



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

München, 1995

8.1.3 Darstellung von Geraden

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83924](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83924)

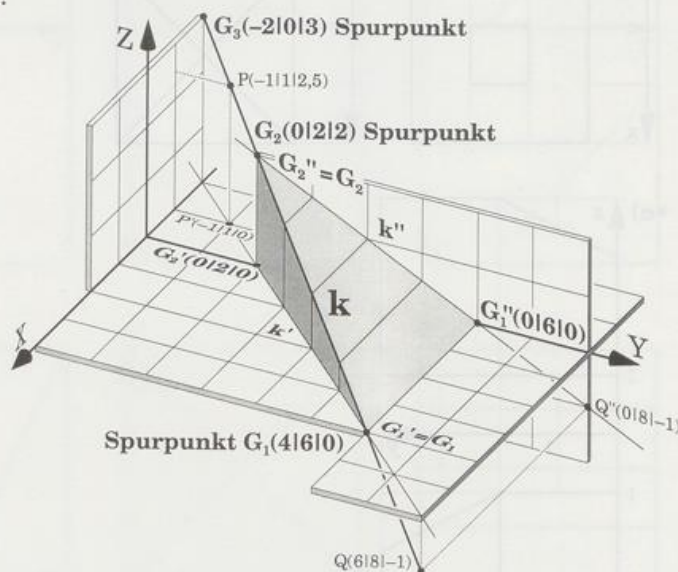
8.1.3 Darstellung von Geraden

Eine Gerade entsteht, wenn man eine Strecke grenzenlos über ihre Endpunkte hinaus verlängert.

Der Schnittpunkt von Gerade und Grundrißebene heißt **1. Spurpunkt** G_1 , der Schnittpunkt von Gerade und Aufrißebene heißt **2. Spurpunkt** G_2 und der Schnittpunkt von Gerade und Seitenrißebene heißt **3. Spurpunkt** G_3 . Die Spurpunkte beschreiben besonders anschaulich die Lage einer Gerade im Koordinatensystem.

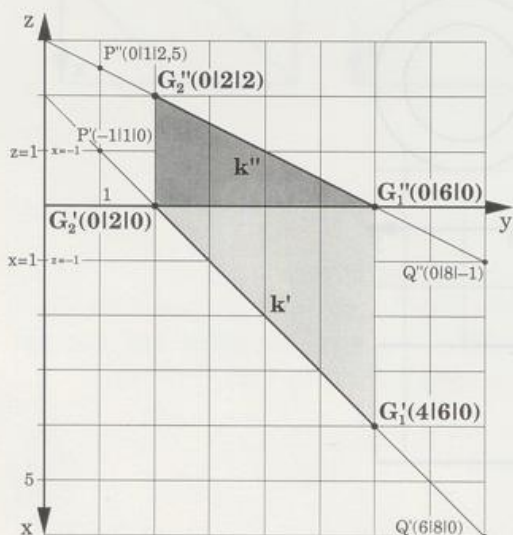
Weil G_1 in der Grundrißebene liegt, gilt $G'_1 = G_1$; G''_1 ist der Schnittpunkt von y-Achse und Geradenaufriß k'' .

Weil G_2 in der Aufrißebene liegt, gilt $G''_2 = G_2$; G'_2 ist der Schnittpunkt von y-Achse und Geradengrundriß k' .



Auf einer Gerade liegen auch Punkte mit negativen Koordinaten.

Liegt zum Beispiel P hinter der Aufrißebene, dann ist eine x-Koordinate negativ und sein Grundriß P' liegt über der y-Achse.



Liegt zum Beispiel Q unter der Grundrißebene, dann ist seine z-Koordinate negativ, und sein Aufriß Q'' liegt unter der y-Achse.

Im Grund-Aufrißbild liegt also die negative z-Achse auf der positiven x-Achse und die negative x-Achse auf der positiven z-Achse.

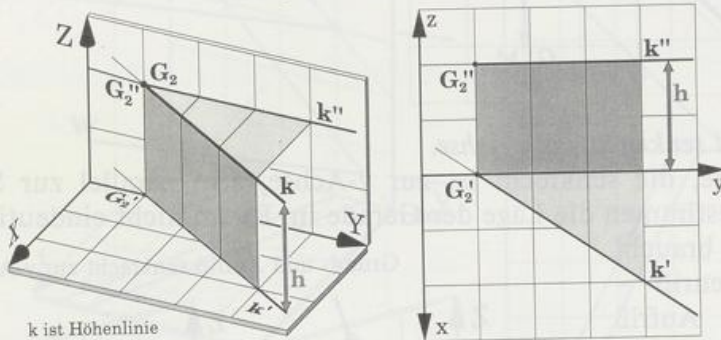
Sonderfälle

Besondere Lagen von Geraden liegen vor, wenn ein Riß parallel oder senkrecht zur y -Achse ist.

Der Aufriß ist parallel zur y -Achse.

Ist k'' parallel zur y -Achse im Abstand h , dann ist k parallel zur Grundrißebene in der Höhe h . Eine solche Gerade heißt **Höhenlinie**.

Aufriß parallel zur y -Achse

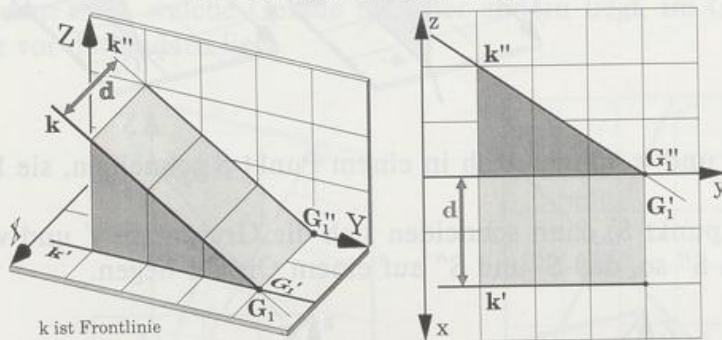


k ist Höhenlinie

Der Grundriß ist parallel zur y -Achse.

Ist k' parallel zur y -Achse im Abstand d , dann ist k parallel zur Aufrißebene im Abstand d . Eine solche Gerade heißt **Frontlinie** (oder Abstandlinie).

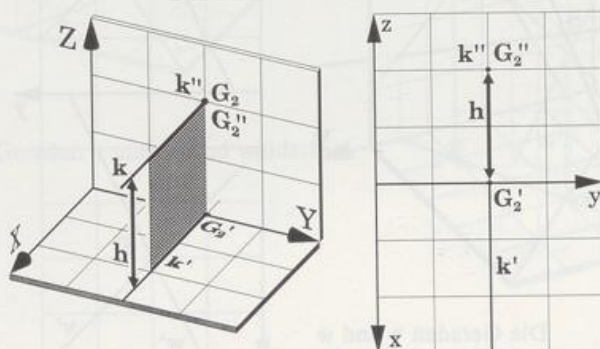
Grundriß parallel zur y -Achse



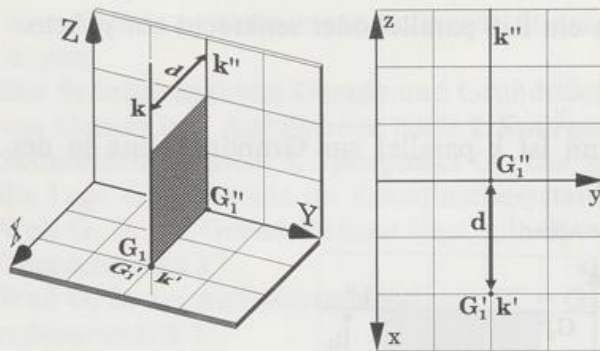
k ist Frontlinie

Der Grundriß ist senkrecht zur y -Achse, und der Aufriß ist ein Punkt.
 k ist eine zur x -Achse parallele Höhenlinie.

Der Aufriß ist ein Punkt



Der Grundriß ist ein Punkt



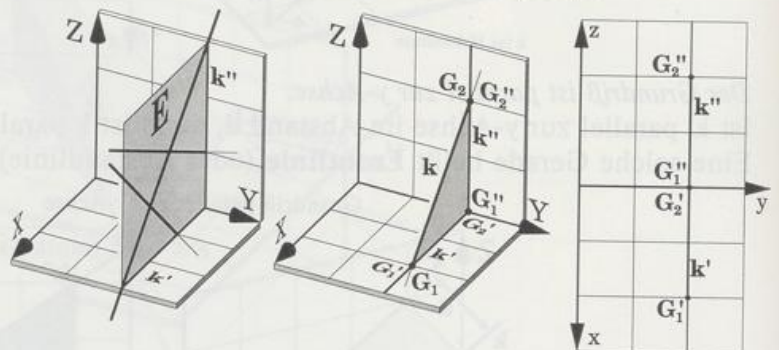
Der Aufriß ist senkrecht zur y-Achse, und der Grundriß ist ein Punkt.

k ist eine senkrechte Frontlinie, also parallel zur z-Achse.

Grund- und Aufriß sind senkrecht zur y-Achse.

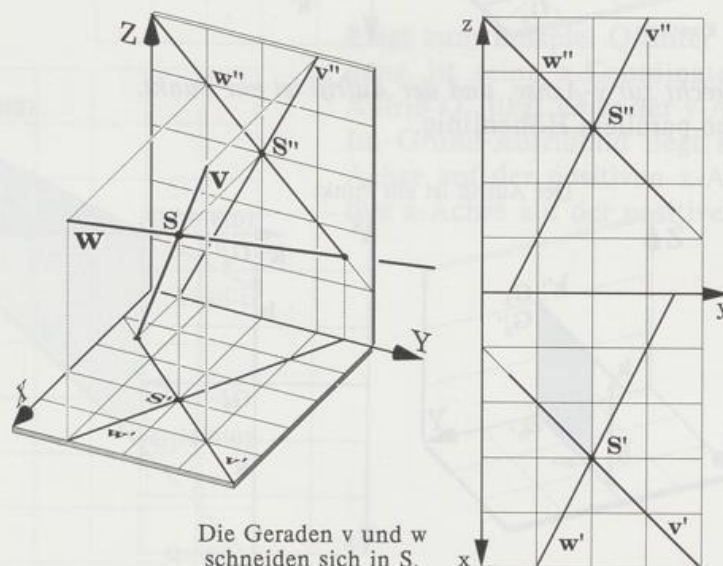
k liegt in einer Ebene, die senkrecht ist zur y-Achse, also parallel zur Seitenrißebene. Grund- und Aufriß bestimmen die Lage der Gerade im Raum nicht eindeutig. Um die Eindeutigkeit zu retten, braucht man noch den Seitenriß – oder Grund- und Aufriß zweier Geradenpunkte, für die sich am besten die Spurpunkte eignen (wenn sie nicht auf der y-Achse zusammenfallen).

Grund- und Aufriß senkrecht zur y-Achse



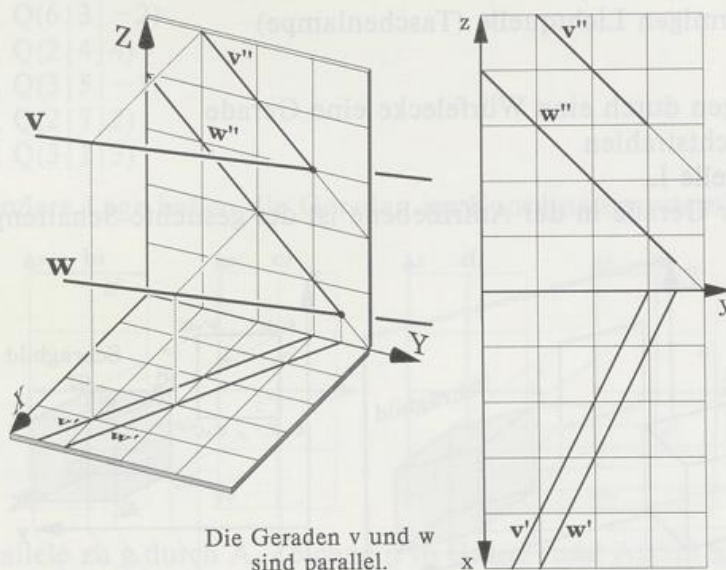
Zwei Raumgeraden v und w können sich in einem Punkt S schneiden, sie können parallel oder windschief sein.

Gibt es einen Schnittpunkt S, dann schneiden sich die Grundrisse v' und w' in s' und die Aufrisse v'' und w'' in S'' so, daß S' und S'' auf einem Ordner liegen.



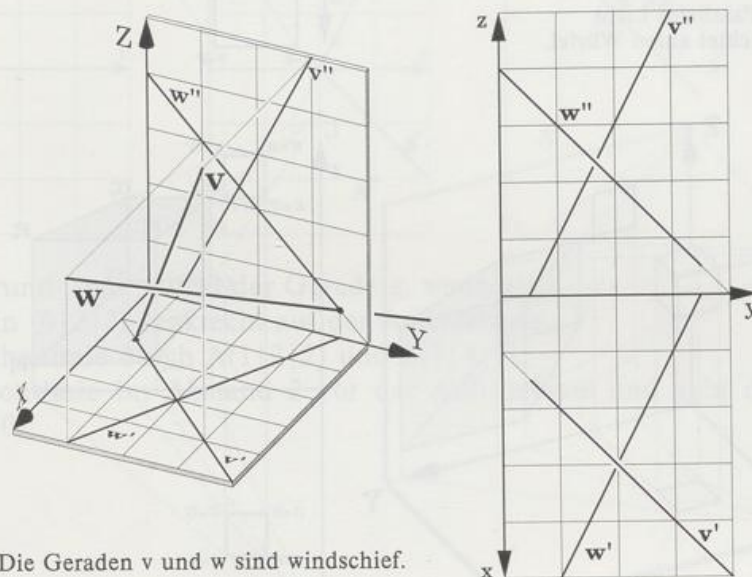
Die Geraden v und w schneiden sich in S.

Umgekehrt erkennt man die Existenz eines Schnittpunkts daran, daß sich die Grundrisse und die Aufrisse jeweils schneiden und ihre Schnittpunkte auf einem Ordner liegen. Sind v und w parallel, dann gilt das auch für die Risse. Umgekehrt folgt aus der paarweisen Parallelität der Risse die Parallelität der Raumgeraden v und w .



In allen andern Fällen liegen die Geraden windschief.

Im Aufriß erkennt man, welche Gerade über der andern liegt, im Grundriß erkennt man, welche Gerade vor der andern liegt.



Schattenwurf

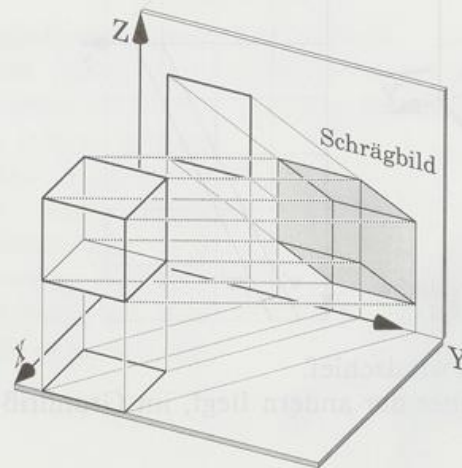
Mit den Spurpunkten finden wir leicht den Schatten eines Körpers in einer der Rißebenen. Wir konstruieren den Schatten, den ein Würfel in der Aufrißebene hat, wenn der Würfel

- von parallelem Licht (Sonne)
 - von einer punktförmigen Lichtquelle (Taschenlampe)
- beleuchtet ist.

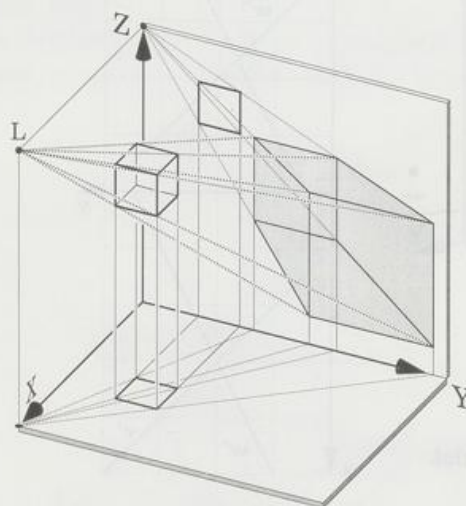
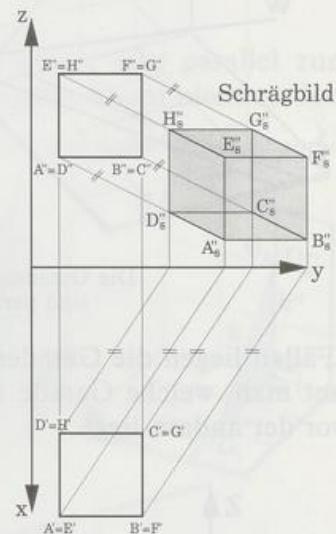
Konstruktion: Wir legen durch eine Würfecke eine Gerade

- parallel zu den Lichtstrahlen
- durch die Lichtquelle L.

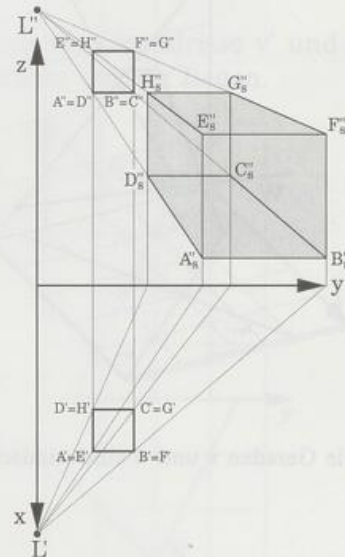
Der Spurpunkt dieser Gerade in der Aufrißebene ist der gesuchte Schattenpunkt.



Paralleles Licht
beleuchtet einen Würfel.



Eine punktförmige Lichtquelle L
beleuchtet einen Würfel.

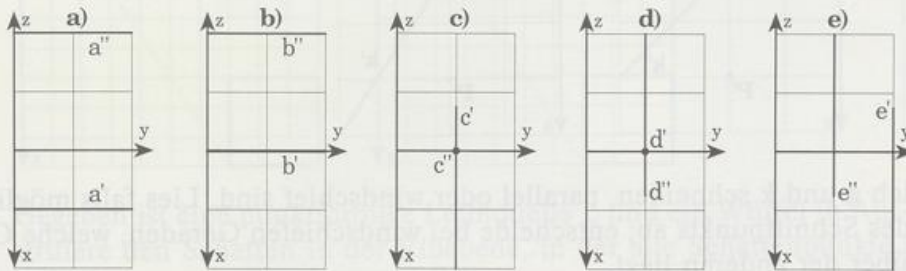


Aufgaben

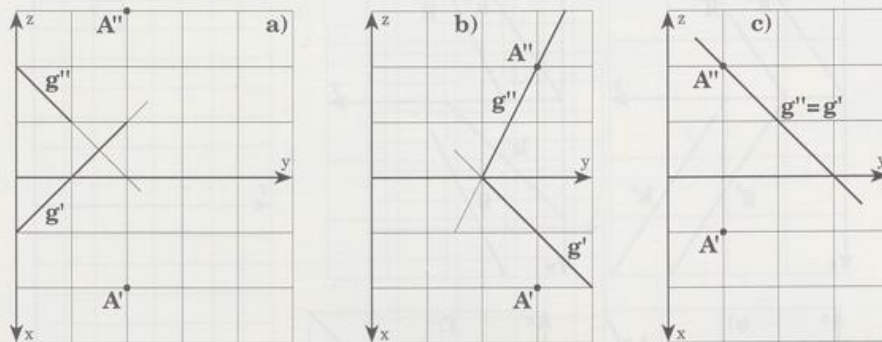
1. Zeichne Grund- und Aufriß der Gerade PQ und lies aus der Zeichnung die Koordinaten der Spurpunkte G_1 und G_2 ab.

- a) $P(3|2|2)$, $Q(-3|5|-1)$
- b) $P(2|5|2)$, $Q(6|3|-2)$
- c) $P(2|4|1)$, $Q(2|4|4)$
- d) $P(1|3|1)$, $Q(3|5|-1)$
- e) $P(1|5|2)$, $Q(2|7|2)$
- f) $P(1|3|1)$, $Q(3|1|3)$

2. Welche besondere Lage haben die Geraden im Koordinatensystem?



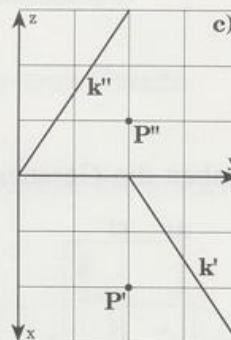
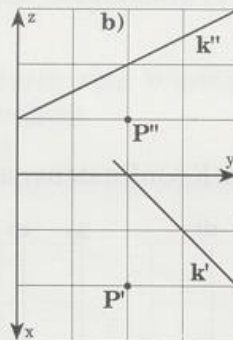
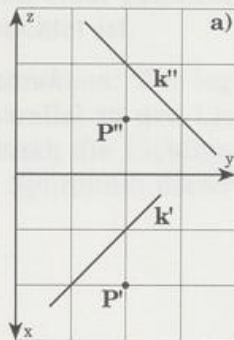
3. p sei die Parallele zu g durch A. Zeichne p in Grund- und Aufriß und lies die Koordinaten der Spurpunkte ab.



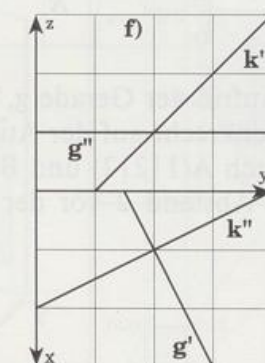
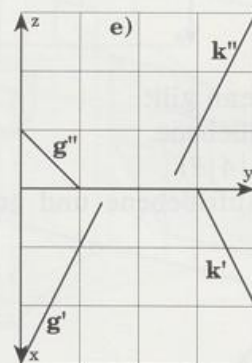
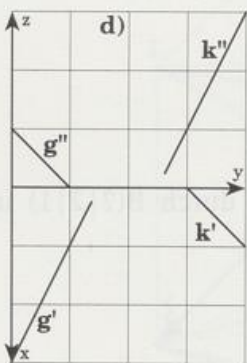
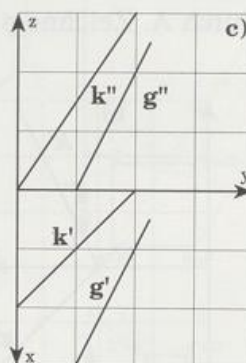
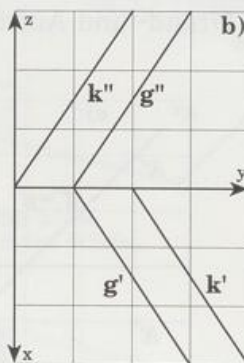
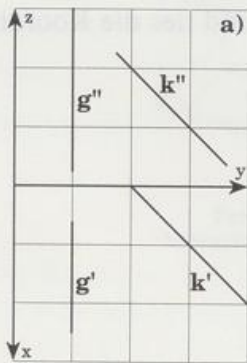
4. Zeichne Grund- und Aufriß der Gerade g, wenn gilt:

- a) g steht in $(0|2|3)$ senkrecht auf der Aufrißebene.
- b) g ist Höhenlinie durch $A(1|2|2)$ und $B(3|4|?)$.
- c) g ist Frontlinie im Abstand 2 vor der Aufrißebene und geht durch $B(?|2|1)$ und $G_1(?|0|0)$.

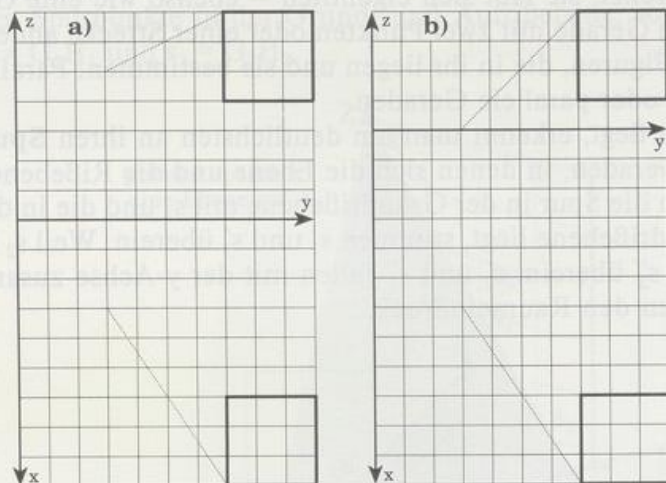
5. Gegeben sind P und k in Grund- und Aufriß. Zeichne Grund- und Aufriß einer Gerade g durch P , die k schneidet und parallel ist zur
- Aufrißebene
 - Grundrißebene
 - Seitenrißebene



6. Untersuche, ob sich g und k schneiden, parallel oder windschief sind. Lies falls möglich die Koordinaten des Schnittpunkts ab; entscheide bei windschiefen Geraden, welche Gerade vor, welche über der anderen liegt.



7. Gegeben ist ein parallel beleuchteter Würfel in Auf- und Grundriß. Konstruiere seinen Schatten in der Rißebe, in der alle Schattenpunkte positive Koordinaten haben.



8. Gegeben ist eine punktförmige Lichtquelle L und ein Würfel in Auf- und Grundriß. Konstruiere den Schatten in der Rißebe, in der alle Schattenpunkte positive Koordinaten haben.

