Lehrbuch der Experimentalphysik

Lommel, Eugen von

Leipzig, 1908

26. Gleichgewicht von Kräften an einem starren Körper

urn:nbn:de:hbz:466:1-83789

so verhalten sich hiernach die Schwingungszahlen n und n' wie die Quadratwurzeln aus den Beschleunigungen, oder die Beschleunigungen verhalten sich wie die Quadrate der Schwingungszahlen:

$$g : g' = n^2 : n'^2.$$

25. **Sekundenpendel. Bestimmung von g.** Ein Pendel, dessen Schwingungsdauer eine Sekunde beträgt, heißt Sekundenpendel. Bezeichnet man die Länge des mathematischen Sekundenpendels mit l_1, so ergibt sich vermöge obiger Formel, da jetzt $t = 1$ ist:

$$1 = \pi \sqrt{\frac{l_1}{g}}, \quad \text{oder} \quad 1 = \pi^2 \frac{l_1}{g}$$

und daraus

$$g = \pi^2 l_1 .$$

Man findet also die Beschleunigung der Schwere, wenn man die Länge des Sekundenpendels mit dem Quadrate der Zahl π multipliziert. Da die Länge des Sekundenpendels sehr genau gemessen werden kann, so ist dieses Verfahren das genaueste zur Ermittelung von g. Borda fand für die Länge des Sekundenpendels in Paris 99,392 cm; daraus ergibt sich die Fallbeschleunigung $g = 980{,}95$ cm sec^{-2}.

Als 1672 der französische Astronom Richer in Cayenne, fünf Breitengrade nördlich vom Äquator, Beobachtungen anstellte, bemerkte er, daß seine von Paris mitgebrachte Pendeluhr um $2^1/_2$ Minuten täglich nachging; damit die Uhr wieder richtig ging, mußte er das Sekundenpendel um einige Millimeter verkürzen; nach Paris zurückgebracht, ging sie nun $2^1/_2$ Minuten vor. Wenn aber ein und dasselbe Pendel in Cayenne langsamer schwingt als in Paris, so kann dies keine andere Ursache haben, als daß die Schwerkraft dort schwächer wirkt als hier, so daß dort auch ein frei fallender Körper eine kleinere Beschleunigung erfährt als hier.

Man hat nun, indem man die Länge des Sekundenpendels an den verschiedensten Orten der Erdoberfläche bestimmte, gefunden, daß diese Länge von dem Äquator nach den Polen hin zunimmt; am Äquator nämlich ist das Sekundenpendel 99,092 cm, unter 45° Breite 99,355 cm, in Berlin 99,424 cm lang, und am Pol würde es, wie man aus den übrigen Beobachtungen schließen muß, 99,613 cm lang sein. Daraus folgt, daß in gleichem Maß auch die Beschleunigung der Schwere vom Äquator nach den Polen hin zunimmt. Nach der Formel $g = \pi^2 l_1$ findet man die Beschleunigung der Schwere am Äquator 978,00, unter 45° Breite 980,60, in Paris 980,95, in Berlin 981,28, am Pol 983,19 (cm sec^{-2}).

26. **Gleichgewicht von Kräften an einem starren Körper.** In den bisher betrachteten Fällen handelte es sich um die Bewegung eines Massenpunktes unter der Einwirkung einer Kraft oder um das Gleichgewicht von Kräften, die an einem und demselben Punkte angreifen. Wir können uns nun denken, daß eine Kraft an einem

Punkte eines ausgedehnten festen Körpers angreift, oder daß mehrere Kräfte an verschiedenen Punkten eines festen Körpers angreifen, und es entsteht die Frage, welche Bewegung der Körper annimmt und unter welchen Umständen er in Ruhe bleibt, also die Kräfte an dem festen Körper sich das Gleichgewicht halten. Dabei ist zu beachten, daß ein ausgedehnter Körper nicht bloß eine fortschreitende, sondern auch eine drehende Bewegung ausführen kann. Wir stellen das Gleichgewichtsproblem voran und untersuchen zunächst den Fall, daß zwei Kräfte an verschiedenen Punkten eines festen Körpers angreifen. Die Erfahrung lehrt uns, daß der Körper keinerlei Bewegung annimmt, wenn die Richtungen der beiden Kräfte in die Verbindungslinie der beiden Angriffspunkte fallen und einander entgegengesetzt und die Kräfte einander gleich sind. Der feste Körper überträgt also Zug oder Druck der einen Kraft von ihrem Angriffspunkte in der Richtung, in der die Kraft wirkt, bis zum Angriffspunkte der anderen Kraft. Wie diese Übertragung zustande kommt, nimmt man wahr, wenn man als festen Körper eine Spiralfeder oder ein Stück elastischen Gummis nimmt. Man sieht dann, daß der Körper durch die beiden sich das Gleichgewicht haltenden Kräfte je nach deren Richtung auseinandergezogen oder zusammengedrückt wird. Durch diese Gestaltsänderungen entstehen im Innern des Körpers Spannungen, elastische Kräfte, die zwischen den aus ihrer natürlichen Lage verschobenen Teilchen wirksam sind; sie sind um so größer, je größer die Gestaltsänderungen sind, und diese letzteren werden unter dem Einfluß der äußeren Kräfte gerade so groß, daß die dadurch geweckten inneren Spannungen den äußeren Kräften an ihren Angriffspunkten das Gleichgewicht halten. Wir werden diese Erscheinungen später ausführlich besprechen. Da in den meisten Fällen die auftretenden Gestaltsänderungen so gering sind, daß sie sich unserer unmittelbaren Wahrnehmung entziehen, so genügt es für die folgenden Betrachtungen, wenn wir die Körper als vollkommen starr ansehen, und ihnen auf Grund des beschriebenen Verhaltens die Eigenschaft zuschreiben, die Wirkung einer Kraft von ihrem Angriffspunkte auf einen anderen in ihrer Richtung gelegenen Punkt zu übertragen.

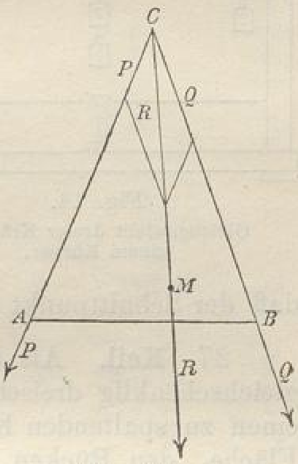

Fig. 13.
Kräfte an zwei Punkten.

Nehmen wir z. B. den Fall, daß die beiden Kräfte P und Q (Fig. 13), die in den Punkten A und B eines starren Körpers angreifen, zwar in einer Ebene liegen, aber mit der Geraden AB beliebige Winkel bilden, so brauchen wir nur die Richtungen der Kräfte zu verlängern bis zu ihrem Schnittpunkte C und hier das Kräfteparallelogramm zu konstruieren. Die Diagonale gibt nach Größe und Richtung die

Resultante der beiden Kräfte, und wir können den beiden Kräften das Gleichgewicht halten durch eine dritte Kraft, welche der Resultante R gleich und entgegengerichtet ist und in irgendeinem Punkte auf der Geraden RR an dem festen Körper angreift. Drei in einer Ebene liegende Kräfte, die an verschiedenen Punkten eines festen Körpers angreifen, halten sich also das Gleichgewicht, wenn ihre Richtungen durch einen Punkt hindurchgehen, und jede der Resultante der beiden anderen gleich und entgegengesetzt ist. An dem für das Kräfteparallelogramm benutzten Apparate kann man auch diese Beziehung leicht veranschaulichen, indem man die drei die Gewichte tragenden Fäden an drei Punkten einer beliebig gestalteten Kartonscheibe befestigt (Fig. 14). Die Fäden haben dann die gleichen Richtungen wie in Fig. 7, und ihre durch Striche auf der Kartonscheibe dargestellten Verlängerungen schneiden sich in einem Punkte. Es ist dabei übrigens nicht erforderlich, daß der Schnittpunkt der drei Richtungen innerhalb des Körpers liegt.

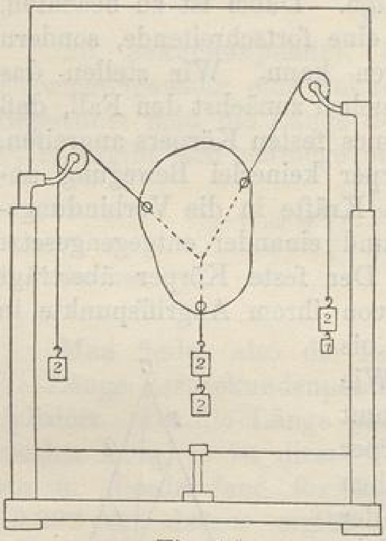

Fig. 14.
Gleichgewicht dreier Kräfte an einem Körper.

27. **Keil.** Als weiteres Beispiel diene der Keil (Fig. 15), ein gleichschenklig dreiseitiges Prisma, das mit seiner scharfen Kante in einen zu spaltenden Körper eindringt, wenn auf die gegenüberliegende Fläche, den Rücken des Keils, eine genügende Kraft wirkt. Der Widerstand des zu spaltenden Körpers gegen das Eindringen des Keils äußert sich dadurch, daß senkrecht und symmetrisch zu dessen Seitenflächen zwei gleiche Kräfte P wirken. Um diese zu einer Mittelkraft R zu vereinigen, denken wir uns jede in ihrer Richtung verschoben und in dem Punkte angebracht, wo sich (auf der Mittellinie des gleichschenkligen Querschnitts des Keils) ihre verlängerten Richtungen treffen. Konstruiert man über den so verschobenen Kräften P das Parallelogramm $a\,b\,c\,b'$, so stellt dessen Diagonale $a\,c$ die Kraft R vor, mit welcher, wenn von der Reibung abgesehen wird, der Keil aus dem Körper gleichsam hinausgequetscht würde, wenn man ihr nicht durch eine gleiche in entgegengesetzter Richtung auf den Rücken des Keils wirkende Kraft das Gleichgewicht hielte. Nun ist ersichtlich das Dreieck $a\,b\,c$ dem Dreieck $A\,B\,C$, welches den Grundriß des Keils darstellt, ähnlich, und es ergibt sich:

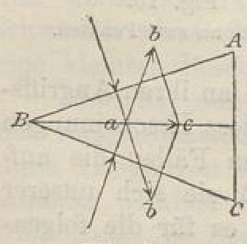

Fig. 15.
Keil.

$$R : P = A\,C : A\,B,$$