Lehrbuch der Experimentalphysik

Lommel, Eugen von

Leipzig, 1908

7. Fallrinne. Fallmaschine. Gleichförmig beschleunigte Bewegung

urn:nbn:de:hbz:466:1-83789

daher auch durch die Richtung und Größe der von ihr bewirkten Bewegung ausdrücken. So können wir z. B. als Richtung der Schwerkraft auch diejenige Richtung bezeichnen, in der ein Körper fällt, wenn er ohne Anstoß losgelassen wird. Um aber auch die Größe einer Kraft durch die Geschwindigkeit des von ihr in Bewegung gesetzten Körpers ausdrücken zu können, bedarf es vorerst einer Untersuchung darüber, wie sich die Geschwindigkeit eines Körpers unter der dauernden Einwirkung einer Kraft gestaltet. Diese Frage ist zuerst von Galilei für die Fallbewegung beantwortet worden.

7. **Fallrinne. Fallmaschine. Gleichförmig beschleunigte Bewegung.** Die Bewegung eines frei fallenden Körpers erfolgt schon innerhalb einer Sekunde so rasch, daß es unmöglich wird, ihren Verlauf genau zu verfolgen. Schon Galilei, der Entdecker der Fallgesetze (1602), war darauf bedacht, die Fallbewegung, ohne ihr Wesen zu ändern, langsamer zu machen, indem er das Fallen längs einer geneigten Ebene (Fallrinne) beobachtete.

Wenn man eine Elfenbeinkugel auf einer schwach geneigten, ebenen, möglichst glatten Rinne sich selbst überläßt, so sieht man, wie sie ins Rollen kommt und sich mit stetig wachsender Schnelligkeit abwärts bewegt. Je stärker die Neigung der Rinne ist, um so schneller ist die Bewegung der Kugel; je geringer die Neigung, um so langsamer ist die Bewegung. Immer aber nimmt man wahr, daß die Geschwindigkeit der Kugel mit der Zeit wächst; die Bewegung ist keine gleichförmige, sondern eine beschleunigte. Umgekehrt, wenn man der Kugel, etwa durch einen Stoß, eine Bewegung nach aufwärts in der Rinne erteilt, so sieht man die Bewegung allmählich erlahmen; die Geschwindigkeit vermindert sich andauernd; schließlich kehrt die Kugel um und rollt nun wieder mit wachsender Geschwindigkeit nach abwärts. Die Bewegung beim Aufwärtsrollen ist eine verzögerte, und wiederum ist die Verzögerung um so größer, je stärker, und um so kleiner, je geringer die Neigung der Rinne gegen die Horizontale ist. Daraus kann man schließen, daß auf einer vollkommen horizontal liegenden Rinne die Bewegung der Kugel weder eine beschleunigte noch eine verzögerte sein würde. Die Kugel würde also entweder ruhig liegen bleiben, oder sie würde eine ihr einmal erteilte Bewegung mit unveränderter Geschwindigkeit beibehalten.

Diesem Satze widerspricht allerdings die Erfahrung. Denn wir wissen, daß auch auf einer genau horizontalen Bahn, wenn sie nur lang genug ist, jede Bewegung allmählich zur Ruhe kommt. Untersucht man aber die Bedingungen, von denen diese Verzögerung abhängt, so findet man, daß sie ausschließlich in der Beschaffenheit der Bahn liegen; je rauher die Bahn ist, um so eher erlischt die Bewegung, je glatter, um so länger hält sie an. Diese die Bewegung hemmenden Umstände bezeichnet man als Reibungshindernisse. Da man den Einfluß der Reibung auf eine Bewegung untersuchen kann, so kann man aus diesen Erfahrungen auch einen Schluß darauf ziehen, wie die Bewegung verlaufen würde, wenn gar keine Reibungshindernisse vorhanden wären. Für diesen Idealfall gilt der obige Satz, daß auf horizontaler Bahn eine Bewegung mit unveränderter Geschwindigkeit bestehen würde.

Bei der langsamen Bewegung der Kugel auf einer schwach geneigten Rinne kann man bequem die Strecken messen, die die Kugel in 1, 2, 3 Sekunden, vom Beginn des Rollens an gerechnet, durchläuft. Man findet z. B. für 1 Sekunde 25, für 2 Sekunden 100, für 3 Sekunden 225 cm, d. h. Strecken, die sich wie $1:4:9$ oder wie $1:2^2:3^2$ verhalten, und man schließt daraus, daß sich allgemein die durchlaufenen Strecken oder die Fallräume wie die Quadrate der Fallzeiten verhalten.

Fragt man nach den Fallräumen der einzelnen Sekunden, so braucht man nur die Differenzen der obigen Zahlen zu bilden. Man findet so z. B., daß in der 1. Sekunde 25, in der 2. Sekunde 75, in der 3. Sekunde 125 cm durchlaufen wurden. Die Fallräume in den einzelnen Sekunden verhalten sich also wie die ungeraden Zahlen, 1, 3, 5, 7 . . .

Das Anwachsen der Fallräume zeigt, daß die Bewegung eine ungleichförmige ist, und zwar eine beschleunigte, eine Bewegung mit stetig wachsender Geschwindigkeit. Es entsteht aber die Frage, was man unter Geschwindigkeit einer ungleichförmigen Bewegung zu verstehen hat. Bei der gleichförmigen Bewegung konnten wir sagen, die Geschwindigkeit ist der in jeder Sekunde zurückgelegte Weg. Hier aber hat diese Definition keinen Sinn mehr; denn die Geschwindigkeit ändert sich von Augenblick zu Augenblick. Man kann indessen bei den Versuchen mit der Fallrinne die Geschwindigkeit, die die rollende Kugel in einem bestimmten Augenblicke besitzt, dadurch zur Anschauung und zur Messung bringen, daß man die Kugel in diesem Augenblicke von der geneigten Rinne auf eine wagerechte Fortsetzung der Rinne übergehen läßt. Auf dieser bewegt sie sich nach unseren obigen Auseinandersetzungen ohne weitere Beschleunigung mit derjenigen Geschwindigkeit, die sie im Augenblicke des Überganges besaß. Richtet man den Versuch so ein, daß die Kugel nach 1, 2, 3 Sekunden Fallzeit auf die wagerechte Bahn gelangt, so findet man, daß sie sich auf dieser mit einer Geschwindigkeit von 50, 100, 150 cm/sec fortbewegt, vorausgesetzt, daß sie auf der geneigten Rinne in der 1. Sekunde eine Strecke von 25 cm zurückgelegt hatte. Die Geschwindigkeit, die die Kugel in jedem Augenblicke ihrer Bewegung besitzt, ist also offenbar der Fallzeit proportional, und zwar ist die Geschwindigkeit am Ende der 1. Sekunde (dem Zahlenwert nach) doppelt so groß wie der Fallraum in der 1. Sekunde.

Die Geschwindigkeit der Bewegung wächst also in jeder Sekunde immer um gleichviel. Man nennt den Betrag, um den die Geschwindigkeit in der Sekunde wächst, die Beschleunigung, und nennt eine Bewegung, bei der dieser Geschwindigkeitszuwachs in jeder Sekunde der nämliche ist, eine gleichförmig beschleunigte Bewegung.

Einer anderen Art von verlangsamter Fallbewegung bedient man sich bei der Atwoodschen **Fallmaschine** (1784). Diese (Fig. 3) trägt auf einer etwa 2 m hohen Säule ein leichtes, gut drehbares Rad, das am Rand behufs Aufnahme eines dünnen Fadens ausgehöhlt ist. An beiden Enden des Fadens hängen gleiche Gewichte P; jedes von ihnen ist bestrebt, zu fallen und dabei das Rad nach seiner Seite hin zu drehen. Da aber dieses Bestreben nach beiden Seiten hin das gleiche ist, so kann eine Drehung des Rades und ein Fallen der Gewichte nicht stattfinden. Legt man aber auf das vordere Gewicht ein kleines Übergewicht p, so wird jetzt nach dieser Seite hin ein langsames Herabfallen wirklich eintreten. An der Säule der Fallmaschine ist seitlich ein Pendel r angebracht, welches Sekunden schlägt und mit dem ersten Schlage eine oben am Nullpunkt einer Zentimeterteilung befindliche Fallbrücke s auslöst, welche das mit dem Übergewicht belastete Gewicht trägt. Dieses Gewicht beginnt nun herabzusinken und trifft hörbar auf eine wagerechte Metallplatte, welche längs der Säule verschoben und in beliebiger Höhe festgestellt werden kann. Man ermittelt durch Probieren, in welchen Abständen man die Platte anbringen muß, damit das fallende Gewicht mit dem zweiten, dritten, vierten Pendelschlage, d. h. nach 1, 2, 3 Sekunden auf sie trifft, und man findet wieder, daß sich die Abstände der Platte von der Fallbrücke wie die Quadrate der Fallzeiten verhalten.

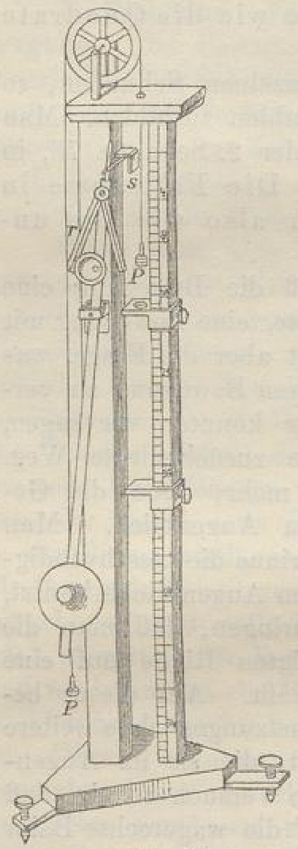

Fig. 3.
Atwoods Fallmaschine.

Ein zweiter an der Säule zu befestigender Schieber trägt einen Ring, durch den die Gewichte P frei hindurchgehen, das Übergewicht p aber aufgehalten und abgehoben wird. Untersucht man die Bewegung der Gewichte P, nachdem das Übergewicht während des Herabsinkens abgehoben worden ist, so findet man, daß von diesem Augenblicke an die Gewichte P mit unveränderter Geschwindigkeit weitergehen. Wie bei der Fallrinne die Neigung, so ist hier das Übergewicht die Bedingung für die Veränderung der Geschwindigkeit, und wie dort können wir auch hier die Geschwindigkeit, welche der ungleichförmig bewegte Körper in irgend einem Augenblicke besitzt, durch die Wegstrecke ausdrücken, die er von diesem Zeitpunkte an in jeder folgenden Sekunde gleichförmig zurücklegt, wenn die Ursache der Bewegungsänderung von diesem Zeitpunkte an aufgehoben wird. Mißt man in dieser Weise die Geschwindigkeit der Gewichte P für den Fall, daß das Übergewicht p nach 1, 2, 3 Sekunden Fallzeit durch den Ring abgehoben wird, so findet man, daß diese Geschwindigkeiten sich verhalten wie $1:2:3$, d. h. daß die Fallgeschwindigkeiten den Fallzeiten proportional sind. Gleichzeitig ergibt sich wieder, daß der Fallraum der ersten Sekunde halb so groß ist, wie die Strecke, die die Gewichte P in der zweiten Sekunde durchlaufen, wenn das Übergewicht p am Ende der ersten Sekunde abgehoben wird.

8. **Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung.** Möglichst kurz und übersichtlich lassen sich die im vorigen Paragraphen gefundenen Gesetze in der mathematischen Zeichensprache ausdrücken. Bezeichnen wir die Beschleunigung mit a (acceleratio), so ist die Geschwindigkeit v (velocitas) nach t Sekunden $a\,t$, oder es ist

1) $$v = a\,t.$$

Der Fallraum der ersten Sekunde ist alsdann $^1/_2\,a$; nach t sec ist er $t\,t$ oder t^2mal so groß, also $^1/_2\,a\,t^2$, und man hat

2) $$s = {}^1/_2\,a\,t^2.$$

Durch diese beiden Gleichungen, von denen die erste die Geschwindigkeit, die zweite den zurückgelegten Weg für jeden Augenblick t angibt, sind alle Umstände der gleichförmig beschleunigten Bewegung erschöpfend beschrieben, und wir können mit ihrer Hilfe jede auf diese Bewegung bezügliche Frage beantworten. Würde z. B. nach der Geschwindigkeit v gefragt, welche ein Körper besitzt, nachdem er mit der gleichförmigen Beschleunigung a den Weg s durchlaufen hat, so ergibt sich aus der Gleichung 2) die hierzu erforderliche Zeit:

$$t = \sqrt{\frac{2\,s}{a}},$$

welche man nach Gleichung 1) nur noch mit a zu multiplizieren braucht, um die verlangte Endgeschwindigkeit:

$$v = \sqrt{2\,a\,s}$$

oder auch:

3) $$v^2 = 2\,a\,s$$

zu erhalten; d. h. das Quadrat der Geschwindigkeit ist in jedem Augenblick gleich dem doppelten Produkt aus Beschleunigung und Weglänge, demnach die Geschwindigkeit selbst gleich der Quadratwurzel aus diesem Produkt.

9. **Geschwindigkeit und Beschleunigung bei beliebig ungleichförmiger Bewegung.** Die Änderung der Geschwindigkeit eines ungleichförmig bewegten Punktes ist offenbar um so geringer, je kleiner das Zeitteilchen ist, währenddessen man die Bewegung betrachtet. Denkt man sich dieses Zeitteilchen immer kleiner und kleiner, so nähert sich die Bewegung immer mehr einer gleichförmigen und ihre Geschwindigkeit wird dann ausgedrückt durch das Verhältnis $\Delta s/\Delta t$, wenn Δs die kleine Wegstrecke vorstellt, die in der kleinen