Lehrbuch der Experimentalphysik

Lommel, Eugen von

Leipzig, 1908

167. Elektrisch geladene Kugel

urn:nbn:de:hbz:466:1-83789

die gleiche Kraftwirkung aus; die Elektrizität ist gleichmäßig auf der Kugel ausgebreitet, sie hat überall dieselbe Dichte. Ladet man dagegen einen isolierten, langgestreckten Zylinder, so ist die abstoßende oder anziehende Wirkung, die er auf ein gleich- oder ungleichnamig elektrisiertes Pendel ausübt, an seinen Enden viel größer als in der Mitte. Die Elektrizität ist hier also mit ungleichmäßiger Dichte auf dem Körper verteilt.

Der Kraftfluß, der von der Ladung e ausgeht, ist $4\pi e$ (162). Ist δ die Ladung auf 1 cm² der Oberfläche, d. h. die Dichte, so geht von dieser Elektrizitätsmenge der Kraftfluß $4\pi\delta$ aus: dieser Kraftfluß aber erstreckt sich nicht nach allen Seiten, wie bei einer frei im Raum befindlichen Ladung, sondern nur senkrecht von der Oberfläche des Leiters fort in den umgebenden Isolator hinein. Er bildet den Kraftfluß in derjenigen Kraftröhre, die man sich von der betrachteten Flächeneinheit der Oberfläche des Leiters ausgehend denken kann. Da nun der Kraftfluß (162) in einer Kraftröhre gleich dem Produkt aus elektrischer Kraft und Querschnitt der Röhre ist, der Querschnitt dieser Röhre aber an der Oberfläche des Leiters = 1 ist, so folgt, daß die elektrische Kraft an der Oberfläche des Leiters $= 4\pi\delta$, d. h. gleich dem 4π-fachen der elektrischen Dichte ist.

Man kann die Dichten an verschiedenen Stellen der Oberfläche eines Körpers dadurch vergleichen, daß man die betreffenden Stellen mit einem an isolierendem Griff befestigten Metallscheibchen (Probescheibchen) oder Kügelchen (Probekugel) berührt. Diese nehmen einen verhältnismäßigen Teil der auf der berührten Fläche befindlichen Elektrizität mit sich fort, ohne die Gesamtladung merklich zu verringern. Das Verhältnis der Ladungen dieser Probekörperchen ist daher gleich dem Verhältnis der Dichten an den berührten Stellen.

Auf einem Ellipsoide häuft sich die Elektrizität am dichtesten an den Endpunkten der größten Achse an. Ist diese Achse im Verhältnis zu den anderen sehr lang, so wächst die Dichte nach ihrem Ende zu sehr rasch und erreicht dort einen um so höheren Betrag, je spitzer dieses Ende ist. Denkt man sich die Umdrehungsachse eines Rotationsellipsoids immer kleiner werden, so geht es in eine kreisrunde Scheibe über, auf der die Dichte nach außen hin anfangs langsamer, dann sehr rasch zunimmt, und am Rande selbst am größten ist. Überhaupt sammelt sich die Elektrizität am dichtesten an denjenigen Stellen, an denen der Krümmungsradius der Oberfläche am kleinsten ist, also besonders an Kanten, Ecken und Spitzen.

167. **Elektrisch geladene Kugel.** Wir erläutern die Auseinandersetzungen der letzten Abschnitte an dem einfachsten Beispiel, nämlich an einer elektrisierten Kugel. Auf ihr muß sich die Elektrizität mit überall gleicher Dichte verteilen, vorausgesetzt, daß die Kugel sich frei im Raum in einem überall gleichmäßig beschaffenen Isolator fern von anderen Leitern befindet. Ist R der Radius der Kugel, E ihre Ladung, so ist ihre Dichte $\delta = E/4\pi R^2$; daher die Kraft an ihrer Oberfläche $F = 4\pi\delta = E/R^2$. Denselben Wert würde die Kraft nach dem Coulombschen Gesetz im Abstande R

von einem Punkt mit der Ladung E haben. Da die Kraftlinien des elektrischen Feldes der Kugel in der Verlängerung der Kugelradien verlaufen, so stimmt das Feld mit dem Feld einer im Zentrum der Kugel gelegenen punktförmigen Ladung von gleicher Größe wie die Gesamtladung der Kugel überein, oder eine elektrisierte Kugel wirkt auf jeden äußeren Punkt so, als ob ihre gesamte Ladung im Mittelpunkt der Kugel vereinigt wäre.

Der Wert des Potentials der in einem Punkt vereinigt gedachten Elektrizitätsmenge e auf einen Punkt in der Entfernung r, in dem sich die Einheit der Elektrizitätsmenge befindet, ist e/r.

Denn die Elektrizitätsmenge e wirkt auf die Elektrizitätseinheit in der Entfernung r nach dem Coulombschen Gesetz mit der Kraft e/r^2, und leistet, indem sie die Ladung 1 um die sehr kleine Strecke $r_1 - r$ bis in die Entfernung r_1 abstößt, die Arbeit

$$\frac{e}{r^2}(r_1 - r)$$

Ist aber, wie vorausgesetzt, r_1 nur sehr wenig größer als r, so kann man statt r^2 das Produkt rr_1 setzen, mit um so geringerem Fehler, je kleiner man den Schritt $r_1 - r$ wählt. Dann kann diese Arbeit so ausgedrückt werden:

$$\frac{e}{rr_1}(r_1 - r) = e\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right).$$

Geht nun die Bewegung in solchen kleinen Schritten weiter von r_1 bis r_2, r_2 bis $r_3, \ldots$ endlich von r_{n-1} bis r_n, so ist die geleistete Gesamtarbeit gleich der Summe

$$e\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} + \ldots + \frac{1}{r_{n-1}} - \frac{1}{r_n}\right)$$

oder

$$e\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_n}\right).$$

Ist die Entfernung r_n unendlich groß, so ist $1/r_n = 0$, und die Arbeit, welche die Elektrizitätsmenge e leistet, indem sie die Elektrizitätseinheit bis in unendliche Ferne (bis an die Grenze des Feldes) abstößt, und welche andererseits aufgewendet werden muß, um die Elektrizitätseinheit aus unendlich großer Ferne bis in die Entfernung r überzuführen, oder das Potential V ist

$$V = \frac{e}{r}.$$

Wirken beliebig viele elektrische Massen e, e', $e'' \ldots$ aus den Entfernungen r, r', $r'' \ldots$ auf einen Punkt mit der Elektrizitätsmenge 1, so ist das Potential in diesem Punkte:

$$V = \frac{e}{r} + \frac{e'}{r'} + \frac{e''}{r''} + \ldots = \sum \frac{e}{r}.$$

Da eine Kugel auf einen äußeren Punkt ebenso wirkt, als wenn ihre ganze Ladung E im Mittelpunkt vereinigt wäre, so ist ihr Potential auf einen Punkt, der um r von ihrem Zentrum absteht:

$$V = \frac{E}{r},$$

vorausgesetzt, daß r größer ist als der Radius R der Kugel. An der Oberfläche der Kugel, wo $r = R$ ist, und daher auch überall in ihrem Innern, hat das Potential den konstanten Wert

$$V = \frac{E}{R}.$$

Die Ladung der Kugel ist demnach:

$$E = R\,V,$$

woraus hervorgeht, daß die Kapazität einer Kugel gleich ihrem Radius ist (165). Eine Kugel von 1 cm Radius wird also durch die Elektrizitätsmenge 1 auf das Potential 1 in elektrostatischen Einheiten oder auf 300 Volt geladen.

Im Innern der Kugel ist, wie wir wissen, das Potential konstant, die elektrische Kraft = 0. Wir denken uns nun durch einen Punkt P irgendwo im Innern der Kugel (Fig. 145) einen schmalen Doppelkegel gelegt mit der Spitze im Punkt P. Dieser schneidet auf der Kegelfläche zwei Flächenstückchen σ und σ' aus, welche sich zueinander verhalten wie die Quadrate ihrer Entfernungen r und r' vom Punkt P; ebenso verhalten sich die Elektrizitätsmengen, mit welchen sie beladen sind. Diese Elektrizitätsmengen wirken im Verhältnis ihrer Größe auf ein im Punkt P gedachtes elektrisches Teilchen nach entgegengesetzten Richtungen. Da aber im Punkt P Gleichgewicht herrscht, so müssen die beiden entgegengesetzten Kräfte einander gleich sein. Dies ist aber nur möglich, wenn die größere Elektrizitätsmenge (auf σ') infolge ihrer weiteren Entfernung (r') in demselben Verhältnis schwächer wirkt, als sie größer ist. Die Wirkung elektrischer Massen aufeinander muß demnach im umgekehrten Verhältnis des Quadrats ihrer Entfernungen stehen. Die Richtigkeit des Coulombschen Gesetzes läßt sich also durch die leicht mit großer Genauigkeit festzustellende Tatsache, daß sich die Elektrizität nur an der Oberfläche der Leiter befindet, und im Innern die elektrischen Kräfte in jedem Punkte sich aufheben, gemäß obiger Überlegung sehr viel strenger beweisen als mit der Drehwage.

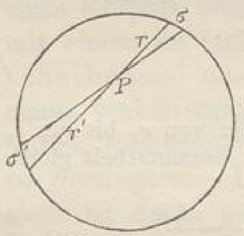

Fig. 145.
Coulombs Gesetz.

Setzt man zwei Kugeln von verschiedenen Radien R_1 und R_2 miteinander in leitende Verbindung, so daß sie gleiches Potential annehmen, so verhalten sich ihre Ladungen, wie ihre Radien: $E_1 : E_2 = R_1 : R_2$. Da die Dichte auf jeder Kugel $= E/4\,\pi\,R^2$ ist, so verhalten sich die Dichten umgekehrt wie die Radien: $\delta_1 : \delta_2 = R_2 : R_1$. Je kleiner also der Radius der einen Kugel im Vergleich zu dem der anderen ist, um so größer ist die Dichte auf ihr. Diese Überlegung kann zugleich zur Begründung dessen dienen, was oben über die Verteilung der Elektrizität auf einer Oberfläche von veränderlicher Krümmung gesagt ist (166).

168. **Wirkung der Spitzen.** Ein Isolator verliert seine Isolationsfähigkeit und wird zu einem Leiter, wenn die elektrische Kraft in ihm sehr groß wird. Das ist der Fall an solchen Stellen einer geladenen Oberfläche, die eine sehr große Krümmung besitzen; denn an ihnen wird die Dichte der Elektrizität sehr groß (166). Ist