



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Anschauliche Geometrie

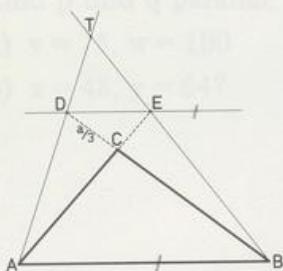
Barth, Friedrich

München, 1995

1.3 Umkehrung der Strahlensätze

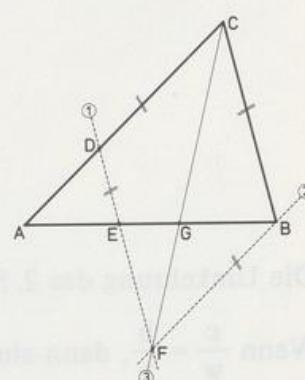
[urn:nbn:de:hbz:466:1-83924](https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:466:1-83924)

12. Ein Trapez ABCD hat die Grundseiten $a = 16$, $c = 12$ und die Höhe $h = 9$. Die verlängerten Schenkel schneiden sich in T, die Diagonalen in S.
- Berechne die Abstände $d(T, a)$ und $d(T, c)$ des Punkts T von a bzw. c.
 - Berechne die Abstände $d(S, a)$ und $d(S, c)$.
- 13. Zeichne das Dreieck ABC mit $a = 7,5$, $b = 6$ und $c = 10$. Ergänze die Figur wie im Bild.
- Berechne \overline{EC} und \overline{ED} .
 - Berechne das Verhältnis $\overline{TA} : \overline{TD}$.
 - Zeige: $d(T, c) = 2 d(C, c)$, das heißt, von c ist T doppelt so weit weg wie C.



- 14. D liegt irgendwo auf der Seite b des Dreiecks ABC.

- Wo muß D liegen, damit CF den Winkel γ halbiert?
 - Zeige: Wenn D die Mitte von b ist, dann gilt $\overline{GB} = 2 \overline{GE}$.
 - Zeige: $\overline{BG}^2 = \overline{EG} \cdot \overline{AG}$ (Tip: zuerst Proportion herstellen!)
15. Beweise die Strahlensätze für die X-Figur mit Hilfe der V-Figur.
Hinweis: Spiegle das kleine Dreieck am Scheitel.

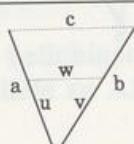


1.3 Umkehrung der Strahlensätze

Bei den Strahlensätzen schließt man aus der Parallelität der Querstrecken auf bestimmte Streckenverhältnisse. Jetzt untersuchen wir, wann man aus der Gleichheit von Streckenverhältnissen, d. h. aus Proportionen, auf die Parallelität von Querstrecken schließen darf, ob man also die Strahlensätze umkehren kann. Es wird sich zeigen, daß der 1. Strahlensatz umkehrbar ist, nicht aber der zweite.

Umkehrung des 1. Strahlensatzes

$$\frac{a}{u} = \frac{b}{v} \Rightarrow c \parallel w$$

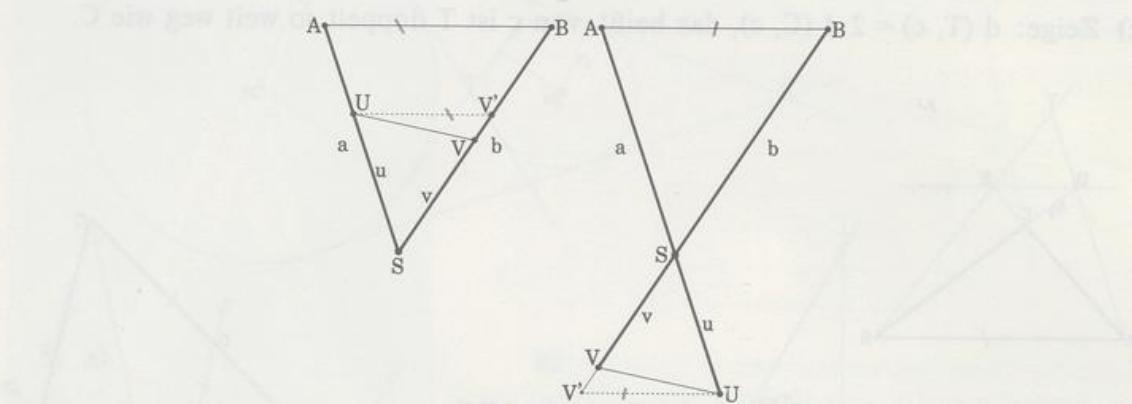


Beweis: Angenommen UV wäre nicht parallel zu AB , dann würde die Parallele zu AB durch U die Gerade SB in V' schneiden. Auf die Figur $SUV'AB$ wenden wir den

1. Strahlensatz an: $\frac{SV'}{b} = \frac{u}{a}$,

nach Voraussetzung ist aber $\frac{u}{a} = \frac{SV}{b}$.

Das bedeutet: $SV' = SV$, also $V = V'$. Folglich muß von vornherein UV parallel zu AB sein.



Die Umkehrung des 2. Strahlensatzes lautet:

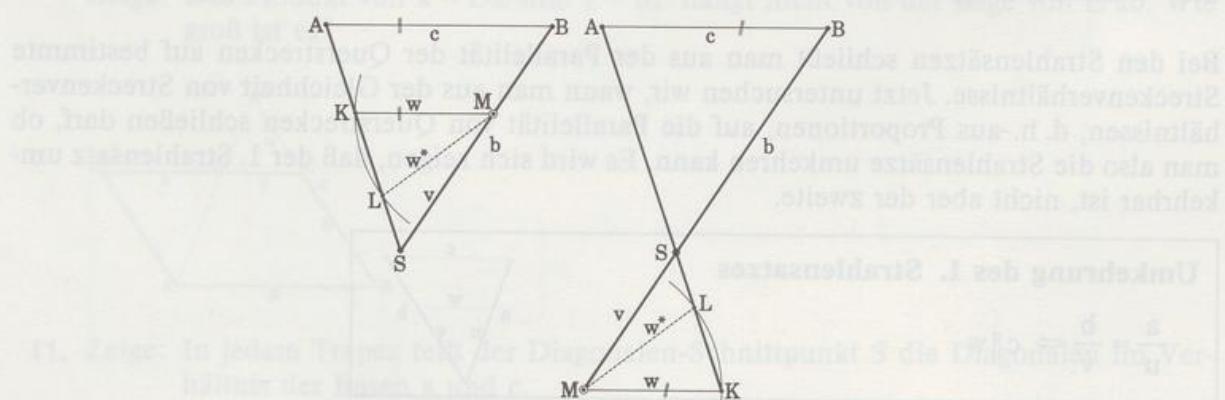
Wenn $\frac{c}{w} = \frac{b}{v}$, dann sind c und w parallel.

Dieser Satz ist falsch!

Das ist schnell gezeigt: ein Gegenbeispiel bringt den Satz zu Fall.

In der Figur SLMBA gilt $\frac{c}{w^*} = \frac{b}{v}$, aber LM ist nicht parallel zu AB .

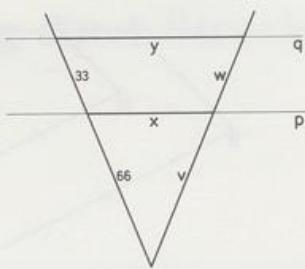
Bei unseren Überlegungen haben wir jeweils eine ganz bestimmte Proportion verwendet. Freilich kommen noch viele andere in Frage. Wir müssen uns bloß merken, daß der Schluß auf Parallelität der Querstrecken nur dann erlaubt ist, wenn diese Querstrecken in der Proportion nicht vorkommen.



Aufgaben

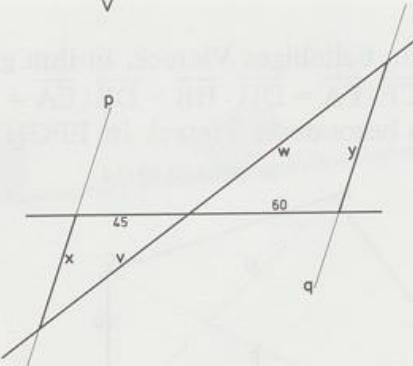
1. Sind p und q parallel, wenn

- a) $v = 66$, $w = 33$
- b) $x = 50$, $y = 75$?

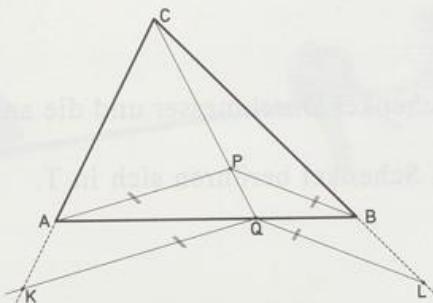


2. Sind p und q parallel, wenn

- a) $v = 75$, $w = 100$
- b) $x = 48$, $y = 64$?

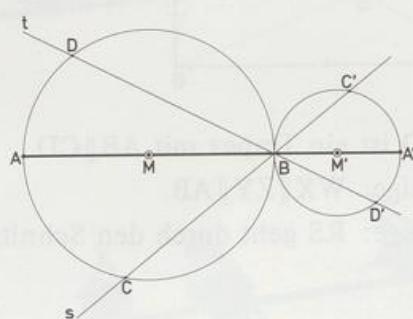


3. P ist irgendein Punkt im Dreieck ABC . Zeige: $AB \parallel KL$.



4. Die Kreise $k(M; r)$ und $k(M'; r')$ berühren sich in B .

- a) Bestimme das Verhältnis $\overline{BC} : \overline{BC'}$.
- b) Zeige: $CD \parallel C'D'$.

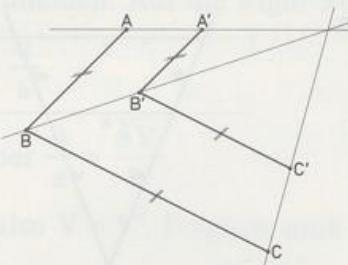


5. Zeichne zwei Dreiecke ABC und ABD . E ist ein beliebiger Punkt auf $[AB]$. Die Parallele zu AC durch E schneidet BC in F . Die Parallele zu AD durch E schneidet BD in G .

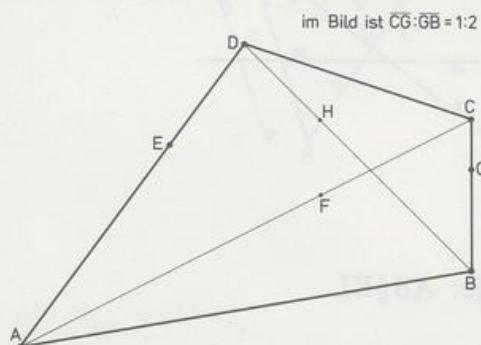
Zeige: $FG \parallel CD$.

DESARGUES

6. Zeige: $AC \parallel A'C'$

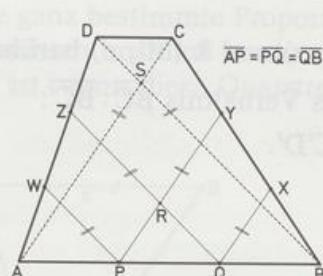
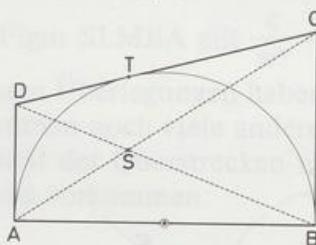


- 7. ABCD ist ein beliebiges Viereck, in ihm gilt:
 $\frac{CG}{GB} = \frac{CF}{FA} = \frac{DH}{HB} = \frac{DE}{EA} = 1:k$.
 Was für ein besonderes Viereck ist EFGH? Warum?



HALBES TANGENTENTRAPEZ

- 8. Zeichne ein Trapez ABCD, von dem der eine Schenkel Durchmesser und die anderen Seiten Tangenten eines Kreises sind.
 Die Diagonalen schneiden sich in S, Kreis und Schenkel berühren sich in T.
 Zeige: $ST \parallel BC$.



- 9. ABCD ist ein Trapez mit $AB \parallel CD$.
 - Zeige: $WX \parallel ZY \parallel AB$.
 - Zeige: RS geht durch den Schnittpunkt von WY und XZ und halbiert die Basen.

- 10. $\omega = ?$

