UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

# Anschauliche Geometrie

**Barth, Friedrich**

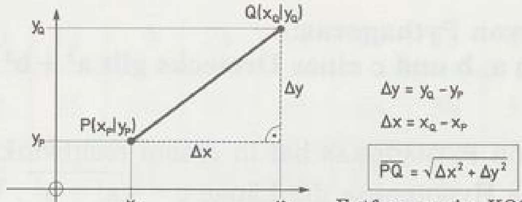
**München, 1995**

5.3 Berechnungen

urn:nbn:de:hbz:466:1-83924

Visual Library

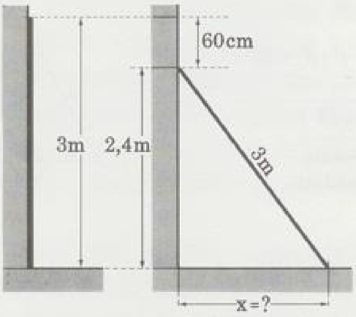
**Entfernung zweier Punkte im Koordinatensystem**




Entfernung im KOSY

## 5.3 Berechnungen

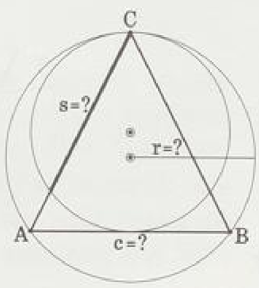
In einem etwa 4000 Jahre alten babylonischen Text steht:
»Ein Palû 0;30 lang. Oben ist er um 0;6 herabgekommen. Von unten?«




In verständlichem Deutsch könnte das bedeuten:
Eine 3 m lange Stange steht senkrecht an einer Mauer. Das untere Stangenende rutscht so weit weg, bis das obere Ende 60 cm tiefer liegt als vorher. Wie weit ist das untere Ende gerutscht?

*Lösung:* $x = \sqrt{3^2 - 2{,}4^2} = \sqrt{3{,}24} = 1{,}8$. Das untere Ende ist 1,8 m gerutscht.

Bei komplizierteren Aufgaben kommt es darauf an, rechtwinklige Dreiecke aufzuspüren, von denen zwei Stücke bekannt sind.
In der nächsten Aufgabe brauchen wir auch den Kathetensatz.



Gegeben ist ein Dreieck ABC mit $a = b = 4\sqrt{5}$ und $h_c = 8$.

**a)** Wie lang ist die Basis c?
**b)** Der Kreis durch C, der die Basis in der Mitte berührt, schneidet aus jedem Schenkel eine Sehne der Länge s aus. Wie lang ist s?
**c)** Welchen Radius r hat der Umkreis?

*Lösung:* **a)** Im Dreieck $CAM_c$ ergibt sich (PYTHAGORAS):

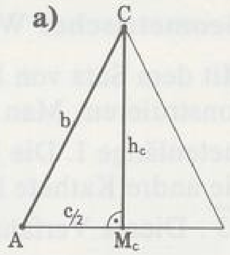
$$\frac{c^2}{4} = b^2 - h_c^2 = 80 - 64 = 16; \quad c = 8$$

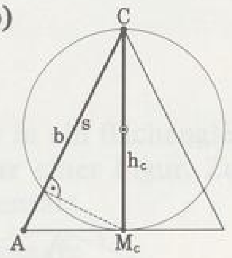
**b)** Im Dreieck $CAM_c$ ergibt sich (Kathetensatz):

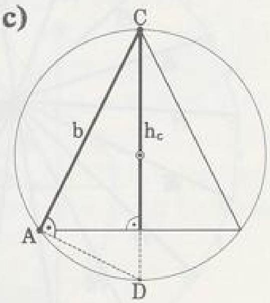
$$s \cdot b = h_c^2; \quad s = \frac{h_c^2}{b} = \frac{64}{4\sqrt{5}} = \frac{16}{5}\sqrt{5}$$

**c)** Im Dreieck ADC ergibt sich (Kathetensatz):

$$2r \cdot h_c = b^2; \quad r = \frac{b^2}{2h_c} = \frac{80}{16} = 5$$

a)



b)



c)



Jetzt in den Raum! Im Würfel ABCDEFGH mit $\overline{AB} = a$ ist M die Mitte von BFGC. Wie lang ist der kürzeste Weg von A zu M

**a)** auf der Oberfläche? **b)** im Raum?

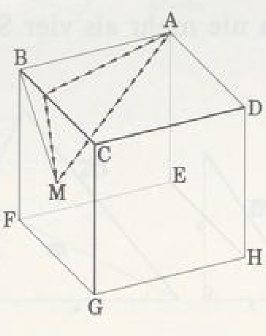
*Lösung:* **a)** Den kürzesten Weg auf der Oberfläche finden wir im Netz:

$$x^2 = (\tfrac{3}{2}a)^2 + (\tfrac{1}{2}a)^2 = \tfrac{10}{4}a^2; \quad x = \frac{a}{2}\sqrt{10}$$

**b)** Den kürzesten Weg im Raum finden wir im $\Delta ABM$:

$$y^2 = \overline{MB}^2 + a^2 = \tfrac{1}{2}a^2 + a^2 = \tfrac{3}{2}a^2 = \tfrac{6}{4}a^2;$$

$$y = \frac{a}{2}\sqrt{6}$$

b)



a)