



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

München, 1995

8.2.2 Schnitte von Ebenen und Geraden

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83924](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83924)

8.2.2 Schnitte von Ebenen und Geraden

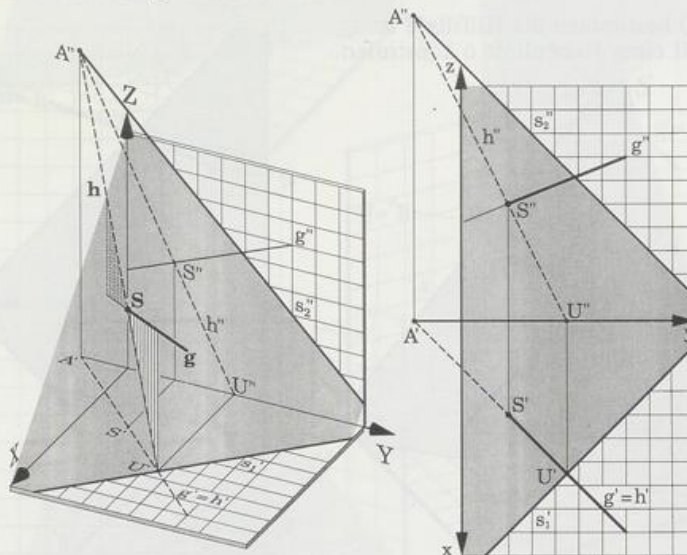
Gerade und Gerade

Zwei Geraden g und k schneiden sich, wenn der Schnittpunkt U' der Grundrisse und der Schnittpunkt V'' der Aufrisse auf einem Ordner liegen.

Für den Schnittpunkt S gilt dann $S' = U'$ und $S'' = V''$ (siehe Abschnitt 3.)

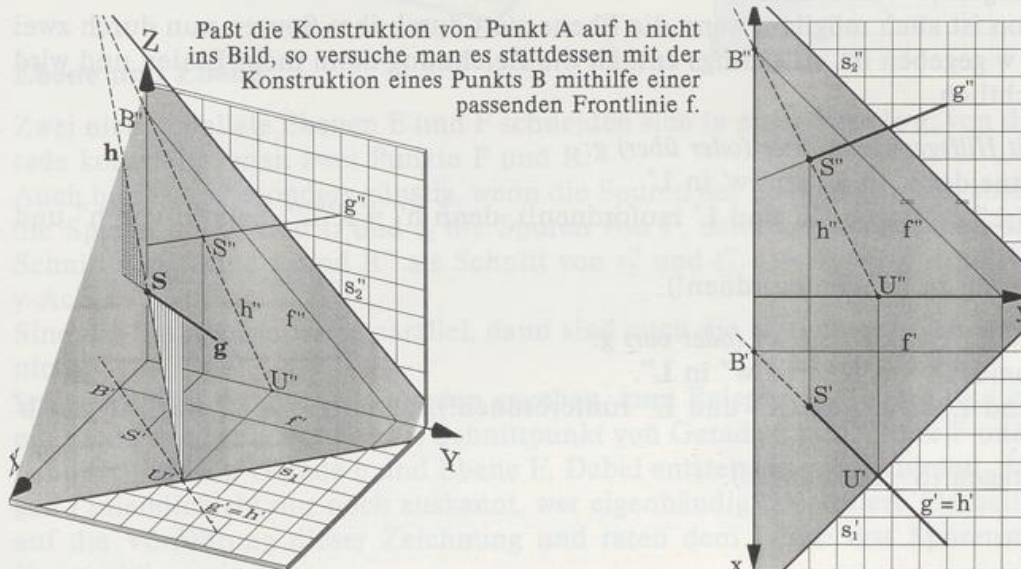
Gerade und Ebene

Gegeben ist eine Gerade g und eine Ebene E durch ihre Spuren s_1 und s_2 . Gesucht ist der Schnittpunkt S von Gerade g und Ebene E .



Lösungsidee:

Man arbeitet mit einer Hilfsgeraden h , die in der Ebene senkrecht unter (oder über) g verläuft, deren Grundriß h' mit g' also zusammenfällt. Der Schnittpunkt von g und h liegt sowohl auf g als auch in E , ist folglich der gesuchte Schnittpunkt S .



Paßt die Konstruktion von Punkt A auf h nicht ins Bild, so versuche man es stattdessen mit der Konstruktion eines Punktes B mithilfe einer passenden Frontlinie f .

Konstruktion:

Grundriß: h' schneidet s_1' in U' und s_2' in A' .

Aufriß: U'' und A'' eintragen (U' und A' »raufordnen«), denn $h'' = U''A''$. h'' und g'' schneiden sich in S'' .

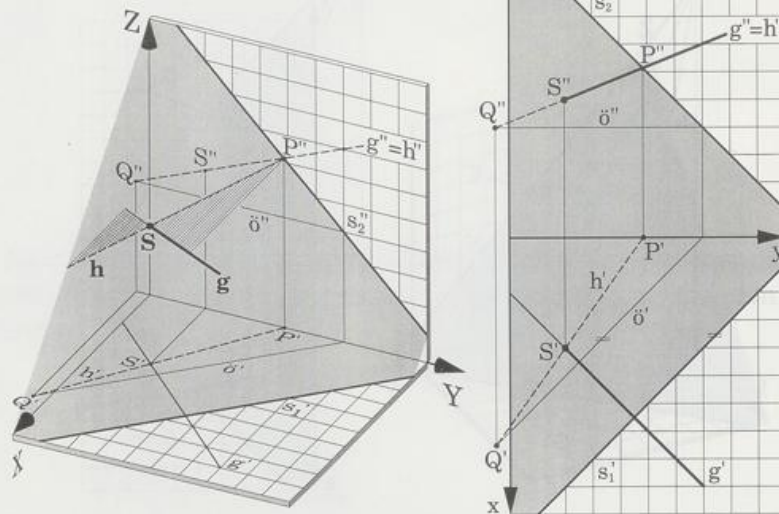
Grundriß: S' eintragen (S'' »runterordnen«)

Als Hilfsgerade h kann man genau so gut die Gerade nehmen, die waagrecht hinter (oder vor) g in der Ebene verläuft, deren Aufriß h'' mit g'' also zusammenfällt.

Konstruktion:

Aufriß: h'' schneidet s_2'' in P'' . Der Schnittpunkt von h'' und s_1'' liegt zu weit abseits. Als Ersatz schneiden wir h'' mit dem Riß \ddot{o}'' einer geeigneten Höhenlinie und bekommen den Schnittpunkt Q'' .

P und Q bestimmen die Hilfslinie h .
Q ist mit einer Höhenlinie \ddot{o} konstruiert.



Grundriß: P' und Q' eintragen (P'' und Q'' runterordnen!), denn $h' = K'L'$. h' und g' schneiden sich in S' .

Aufriß: S'' eintragen (S' raufordnen!).

Die Konstruktion ist auch möglich, wenn die Ebene statt durch ihre Spuren nun durch zwei Geraden v und w gegeben ist. Allerdings enthält die Zeichnung dann mehr Linien und wird weniger übersichtlich.

Konstruktion mit Hilfsgerade h unter (oder über) g :

Grundriß h' schneidet v' in K' und w' in L' .

Aufriß: K'' und L'' eintragen (K' und L' raufordnen!), denn $h'' = K''L''$. Schnitt von h'' und g'' ergibt S'' .

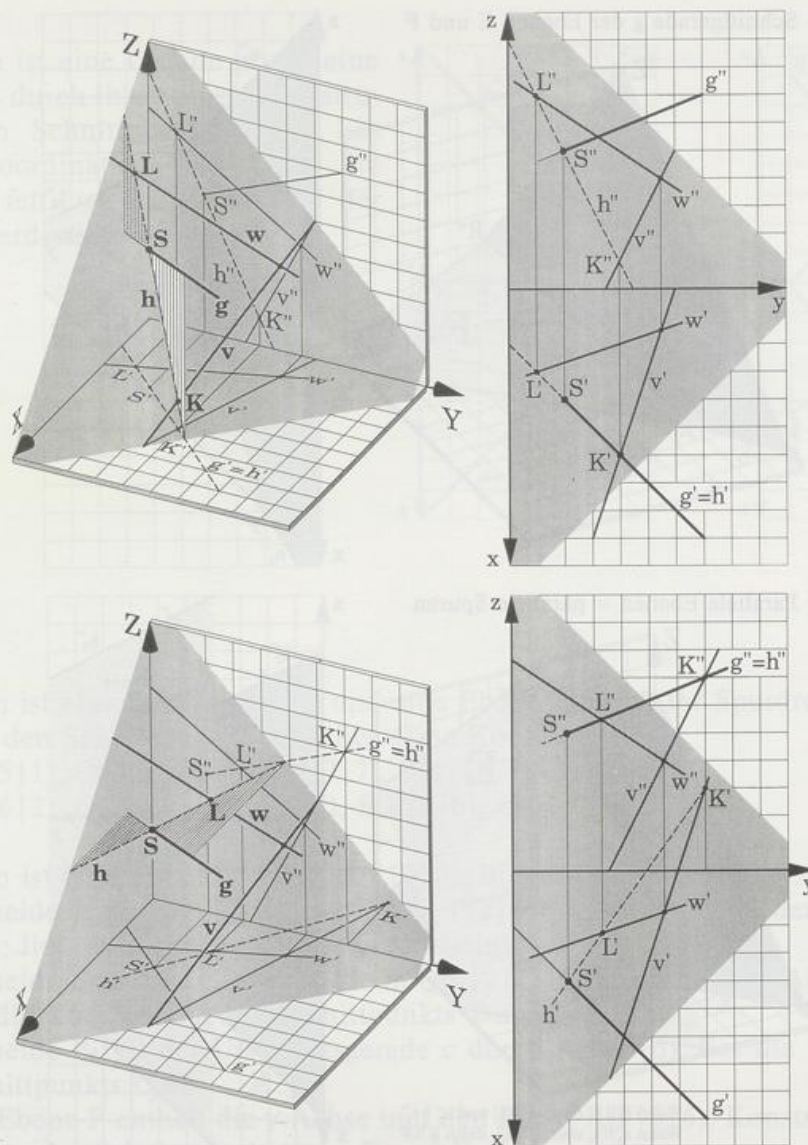
Grundriß: S' eintragen (S'' runterordnen!)

Konstruktion mit Hilfsgerade h hinter (oder vor) g :

Aufriß: h'' schneidet v'' in K'' und w'' in L'' .

Grundriß: K' und L' eintragen (K'' und L'' runterordnen!), denn $h' = K'L'$. Schnitt von h' und g' ergibt S' .

Aufriß: S'' eintragen (S' raufordnen!).



Ebene und Ebene

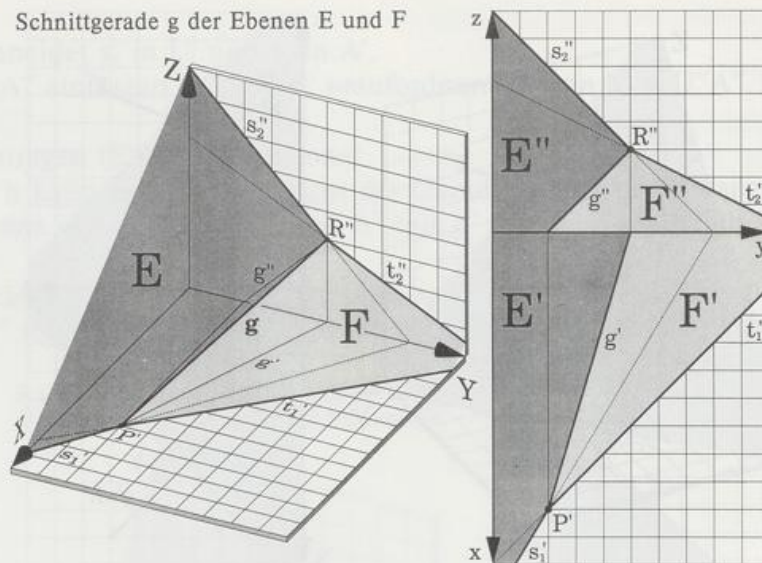
Zwei nicht parallele Ebenen E und F schneiden sich in einer Gerade g ; von dieser Schnittgerade konstruiert man zwei Punkte P und R .

Auch hier ist es besonders günstig, wenn die Spuren der Ebenen gegeben sind. Sind s_1 und s_2 die Spuren von E und t_1 und t_2 die Spuren von F , dann konstruiert man am besten P' als Schnitt von s'_1 und t'_1 und R'' als Schnitt von s'_2 und t'_2 . Die Risse P'' und R' liegen auf der y -Achse.

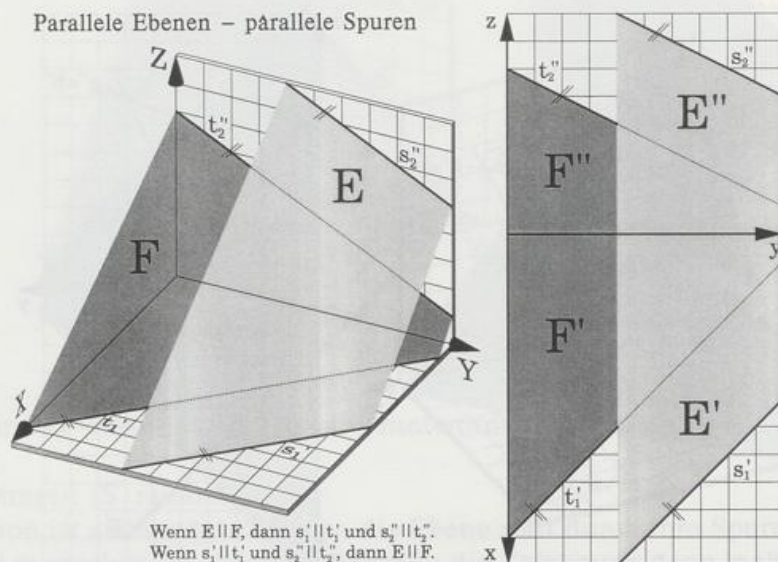
Sind die Spuren paarweise parallel, dann sind auch die Ebenen parallel und schneiden sich nicht.

Ist jede Ebene durch zwei Geraden gegeben, zum Beispiel E durch a und b , so ergibt sich ein Punkt der Schnittgerade als Schnittpunkt von Gerade a und Ebene F und der andere als Schnittpunkt von Gerade b und Ebene F . Dabei entstehen so viele Linien, daß sich im fertigen Liniendickicht nur noch auskennt, wer eigenhändig konstruiert. Deshalb verzichten wir auf die Vorführung dieser Zeichnung und raten dem Leser: erst Spurensuche und dann Konstruktion wie oben.

Schnittgerade g der Ebenen E und F



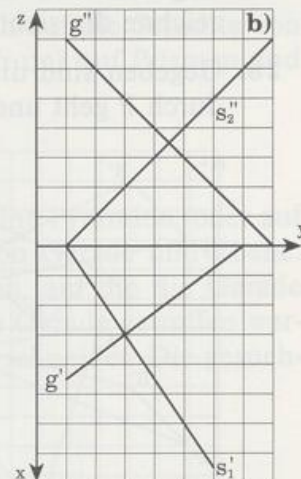
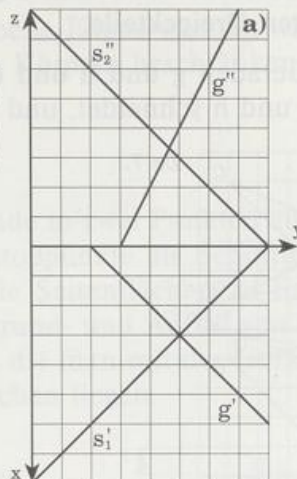
Parallele Ebenen – parallele Spuren



Wenn $E \parallel F$, dann $s_1' \parallel t_1'$ und $s_2'' \parallel t_2''$.
Wenn $s_1' \parallel t_1'$ und $s_2'' \parallel t_2''$, dann $E \parallel F$.

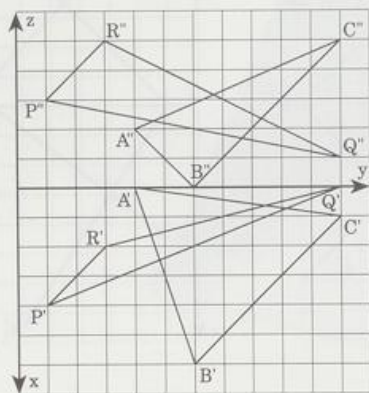
Aufgaben

1. Gegeben ist eine Gerade g und eine Ebene E durch ihre Spuren. Konstruiere den Schnittpunkt T und lies seine Koordinaten ab. Zeichne die Gerade fett, wo sie nicht von der Ebene verdeckt ist.

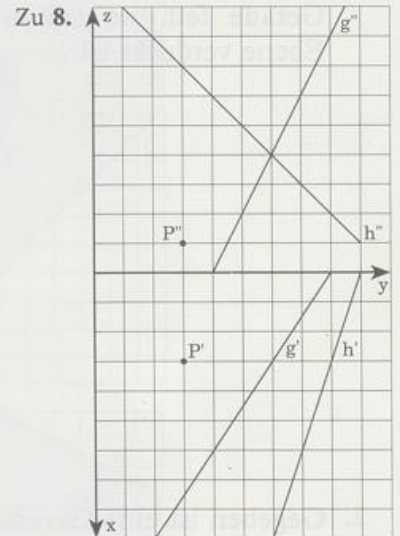


2. Gegeben ist eine Gerade $g = PQ$ und eine Ebene E durch ihr Spurdreieck ABC . Konstruiere den Schnittpunkt T und lies seine Koordinaten ab.
- $P(3|5|1)$, $Q(7|11|-5)$, $A(9|7|7)$, $B(1|1|7)$, $C(3|4|1)$
 - $P(1|6|2)$, $Q(3|2|6)$, $A(2|0|3)$, $B(8|6|6)$, $C(0|6|4)$
3. Gegeben ist eine Ebene E durch $A(8|0|0)$, $B(0|8|0)$ und $C(0|0|4)$.
- Schneide E mit der Gerade a , die in $P(2|4|0)$ senkrecht auf der Grundrißebene steht; lies die Koordinaten des Schnittpunkts S ab.
 - Schneide E mit der Gerade b , die in $Q(0|2|2)$ senkrecht auf der Aufrißebene steht; lies die Koordinaten des Schnittpunkts T ab.
 - Schneide E mit der Ursprungsgerade c durch $R(9|3|6)$; lies die Koordinaten des Schnittpunkts U ab.
 - Die Ebene F enthält die y -Achse und den Punkt $R(9|3|6)$. Konstruiere zwei Spurpunkte der Schnittgerade t von E und F .
4. $P(7|1|2)$, $Q(3|5|4)$, $A(6|2|0)$, $B(1,5|8|3)$, $C(2|4|6)$.
Schneide die Gerade $g = PQ$ mit der Ebene E durch A , B und C . Liegt der Schnittpunkt S außerhalb oder innerhalb des Dreiecks ABC ?
5. Konstruiere die Schnittgerade t der Ebenen ABC und PQR .
- $A(2|6|0)$, $B(0|10|0)$, $C(0|6|4)$, $P(0|0|0)$, $Q(4|2|0)$, $R(0|2|3)$
 - $A(4|7|2)$, $B(2|8|4)$, $C(1|4|2)$, $P(2|9|1,5)$, $Q(1|7|3)$, $R(4|6|2)$
6. Durch $A(6|0|0)$, $B(0|6|0)$ und $C(0|0|3)$ geht die Ebene E . Konstruiere die Schnittgerade t von E und der Ebene F , für die gilt
- F steht senkrecht auf der Grundrißebene und geht durch $O(0|0|0)$ und $P(5|4|0)$.
 - F steht senkrecht auf der Aufrißebene und geht durch $U(3|2|0)$ und $V(4|6|6)$.
 - F enthält die y -Achse und geht durch $U(4|4|4)$.

- 7. Gegeben sind die Dreiecke ABC und PQR. Konstruiere ihre Schnittstrecke; kennzeichne die sichtbaren Dreiecksteile.
- 8. Gegeben sind die Geraden g und h und der Punkt P. Konstruiere die Gerade s, die durch P geht und g und h schneidet, und lies die Koordinaten der Schnittpunkte ab.



Zu 7.



Zu 8.

• 9. Abstand Punkt-Ebene

Gegeben sind die Spuren einer Ebene E und ein Punkt P. Fälle das Lot von P auf E. In welchem Punkt L trifft es die Ebene? Konstruiere die Strecke [PL] in wahrer Länge; welchen Abstand d haben P und E?

• 10. Abstand Punkt-Gerade

Gegeben ist ein Punkt P und eine Gerade g. Fälle das Lot von P auf g; in welchem Punkt L trifft es die Gerade? Konstruiere die Strecke [PL] in wahrer Länge; welchen Abstand d haben P und g?

Gehe so vor:

Konstruiere die Ebene (Spuren!), die durch P geht und senkrecht ist zu g.

Der Schnittpunkt von g und E ist der Lotfußpunkt L.

