Anschauliche Geometrie

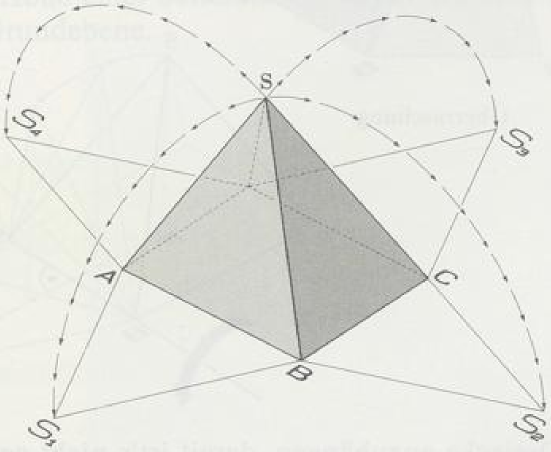
Barth, Friedrich

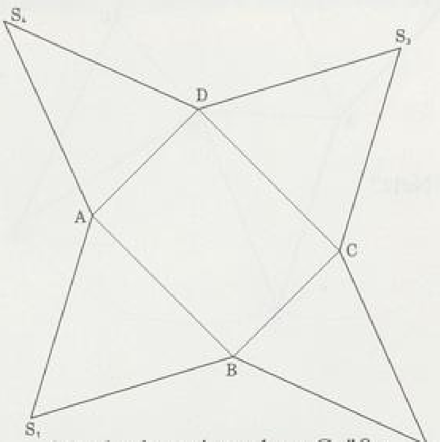
München, 1995

7.3 Das Netz der Pyramide

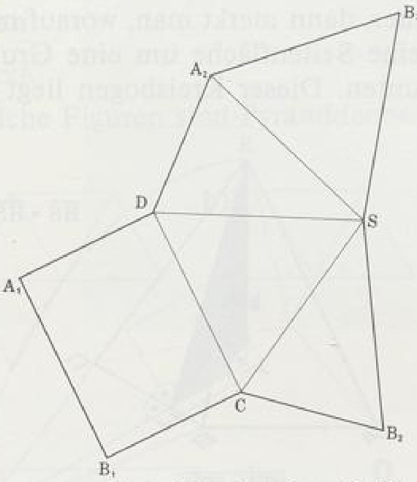
7.3 Das Netz einer Pyramide

Schneidet man eine Pyramide längs geeigneter Kanten so auf, daß sich die Oberfläche in der Ebene ausbreiten läßt, so entsteht ein Netz der Pyramide. Verlaufen die Schnitte nur längs der Seitenkanten, so nennen wir das Netz **Standardnetz.** In einem Netz muß jede Seitenfläche über eine Kante mit dem Rest verbunden sein.

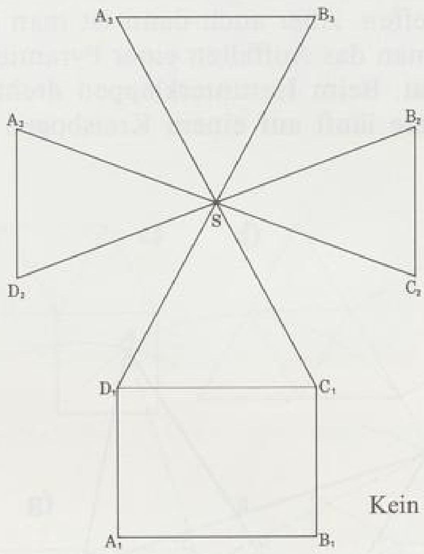




Standardnetz in wahrer Größe

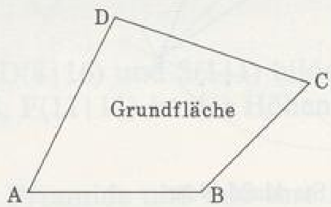


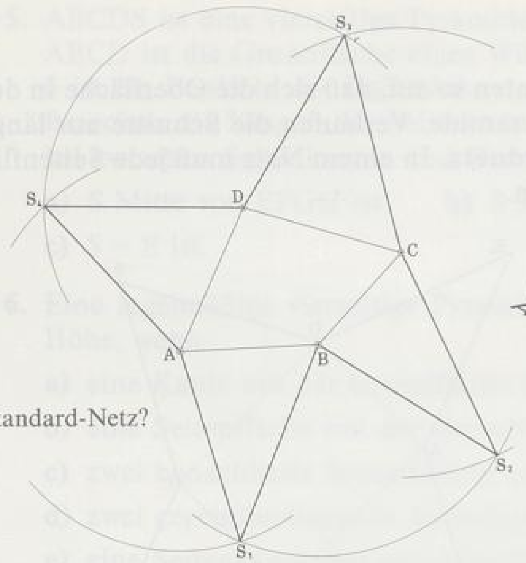
anderes Netz in wahrer Größe



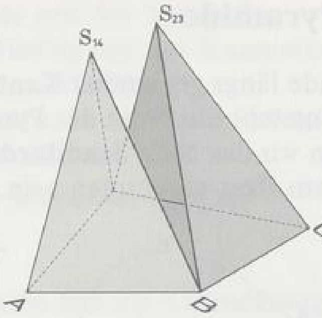
Kein Netz!

Es ist nicht schwer, von einer gegebenen Pyramide ein Netz zu zeichnen. Umgekehrt ist aber nicht alles, was wie ein Pyramidennetz aussieht, auch tatsächlich das Netz einer Pyramide. Wie zeichnet man zu einer gegebenen Grundfläche ein Standardnetz, das sich zu einer Pyramide falten läßt?

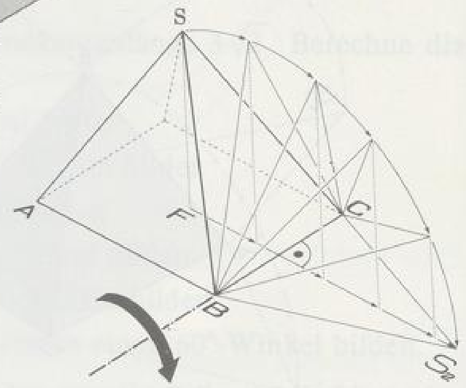




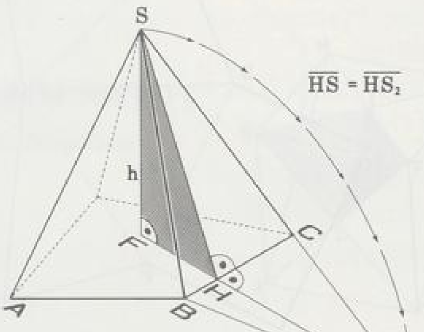
Standard-Netz?



Überraschung

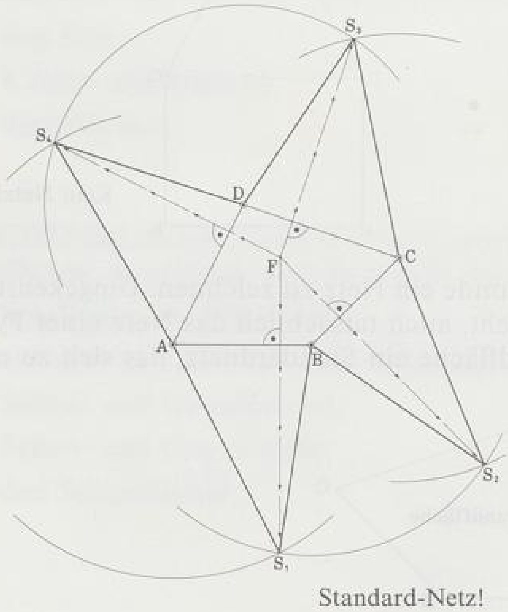


An die Grundkanten bloß irgendwelche Dreiecke anzuhängen, damit ist's nicht getan. Auf alle Fälle müssen die Dreieckseiten gleich lang sein, die beim Hochklappen in einer Kante zusammentreffen. Aber auch dann ist man beim Falten vor Überraschungen nicht sicher. Beobachtet man das Auffalten einer Pyramide genauer, dann merkt man, worauf man noch zu achten hat. Beim Herunterklappen dreht sich eine Seitenfläche um eine Grundkante, und die Spitze läuft auf einem Kreisbogen nach unten. Dieser Kreisbogen liegt in einer

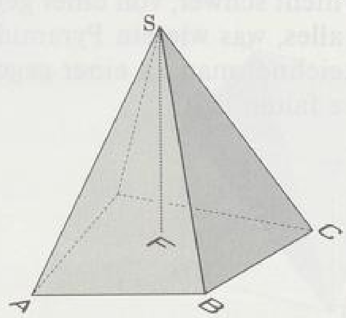


$h = \sqrt{\overline{HS}^2 - \overline{HF}^2} > 0$

also $\overline{HS} > \overline{HF}$ also $\overline{HS_2} > \overline{HF}$



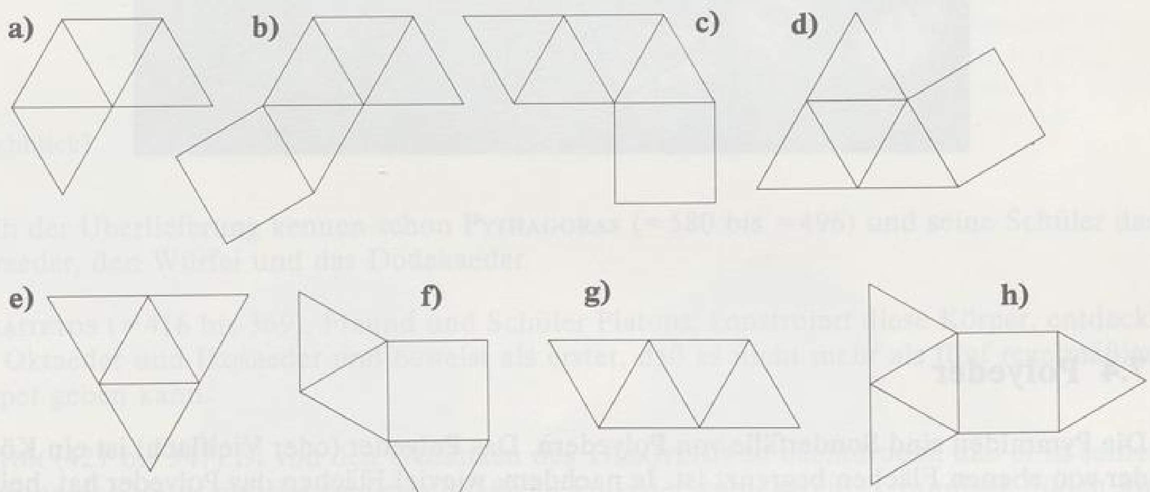
Standard-Netz!



Ebene, die senkrecht ist zur Drehachse und damit senkrecht zur Grundebene. Die senkrechte Projektion der Spitze in der Grundebene wandert dabei auf dem Lot, das man von F auf die Grundkante fällt. Das gilt für jedes Seitendreieck. Deshalb treffen sich in jedem Standardnetz der Pyramide die Lote, die man von S_1, S_2, ... auf die zugehörigen Grundkanten fällt, im Höhenfußpunkt F der Pyramide.
Und auch dann kann's immer noch schiefgehen! Wir müssen nämlich noch berücksichtigen, daß die Höhe einer Seitenfläche (durch die Spitze) länger ist als ihre senkrechte Projektion in der Grundebene.

Aufgaben

1. NETZE
Welche Figuren sind Pyramidennetze?



2. A(3|11), B(10|4), C(16|16), D(8|16) und S(1|1) bilden das unvollständige 24
Netz einer Pyramide ABCDS, F(11|11) ist der Höhenfußpunkt. 0 0 19
0
a) Vervollständige das Netz.
b) Konstruiere die Höhe der Pyramide und miß ihre Länge.

3. Die Pyramide ABCDS hat als Grundfläche eine Raute mit der Seitenlänge 6.
Die Diagonale [AC] hat die Länge $6\sqrt{3}$. Der Diagonalenschnittpunkt M ist Höhenfußpunkt.
Die Höhe [MS] der Pyramide hat die Länge 3.

a) Wie groß sind die Innenwinkel der Raute ABCD? Begründung!

b) Berechne die Längen der Seitenkanten und die Winkel zwischen Seitenkanten und Grundfläche.

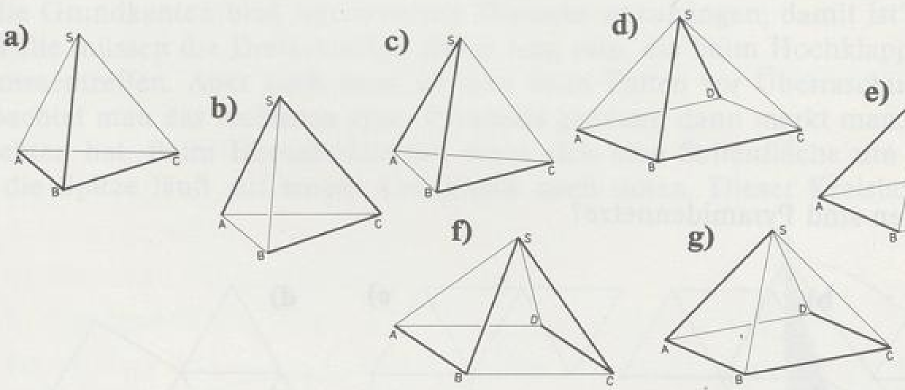
c) Berechne den Inhalt der Oberfläche der Pyramide.

d) Konstruiere das Standardnetz.

4. Die Pyramide ABCDS hat als Grundfläche ein Quadrat mit der Seitenlänge 4.
Von den Seitenkanten ist bekannt: $\overline{CS} = 8$, $\overline{DS} = 5$ und $\overline{AS} = 7$.
Konstruiere das Standardnetz der Pyramide und miß die Länge $\overline{BS}$. (Querformat, ganze Seite, Quadrat in die Mitte!)

•5. AUFSCHNITT

Gleichkantige Pyramiden (Kantenlänge 4) werden entlang den dick gezeichneten Kanten aufgeschnitten und auseinandergefaltet. Zeichne die Netze.



7.4 Polyeder

Die Pyramiden sind Sonderfälle von Polyedern. Das Polyeder (oder Vielflach) ist ein Körper, der von ebenen Flächen begrenzt ist. Je nachdem, wieviel Flächen das Polyeder hat, heißt es Tetraeder (Vierflach), Pentaeder (Fünfflach), Hexaeder (Sechsflach) usw.
Dem Schweizer Mathematiker LEONHARD EULER (1707 bis 1783) verdanken wir die Wiederentdeckung eines Satzes, den vermutlich schon ARCHIMEDES (285 bis 212) gekannt hat:

Polyedersatz von Euler:

Hat ein konvexes Polyeder F Flächen, E Ecken und K Kanten, so gilt: $F + E - K = 2$.