Lehrbuch der Experimentalphysik

Lommel, Eugen von

Leipzig, 1908

41. Zentrifugalkraft

urn:nbn:de:hbz:466:1-83789

Bezeichnen wir mit c die zugehörige Beschleunigung, so ist der während der Zeit τ zurückgelegte Weg:

$$A\,C = \tfrac{1}{2}\,c\,\tau^2.$$

Es ergibt sich also durch Gleichsetzung des Wertes mit dem vorigen die Zentripetalbeschleunigung:

$$c = \frac{v^2}{r}.$$

Die Zentripetalkraft C selbst wird erhalten, wenn man die Beschleunigung c mit der Masse m des bewegten Punktes multipliziert; es ist also:

$$C = \frac{m\,v^2}{r}.$$

Die Zentripetalkraft steht also im geraden Verhältnis zur Masse und zum Quadrate der Geschwindigkeit des bewegten Körpers und im umgekehrten Verhältnis zum Halbmesser der Bahn.

Dieser Satz, welcher sich aus der Betrachtung der gleichförmigen Bewegung in kreisförmiger Bahn ergab, gilt übrigens für jede beliebige krummlinige Bewegung. Denn für jeden Punkt einer krummen Linie läßt sich ein Kreis (der Krümmungskreis) angeben, dessen Umfang sich der Kurve in diesem Punkte aufs innigste anschmiegt, so daß der Massenpunkt, indem er diese Stelle seiner Bahn passiert, eine sehr kurze Zeit lang auf diesem Kreise sich bewegt. Bei beliebig krummliniger Bahn hat man daher in obigem Ausdruck statt des unveränderlichen Halbmessers r den von Punkt zu Punkt veränderlichen Krümmungshalbmesser ϱ zu setzen. Der Quotient $1/\varrho$ ist das Maß für die Krümmung der Kurve.

Bei gleichförmiger Kreisbewegung gibt man gewöhnlich statt der Geschwindigkeit v die Umlaufszeit T (in Sekunden) an, d. h. die Zeit, die der Körper gebraucht, um den ganzen Kreisumfang $2\pi r$ zurückzulegen; alsdann ist $v = 2\pi r/T$. Setzt man diesen Wert in den Ausdruck C ein, so ergibt sich:

$$C = \frac{4\pi^2\,m\,r}{T^2}.$$

man kann daher auch sagen: Die Zentripetalkraft, die eine gleichförmige Kreisbewegung unterhält, ist der Masse unp dem Halbmesser direkt, dem Quadrate der Umlaufszeit umgekehrt proportional.

41. **Zentrifugalkraft.** Bei der betrachteten Kreisbewegung leistet die Zentripetalkraft keinerlei Arbeit, da sich ja die bewegte Masse niemals in Richtung dieser Kraft bewegt. Die Zentripetalkraft dient vielmehr nur dazu, dem Widerstand der Masse gegen die dauernde Ablenkung aus der geradlinigen Bahn das Gleichgewicht zu halten. Dieser Trägheitswiderstand erscheint als eine Kraft, die der Zentripetalkraft gleich und entgegengerichtet ist. Man nennt

sie Zentrifugalkraft, Flieh- oder Schwungkraft. Wenn z. B. eine Lokomotive auf gekrümmter Bahn dahinfährt, so hat sie vermöge der Trägheit das Bestreben, entlang der Berührungslinie AB (Fig. 41) der Bahn geradeaus zu gehen und eine Richtung einzuschlagen, welche sie von dem Krümmungsmittelpunkt O der Bahnkurve entfernen würde; dieses Bestreben äußert sich durch einen Druck AC, welchen die Lokomotive vermittelst der Radkränze nach außen hin, von dem Mittelpunkte weg, auf die äußere Schiene ausübt; dies ist die Zentrifugalkraft. Ihr wirkt von seiten der unnachgiebigen Schienen eine gleichgroße nach innen (dem Mittelpunkt zu) gerichtete Kraft AD entgegen, welche als Zentripetalkraft die Lokomotive zwingt, auf der Kurve zu bleiben. Wird ein am Ende einer Schnur befestigter oder in eine Schleuder gelegter Stein rasch im Kreis herumgeschwungen, so erleidet die Schnur eine Spannung, welche als Zentripetalkraft nach einwärts wirkend, den Stein nötigt, von der geradlinigen Bewegung abzuweichen und eine Kreislinie zu beschreiben, und als Zentrifugalkraft nach außen hin einen Zug auf die Hand ausübt, welche das andere Ende der Schnur festhält. Wird nun der Faden plötzlich durchgeschnitten, oder läßt man das eine Schnurende der Schleuder los, so hört mit der Zentripetalkraft auch die Zentrifugalkraft plötzlich auf, und der Stein fliegt nun, der Trägheit gehorchend, in der Richtung der Tangente davon mit der Geschwindigkeit, die er im Augenblick des Loslassens gerade besaß. Wenn Mühlsteine, Schleifsteine, Schwungräder mit zu großer Geschwindigkeit sich um ihre Achse drehen, so kann die Zentrifugalkraft selbst das Zerreißen derselben herbeiführen, so daß die in tangentialer Richtung fortgeschleuderten Stücke bisweilen großes Unheil anrichten. In der Zentrifugaltrockenmaschine (Zentrifuge) wird von diesem Verhalten eine nützliche Anwendung gemacht zum Trocknen der Wäsche, zum Gewinnen des Saftes aus zerriebenen Runkelrüben, zum Reinigen der Kristalle von ihrer Mutterlauge usw. Sehr anschaulich tritt die Wirkung der Zentrifugalkraft auch hervor, wenn man ein mit Wasser gefülltes Trinkglas, an einer Schnur befestigt, wie eine Schleuder im Kreise herumschwingt; auch in dem höchsten Punkte der Kreisbahn, wo die Öffnung des Glases nach unten gekehrt ist, fließt das Wasser

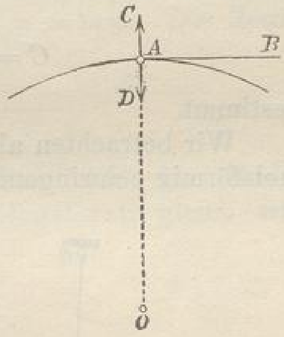

Fig. 41.
Zentrifugalkraft.

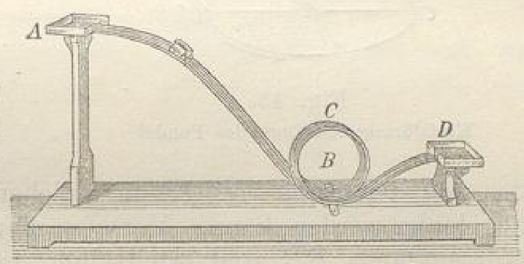

Fig. 42.
Zentrifugalbahn.

nicht aus, weil es von der Schwungkraft, welche hier der Schwere entgegenwirkt, daran gehindert wird. Ähnliches beobachtet man bei der Zentrifugalbahn (Fig. 42); ein kleiner Wagen, welcher, von der Plattform A herabkommend, bei B die der vertikalen Fallhöhe AB entsprechende Geschwindigkeit besitzt, durchläuft die kreisförmige Schlinge BC der Schienenbahn, bei C mit den Rädern nach oben, um schließlich auf der Plattform D anzulangen.

Da die Zentrifugalkraft der Zentripetalkraft stets gleich ist, so wird ihre Größe durch dieselben Ausdrücke

$$C = \frac{m v^2}{r} \quad \text{und} \quad C = \frac{4 \pi^2 m r}{T^2}$$

bestimmt.

Wir betrachten als Beispiel für die Anwendung dieser Formel ein kreisförmig schwingendes Pendel (Fig. 43). OB sei ein Fadenpendel,

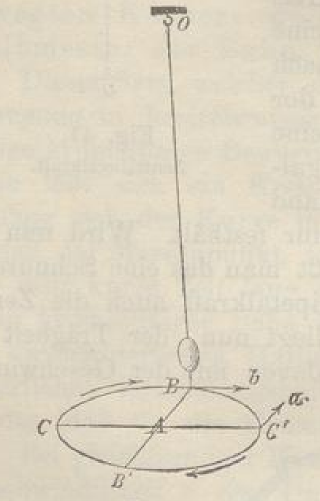

Fig. 43.
Kreisförmig schwingendes Pendel.

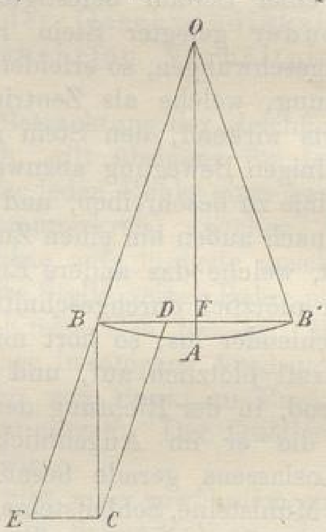

Fig. 44.
Konisches Pendel.

das aus der Ruhelage OA in gleicher Weise nach allen Richtungen abgelenkt werden kann. Versetzt man den Pendelkörper in Schwingungen längs BB' und erteilt ihm, sobald er seine äußerste Lage B erreicht hat, in der zu BA senkrechten Richtung Bb einen Stoß, dsr ihn, falls er sich nur in dieser Richtung bewegen könnte, ebensoweit von B nach seitwärts treiben würde, wie er im Augenblick des Stoßes von der Gleichgewichtslage A entfernt war, so beschreibt der Pendelkörper mit gleichförmiger Geschwindigkeit einen Kreis $BC'B'CB$ in der Richtung der Pfeile. Man erkennt hieraus, daß diese kreisförmige Bewegung als zusammengesetzt angesehen werden kann aus zwei gleichzeitig bestehenden, zueinander senkrechten geradlinig schwingenden Bewegungen längs BB' und längs CC', und umgekehrt in diese beiden zerlegt gedacht werden kann. Die Umlaufszeit dieses konischen Pendels können wir leicht berechnen.

Die Zentripetalkraft, welche den Pendelkörper unausgesetzt gegen den Mittelpunkt F der Kreisbahn (Fig. 44) hinzieht, ist nichts anderes als die Komponente BD der Schwerkraft, die wir erhalten, wenn wir uns über BC als Diagonale ein Parallelogramm $BDCE$ konstruieren, dessen eine Seite in die Richtung des Fadens, dessen andere Seite in die Richtung des Kreisradius BF fällt. Dann ist $BD/p = BF/OF$ oder $BD = p \cdot r/h$, wenn p das Gewicht des Pendelkörpers, h die Höhe OF des Kegels und r den Radius der Kreisbahn bedeutet. Ist m die Masse des Pendelkörpers und g die Beschleunigung des freien Falles, so hat man $p = mg$. Die Zentripetalkraft wird also ausgedrückt durch

$$C = \frac{gm}{h} r.$$

Dieser Ausdruck muß dem aus der Umlaufszeit und dem Radius der Bahn folgenden Ausdruck für die Zentrifugalkraft gleich sein; man hat also

$$\frac{mg}{h} r = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

oder

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}.$$

Die Umlaufszeit des konischen Pendels ist also um so kleiner, je geringer die Höhe des Kegels, d. h. je weiter das Pendel aus seiner Ruhelage emporgehoben ist, wie man dies an einem Körper, den man an einem Faden im Kreise herumzuschwingen versucht, unmittelbar wahrnimmt.

Zum Nachweis der Zentrifugalkraft und ihrer Gesetze bedient man sich der Zentrifugal- oder Schwungmaschine.

Zwei Räder mit parallelen Achsen (Fig. 45), ein größeres, das Schwungrad, und ein kleineres, dessen Achse zum Aufstecken verschiedener Versuchsvorrichtungen eingerichtet ist, sind durch eine um ihre ausgehöhlten Umfänge gelegte Schnur (oder einen Riemen) ohne Ende miteinander verbunden, so daß sich, wenn das große Rad mittels einer Kurbel umgedreht wird, die Achse des kleinen Rades mit sovielmal größerer Geschwindigkeit dreht, als der Umfang (oder der Halbmesser) des großen Rades größer ist als der des kleinen. Es werde z. B. auf die Achse ein Holzrähmchen aufgesetzt, in welchem ein wagerechter Metalldraht ausgespannt ist; auf diesem sind zwei durchbohrte Metallkugeln, die durch eine Schnur miteinander verbunden sind, leicht verschiebbar; befinden sich die beiden Kugeln auf verschiedenen Seiten der Achse, so werden sie bei der

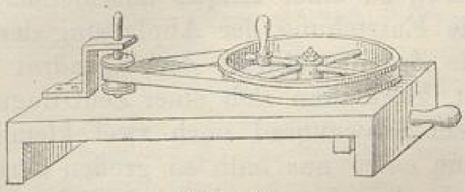

Fig. 45.
Zentrifugalmaschine.

Umdrehung vermöge der Zentrifugalkraft auseinanderfahren, und diejenige Kugel, deren Zentrifugalkraft die größere ist, wird die andere nach sich ziehen; man findet nun leicht eine solche Stellung der Kugeln diesseits und jenseits der Achse, daß bei der Umdrehung die Kugeln in Ruhe bleiben, indem ihre Zentrifugalkräfte sich das Gleichgewicht halten; dies tritt ein, wenn ihre Entfernungen von der Drehungsachse sich umgekehrt verhalten wie ihre Massen, oder wenn die Produkte aus den Massen und den Halbmessern der durchlaufenen Kreise für beide Kugeln gleich sind. Bei gleicher Umlaufszeit verhalten sich also die Zentrifugalkräfte wie die Massen und wie die Halbmesser der Kreisbahnen. Wird ferner auf die Achse der Zentrifugalmaschine eine lotrechte Welle aufgesteckt, an der zwei Kugeln an Drähten, die sich oben in Scharnieren drehen, pendelartig herabhängen, so entfernen sich die Kugeln bei wachsender Umdrehungsgeschwindigkeit immer mehr von der Achse und heben ein längs der Achse verschiebbares Gewicht; diese Einrichtung findet als Zentrifugalregulator bei Dampfmaschinen praktische Verwertung. — Wird eine hohle Glaskugel (Fig. 46), welche teilweise Quecksilber, teilweise gefärbtes Wasser enthält, mittels der Maschine um ihre vertikale Achse rasch gedreht, so erlangt das Quecksilber infolge seiner größeren Masse auch größere Zentrifugalkraft, entfernt sich weiter von der Achse als das Wasser, und bildet am Äquator der Kugel einen glänzenden Streifen, über den oben und unten eine Zone des weiter innen gebliebenen Wassers hervorragt. — Ein elastischer Metallreif, der auf eine lotrechte Welle lose aufgesteckt ist, so daß diese als sein senkrechter Durchmesser erscheint, wird durch die Zentrifugalkraft, welche an den von der Achse am weitesten entfernten Endpunkten seines wagerechten Durchmessers am stärksten wirkt, zu einer Ellipse auseinandergezogen und versinnlicht dadurch die Entstehung der Abplattung der Erde. — Um nachzuweisen, daß die Zentrifugalkraft dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional ist, kann man sich einer Zentrifugalmaschine bedienen, welche nebst dem Schwungrad noch zwei kleinere Räder besitzt, von denen das eine einen nur halb so großen Durchmesser hat wie das andere und sich daher, von dem nämlichen Schnurlauf getrieben, doppelt so schnell dreht. Auf jede der beiden Achsen setzt man einen Rahmen mit einem horizontalen Draht, auf welchem eine durchbohrte Kugel gleitet; an der Kugel ist ein Faden befestigt, welcher über zwei Röllchen geführt ist, die übereinander an einem kleinen Galgen angebracht sind, der sich in der Mitte des Rahmens erhebt; das von der oberen Rolle herabhängende Schnurende trägt eine zur Aufnahme von Gewichten bestimmte Platte, welche von den Pfosten des Galgens senkrecht geführt wird. Die beiden Rahmen sind in allen ihren Teilen vollkommen gleich. Beide Platten werden nun, wenn man

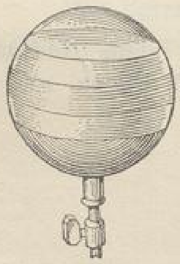

Fig. 46.
Zur Zentrifugalmaschine.

die Maschine in Umdrehung versetzt, durch die an den Fäden ziehenden Zentrifugalkräfte **gleichzeitig** gehoben, wenn die mit **doppelter** Geschwindigkeit umlaufende mit einem **viermal** so großen Gewicht belastet ist.

Aus dem Versuch mit den beiden Kugeln folgt, daß die Drehungsachse durch den Schwerpunkt gehen muß, wenn die Fliehkräfte der Masse sich das Gleichgewicht halten sollen. Doch ist das nicht für jede beliebige durch den Schwerpunkt gehende Achse der Fall. Hängt man einen zylindrischen Stab aus Holz oder Metall mittels eines Fadens an das untere Ende der Zentrifugalmaschine, so rotiert er zwar anfangs um die vertikal stehende Zylinderachse (Fig. 47 *A*), bei der geringsten zufälligen Abweichung aus dieser Lage entsteht aber durch die Zentrifugalkräfte, welche die Masse des Körpers soweit als möglich von der Achse zu entfernen streben, ein Kräftepaar, wodurch das Stäbchen endlich in die horizontale Lage *B* übergeführt wird. In diese **stabile** Lage, zu deren Herstellung die Zentrifugalkräfte die größtmögliche Arbeit geleistet haben, kehrt das Stäbchen nach etwaiger Störung von selbst wieder zurück. Ebenso stellt sich ein an dem Faden hängender Ring, der anfangs um seinen vertikalen Durchmesser gedreht wird, in eine horizontale Ebene ein.

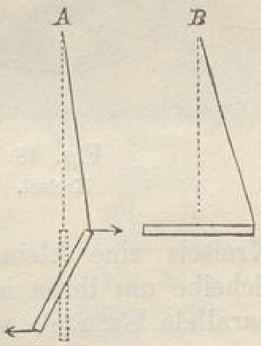

Fig. 47.
Rotierendes Stäbchen.

Die durch die tägliche Umdrehung der Erde erzeugte Zentrifugalkraft ist an jedem Ort senkrecht zur Erdachse und von dieser weggerichtet; da für alle Punkte der Erdoberfläche die Umlaufszeit die nämliche ist, so ist die Zentrifugalkraft an jedem Ort dem Halbmesser des Kreises proportional, den der Ort während der täglichen Umdrehung beschreibt, d. h. des Parallelkreises. Am Äquator, wo sie der Schwerkraft gerade entgegenwirkt, ist sie am größten und beträgt $^1/_{289}$ der Schwerkraft.

42. **Kreiselbewegung.** Ist die Masse eines starren Körpers, der sich um eine Achse dreht, rings um die Achse gleichmäßig verteilt, so wirkt auf diese keine aus der Drehung entspringende Kraft, da ja die Schwungkraft eines jeden Massenteilchens durch die gleiche und entgegengesetzte Schwungkraft des gerade gegenüberliegenden Massenteilchens aufgehoben wird; in diesem Falle wird die Achse eine **freie** Achse genannt. Da jedes um eine freie Achse kreisende Massenteilchen vermöge der Trägheit in seiner zur Achse senkrechten Drehungsebene zu verharren strebt, so zeigt infolgedessen auch die freie Achse das Bestreben, ihre Richtung im Raum zu bewahren, und setzt daher einer äußeren Kraft, welche sie aus dieser Richtung heraus bringen will, einen um so größeren Widerstand entgegen, je größer die Wucht der Drehungsbewegung ist. Daher kommt es, daß ein hinlänglich rasch sich drehender Kreisel nicht umfällt, selbst wenn seine Achse schief steht (Fig. 48), und daß