



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

München, 1995

8.2.2 Schnitte von Ebenen und Geraden

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83924](#)

8.2.2 Schnitte von Ebenen und Geraden

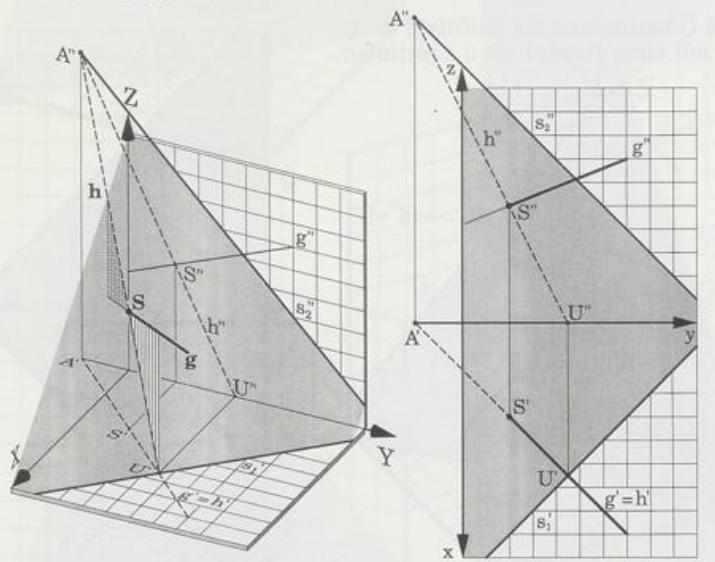
Gerade und Gerade

Zwei Geraden g und k schneiden sich, wenn der Schnittpunkt U' der Grundrisse und der Schnittpunkt V'' der Aufrisse auf einem Ordner liegen.

Für den Schnittpunkt S gilt dann $S' = U'$ und $S'' = V''$ (siehe Abschnitt 3.)

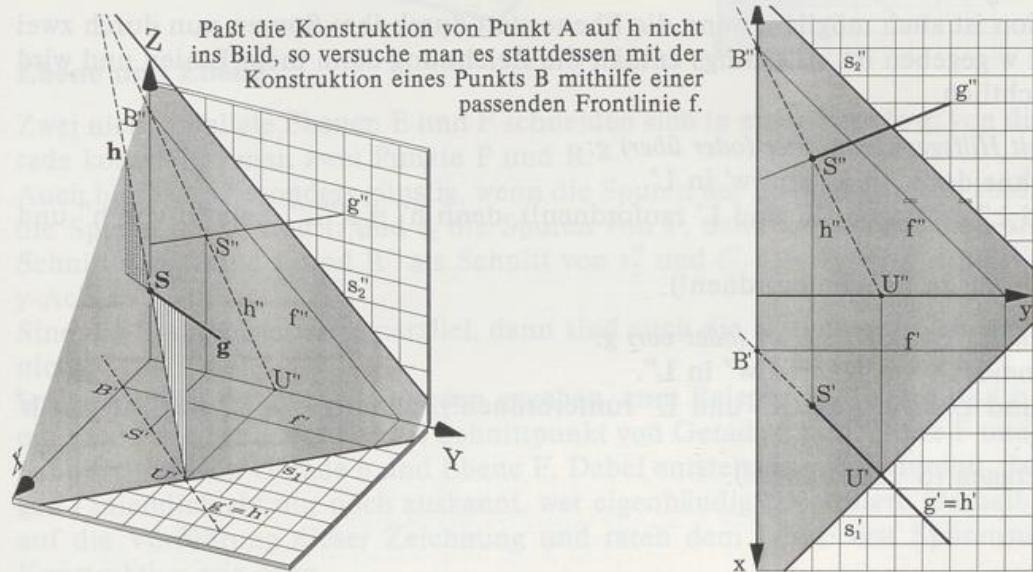
Gerade und Ebene

Gegeben ist eine Gerade g und eine Ebene E durch ihre Spuren s_1 und s_2 . Gesucht ist der Schnittpunkt S von Gerade g und Ebene E .



Lösungsidee:

Man arbeitet mit einer Hilfsgeraden h , die in der Ebene senkrecht unter (oder über) g verläuft, deren Grundriß h' mit g' also zusammenfällt. Der Schnittpunkt von g und h liegt sowohl auf g als auch in E , ist folglich der gesuchte Schnittpunkt S .



Konstruktion:

Grundriß: h' schneidet s'_1 in U' und s'_2 in A' .

Aufriß: U'' und A'' eintragen (U' und A' »raufordnen«), denn $h'' = U''A''$. h'' und g'' schneiden sich in S'' .

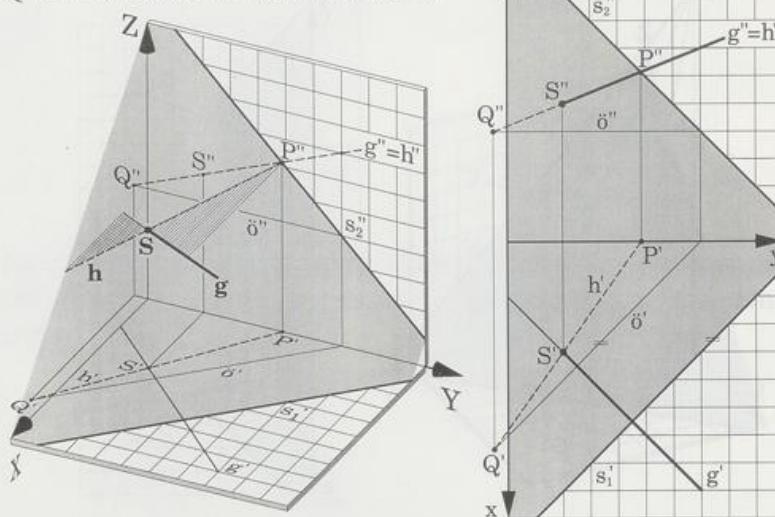
Grundriß: S' eintragen (S'' »runterordnen«)

Als Hilfsgerade h kann man genau so gut die Gerade nehmen, die waagrecht hinter (oder vor) g in der Ebene verläuft, deren Aufriß h'' mit g'' also zusammenfällt.

Konstruktion:

Aufriß: h'' schneidet s''_2 in P'' . Der Schnittpunkt von h'' und s''_1 liegt zu weit abseits. Als Ersatz schneiden wir h'' mit dem Riß \ddot{o}'' einer geeigneten Höhenlinie und bekommen den Schnittpunkt Q'' .

P und Q bestimmen die Hilfslinie h .
 Q ist mit einer Höhenlinie \ddot{o} konstruiert.



Grundriß: P' und Q' eintragen (P'' und Q'' runterordnen!), denn $h' = K'L'$. h' und g' schneiden sich in S' .

Aufriß: S'' eintragen (S' raufordnen!).

Die Konstruktion ist auch möglich, wenn die Ebene statt durch ihre Spuren nun durch zwei Geraden v und w gegeben ist. Allerdings enthält die Zeichnung dann mehr Linien und wird weniger übersichtlich.

Konstruktion mit Hilfsgerade h unter (oder über) g :

Grundriß h' schneidet v' in K' und w' in L' .

Aufriß: K'' und L'' eintragen (K' und L' raufordnen!), denn $h'' = K''L''$. Schnitt von h'' und g'' ergibt S'' .

Grundriß: S' eintragen (S'' runterordnen!).

Konstruktion mit Hilfsgerade h hinter (oder vor) g :

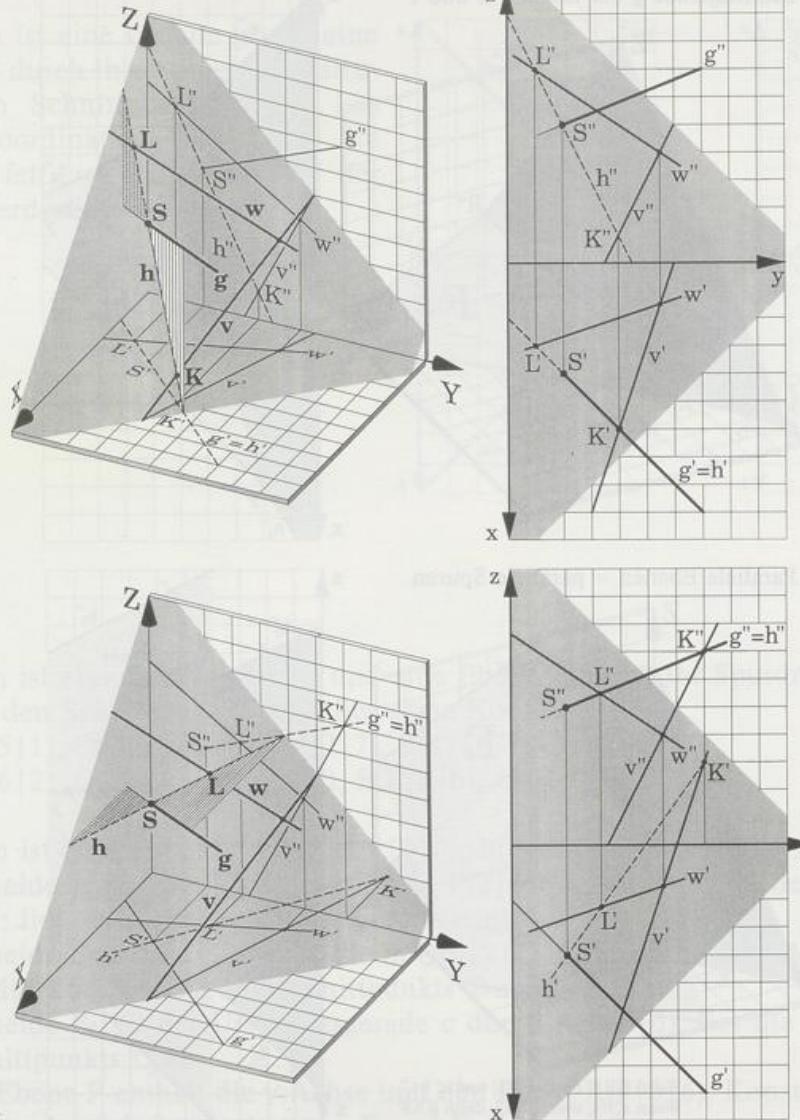
Aufriß: h'' schneidet v'' in K'' und w'' in L'' .

Grundriß: K' und L' eintragen (K'' und L'' runterordnen!), denn $h' = K'L'$. Schnitt von h' und g' ergibt S' .

Aufriß: S'' eintragen (S' raufordnen!).

Aufgaben

1. Gegeben: Ebene E durch die Spuren s_1 und s_2 . Ebene F durch die Spuren t_1 und t_2 . Konstruiere den Schnitt der Ebenen E und F.



Ebene und Ebene

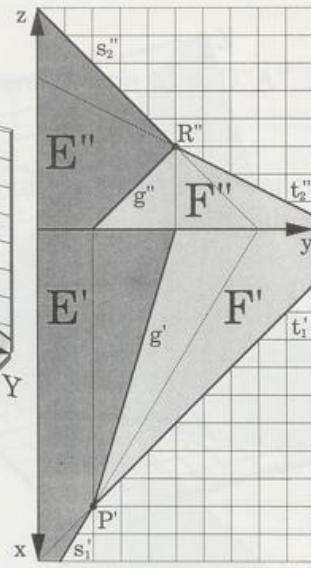
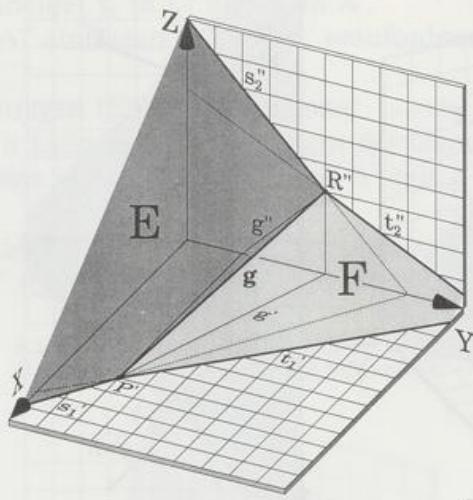
Zwei nicht parallele Ebenen E und F schneiden sich in einer Gerade g; von dieser Schnittgeraden konstruiert man zwei Punkte P und R.

Auch hier ist es besonders günstig, wenn die Spuren der Ebenen gegeben sind. Sind s_1 und s_2 die Spuren von E und t_1 und t_2 die Spuren von F, dann konstruiert man am besten P' als Schnitt von s_1' und t_1' und R'' als Schnitt von s_2'' und t_2'' . Die Risse P'' und R' liegen auf der y-Achse.

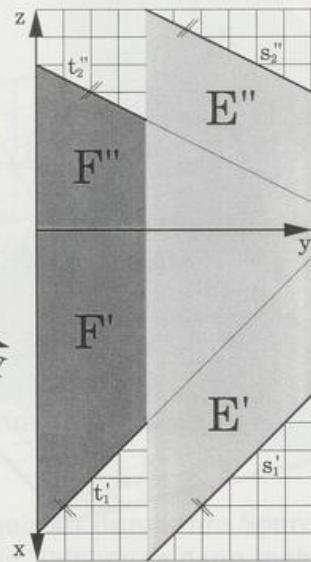
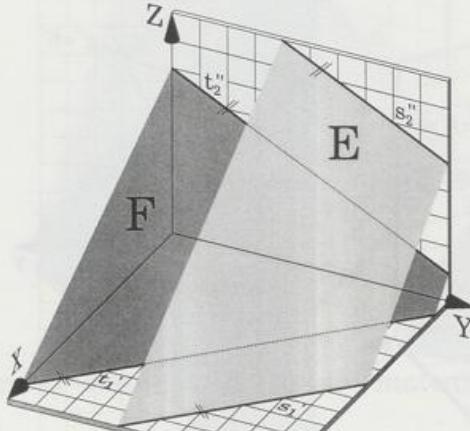
Sind die Spuren paarweise parallel, dann sind auch die Ebenen parallel und schneiden sich nicht.

Ist jede Ebene durch zwei Geraden gegeben, zum Beispiel E durch a und b, so ergibt sich ein Punkt der Schnittgerade als Schnittpunkt von Gerade a und Ebene F und der andere als Schnittpunkt von Gerade b und Ebene F. Dabei entstehen so viele Linien, daß sich im fertigen Liniendickicht nur noch auskennt, wer eigenhändig konstruiert. Deshalb verzichten wir auf die Vorführung dieser Zeichnung und raten dem Leser: erst Spurensuche und dann Konstruktion wie oben.

Schnittgerade g der Ebenen E und F



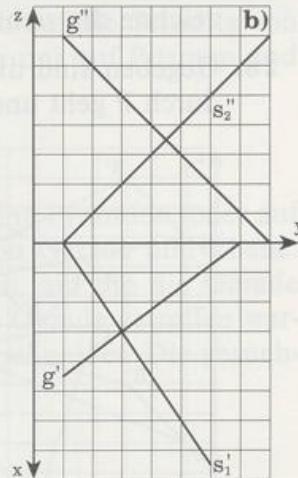
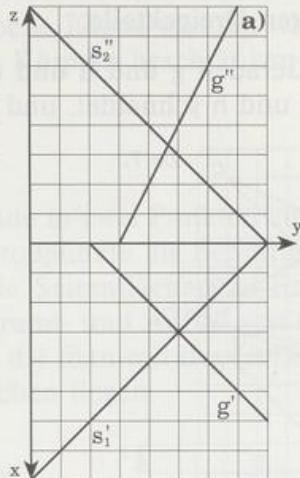
Parallele Ebenen – parallele Spuren



Wenn $E \parallel F$, dann $s_1'' \parallel t_1'$ und $s_2'' \parallel t_2'$.
Wenn $s_1'' \parallel t_1'$ und $s_2'' \parallel t_2'$, dann $E \parallel F$.

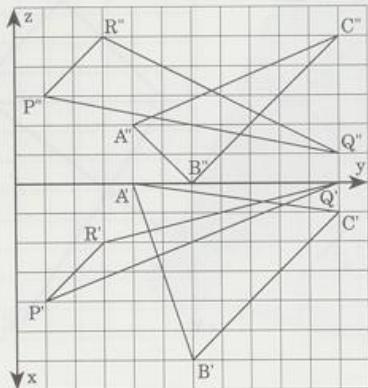
Aufgaben

1. Gegeben ist eine Gerade g und eine Ebene E durch ihre Spuren. Konstruiere den Schnittpunkt T und lies seine Koordinaten ab. Zeichne die Gerade fett, wo sie nicht von der Ebene verdeckt ist.

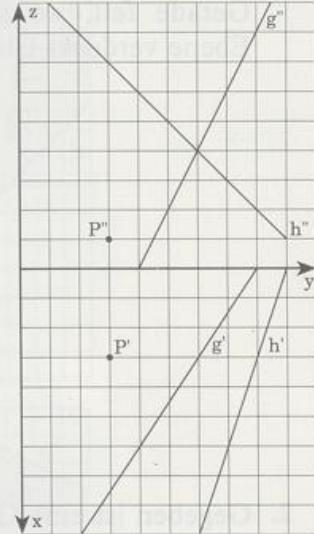


2. Gegeben ist eine Gerade $g = PQ$ und eine Ebene E durch ihr Spurdreieck ABC . Konstruiere den Schnittpunkt T und lies seine Koordinaten ab.
- $P(3|5|1)$, $Q(7|11|-5)$, $A(9|7|7)$, $B(1|1|7)$, $C(3|4|1)$
 - $P(1|6|2)$, $Q(3|2|6)$, $A(2|0|3)$, $B(8|6|6)$, $C(0|6|4)$
3. Gegeben ist eine Ebene E durch $A(8|0|0)$, $B(0|8|0)$ und $C(0|0|4)$.
- Schneide E mit der Gerade a , die in $P(2|4|0)$ senkrecht auf der Grundrißebene steht; lies die Koordinaten des Schnittpunkts S ab.
 - Schneide E mit der Gerade b , die in $Q(0|2|2)$ senkrecht auf der Aufriss ebene steht; lies die Koordinaten des Schnittpunkts T ab.
 - Schneide E mit der Ursprungsgerade c durch $R(9|3|6)$; lies die Koordinaten des Schnittpunkts U ab.
 - Die Ebene F enthält die y -Achse und den Punkt $R(9|3|6)$. Konstruiere zwei Spurpunkte der Schnittgerade t von E und F .
4. $P(7|1|2)$, $Q(3|5|4)$, $A(6|2|0)$, $B(1,5|8|3)$, $C(2|4|6)$. Schneide die Gerade $g = PQ$ mit der Ebene E durch A , B und C . Liegt der Schnittpunkt S außerhalb oder innerhalb des Dreiecks ABC ?
5. Konstruiere die Schnittgerade t der Ebenen ABC und PQR .
- $A(2|6|0)$, $B(0|10|0)$, $C(0|6|4)$, $P(0|0|0)$, $Q(4|2|0)$, $R(0|2|3)$
 - $A(4|7|2)$, $B(2|8|4)$, $C(1|4|2)$, $P(2|9|1,5)$, $Q(1|7|3)$, $R(4|6|2)$
6. Durch $A(6|0|0)$, $B(0|6|0)$ und $C(0|0|3)$ geht die Ebene E . Konstruiere die Schnittgerade t von E und der Ebene F , für die gilt
- F steht senkrecht auf der Grundrißebene und geht durch $O(0|0|0)$ und $P(5|4|0)$.
 - F steht senkrecht auf der Aufriss ebene und geht durch $U(3|2|0)$ und $V(4|6|6)$.
 - F enthält die y -Achse und geht durch $U(4|4|4)$.

- 7. Gegeben sind die Dreiecke ABC und PQR. Konstruiere ihre Schnittstrecke; kennzeichne die sichtbaren Dreieckteile.
- 8. Gegeben sind die Geraden g und h und der Punkt P. Konstruiere die Gerade s, die durch P geht und g und h schneidet, und lies die Koordinaten der Schnittpunkte ab.



Zu 7.



Zu 8.

• 9. Abstand Punkt-Ebene

Gegeben sind die Spuren einer Ebene E und ein Punkt P. Fällt das Lot von P auf E. In welchem Punkt L trifft es die Ebene? Konstruiere die Strecke [PL] in wahrer Länge; welchen Abstand d haben P und E?

• 10. Abstand Punkt-Gerade

Gegeben ist ein Punkt P und eine Gerade g. Fällt das Lot von P auf g; in welchem Punkt L trifft es die Gerade? Konstruiere die Strecke [PL] in wahrer Länge; welchen Abstand d haben P und g?

Gehe so vor:

Konstruiere die Ebene (Spuren!), die durch P geht und senkrecht ist zu g.

Der Schnittpunkt von g und E ist der Lotfußpunkt L.

