



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Anschauliche Geometrie**

**Barth, Friedrich**

**München, 1995**

8.1.3 Darstellung von Geraden

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83924](#)

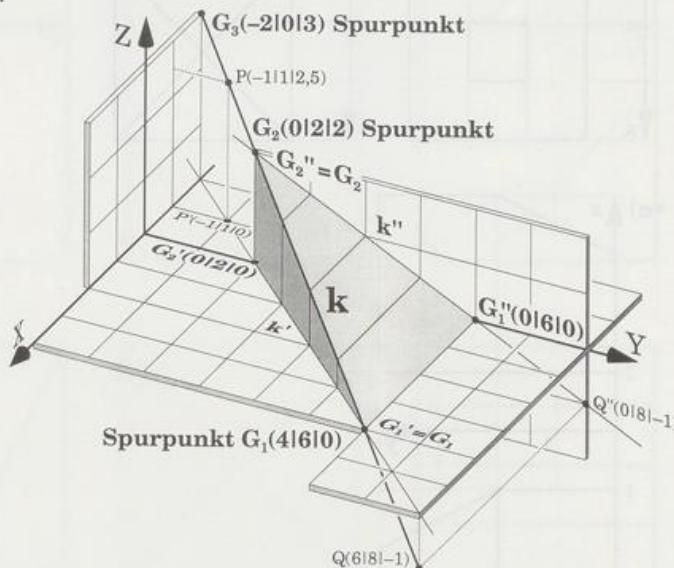
### 8.1.3 Darstellung von Geraden

Eine Gerade entsteht, wenn man eine Strecke grenzenlos über ihre Endpunkte hinaus verlängert.

Der Schnittpunkt von Gerade und Grundrißebene heißt **1. Spurpunkt**  $G_1$ , der Schnittpunkt von Gerade und Aufrißebene heißt **2. Spurpunkt**  $G_2$  und der Schnittpunkt von Gerade und Seitenrißebene heißt **3. Spurpunkt**  $G_3$ . Die Spurpunkte beschreiben besonders anschaulich die Lage einer Gerade im Koordinatensystem.

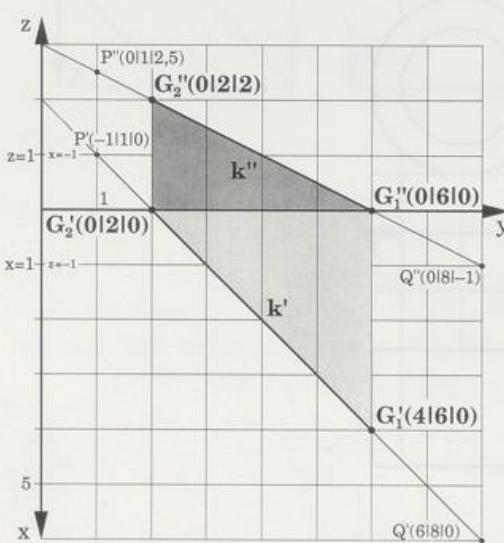
Weil  $G_1$  in der Grundrißebene liegt, gilt  $G'_1 = G_1$ ;  $G''_1$  ist der Schnittpunkt von y-Achse und Geradenaufriß  $k'$ .

Weil  $G_2$  in der Aufrißebene liegt, gilt  $G''_2 = G_2$ ;  $G'_2$  ist der Schnittpunkt von y-Achse und Geradengrundriß  $k'$ .



Auf einer Gerade liegen auch Punkte mit negativen Koordinaten.

Liegt zum Beispiel P hinter der Aufrißebene, dann ist eine x-Koordinate negativ und sein Grundriß  $P'$  liegt über der y-Achse.



Liegt zum Beispiel Q unter der Grundrißebene, dann ist seine z-Koordinate negativ, und sein Aufriß  $Q''$  liegt unter der y-Achse.

Im Grund-Aufrißbild liegt also die negative z-Achse auf der positiven x-Achse und die negative x-Achse auf der positiven z-Achse.

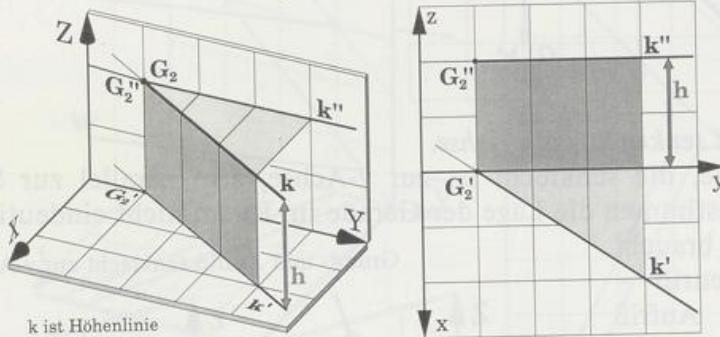
## Sonderfälle

Besondere Lagen von Geraden liegen vor, wenn ein Riß parallel oder senkrecht zur y-Achse ist.

*Der Aufriß ist parallel zur y-Achse.*

Ist  $k''$  parallel zur y-Achse im Abstand  $h$ , dann ist  $k$  parallel zur Grundrißebene in der Höhe  $h$ . Eine solche Gerade heißt **Höhenlinie**.

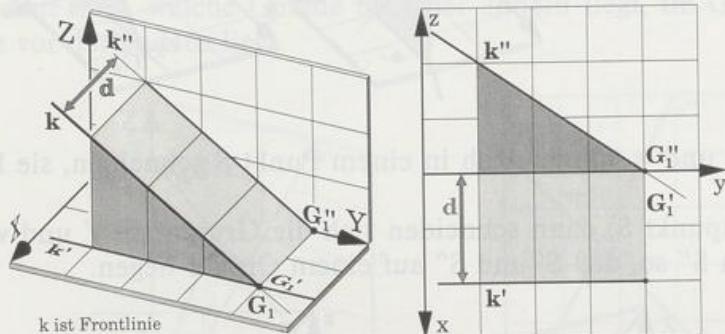
Aufriß parallel zur y-Achse



*Der Grundriß ist parallel zur y-Achse.*

Ist  $k'$  parallel zur y-Achse im Abstand  $d$ , dann ist  $k$  parallel zur Aufrißebene im Abstand  $d$ . Eine solche Gerade heißt **Frontlinie** (oder Abstandlinie).

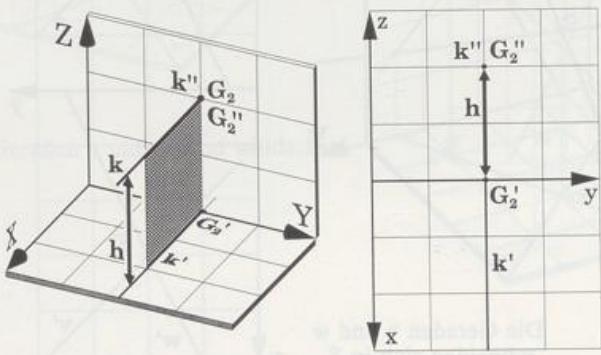
Grundriß parallel zur y-Achse



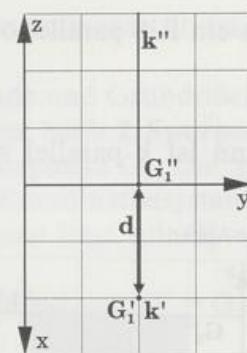
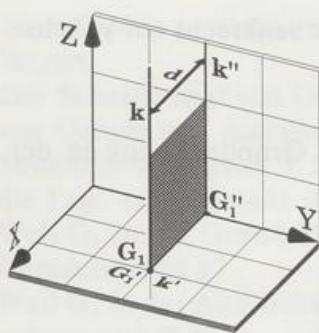
*Der Grundriß ist senkrecht zur y-Achse, und der Aufriß ist ein Punkt.*

$k$  ist eine zur x-Achse parallele Höhenlinie.

Der Aufriß ist ein Punkt



Der Grundriß ist ein Punkt



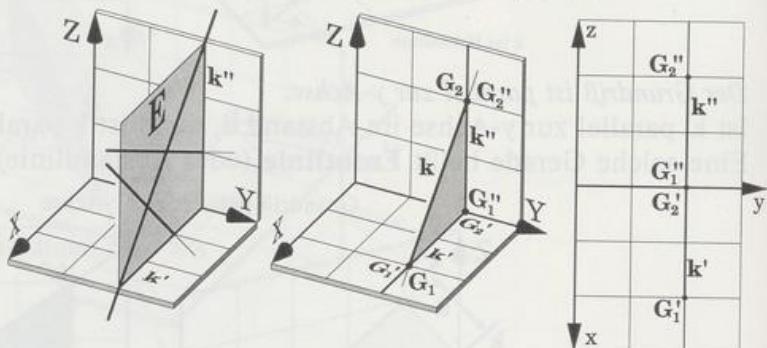
Der Aufriß ist senkrecht zur y-Achse, und der Grundriß ist ein Punkt.

$k$  ist eine senkrechte Frontlinie, also parallel zur z-Achse.

Grund- und Aufriß sind senkrecht zur y-Achse.

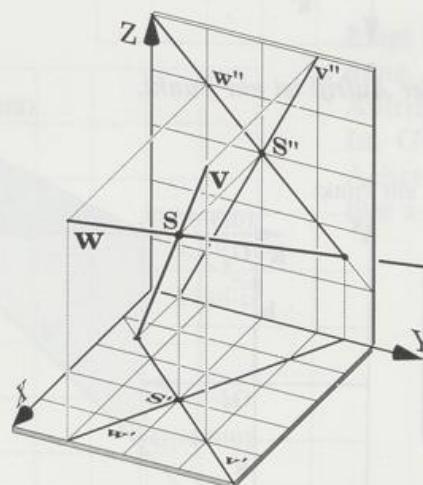
$k$  liegt in einer Ebene, die senkrecht ist zur y-Achse, also parallel zur Seitenrißebene. Grund- und Aufriß bestimmen die Lage der Geraden im Raum nicht eindeutig. Um die Eindeutigkeit zu retten, braucht man noch den Seitenriß – oder Grund- und Aufriß zweier Geradenpunktes, für die sich am besten die Spurpunkte eignen (wenn sie nicht auf der y-Achse zusammenfallen).

Grund- und Aufriß senkrecht zur y-Achse

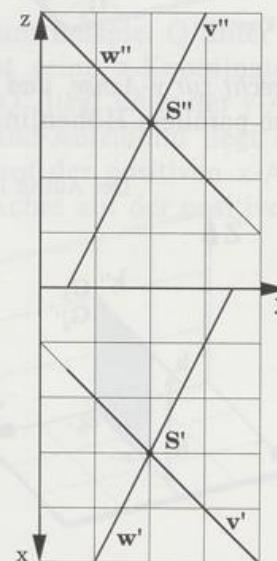


Zwei Raumgeraden  $v$  und  $w$  können sich in einem Punkt  $S$  schneiden, sie können parallel oder windschief sein.

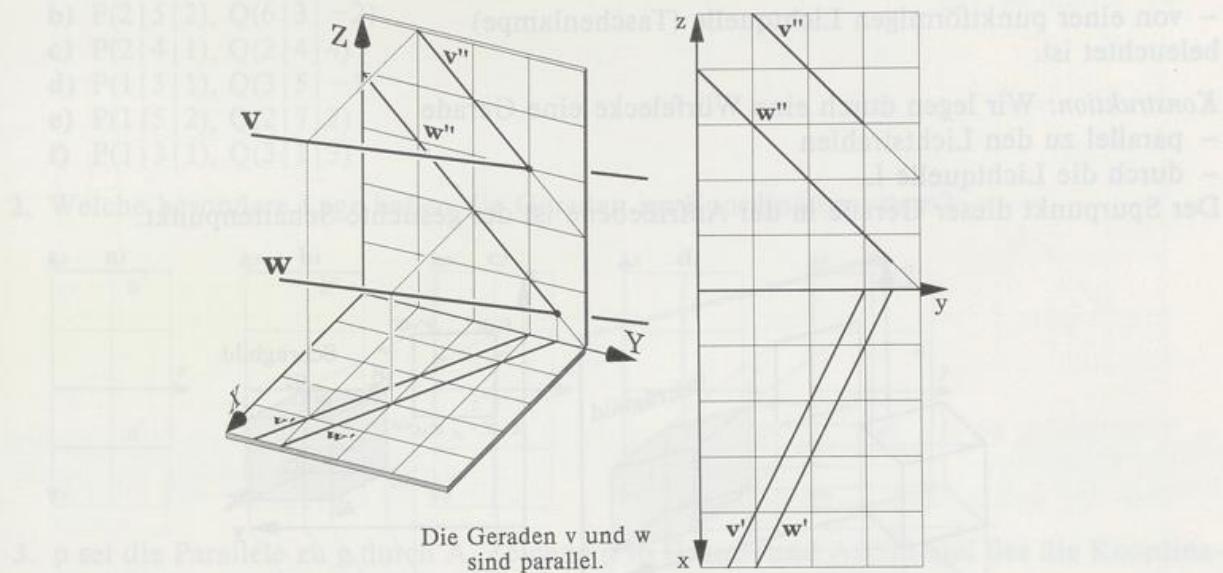
Gibt es einen Schnittpunkt  $S$ , dann schneiden sich die Grundrisse  $v'$  und  $w'$  in  $s'$  und die Aufrisse  $v''$  und  $w''$  in  $S''$  so, daß  $S'$  und  $S''$  auf einem Ordner liegen.



Die Geraden  $v$  und  $w$  schneiden sich in  $S$ .

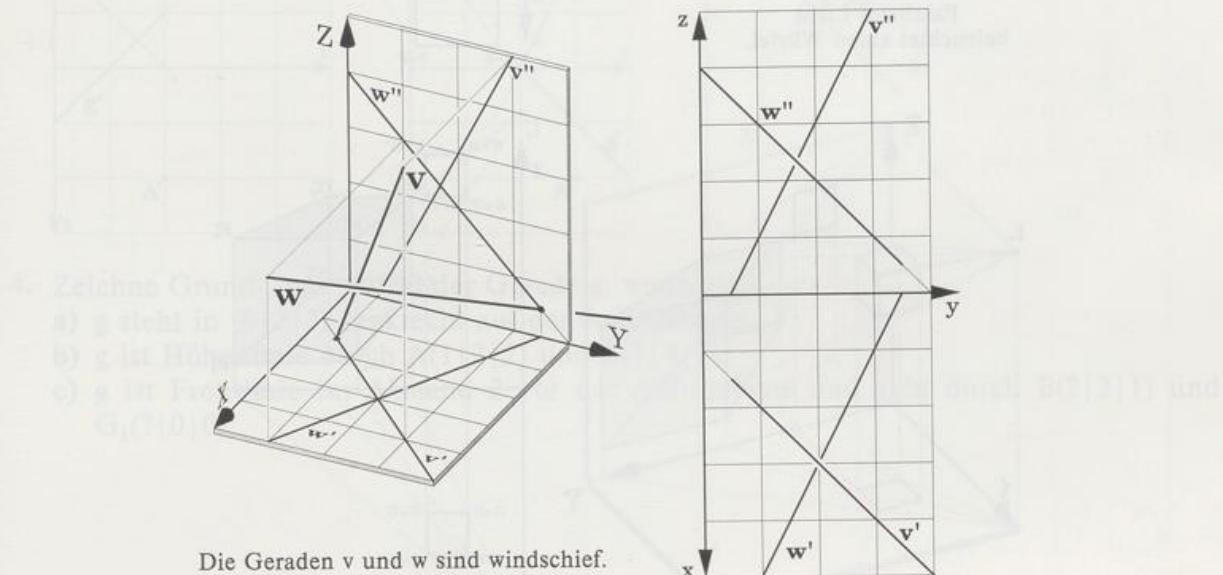


Umgekehrt erkennt man die Existenz eines Schnittpunkts daran, daß sich die Grundrisse und die Aufrisse jeweils schneiden und ihre Schnittpunkte auf einem Ordner liegen. Sind  $v$  und  $w$  parallel, dann gilt das auch für die Risse. Umgekehrt folgt aus der paarweisen Parallelität der Risse die Parallelität der Raumgeraden  $v$  und  $w$ .



In allen andern Fällen liegen die Geraden windschief.

Im Aufriß erkennt man, welche Gerade über der andern liegt, im Grundriß erkennt man, welche Gerade vor der andern liegt.



## Schattenwurf

Mit den Spurpunkten finden wir leicht den Schatten eines Körpers in einer der Rißebenen. Wir konstruieren den Schatten, den ein Würfel in der Aufrissalebene hat, wenn der Würfel

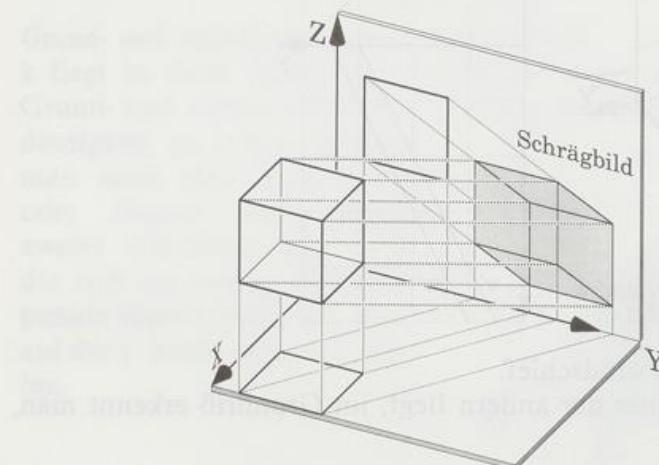
- von parallelem Licht (Sonne)
- von einer punktförmigen Lichtquelle (Taschenlampe)

beleuchtet ist.

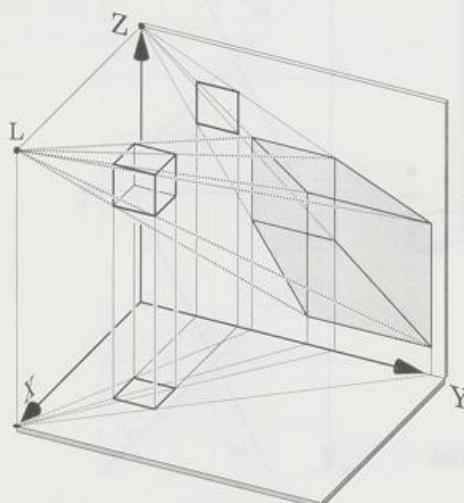
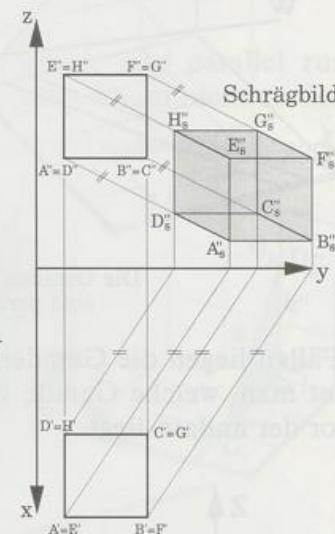
*Konstruktion:* Wir legen durch eine Würfecke eine Gerade

- parallel zu den Lichtstrahlen
- durch die Lichtquelle L.

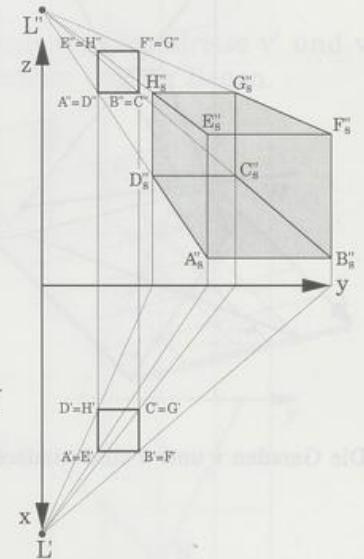
Der Spurpunkt dieser Gerade in der Aufrissalebene ist der gesuchte Schattenpunkt.



Paralleles Licht  
beleuchtet einen Würfel.



Eine punktförmige Lichtquelle L  
beleuchtet einen Würfel.

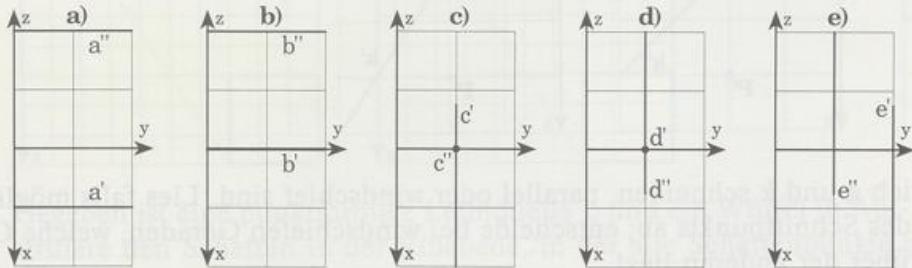


## Aufgaben

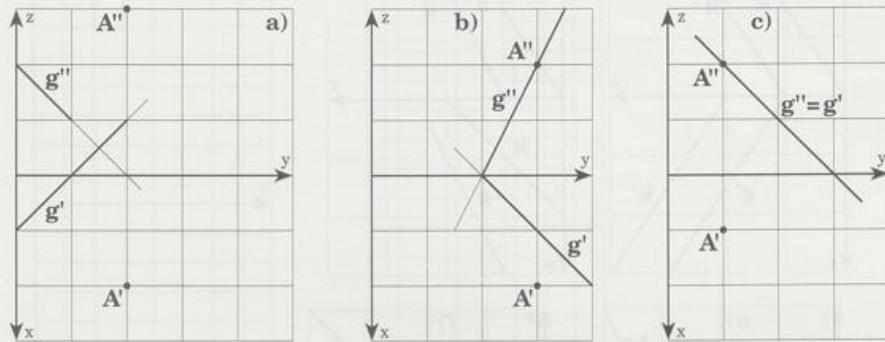
1. Zeichne Grund- und Aufriss der Gerade PQ und lies aus der Zeichnung die Koordinaten der Spurpunkte  $G_1$  und  $G_2$  ab.

- a)  $P(3|2|2)$ ,  $Q(-3|5|-1)$
- b)  $P(2|5|2)$ ,  $Q(6|3|-2)$
- c)  $P(2|4|1)$ ,  $Q(2|4|4)$
- d)  $P(1|3|1)$ ,  $Q(3|5|-1)$
- e)  $P(1|5|2)$ ,  $Q(2|7|2)$
- f)  $P(1|3|1)$ ,  $Q(3|1|3)$

2. Welche besondere Lage haben die Geraden im Koordinatensystem?



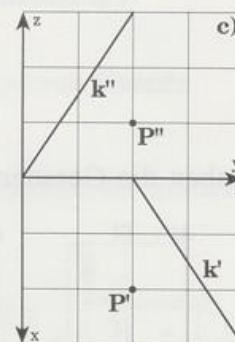
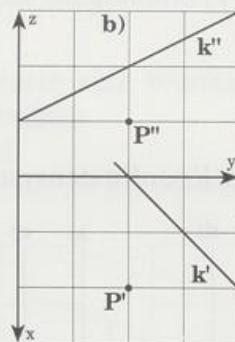
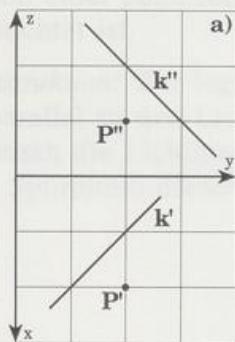
3. p sei die Parallele zu g durch A. Zeichne p in Grund- und Aufriss und lies die Koordinaten der Spurpunkte ab.



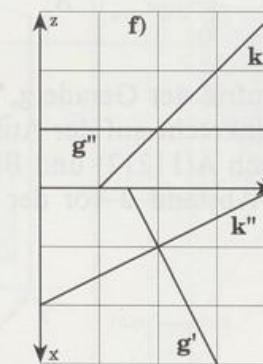
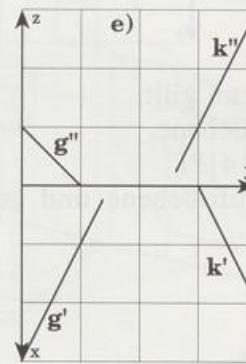
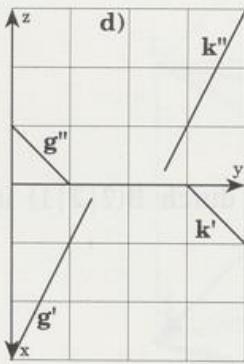
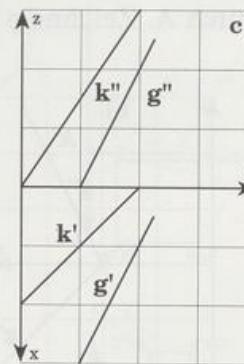
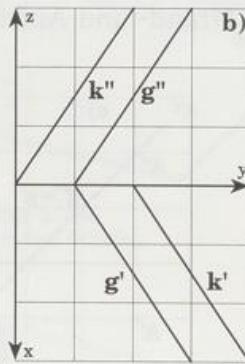
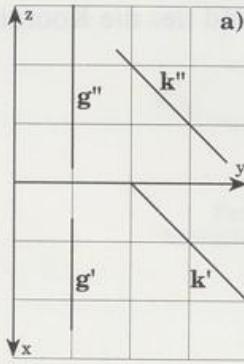
4. Zeichne Grund- und Aufriss der Gerade g, wenn gilt:

- a) g steht in  $(0|2|3)$  senkrecht auf der Aufrissalebene.
- b) g ist Höhenlinie durch A( $1|2|2$ ) und B( $3|4|?$ ).
- c) g ist Frontlinie im Abstand 2 vor der Aufrissalebene und geht durch B( $?|2|1$ ) und G<sub>1</sub>( $?|0|0$ ).

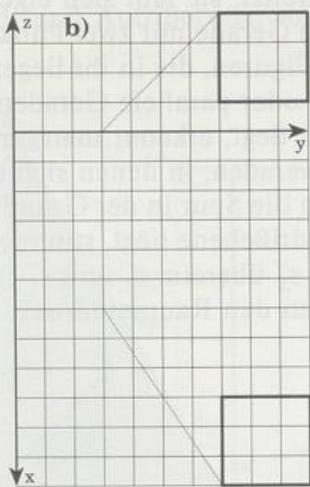
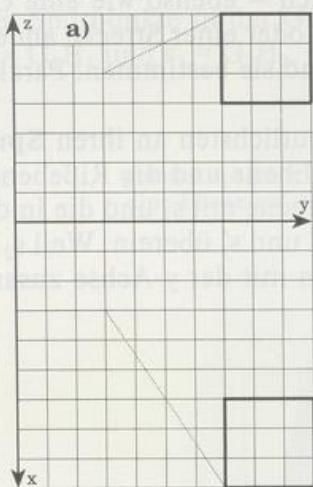
5. Gegeben sind P und k in Grund- und Aufriß. Zeichne Grund- und Aufriß einer Gerade g durch P, die k schneidet und parallel ist zur
- Aufrißebene
  - Grundrißebene
  - Seitenrißebene



6. Untersuche, ob sich g und k schneiden, parallel oder windschief sind. Lies falls möglich die Koordinaten des Schnittpunkts ab; entscheide bei windschiefen Geraden, welche Gerade vor, welche über der anderen liegt.



7. Gegeben ist ein parallel beleuchteter Würfel in Auf- und Grundriß. Konstruiere seinen Schatten in der Rißebene, in der alle Schattenpunkte positive Koordinaten haben.



8. Gegeben ist eine punktförmige Lichtquelle L und ein Würfel in Auf- und Grundriß. Konstruiere den Schatten in der Rißebene, in der alle Schattenpunkte positive Koordinaten haben.

