Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

München, 1995

8.2.1 Dreiecke in wahrer Größe

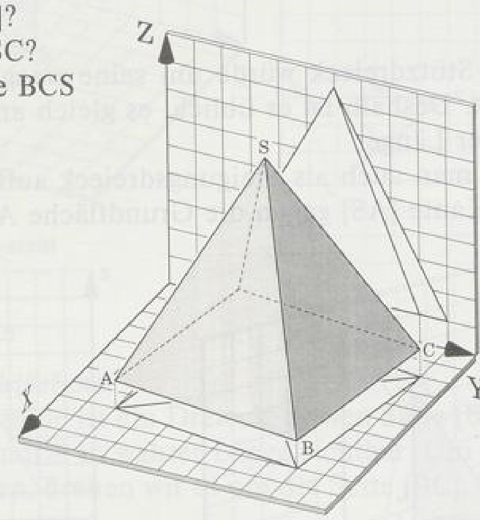
urn:nbn:de:hbz:466:1-83924

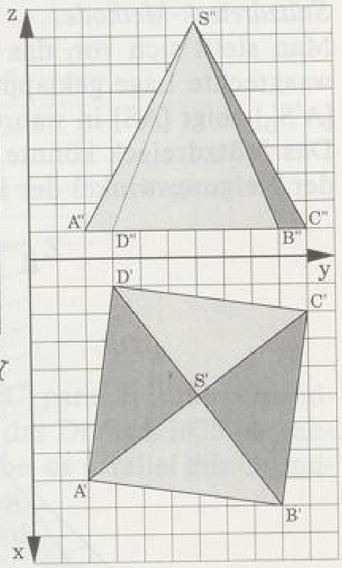
8.2 Konstruktionen

8.2.1 Dreiecke in wahrer Größe

Grund- und Aufriß zeigen Strecken und Winkel im allgemeinen nicht in wahrer Größe. Liegt eine ebene Figur allerdings parallel zu einer Rißebene, so erscheint sie dort in wahrer Größe. Will man also die wahre Größe einer Figur konstruieren, dann muß man sie so drehen, daß sie parallel zu einer der beiden Rißebenen ist. Wir führen das an einer quadratischen Pyramide ABCDS vor, deren Grundfläche parallel ist zur Grundrißebene.

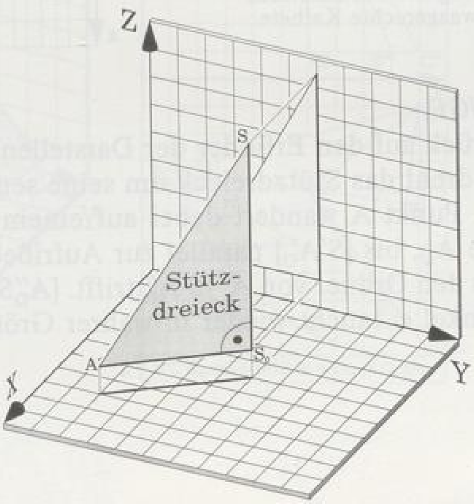
- Wie lang ist die Kante [AS]?
- Wie groß ist der Winkel BSC?
- Wie schaut die Seitenfläche BCS in wahrer Größe aus?

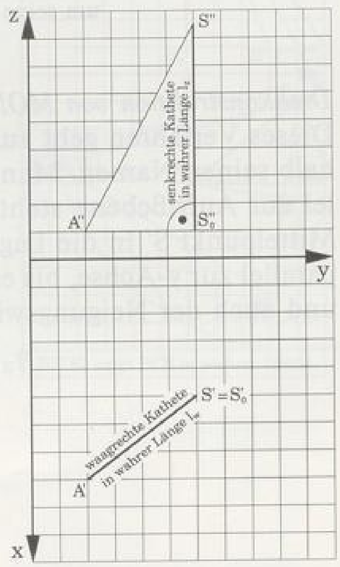




Wahre Länge einer Strecke

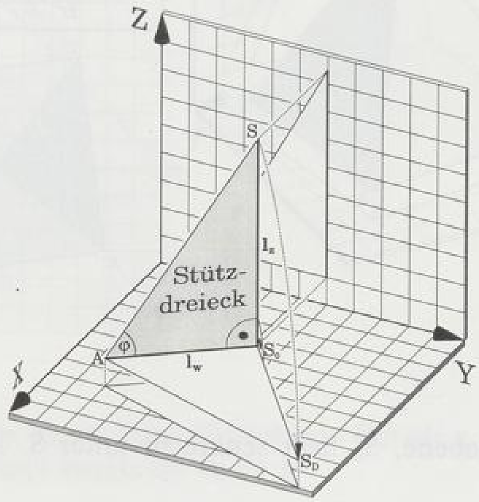
Die Strecke $[AS_0]$ ist parallel zur Grundrißebene, S_0 liegt senkrecht unter S. AS_0S heißt **Stützdreieck** der Strecke [AS].



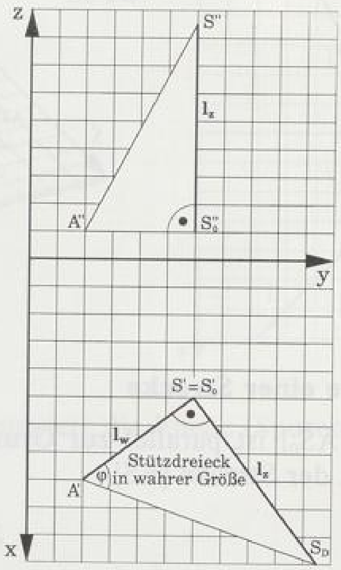


Die Kathete $[AS_0]$ ist parallel zur Grundrißebene, also haben $[A'S_0']$ und $[AS_0]$ dieselbe Länge l_w.
Die Kathete $[SS_0]$ ist parallel zur Aufrißebene, also haben $[S''S_0'']$ und $[SS_0]$ dieselbe Länge l_z.
Weil der Winkel AS_0S 90° mißt, läßt sich das Stützdreieck schnell in wahrer Größe konstruieren: Die Kathete l_w liegt im Grundriß, die Kathete l_z liegt im Aufriß in wahrer Länge vor. Man ergänzt entweder die waagrechte Kathete zum Stützdreieck *(Stützdreieck-Methode)* oder die senkrechte Kathete *(MONGE-Konstruktion).* Beide Konstruktionen lassen sich auch als Drehung des Stützdreiecks um eine Kathete deuten.

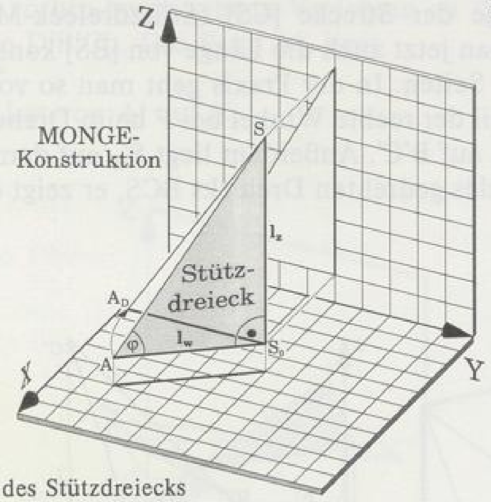
Stützdreieck-Methode
Man stellt sich vor, das Stützdreieck würde um seine waagerechte Kathete $[AS_0]$ in eine waagrechte Lage geklappt. Deshalb ist es üblich, es gleich an die Strecke $[A'S_0']$ zu hängen $[A'S_D']$ zeigt $[AS]$ in wahrer Länge.
Das Stützdreieck könnte man auch als Steigungsdreieck auffassen. Der Winkel φ ist dann der Neigungswinkel der Kante $[AS]$ gegen die Grundfläche ABCD.



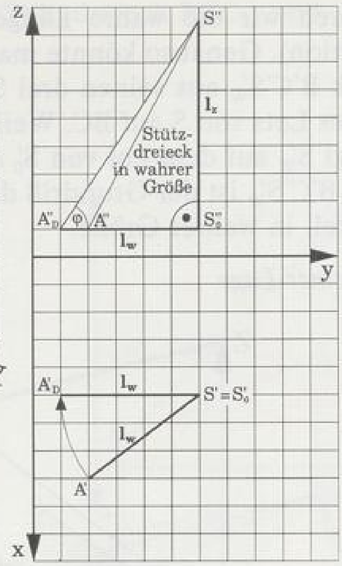
Vierteldrehung des Stützdreiecks
um seine waagerechte Kathete



Drehkonstruktion von MONGE
Dieses Verfahren geht zurück auf den Erfinder der Darstellenden Geometrie und trägt deshalb seinen Namen. Man dreht das Stützdreieck um seine senkrechte Kathete, bis es parallel zur Aufrißebene steht. Punkt A wandert dabei auf einem waagrechten Kreisbogen mit Mittelpunkt S' in die Lage A_D, bis $[S'A_D']$ parallel zur Aufrißebene liegt; A'' verschiebt sich parallel zur y-Achse, bis es den Ordner von A' in A_D'' trifft. $[A_D''S'']$ zeigt $[AS]$ in wahrer Länge, und auch der Neigungswinkel φ taucht wieder in wahrer Größe auf.



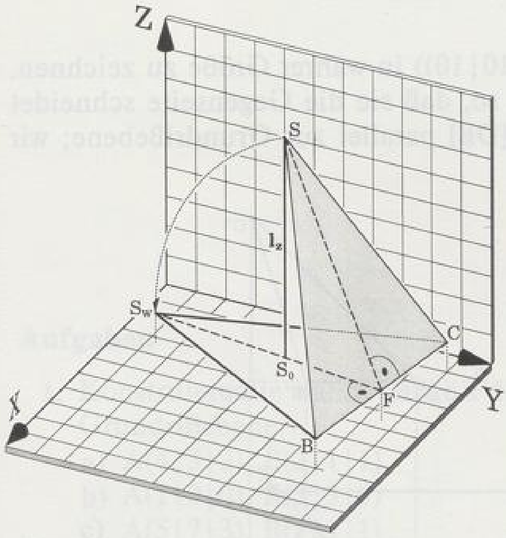
Drehung des Stützdreiecks
um seine senkrechte Kathete,
bis es parallel zur Aufrißebene steht

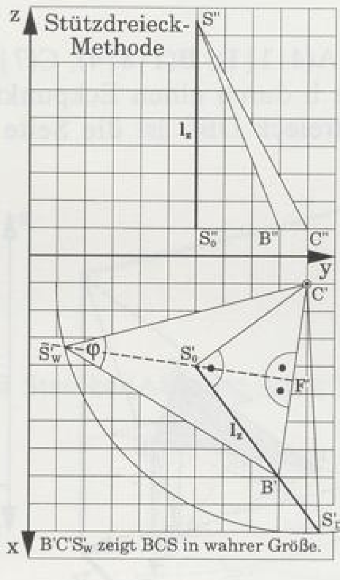


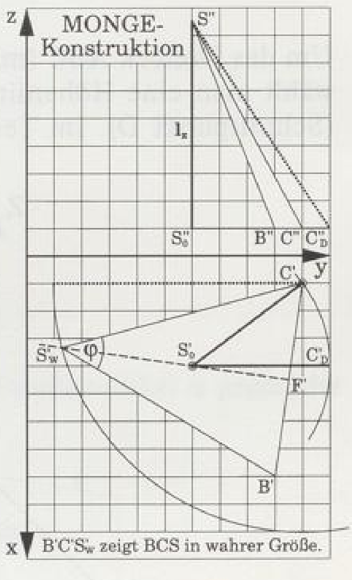
Wahre Größe eines Dreiecks

Eine Seite ist parallel zur Grundrißebene

Die Seitenfläche BCS der Pyramide ist ein Dreieck, dessen Seite [BC] parallel ist zur Grundrißebene; [BC] ist also im Grundriß in wahrer Länge sichtbar. Um das Dreieck BCS in wahrer Größe im Grundriß zu sehen, drehen wir es um die Seite [BC], bis es parallel zur Grundrißebene ist.

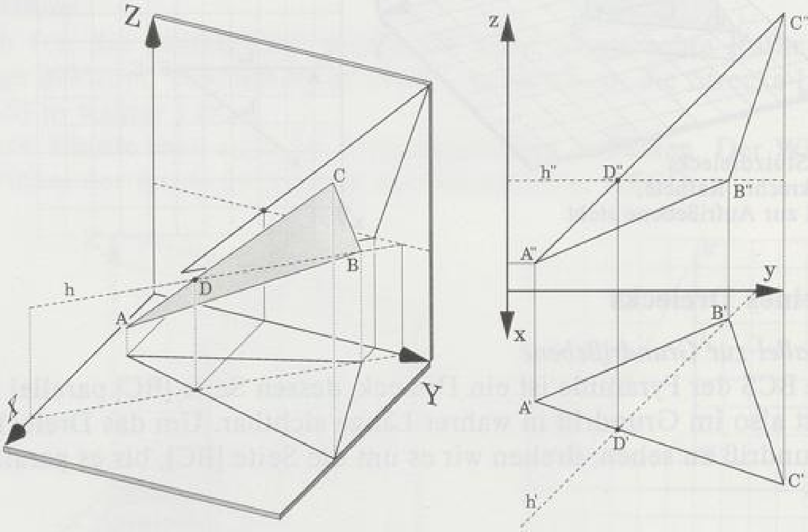




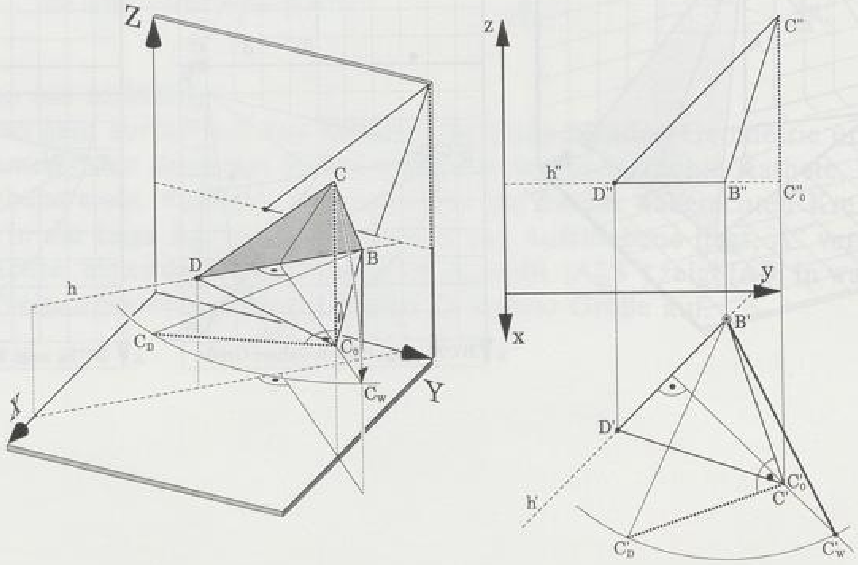


Zuerst konstruieren wir die wahre Länge der Strecke [CS] (Stützdreieck-Methode oder Monge-Konstruktion). Genauso könnte man jetzt auch die Länge von [BS] konstruieren und dann das Dreieck $B'C'S'_W$ aus seinen drei Seiten. In der Praxis geht man so vor:
F ist Fußpunkt des Lots von S auf BC. Weil der rechte Winkel bei F beim Drehen um BC erhalten bleibt, liegt S'_W auf dem Lot von S'_0 auf $B'C'$. Außerdem liegt S'_W auf dem Kreis um C mit Radius [CS]. $B'C'S'_W$ ist der Grundriß des gedrehten Dreiecks BCS, er zeigt es, also seine Seiten und Winkel, in wahrer Größe.

Dreieck in allgemeiner Lage

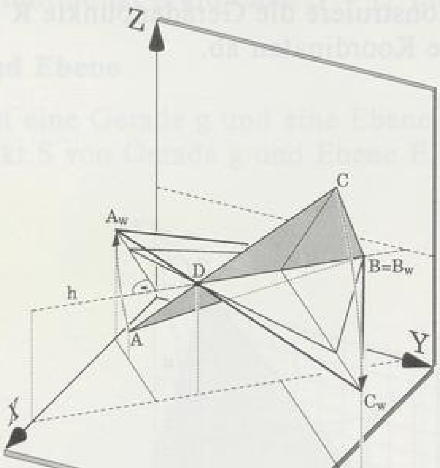


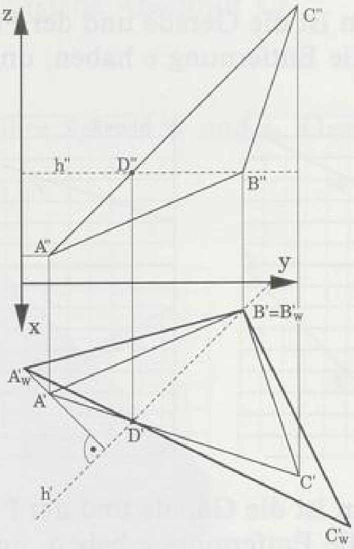
Um das Dreieck ABC (mit A(4|1|1), B(1|8|4), C(7|10|10)) in wahrer Größe zu zeichnen, wählt man eine Höhenlinie h durch einen Eckpunkt so, daß sie die Gegenseite schneidet (Schnittpunkt D). Im Teildreieck DBC ist die Seite [DB] parallel zur Grundrißebene; wir



wenden das vorhin beschriebene Verfahren an (Stützdreieck BCC_0) und konstruieren seine wahre Größe $D'B'C'_W$. Die Ecke A'_W liegt

1. auf C'_WD'
2. auf dem Lot von A' auf h'.





Aufgaben

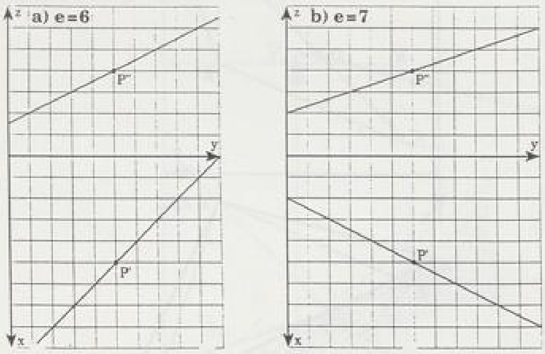
1. Konstruiere die wahre Länge s der Strecke [AB] und ihren Neigungswinkel φ gegen die Grundrißebene.
   a) A(4 | 3 | 2), B(2 | 1 | 1)
   b) A(1 | 0 | 0), B(3 | 3 | 6)
   c) A(5 | 7 | 3), B(2 | 1 | 1)
   d) A(3 | 2 | 1), Q(4 | 6 | 9)

2. Konstruiere das Dreieck ABC in wahrer Größe und miß alle Seiten und Winkel.
   a) A(9 | 7 | 7), B(1 | 1 | 7), C(3 | 4 | 1)
   b) A(2 | 0 | 3), B(8 | 6 | 6), C(0 | 6 | 0)
   c) A(1 | 1 | 1), B(5 | 4 | 1), C(3 | 3 | 2)
   d) A(5 | 1 | 1), B(8 | 5 | 6), C(4 | 8 | 1)

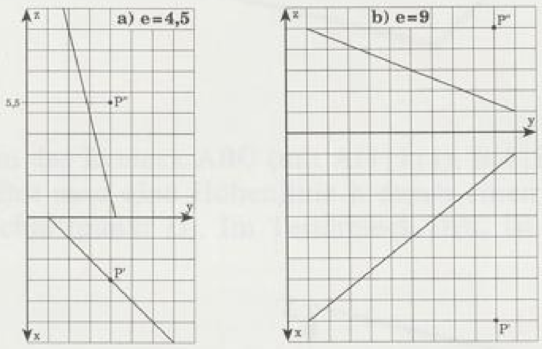
3. Konstruiere das Dreieck ABC in wahrer Größe und miß alle Seiten und Winkel.

a) A(0 | 0 | 0), B(6 | 3 | 6), C(2 | 3 | 6)
b) A(5 | 0 | 0), B(7 | 4 | 4), C(0 | 10 | 10)
c) A(1 | 0 | 0), B(9 | 5 | 3), C(0 | 9 | 4)
d) A(4 | 0 | 0), B(0 | 1 | 9), C(6 | 3 | 6)

4. Gegeben ist die Gerade und der Punkt P. Konstruiere die Geradenpunkte R und S, die von P die Entfernung e haben, und lies ihre Koordinaten ab.



5. Gegeben ist die Gerade und der Punkt P. Konstruiere die Geradenpunkte R und S, die von P die Entfernung e haben, und lies ihre Koordinaten ab. Miß den Abstand d von Punkt und Gerade.



6. Konstruiere die Winkelhalbierende des gekennzeichneten Winkels.