



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

München, 1995

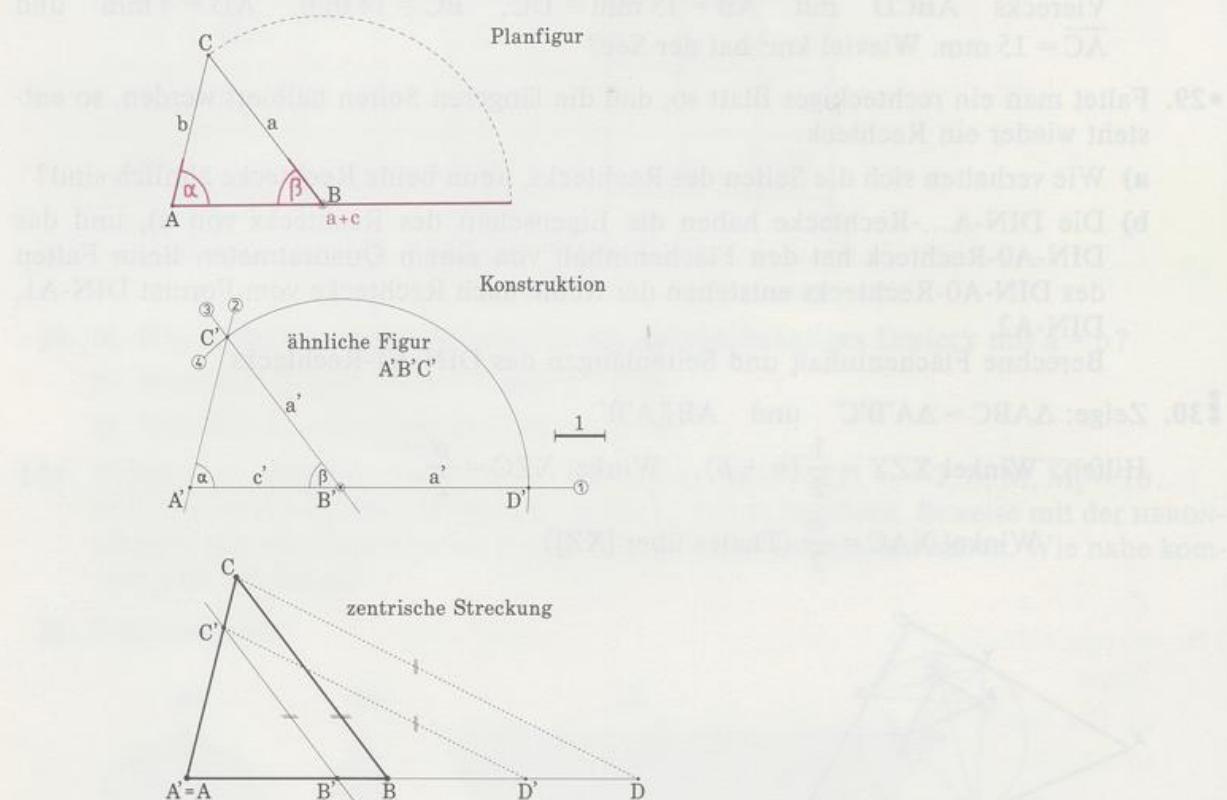
4.3 Ähnlichkeitskonstruktionen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83924](#)

4.3 Ähnlichkeitskonstruktionen

Manche Konstruktionsaufgaben lassen sich nur lösen, indem man zuerst eine ähnliche Figur konstruiert und sie dann mit einer zentrischen Streckung auf die passende Größe bringt. Dazu zwei Beispiele:

1. Beispiel: Konstruiere ein Dreieck ABC mit $\alpha = 76^\circ$, $\beta = 53^\circ$ und $a + c = 9$.



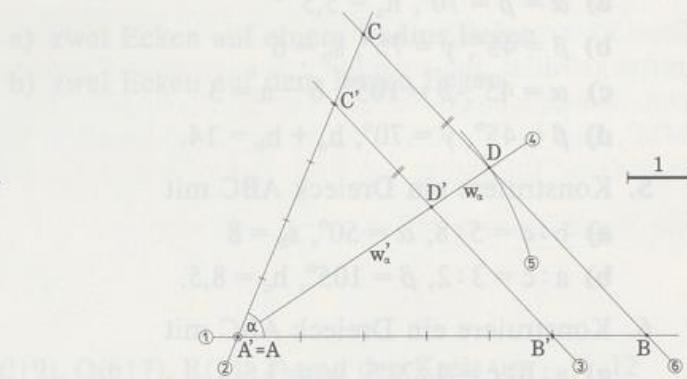
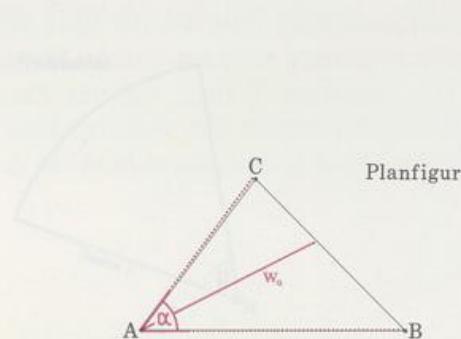
Lösungsidee: Zuerst konstruiert man ein Dreieck $A'B'C'$ mit $\alpha' = 76^\circ$ und $\beta' = 53^\circ$ und beliebiger Länge c' . In dieser Hilfsfigur zeichnet man die Strecke $[A'D']$ der Länge $a' + c'$ ein. Von A' aus trägt man die gegebene Länge $a + c$ bis D ab. Die zentrische Streckung mit Zentrum A , die D' auf D abbildet, liefert C und B als Bilder von C' und B' (gestrichelte Parallelen im Bild!).

Dieses Verfahren eignet sich auch für verwandte Probleme.

Anleitung für Ähnlichkeitskonstruktionen:

- Laß die gegebene Länge s zunächst weg und konstruiere aus den restlichen Stücken eine ähnliche Figur.
(Dabei kannst du eine Länge beliebig wählen.)
- Zeichne in der ähnlichen Figur die entsprechende Länge s' ein.
- Wähle einen Endpunkt von s' als Zentrum einer zentralen Streckung und trage von ihm aus die Länge s ab.
- Die zentrale Streckung mit dem gewählten Zentrum, die den anderen Endpunkt von s' auf den anderen Endpunkt von s abbildet, liefert die gesuchte Figur.

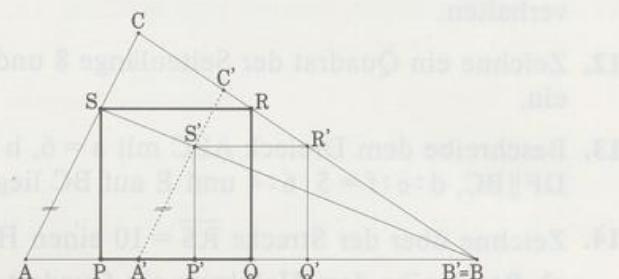
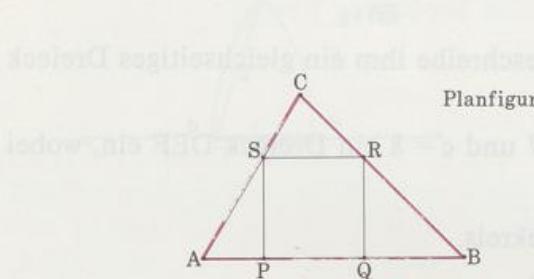
2. Beispiel: Konstruiere ein Dreieck ABC mit $b:c = 4:5$, $\alpha = 67^\circ$ und $w_\alpha = 4,8$.



Lösungsidee: Zuerst lassen wir w_α weg und konstruieren ein Dreieck mit $b' = 4$, $c' = 5$ und $\alpha = 67^\circ$. Der Rest steht im Bild.

Ein besonderer Typ von Ähnlichkeitskonstruktionen sind die **Einbeschreibungsaufgaben**. Dazu ein Beispiel: Einem gegebenen Dreieck ABC soll ein Quadrat PQRS so einbeschrieben werden, daß die Quadratseite [PQ] auf c liegt.

Lösungsidee: Ins gegebene Dreieck zeichnet man zuerst ein Quadrat $P'Q'R'S'$, von dem die Ecken P und Q auf c und R auf a liegen. Damit ist die Einbeschreibungsaufgabe fürs ähnliche Dreieck $A'B'C'$ gelöst. Die zentrische Streckung mit Zentrum A, die das Dreieck $A'B'C'$ aufs Dreieck ABC abbildet, liefert das gesuchte Quadrat. (Die Strecke $[A'C']$ ist für die Konstruktion im Grunde nicht nötig.)



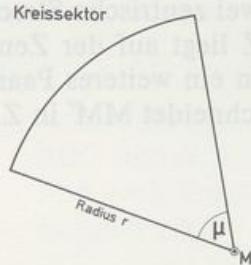
Aufgaben

- Konstruiere ein gleichseitiges Dreieck ABC mit $c + h_c = 15$.
- Konstruiere ein bei C rechtwinkliges Dreieck ABC mit
 - $\beta = 60^\circ$, $w_\beta = 6$
 - $\alpha = 35^\circ$, $c + h_c = 17,5$
 - $a:c = 5:9$, $c - h_c = 6$.
- Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck ABC (Spitze C) mit
 - $b:c = 7:5$, $s_b = 7$
 - $\beta = 70^\circ$, Umfang $u = 24$.

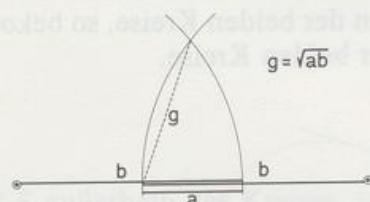
4. Konstruiere ein Dreieck ABC aus:
- $\alpha = \beta = 70^\circ, h_a = 5,5$
 - $\beta = 45^\circ, \gamma = 75^\circ, s_b = 6$
 - $\alpha = 45^\circ, \beta = 105^\circ, b - a = 3$
 - $\beta = 45^\circ, \gamma = 70^\circ, h_a + h_b = 14$.
5. Konstruiere ein Dreieck ABC mit
- $b : c = 5 : 8, \alpha = 50^\circ, s_b = 8$
 - $a : c = 3 : 2, \beta = 105^\circ, h_c = 8,5$.
6. Konstruiere ein Dreieck ABC mit
- $a : b : c = 4 : 2 : 5, w_y = 3,5$
 - $a : b : c = 3 : 4 : 6, \text{Umfang } u = 25,5$.
- 7. Konstruiere ein Dreieck mit $h_a : h_b : h_c = 3 : 4 : 6, a - b = 2$.
- 8. Konstruiere ein Dreieck mit $h_a = 8, h_b = 6, h_c = 5$.
9. Konstruiere ein Rechteck ABCD mit
- $a : b = 2 : 1, \overline{AC} = 9$
 - $\angle CAB = 25^\circ, \text{Umfang } u = 20$.
10. Konstruiere eine Raute ABCD mit $a = 6$ und $\overline{AC} : \overline{BD} = 2 : 3$.
11. Beschreibe einem Kreis mit Radius 5 ein Dreieck ein, dessen Seiten sich wie $6 : 5 : 4$ verhalten.
12. Zeichne ein Quadrat der Seitenlänge 8 und beschreibe ihm ein gleichseitiges Dreieck ein.
13. Beschreibe dem Dreieck ABC mit $a = 6, b = 7$ und $c = 8$ ein Dreieck DEF ein, wobei $DF \parallel BC, d : e : f = 5 : 6 : 4$ und E auf BC liegt.
14. Zeichne über der Strecke $\overline{RS} = 10$ einen Halbkreis.
- Beschreibe dem Halbkreis ein Quadrat ein.
 - Beschreibe dem Halbkreis ein Rechteck ein, dessen Seiten sich wie $2 : 3$ verhalten.
15. Zeichne das rechtwinklige Dreieck ABC mit $a = 8, b = 6$ und $c = 10$. Beschreibe dem Dreieck ein:
- ein Quadrat
 - ein Rechteck mit dem Seitenverhältnis $2 : 1$
 - eine Raute, von der eine Seite parallel ist zu w_β .
16. Zeichne ein Quadrat ABCD mit $a = 8$ und den Punkt E auf [CD] mit $\overline{CE} = 2$. Beschreibe dem Quadrat ein anderes Quadrat ein, von dem eine Seite parallel zu AE ist.
17. Zeichne das Dreieck ABC mit $a = 9, b = 12$ und $c = 6$. Beschreibe dem Dreieck ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck ein, dessen Hypotenuse parallel zu a ist.

18. Das Bild zeigt einen Kreissektor (Kreisausschnitt) mit Mittelpunktswinkel μ .
Beschreibe einem Kreissektor mit $r = 10$, $\mu = 60^\circ$ ein Quadrat so ein,

- a) zwei Ecken auf einem Radius liegen
b) zwei Ecken auf dem Bogen liegen.



- 19. Zeichne das Dreieck PQR mit $P(10|9)$, $Q(6|7)$, $R(11|2)$ und den Kreis um $M(5|6,5)$ durch P. Beschreibe diesem Kreis ein Dreieck ein, das dem Dreieck PQR ähnlich ist. 12
0 0 18 0
20. Zeichne das Dreieck ABC mit $A(0|0)$, $B(16|0)$, $C(4|8)$ und die Punkte R(11,5|6), S(12,5|9), T(9,5|7). Beschreibe dem Dreieck ABC ein Dreieck UVW so ein, daß seine Seiten paarweise parallel sind den Seiten des Dreiecks RST. 12
0 0 18 0
21. Erkläre die Konstruktion des geometrischen Mittels von THOMAS STRODE.



Sekantensatz:

Zeichnet man durch einen Punkt P außerhalb eines Kreises verschiedene Sekanten, so ist das Produkt der jeweiligen Außenwinkelmaße eine Konstante.