Lehrbuch der Experimentalphysik

Lommel, Eugen von

Leipzig, 1908

44. Zentralbewegung

urn:nbn:de:hbz:466:1-83789

nicht in derjenigen Richtung, in der die Luftdruckunterschiede in der Atmosphäre sie zu treiben suchen, sondern sie weicht von der Richtung, in der der Luftdruck am stärksten abnimmt, der sog. Richtung des Gradienten, stets auf der nördlichen Halbkugel nach rechts, auf der südlichen nach links um beträchtliche Winkel ab, wie man aus jeder Wetterkarte ersehen kann. Ein besonderer Fall sind die Passate, die als Nordost- bzw. Südostwinde wehen, während die treibende Kraft in Richtung der Meridiane wirkt. An ihnen ist der Einfluß der Erdrotation auf die Bewegungserscheinungen auf der Erde zuerst erkannt worden (Hadley, 1735).

Alle die hier beschriebenen Tatsachen und Beobachtungen sind ebensoviele Beweise für die Achsendrehung der Erde.

44. **Zentralbewegung.** Die in (40) behandelte kreisförmige Bewegung unter dem Einfluß einer Zentralkraft kommt nur dann zustande, wenn der Körper eine ganz bestimmte Geschwindigkeit senkrecht zur Richtung der Zentralkraft besitzt. Wir betrachten jetzt den allgemeinen Fall der Bewegung eines Körpers, der, nachdem ihm eine Anfangsgeschwindigkeit erteilt worden, der Einwirkung einer Zentralkraft überlassen wird, d. h. einer Kraft, die stets nach einem festen Mittelpunkte (Zentrum) hin gerichtet ist. Der Körper, der vermöge seiner Trägheit in der Richtung AB (Fig. 53) mit der ihm erteilten Anfangsgeschwindigkeit in gleichförmiger Bewegung fortzugehen bestrebt ist, wird durch die nach dem Mittelpunkte O wirkende Zentralkraft von der Linie AB abgezogen; ist AC die Strecke, um welche diese Kraft ihn dem Zentrum nähert in der Zeit, während welcher er vermöge der Trägheit von A bis B gelangen würde, so findet man den Ort D, welchen er nach dieser Zeit tatsächlich einnimmt, als Durchschnittspunkt der Linien CD und BD, die beziehungsweise parallel mit AB und AC gezogen werden. Der Weg, welchen der Körper von A bis D zurücklegt, ist eigentlich bogenförmig gekrümmt, fällt aber um so genauer mit der geraden Verbindungslinie AD zusammen, während eines je kleineren Zeitraumes wir die Bewegung betrachten. Nehmen wir daher diesen Zeitraum hinlänglich klein an (und wir können ihn uns ja so klein denken, wie wir immer wollen), so darf der Weg von A bis D als geradlinig angesehen werden. Während eines zweiten gleichgroßen Zeitteilchens würde nun der Körper vermöge seiner Trägheit unter Beibehaltung seiner in D vorhandenen Richtung und Geschwindigkeit die Strecke $DE = AD$ zurücklegen, wenn er nicht durch die von D nach O hin wirkende Kraft von der Linie DE um die Strecke DF abgezogen und nach dem Endpunkte G des Parallelogramms $DEGF$ zu gehen genötigt würde. Ebenso wird er während

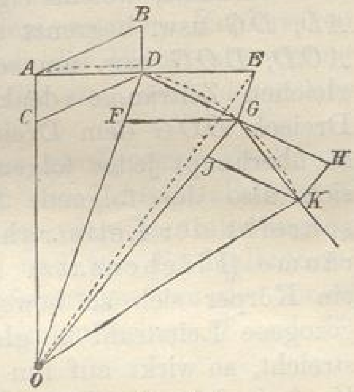

Fig. 53.
Zentralbewegung.

des dritten gleichgroßen Zeitteilchens statt die mit DG gleiche und gleichgerichtete Strecke GH infolge der Trägheit zu durchlaufen, nach dem Eckpunkte K des Parallelogramms $GHKI$ gelangen usw. Der Körper durchläuft also unter dem Einfluß der ihn unausgesetzt nach dem Zentrum O hinziehenden Kraft die krumme Linie $ADGK$, welcher sich die gebrochene Linie $ADGK$ um so mehr nähert, je kleiner wir die der Betrachtung zugrunde gelegten Zeitteilchen werden lassen. Die Bewegungsrichtung, welche der Körper in jedem Punkte seiner gekrümmten Bahn besitzt, wird offenbar angegeben durch die in diesem Punkte an die Bahn gelegte Berührungslinie (Tangente). Die geradlinige Bewegung, welche der Körper infolge des Beharrungsvermögens annehmen würde, wenn in irgendeinem Punkte seiner Bahn die Zentralkraft aufhörte zu wirken, nennt man daher auch seine Tangentialbewegung. Die vom Mittelpunkte O in jedem Augenblick nach dem bewegten Körper gezogen gedachte gerade Linie, nach welcher die Kraft wirkt, heißt der Leitstrahl oder Radiusvektor des Körpers. Während der Körper von A nach D übergeht, durchstreicht sein Leitstrahl den Flächenraum AOD, beim Übergange von D nach G den Flächenraum DOG usw. Diese Flächenräume, welche eigentlich von den krummlinigen Bahnstücken AD, DG usw. begrenzt sind, unterscheiden sich von den Dreiecken AOD, DOG usw. um so weniger, je kleiner wir uns die zugehörigen gleichen Zeiträume denken. Man erkennt nun leicht, daß das Dreieck DOG dem Dreieck AOD an Flächeninhalt gleich ist und so überhaupt jedes folgende Dreieck dem vorhergehenden. Es ergibt sich also der folgende Satz: bei jeder Zentralbewegung beschreibt der Leitstrahl in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume (Flächensatz). Dieser Satz gilt auch umgekehrt. Wenn ein Körper sich so bewegt, daß der von ihm nach einem Punkte gezogene Leitstrahl in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume durchstreicht, so wirkt auf ihn eine stets nach diesem Punkte hin gerichtete Kraft (welche im Falle einer geradlinigen gleichförmigen Bewegung null ist).

Ein Beispiel einer solchen Zentralbewegung ist das konische Pendel, das wir für den Spezialfall einer kreisförmigen Schwingung oben behandelt haben (41). Wohin wir auch das Pendel ablenken, immer wirkt eine Kraft auf den Pendelkörper, die nach dem Punkt A gerichtet ist, also eine Zentralkraft. Lenken wir das Pendel ab und geben ihm, indem wir es loslassen, einen Stoß in beliebiger Richtung, so beschreibt es im allgemeinen eine elliptisch gestaltete Kurve. Beschränken wir uns auf so kleine Ablenkungswinkel, daß wir die Abweichung des Bogens von der Tangente vernachlässigen können, so können wir die Kurve geradezu als eine Ellipse bezeichnen. Sie liegt so, daß der Punkt A mit dem Mittelpunkt zusammenfällt. Nach dem Flächensatz steigt während eines ganzen Umlaufs die Geschwindigkeit des Körpers zweimal bis zu einem Maximum (an den Enden der kleinen Achse) und sinkt zweimal zu einem Minimum (an den Endpunkten der großen Achse).

Für kleine Ablenkungswinkel ist die Größe der Zentripetalkraft, wie wir oben bereits gesehen haben, der Entfernung vom Punkte A direkt proportional. In einem solchen Falle, d. h. immer wenn die Zentralkraft wächst proportional dem Abstande vom Kraftzentrum, geht die Bewegung, die ein Körper unter ihrem Einflusse ausführt, in einer Ellipse vor sich, deren Mittelpunkt mit dem Kraftzentrum zusammenfällt.

45. **Keplers Gesetze der Planetenbewegung.** Eine andere Form von Zentralbewegung haben wir in den großartigen Beispielen vor uns, die uns die Planeten darbieten. Kepler entdeckte (1609 und 1618), gestützt auf die Beobachtungen von Tycho Brahe am Planeten Mars, für die Bewegung der Planeten um die Sonne folgende Gesetze: 1) Die Planetenbahnen sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht. 2) Der Leitstrahl, d. h. die Gerade, die den Planeten mit der Sonne verbindet, durchstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume. 3) Die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten verhalten sich wie die Würfel ihrer (mittleren) Entfernungen von der Sonne. Die Abweichung der elliptischen Bahnen von der Kreisform ist übrigens so gering, daß man die Bahnen annähernd als Kreise, in deren Mittelpunkt die Sonne steht, ansehen kann.

46. **Allgemeine Gravitation.** Aus dem zweiten Keplerschen Gesetz folgt vermöge des Flächensatzes, daß die Planetenbewegung durch eine Zentripetalkraft bestimmt wird, die stets nach der Sonne gerichtet ist.

Da die Planetenbahnen mit sehr großer Annäherung als Kreise angesehen werden können, so müssen sich die Zentripetalkräfte (C und C') zweier Planeten nach den Gesetzen der Zentralbewegung (40) verhalten wie ihre Massen (m und m') und wie die Halbmesser (r und r') ihrer Bahnen (d. h. wie ihre Entfernungen von der Sonne) und umgekehrt wie die Quadrate ihrer Umlaufszeiten (T und T'). Man hat also:

$$C : C' = \frac{m r}{T^2} : \frac{m' r'}{T'^2}.$$

Da aber nach dem dritten Keplerschen Gesetz die Quadrate der Umlaufszeiten sich verhalten wie die Würfel der Entfernungen, oder da $T^2 : T'^2 := r^3 : r'^3$, so folgt:

$$C : C' = \frac{m}{r^2} : \frac{m'}{r'^2},$$

d. h. die Zentripetalkräfte verhalten sich wie die Massen und umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen von der Sonne, oder jeder Planet wird von der Sonne mit einer Kraft angezogen, welche im geraden Verhältnis zu seiner Masse und im umgekehrten Verhältnis zum Quadrat seiner Entfernung steht (Newton, 1686).

Wenn die Zentralkraft abnimmt mit dem umgekehrten Quadrat der Entfernung, so vollzieht sich die Bewegung eines Körpers unter ihrem Einfluß im allgemeinen auf einem Kegelschnitt (Ellipse,