Lehrbuch der Experimentalphysik

Lommel, Eugen von

Leipzig, 1908

9. Geschwindigkeit u. Beschleunigung bei beliebig ungleichförmiger Bewegung

urn:nbn:de:hbz:466:1-83789

durch den Ring abgehoben wird, so findet man, daß diese Geschwindigkeiten sich verhalten wie $1:2:3$, d. h. daß die Fallgeschwindigkeiten den Fallzeiten proportional sind. Gleichzeitig ergibt sich wieder, daß der Fallraum der ersten Sekunde halb so groß ist, wie die Strecke, die die Gewichte P in der zweiten Sekunde durchlaufen, wenn das Übergewicht p am Ende der ersten Sekunde abgehoben wird.

8. **Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung.** Möglichst kurz und übersichtlich lassen sich die im vorigen Paragraphen gefundenen Gesetze in der mathematischen Zeichensprache ausdrücken. Bezeichnen wir die Beschleunigung mit a (acceleratio), so ist die Geschwindigkeit v (velocitas) nach t Sekunden $a\,t$, oder es ist

1) $$v = a\,t.$$

Der Fallraum der ersten Sekunde ist alsdann $^1/_2\,a$; nach t sec ist er $t\,t$ oder t^2mal so groß, also $^1/_2\,a\,t^2$, und man hat

2) $$s = {}^1/_2\,a\,t^2.$$

Durch diese beiden Gleichungen, von denen die erste die Geschwindigkeit, die zweite den zurückgelegten Weg für jeden Augenblick t angibt, sind alle Umstände der gleichförmig beschleunigten Bewegung erschöpfend beschrieben, und wir können mit ihrer Hilfe jede auf diese Bewegung bezügliche Frage beantworten. Würde z. B. nach der Geschwindigkeit v gefragt, welche ein Körper besitzt, nachdem er mit der gleichförmigen Beschleunigung a den Weg s durchlaufen hat, so ergibt sich aus der Gleichung 2) die hierzu erforderliche Zeit:

$$t = \sqrt{\frac{2\,s}{a}},$$

welche man nach Gleichung 1) nur noch mit a zu multiplizieren braucht, um die verlangte Endgeschwindigkeit:

$$v = \sqrt{2\,a\,s}$$

oder auch:

3) $$v^2 = 2\,a\,s$$

zu erhalten; d. h. das Quadrat der Geschwindigkeit ist in jedem Augenblick gleich dem doppelten Produkt aus Beschleunigung und Weglänge, demnach die Geschwindigkeit selbst gleich der Quadratwurzel aus diesem Produkt.

9. **Geschwindigkeit und Beschleunigung bei beliebig ungleichförmiger Bewegung.** Die Änderung der Geschwindigkeit eines ungleichförmig bewegten Punktes ist offenbar um so geringer, je kleiner das Zeitteilchen ist, währenddessen man die Bewegung betrachtet. Denkt man sich dieses Zeitteilchen immer kleiner und kleiner, so nähert sich die Bewegung immer mehr einer gleichförmigen und ihre Geschwindigkeit wird dann ausgedrückt durch das Verhältnis $\Delta s/\Delta t$, wenn Δs die kleine Wegstrecke vorstellt, die in der kleinen

Zeit Δt zurückgelegt wird. Statt der obigen Definition der Geschwindigkeit einer ungleichförmigen Bewegung kann man also auch die folgende, ganz allgemein gültige geben: Unter der Geschwindigkeit, die ein bewegter Punkt in irgend einem Zeitpunkt besitzt, versteht man den Grenzwert, dem sich das Verhältnis des Weges im nächsten kleinen Zeitteilchen zu der Dauer dieses Zeitteilchens nähert, wenn man sich das Zeitteilchen und daher auch die zugehörige Wegstrecke immer kleiner und kleiner denkt.

Bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung verstanden wir unter Beschleunigung die Zunahme der Geschwindigkeit in der Zeiteinheit (sec), oder überhaupt das Verhältnis dieser Zunahme zu der Zeit, in welcher sie erfolgt. Während eines hinreichend kleinen Zeitteilchens können wir aber auch eine ungleichförmig beschleunigte Bewegung als gleichförmig beschleunigt betrachten und ihre Beschleunigung durch das Verhältnis $\Delta v / \Delta t$ ausdrücken, wenn Δv die kleine Geschwindigkeitsänderung bezeichnet, welche während der kleinen Zeit Δt eintritt. Unter Beschleunigung versteht man also ganz allgemein den Grenzwert, dem sich das Verhältnis der Geschwindigkeitsänderung zu dem entsprechenden kleinen Zeitteilchen um so mehr nähert, je kleiner man dieses Zeitteilchen annimmt. Da eine Geschwindigkeitsänderung selbst eine Geschwindigkeit ist, so wird eine Beschleunigung gemessen durch das Verhältnis einer Geschwindigkeit zu einer Zeit, und die Einheit der Beschleunigung wird erhalten, wenn man die Einheit der Geschwindigkeit (das Verhältnis der Längen- und Zeiteinheit cm sec^{-1}) durch die Zeiteinheit dividiert. Die Einheit der Beschleunigung wird daher für cm und sec bezeichnet durch cm $\text{sec}^{-1}:\text{sec}$ oder durch cm sec^{-2}. Auf die Einheiten der Länge und Zeit zurückgeführt, wird also eine Beschleunigung ausgedrückt durch das Verhältnis einer Länge zum Quadrate einer Zeit (wie schon aus Gleichung 2) hervorgeht, aus welcher $a = 2\,s/t^2$ erhalten wird). Solche Ausdrücke, wie cm sec^{-1} für die Geschwindigkeit und cm sec^{-2} für die Beschleunigung, welche die Zusammensetzung dieser abgeleiteten Begriffe aus einfacheren Grundbegriffen (hier Länge und Zeit) kennzeichnen, nennt man die „Dimensionen" jener zusammengesetzten Begriffe.

10. **Beschleunigung des freien Falles.** Daß die Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung auch für den freien Fall gelten, kann mit Hilfe feiner Apparate, die die Bewegung innerhalb kleiner Bruchteile einer Sekunde zu messen gestatten, nachgewiesen werden. Es ist üblich, die konstante Beschleunigung für den freien Fall durch den Buchstaben g zu bezeichnen. Setzen wir diesen Buchstaben für a in die Gleichungen des Abschnittes 8 ein, so stellen diese Gleichungen die Formeln des freien Falles dar und gestatten den Verlauf der Bewegung eines fallenden Körpers genau zu berechnen, wenn man nur den Wert der einen einzigen Größe g kennt. Die Erfahrung scheint dafür zu sprechen, daß g für verschiedene Körper verschieden ist. Wir sehen Flaumfedern, Schneeflocken, Seifenblasen und andere