



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Experimentalphysik

Lommel, Eugen von

Leipzig, 1908

28. Moment der Kraft. Hebel

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83789](#)

d. h. die Kraft, welche den Keil senkrecht auf seinen Rücken wirkend im Gleichgewicht hält, verhält sich zu dem Widerstand, den er erleidet, wie der Rücken des Keils zu seiner Seite. Je schmäler also der Rücken des Keils im Vergleich zur Seite ist, d. h. je schärfer der Keil zuläuft, desto geringere Kraft ist nötig, um ihn in den zu spaltenden Körper einzutreiben. Viele unserer schneidenden Werkzeuge, Messer, Beile, Hobel, Meißel usw., sind nichts anderes als Keile.

28. Moment der Kraft. Hebel. In dem oben behandelten Fall des Gleichgewichtes dreier Kräfte an einem Körper kann man die dritte Kraft dadurch entbehrlich machen, daß man den Körper in einem Punkte der Resultante R befestigt, etwa indem man eine horizontale Achse durch die Kartonscheibe hindurchsteckt. Der Körper kann alsdann keine fortschreitende, sondern nur eine drehende Bewegung um diese Achse ausführen. Jede Kraft, deren Richtung durch die Achse geht, wird durch deren Festigkeit aufgehoben; jede Kraft, die an der Achse vorbeigeht, wird den Körper zu drehen suchen. Die beiden Kräfte P und Q (Fig. 13) werden den Körper nicht drehen, werden also im Gleichgewicht sein, wenn ihre Resultante durch den festen Punkt M hindurchgeht. Diese Bedingung läßt sich in einer einfachen Formel ausdrücken.

Verbindet man den Punkt M (Fig. 16) mit den Ecken D und E des zur Auffindung der Mittelkraft R gezeichneten Parallelogramms $CDFE$, und fällt von M aus die Senkrechten a und b auf die Richtungen der Seitenkräfte P und Q , so sind die auf gemeinschaftlicher Grundlinie MC mit gleichen Höhen h stehenden Dreiecke MDC und MEC flächengleich. Die doppelten Flächen dieser Dreiecke werden aber auch ausgedrückt durch die Produkte Pa und Qb . Es muß also, wenn die Resultante durch die feste Achse geht und demnach keine Drehung stattfindet, $Pa = Qb$ sein. Das Produkt einer Kraft mit der von einem Punkt auf ihre Richtung gefällten Senkrechten heißt das (statische) Moment der Kraft in Beziehung auf diesen Punkt; es ist ein Maß für das von der Kraft ausgeübte Drehungsbestreben. Der Körper befindet sich demnach im Gleichgewicht, wenn die Momente der beiden Kräfte einander gleich ($Pa = Qb$) sind, oder wenn das Moment der Resultante gleich Null ist. Gingt die Achse durch einen anderen Punkt M' in der Entfernung r seitwärts von der Mittelkraft R , so würde Drehung um M' mit dem Momente Rr eintreten.

Die Bedingung $Pa = Qb$ genügt für das Gleichgewicht an dem drehbaren Körper, gleichviel welche Lage die Kräfte P und Q in der Ebene der Zeichnung haben, wenn sie nur in den Abständen

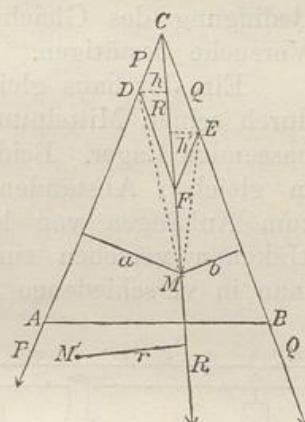


Fig. 16.
Moment.

a und *b* an dem Drehpunkte *M* vorbeigehen. Wir können uns die Kraft so verschoben denken, daß die Strecken *a* und *b* ihrer Vertikalabstände in eine Gerade fallen; dann sind die Kräfte *P* und *Q* einander

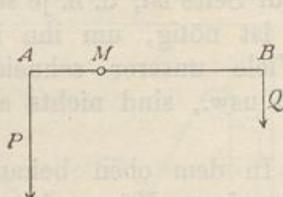


Fig. 17.
Hebel.

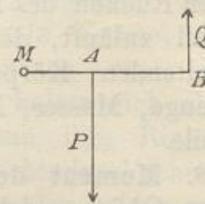


Fig. 18.
Hebel.

parallel, entweder gleichgerichtet, wie in Fig. 17, oder entgegengesetzt gerichtet, wie in Fig. 18.

Daß auch in diesen Fällen die Gleichheit der Momente die Bedingung des Gleichgewichtes ist, läßt sich durch sehr einfache Versuche bestätigen.

Ein durchaus gleich dicker Metallstab (Fig. 19) ruht mit einer durch seinen Mittelpunkt gehenden Achse leicht drehbar auf einem passenden Lager. Beiderseits vom Mittelpunkt *O* sind an dem Stabe in gleichen Abständen 1, 1', 2, 2', 3, 3' usw. Stifte angebracht zum Anhängen von kleinen Gewichten, die oben und unten mit Hükchen versehen sind. Man untersucht nun, was für Gewichte man in verschiedenen Abständen auf beiden Seiten anbringen kann,

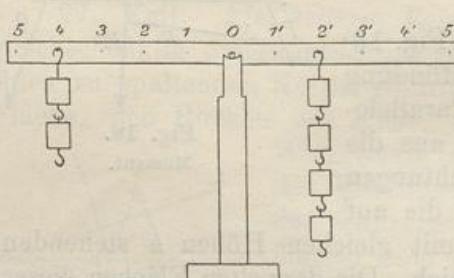


Fig. 19.
Apparat für das Hebelgesetz.

ohne daß der Metallstab gedreht wird, und findet z. B., daß zwei Gewichten im Abstande 4 auf der linken Seite vier Gewichte im Abstande 2' auf der rechten Seite das Gleichgewicht halten, oder einem Gewicht in 5 fünf Gewichte in 1' usw. Will man aber den Fall der entgegengesetzten Kräfte verwirklichen, so kann man den Zug der Gewichte nach unten mit Hilfe eines Fadens und einer

an einem Stativ befestigten Rolle in einen Zug nach oben verwandeln und die Versuche in der Weise ausführen, wie es in Fig. 20 dargestellt ist.

Einen jeden um eine feste Achse drehbaren Körper, an welchem in Ebenen senkrecht zur Achse Kräfte wirken, nennt man einen Hebel, und bezeichnet als Hebelarm jeder Kraft ihren senkrechten Abstand von der Drehungsachse. Den einfachsten Fall eines Hebels haben wir in der soeben benutzten geraden unbiegsamen Stange, die um einen ihrer Punkte drehbar ist, und an der zwei parallele Kräfte in verschiedenen Punkten senkrecht angreifen. Man bezeichnet einen solchen Hebel als einen zweizärmigen, wenn die Kräfte auf ver-

schiedenen Seiten des Drehpunktes an der Stange angreifen, wie in Fig. 17 und 19, als einen einarmigen, wenn die Angriffspunkte der Kräfte auf derselben Seite des Drehpunktes liegen, wie in Fig. 18 und 20. Immer befindet sich der Hebel im Gleichgewicht, wenn die Produkte aus Kraft und Hebelarm beiderseits einander gleich sind, oder, was dasselbe ist, wenn die Kräfte im umgekehrten Verhältnis ihrer Hebelarme stehen. Dabei ist zu beachten, daß im Falle des zweiarmligen Hebels die Kräfte gleichgerichtet, im Falle des einarmigen Hebels entgegengesetzt gerichtet sein müssen. Ein gleicharmiger Hebel ist im Gleichgewicht, wenn die beiden Kräfte einander gleich sind (Wage).

Vermittelst des Hebels kann eine große Last durch eine kleine Kraft im Gleichgewicht gehalten und, bei geringer Vermehrung der Kraft, gehoben werden, wenn man den Hebelarm der Kraft so viel mal länger nimmt als denjenigen der Last, wie diese größer ist als die Kraft. Ein einfaches Beispiel bietet das Hebeeisen; um einen schweren Steinblock von der Stelle zu rücken, schiebt der Arbeiter das eine Ende der eisernen Stange unter den Block, legt nahe diesem Ende als Stützpunkt einen Stein unter und lüpft nun, indem er mit seiner Muskelkraft den langen Arm des so geschaffenen Hebels niederdrückt, den auf dem kurzen Hebelarm lastenden Steinblock. Eine bekannte Anwendung des einarmigen Hebels ist z. B. der Schiebkarren; der Drehpunkt ist die Achse des Rades, die an den Griffen aufwärts ziehende Muskelkraft des Kärrners hält die auf den Karren geladene, in kleinerer Entfernung vom Drehpunkt abwärts ziehende Last in der Schwebe und vermag sie nun mit Hilfe des Rades (welches übrigens auf die Hebelwirkung keinen Einfluß übt) fortzubewegen.

Hebel von den verschiedensten Formen finden im täglichen Leben häufige Anwendung; die eiserne Klinke z. B., an welcher die Drähte eines Klingelzuges befestigt sind, und welche dazu dient, den lotrechten Zug der Hand in einen wagerechten Zug an der Glocke umzusetzen, ist nichts anderes als ein Winkelhebel, dessen Hebelarme einen rechten Winkel miteinander bilden. Jeder Schlüssel ist ein um seine Längsachse drehbarer Hebel; der Bart stellt den einen, der Griff den anderen Hebelarm dar. Scheren, Zangen, Nußknacker sind Verbindungen von je zwei Hebelen usw.

Auch das Rad an der Welle (Wellrad) ist nichts anderes als

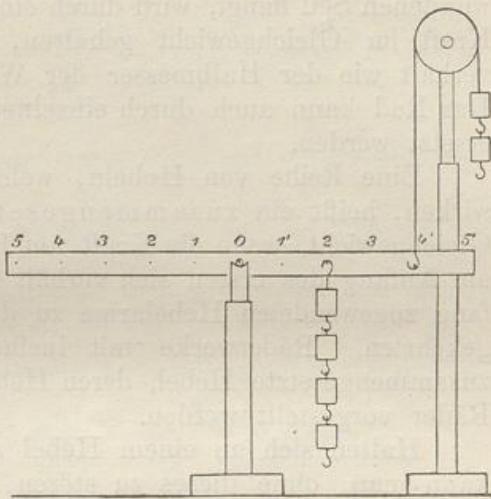


Fig. 20.
Apparat für das Hebelgesetz.

ein Hebel, gebildet aus einer um ihre Achse drehbaren Walze (Welle), auf welche eine kreisförmige Scheibe von größerem Durchmesser (das Rad) aufgesetzt ist. Eine Last, welche an einem um die Welle gewundenen Seil hängt, wird durch eine am Umfang des Rades wirkende Kraft im Gleichgewicht gehalten, wenn sich die Kraft zur Last verhält wie der Halbmesser der Welle zum Halbmesser des Rades. Das Rad kann auch durch einzelne Speichen oder durch eine Kurbel ersetzt werden.

Eine Reihe von Hebelen, welche mit ihren Enden aufeinander wirken, heißt ein zusammengesetzter Hebel; er befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Kraft am Ende des letzten Hebels zur Kraft am Anfang des ersten sich verhält wie das Produkt aller diesem Anfang zugewendeten Hebelarme zu dem Produkt aller jenem Ende zugekehrten. Räderwerke mit ineinandergreifenden Zahnrädern sind zusammengesetzte Hebel, deren Hebelarme durch die Halbmesser der Räder vorgestellt werden.

Halten sich an einem Hebel zwei Kräfte das Gleichgewicht, so kann man, ohne dieses zu stören, die eine der Kräfte durch eine andere mit anderem Angriffspunkt ersetzen, wenn nur die neue Kraft sich zu der ursprünglichen verhält, wie deren Hebelarm zu dem neuen Hebelarm. Diese Überlegung kann man benutzen, um mehrere Kräfte, P_1, P_2, P_3 , die in verschiedenen Punkten eines Hebels mit den Hebelarmen a_1, a_2, a_3 angreifen, durch andere Kräfte P'_1, P'_2, P'_3 zu ersetzen, die alle an demselben Punkte, mit dem gleichen Hebelarm a wirken. Diese Kräfte müssen dann so gewählt werden, daß

$$P_1 a_1 = P'_1 a, \quad P_2 a_2 = P'_2 a, \quad P_3 a_3 = P'_3 a$$

ist. Bezeichnet man die Summe der Ersatzkräfte $P'_1 + P'_2 + P'_3$ mit P , so besteht die Beziehung

$$P_1 a_1 + P_2 a_2 + P_3 a_3 = Pa.$$

Mehrere Kräfte an einem Hebel lassen sich also in bezug auf ihr Drehungsbestreben durch eine einzige Kraft ersetzen, wenn diese mit ihrem Angriffspunkte so gewählt wird, daß ihr statisches Moment gleich der Summe der statischen Momente der gegebenen Kräfte ist. Diese Summierung kann auch auf entgegengesetzt drehende Kräfte angewandt werden, wenn man die in einem Sinne drehende Kraft mit positivem, die im anderen Sinne drehende mit negativem Vorzeichen in die Rechnung einführt. Halten sich die Kräfte, die man sich in dieser Weise durch eine einzige Kraft ersetzt denkt, das Gleichgewicht, so ist das resultierende statische Moment offenbar gleich Null. Die allgemeine Gleichgewichtsbedingung für beliebig viele Kräfte, die an einem um eine feste Achse drehbaren Körper in Ebenen senkrecht zur Achse angreifen, läßt sich also folgendermaßen aussprechen: Der Hebel ist im Gleichgewicht, wenn die Summe aller Momente, oder die Summe der Produkte aller Kräfte mit ihren Hebelarmen Null ist.