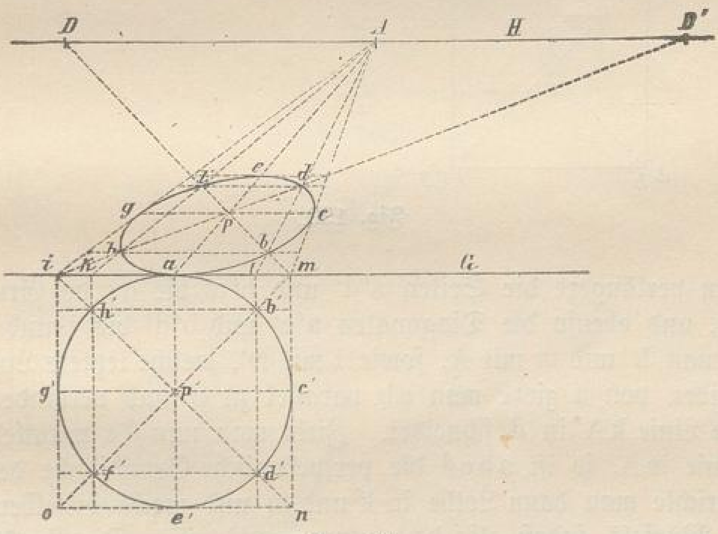


Fig. 198.

Es sei ab'c'd'e'f'g'h' die erste Projektion und die wirkliche Größe des Kreises. Vom Berührungspunkte a aus ziehe man den Durchmesser ae' senkrecht zu G, und parallel zu G den Durchmesser g'c', konstruire an die Punkte a, c', e' und g' das Quadrat um den Kreis und ziehe dessen Diagonalen in und mo. Zieht man nun durch die Schnittpunkte b', d', f' und h' Parallele zu den Seiten des Quadrates imno, so ist die Konstruktion des perspektivischen Bildes sehr einfach. Man verbinde die Punkte i, k, a, und m mit A und m mit D, und ziehe durch l, p und b Parallele zu G, so ist abcdelgh das verlangte perspektivische Bild. Die Linie iD' geht ebenfalls durch die Punkte d, p und h.

3. Ein Würfel steht so auf der Horizontalebene, daß seine Grundfläche in dieser und zwei Seitenflächen parallel zur Bildfläche liegen. Fig. 199.

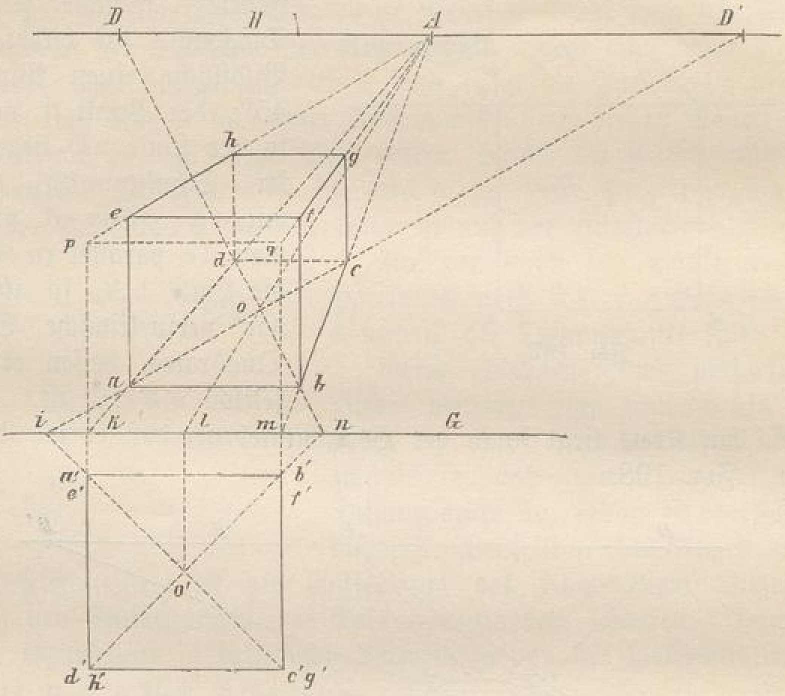


Fig. 199.

Man verlängere die Seiten a'd' und b'c' bis an die Grundlinie in k und m, und ebenso die Diagonalen a'c' nnd b'd' bis i und n. Dann verbinde man k und m mit A, sowie i mit D', welche letztere Linie die kA in a schneidet, von a ziehe man ab parallel zu G und verbinde n mit D, welche die Linie kA in d schneidet. Zieht man nun dc parallel zu G bis an die Linie mA, so ist abcd die perspektivische Grundfläche des Würfels. Auf G errichte man dann Lothe in k und m und mache dieselben gleich der Seite des Würfels, sodaß also kp = mq = a'b' ist. Die Punkte p und q verbinde man mit A und errichte in d und c auf dc Lothe bis an diese Linien, ziehe dann noch ef und hg, welche parallel zu G laufen müssen, so ist abcdhefg die perspektivische Ansicht des Würfels.

4. Eine normale Pyramide mit quadratischer Grundfläche, von der zwei Kanten parallel zur Bildfläche laufen und deren Höhe gleich ab ist, steht auf der Horizontalebene. Fig. 200.

Man verlängere c'f', d'e' und c'e' bis an die Grundlinie in m, b und l, verbinde l mit D, und m und b mit A; von dem Schnittpunkte c aus ziehe man cd parallel zu G, und von e aus ef ebenfalls parallel zu

G, dann ist cdef die perspektivische Grundfläche. Um die Spitze g zu finden, fälle man von g' ein Loth auf G, verlängere dasselbe in der Bildfläche bis ki = ab = der gegebenen Höhe ist, verbinde i mit A und errichte in h,

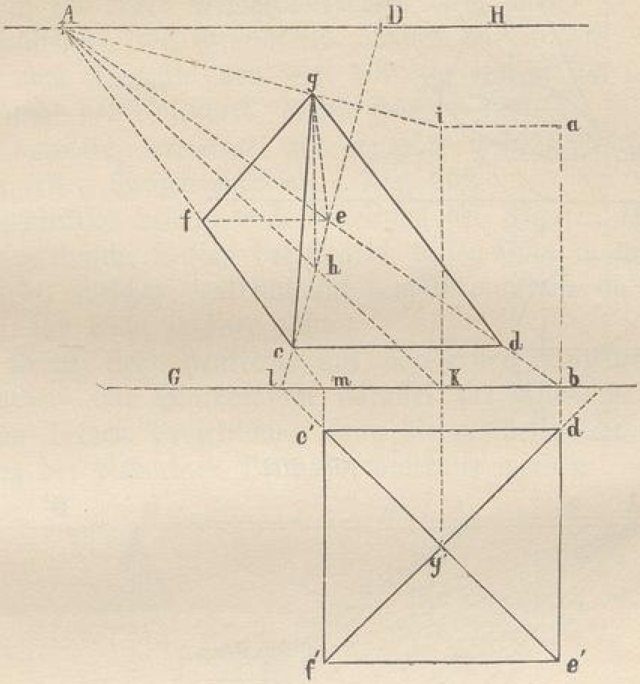


Fig. 200.

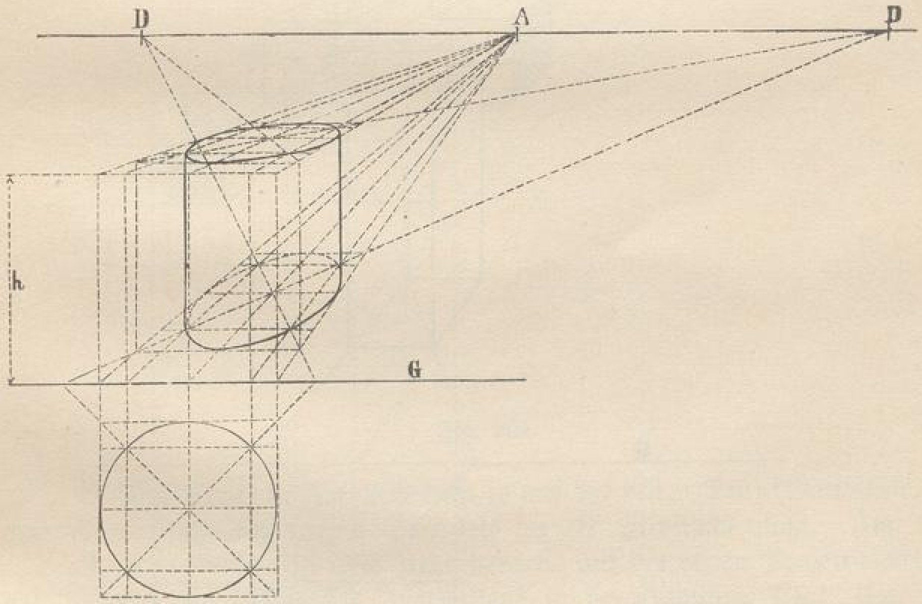


Fig. 201.

dem Schnittpunkte der Diagonalen der Grundfläche, auf dieser ein Loth, welches iA in g, der Spitze der perspektivischen Ansicht schneidet. Verbindet

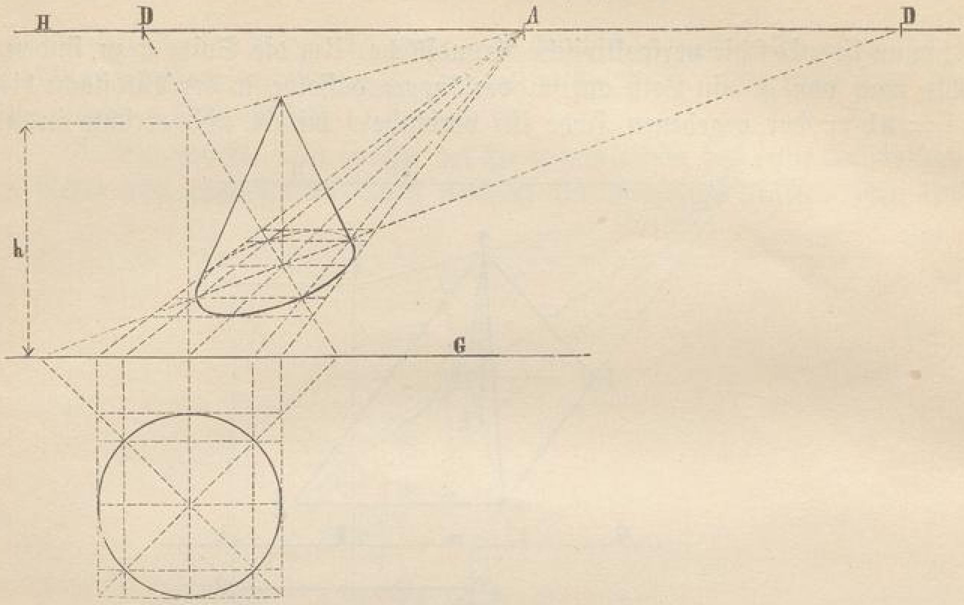


Fig. 202.

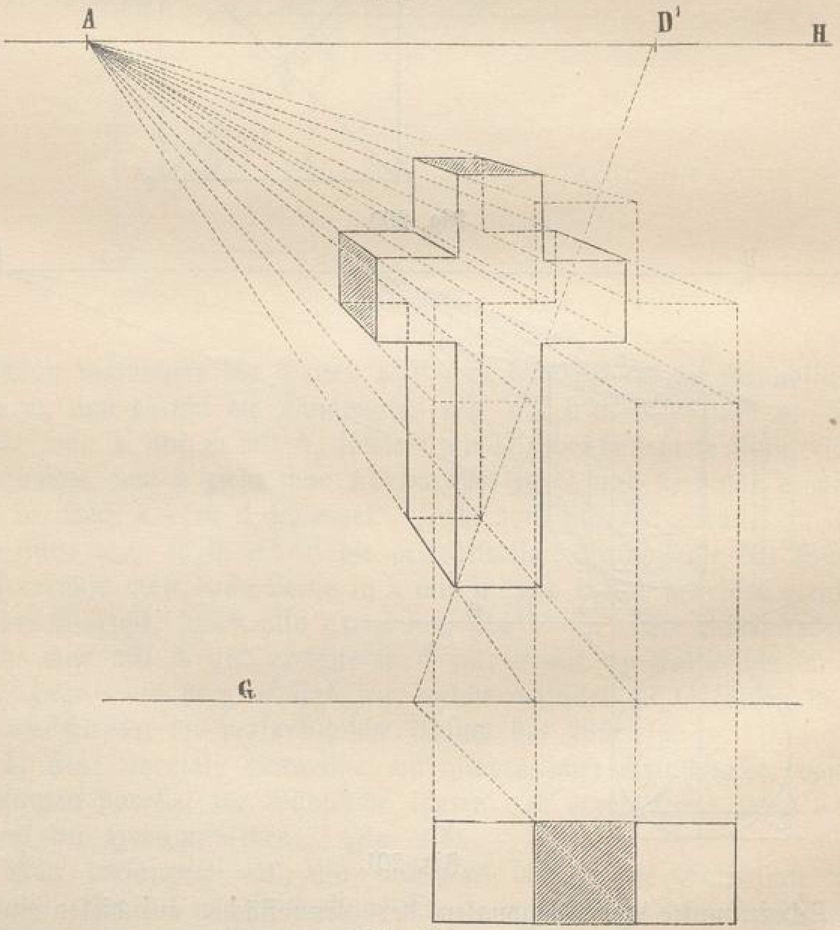


Fig. 203.

man nun g mit c, d, e und f durch gerade Linien, so ergiebt sich die perspektivische Ansicht der Pyramide, deren perspektivische Höhe g h ist.

5. Ein normaler Kreiscylinder, dessen Höhe h ist, steht mit einer Grundebene auf der ersten Projektionsebene. Fig. 201.

Man konstruire den Grundkreis ähnlich wie in Fig. 198 und den oberen Kreis nach Analogie von Fig. 199, so ergiebt sich leicht die perspektivische Ansicht des Cylinders, dessen Höhe h ist.

6. Ein normaler Kreiskegel mit der Höhe h steht mit seiner Grundfläche auf der ersten Projektionsebene. Fig. 202.

Die Konstruktion erfolgt nach Anleitung der Figuren 198 und 200, sodaß die perspektivische Ansicht des Kegels, dessen Höhe in der Perspektive das Loth ergiebt, welches senkrecht auf dem Grundkreise im Mittelpunkte desselben steht, sich leicht zeichnen läßt.

7. Ein Kreuz steht stenkrecht auf der ersten Projektionsebene und mit seiner Vorder- und Hinteransicht parallel zur Bildfläche. Fig. 203.

Aus den beiden Projektionen kann die perspektivische Ansicht leicht nach Anleitung der bisherigen Beispiele konstruirt werden.

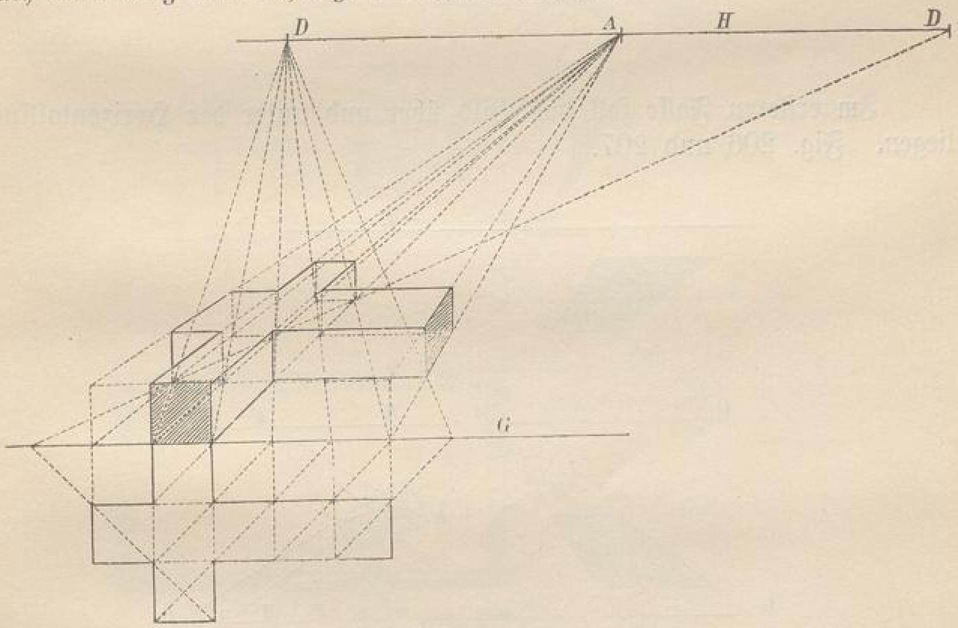


Fig. 204.

8. Das Kreuz in Fig. 203 liegt so auf der ersten Projektionsebene, daß eine Seitenfläche des kurzen Schenkels an die Bildfläche stößt. Fig. 204.

9. Das Kreuz Fig. 203 steht derartig auf der ersten Projektionsebene, daß die eine Kopffläche des Querbalkens in der Bildfläche liegt. Fig. 205.

10. Das perspektivische Bild mehrerer Quadrate zu konstruiren, wenn die Diagonalen derselben unter 45^0 zur Bildfläche geneigt sind, oder mit dieser parallel laufen und zu ihr senkrecht stehen.

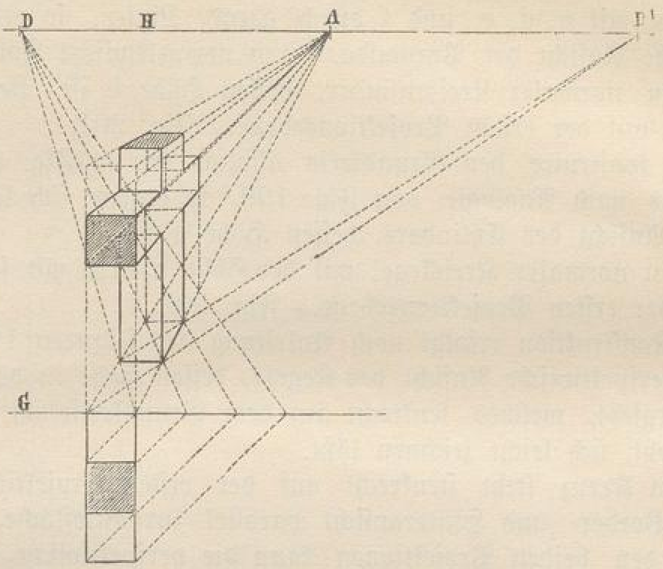


Fig. 205.

Im ersteren Falle soll das Bild über und unter der Horizontallinie liegen. Fig. 206 und 207.

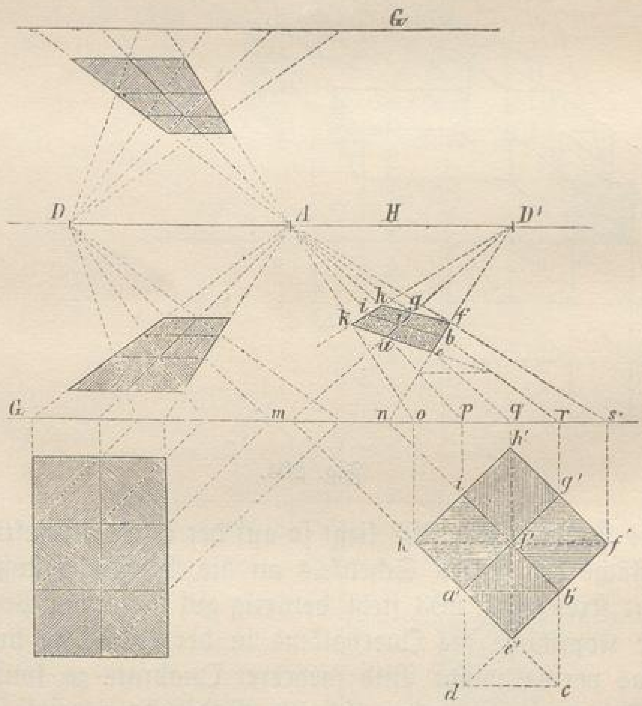


Fig. 206 u. 207.

Die Konstruktion in Fig. 206 ist einfach und leicht. Um die perspektivische Ansicht in Fig. 207 darzustellen, fälle man zunächst von sämtlichen Eckpunkten aller vier Quadrate Lothe auf die Grundlinie und verbinde die Punkte o, p, q, r und s mit A. Um den Punkt a zu finden, denke man sich aus a'b' ein Quadrat a'b'cd konstruirt und dessen Diagonale a'c über a' hinaus bis G verlängert, also bis zum Punkte m, und verbinde m mit D', welche Verbindungslinie die Linie pA in a schneidet. Ebenso ergiebt sich b, i und g. Die Linie ab ist Diagonale des Quadrats acbl; da aber die gleichliegenden Diagonalen aller 4 Quadrate parallel laufen, so ergiebt sich der Rest der Konstruktion leicht.

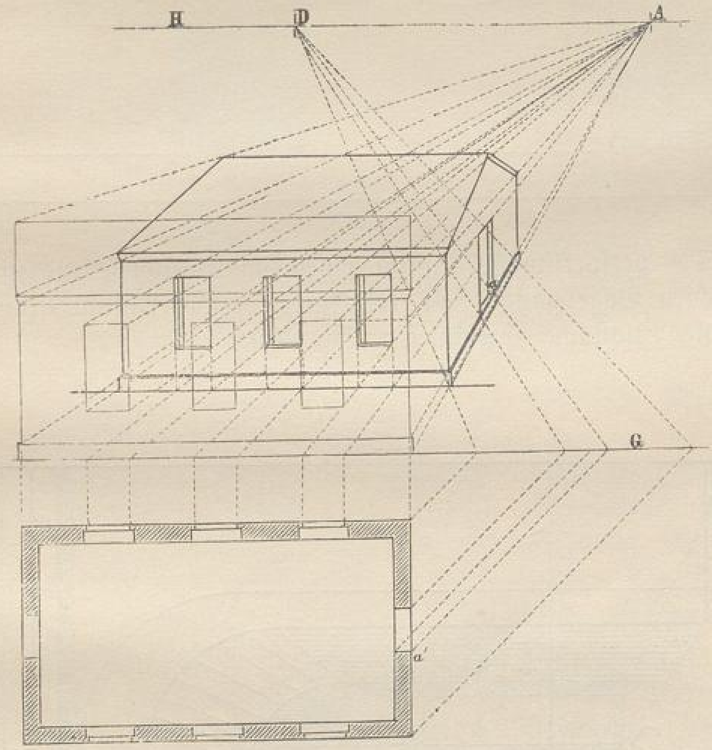


Fig. 208.

11. Ein kleines Gebäude steht auf der ersten Projektionsebene, seine Fronten sind der Bildfläche parallel. Fig. 208.

Die Ansicht ist der Deutlichkeit wegen mit schwachen Linien in die Bildfläche gezeichnet. Bedenkt man, daß jeder Punkt, wie z. B. a', als Schnittpunkt der Diagonale mit der Ecke eines Quadrates betrachtet werden kann, so bietet die Konstruktion des perspektivischen Bildes auch hier keinerlei Schwierigkeiten.

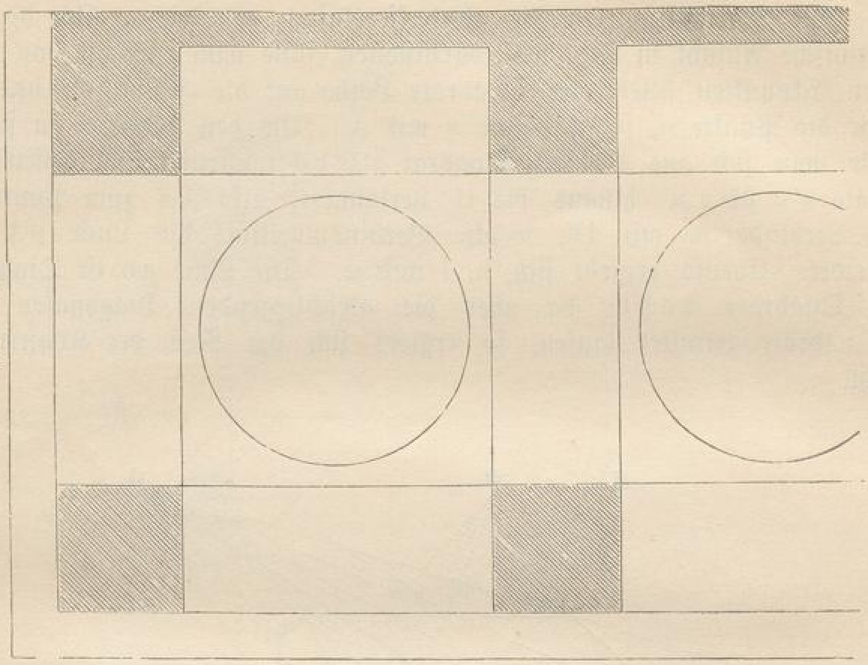


Fig. 209a.

12. Die perspektivische Ansicht eines im Grundriß und in der Ansicht gegebenen Bogenganges zu konstruiren. Die Ansicht ist mit feinen Linien in die Bildfläche gezeichnet. Fig. 209.

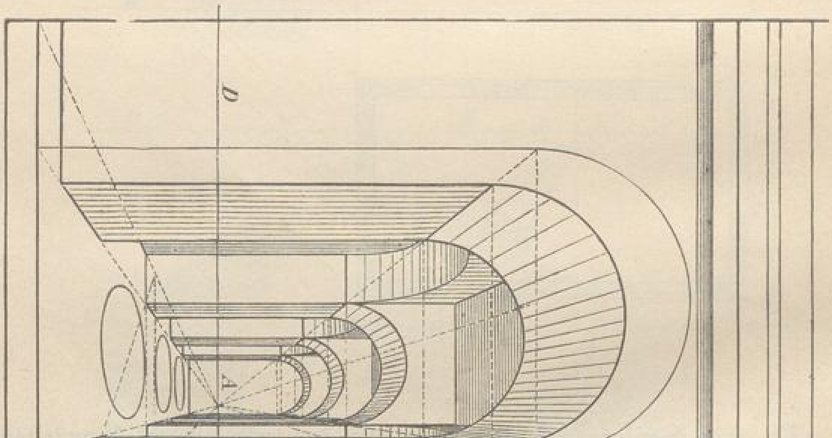


Fig. 209b.

Beim perspektivischen Zeichnen ist die Horizontale stets so anzunehmen, daß der zu zeichnende Gegenstand theilweise über und theilweise unter dem Horizont liegt, sodaß die Horizontale innerhalb des Zeichnungsobjektes durchgeht. Hierbei ist zu empfehlen, den Horizont eher zu tief als zu hoch zu legen, da es viel besser ist, denselben bedeutend unter der Mitte des Bildes, als oberhalb derselben anzunehmen. Richtig gezeichnete Bilder bringen die größte Täuschung hervor, wenn man sie so aufstellt, daß der Horizont des Bildes gleich ist der Augenhöhe des Beschauers.

Der Augenpunkt ist im perspektivischen Bilde niemals der Standpunkt des Zeichners, sondern stets der Verschwindungspunkt in genau gerader Richtung von dem Punkte aus, welchen der Zeichner einnimmt. Je nach seiner Höhenlage stellt sich der zu zeichnende Gegenstand dem Blicke des Zeichners verschieden dar. Steht beispielsweise ein Gebäude oder ein Theil desselben über dem Horizont, so laufen alle in die Ferne gehenden Linien nach abwärts, dagegen alle nach unten liegenden Linien nach aufwärts. Diese Grundregel ist sehr leicht zu merken, aber es sind noch mancherlei andere Umstände in Betracht zu ziehen, die sich am besten durch Uebung an den mannigfaltigsten Beispielen genauer einprägen, als dies durch einfache Erklärung möglich ist. Die folgenden Beispiele sind diesem Grundsatze entsprechend ausgewählt, um das bisher Angeführte zu ergänzen, soweit dies überhaupt in den engen, hier gezogenen Grenzen möglich ist.

13. Es ist das Muster eines Parketbodens aus regelmäßigen Achtecken mit dazwischen liegenden Quadraten zu zeichnen; Fig. 210. Die Figur bedarf keiner weiteren Erläuterung.

14. Eine von drei Seiten besteigbare Freitreppe zu zeichnen, bei der der Augenpunkt in der Mitte der Treppe angenommen wird. Die Grundlinie liegt an der Unterkante der ersten Stufe Fig. 211. Die Figur bedarf ebenfalls keiner näheren Erläuterung; Fig. 211a ist der geometrische Grundriß, Fig. 211b die perspektivische Ansicht der Treppe.

15. Eine Freitreppe mit Wangeneinfassung zu zeichnen, bei welcher der Augenpunkt nach rechts liegend angenommen ist; eine weitere Erläuterung ist unnöthig. Fig. 212a giebt den Grundriß, Fig. 212b den Querschnitt und Fig. 212c die perspektivische Ansicht der Treppe.

16. Einen Theil der Plinthe eines in Hausteinen aufgeführten Gebäudes perspektivisch zu zeichnen; Lage der Horizontalen, des Augenpunktes 2c. gehen aus der Zeichnung hervor. Fig. 213. Die Seitentheile der Pfeiler sind in Frontstellung angenommen. Auf der Grundlinie ist das Entfernungs- und Größenmaß der Pfeiler angegeben, welches durch die Distanzpunkte zu übertragen ist. Beim Zeichnen ist der Sockel als durchsichtig anzusehen und die Mauer nebst Pfeilern zuerst so zu zeichnen, wie sie in der Fortsetzung aufsteigen.

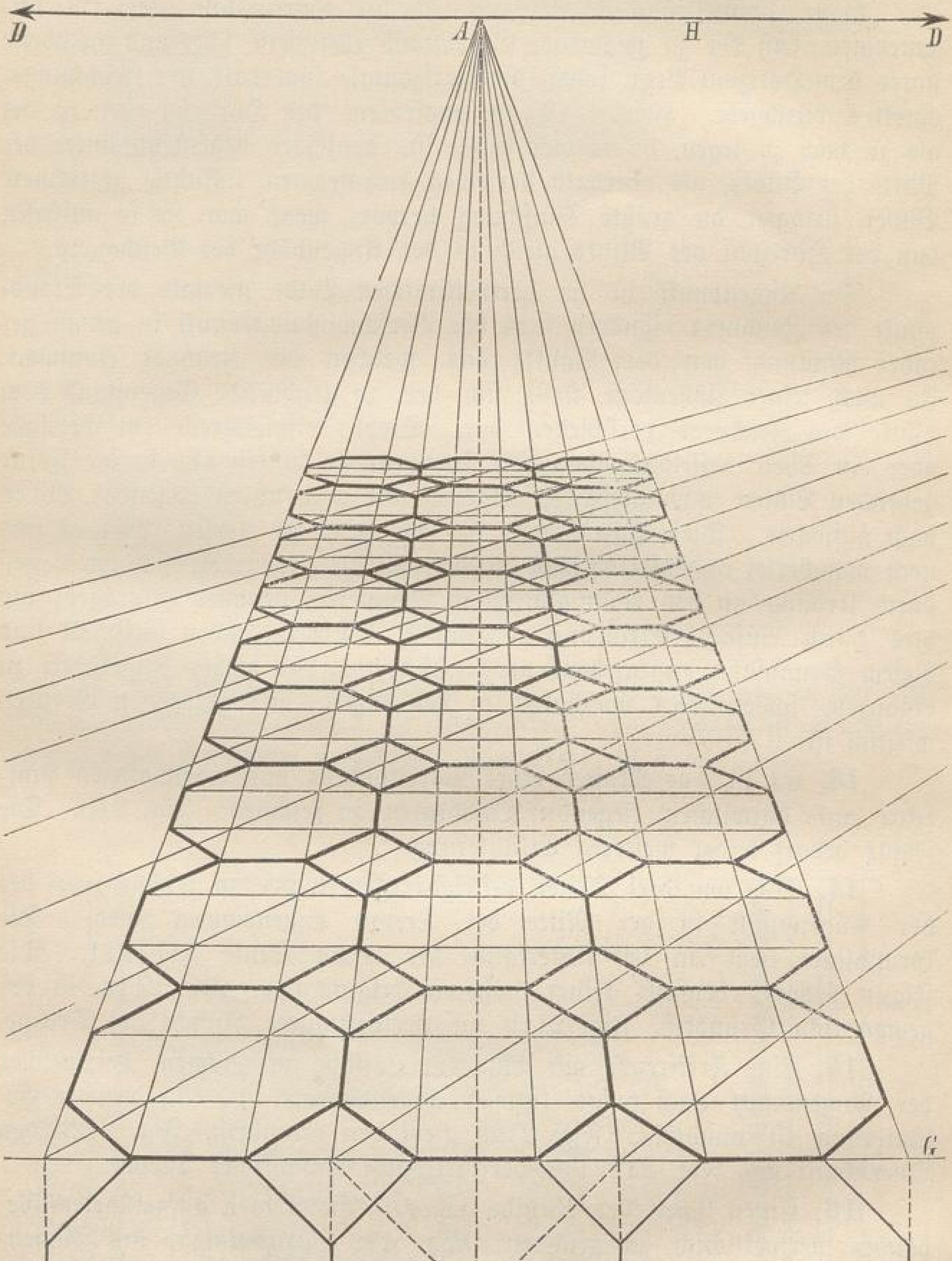


Fig. 210.

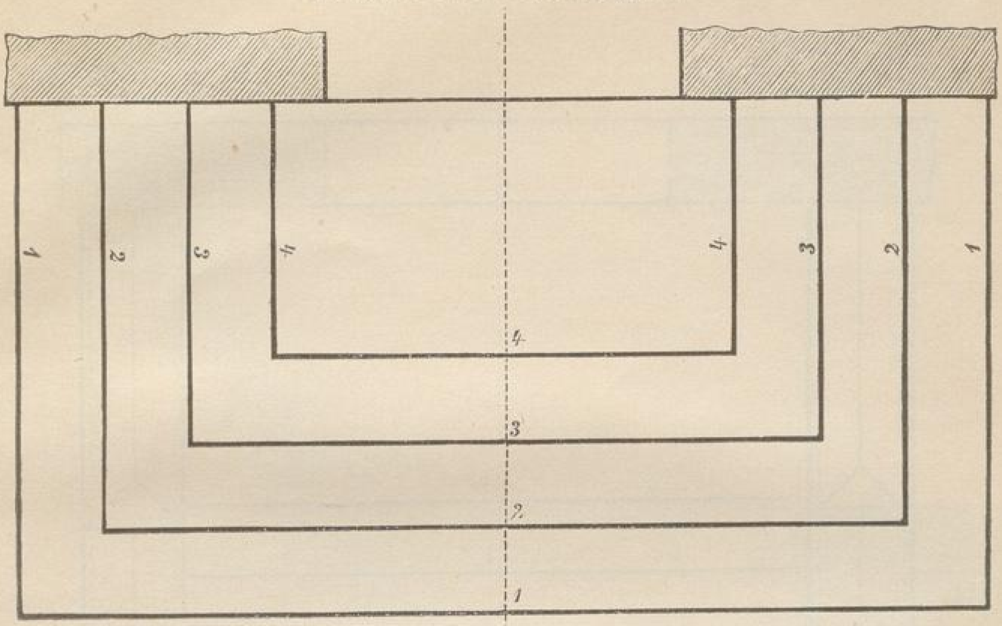


Fig. 211a.

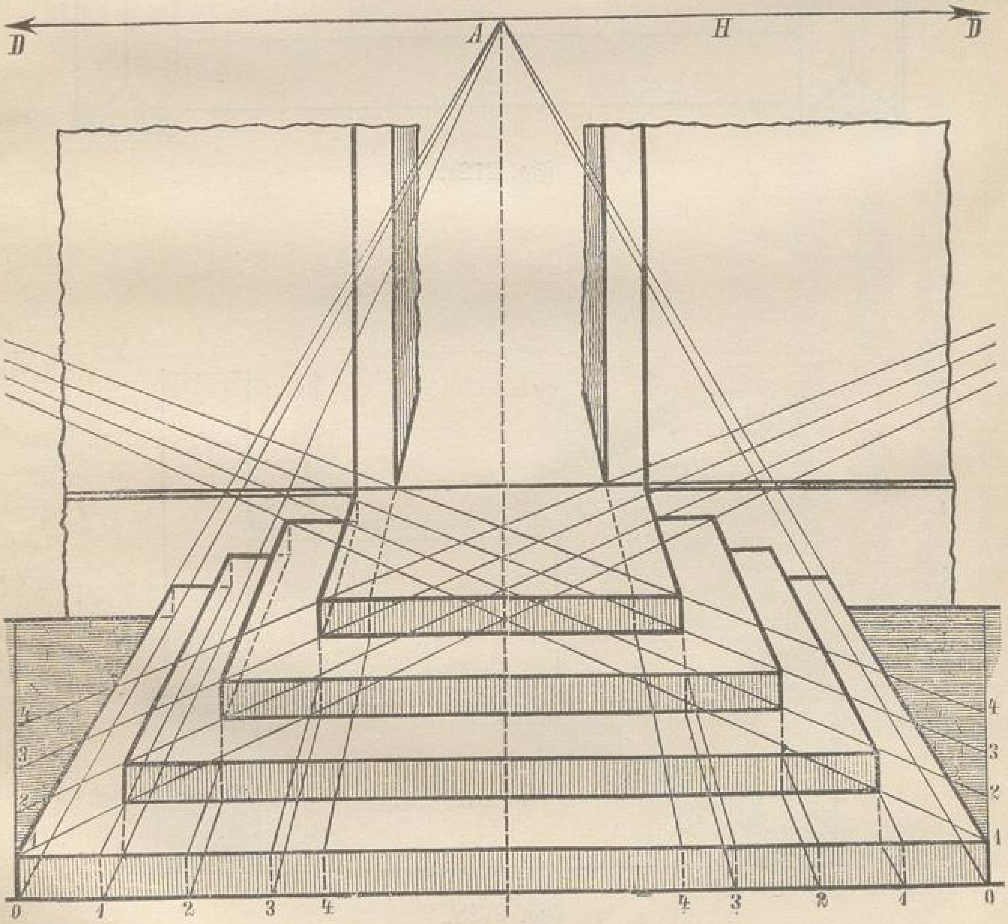


Fig. 211b.

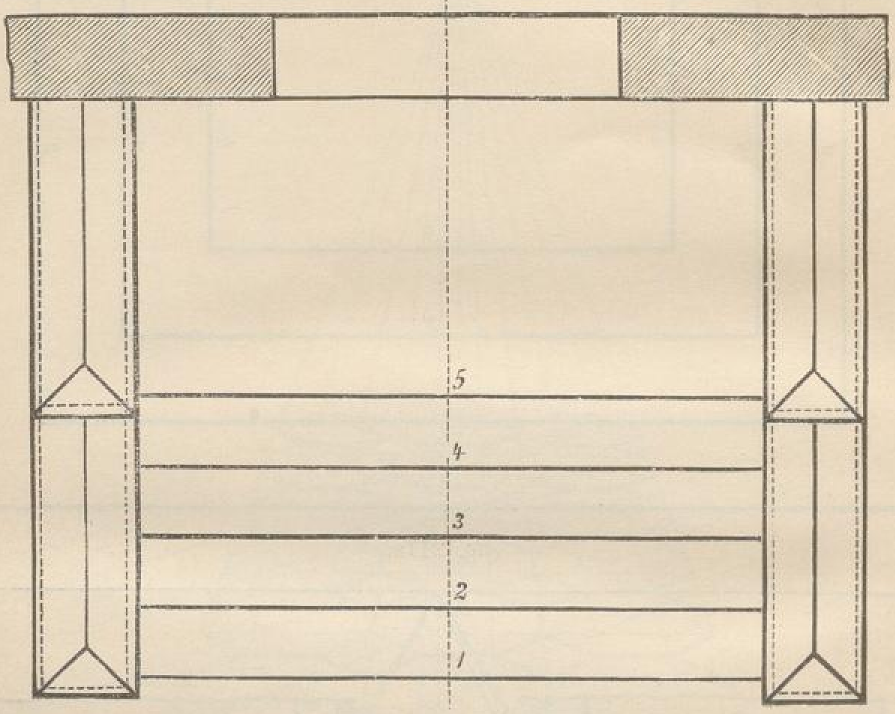


Fig. 212a.

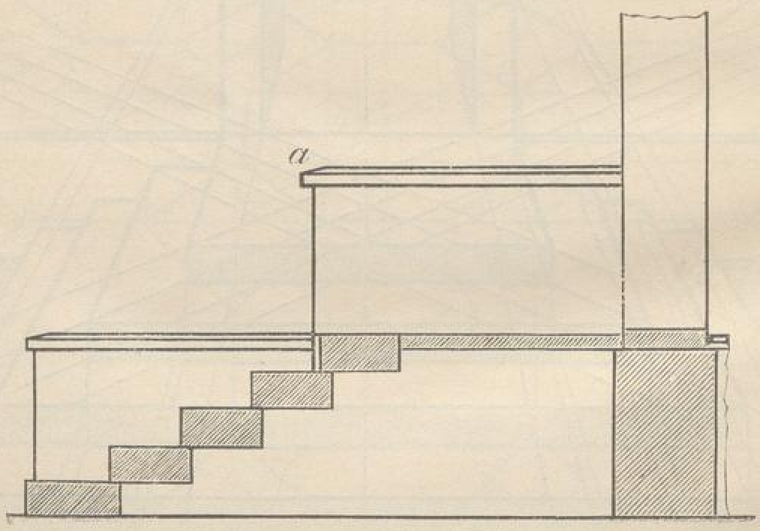


Fig. 212b.

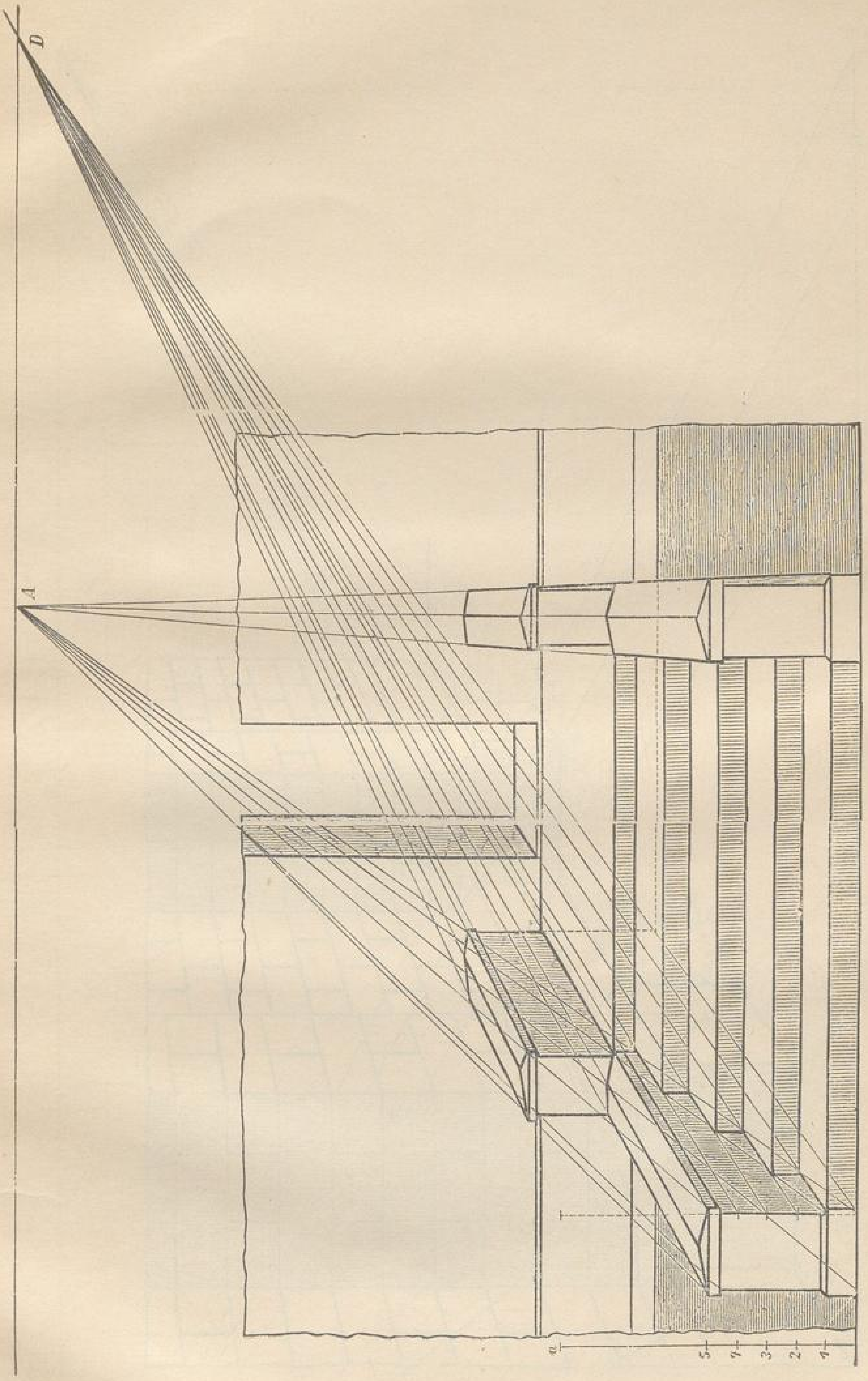


Fig. 212c.

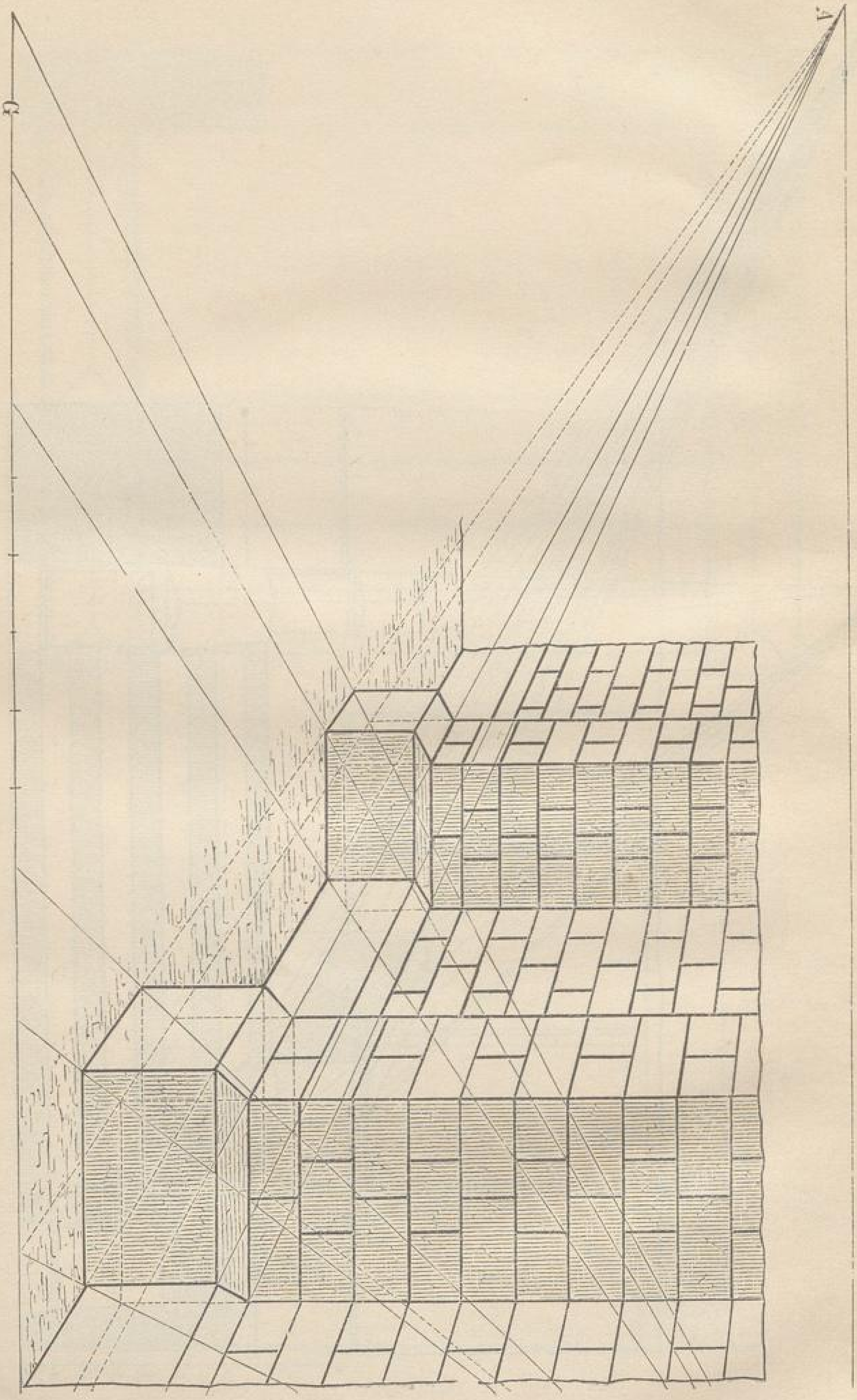
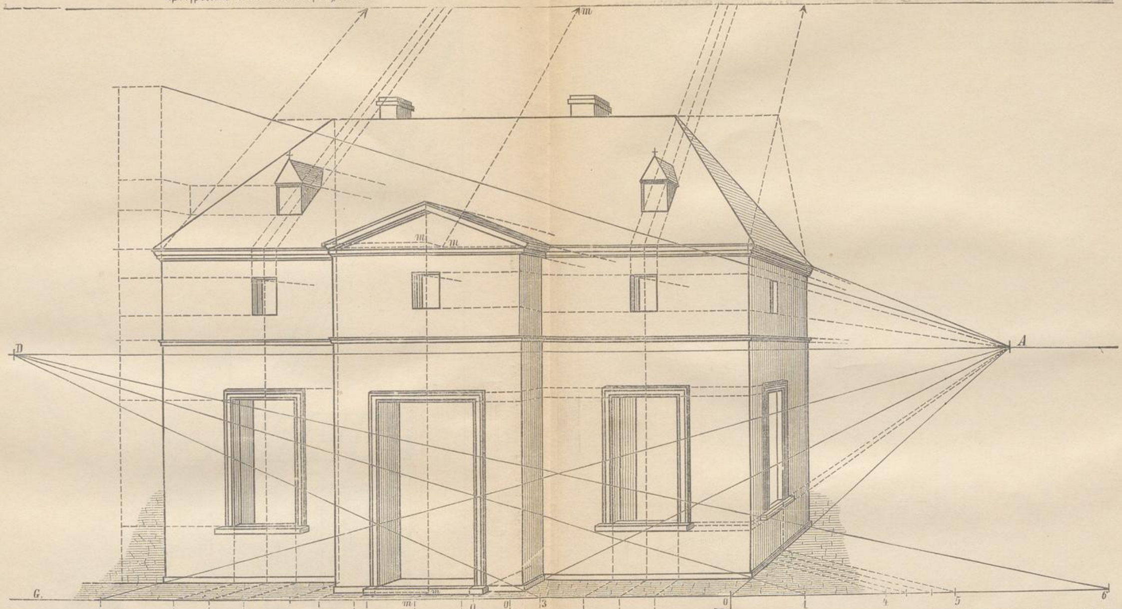


Fig. 213.



17. In Fig. 214 ist bei B der Grundriß der Vorderfront, bei C der Grundriß des Giebels gegeben; es ist die perspektivische Ansicht derartig zu zeichnen, daß der Standort des Zeichners etwas nach rechts von dem Gebäude angenommen wird. Eine weitere Erläuterung der Zeichnung mit Worten würde unter Umständen das Verständniß eher erschweren als erleichtern, weshalb davon abgesehen wird.

Hofbuchdruckerei C. A. Kaemmerer & Co., Halle a. S.

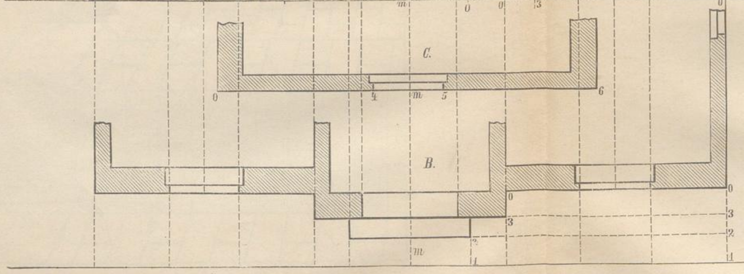


Fig. 214.