Darstellende Geometrie

Diesener, Heinrich

Halle a. S., 1898

6. Die Ellipse, Hyperbel und Parabel

d. Eine **Eilinie** zu zeichnen, wenn die **kleine Axe** gegeben ist. Fig. 35.

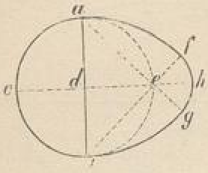

Fig. 35.

Man schlage mit der gegebenen kleinen Axe ab als Durchmesser einen Kreis um d, ziehe senkrecht zur kleinen Axe durch d die große Axe, welche den Kreis in e schneidet, und lege von a und b aus durch e gerade Linien. Schlägt man nun mit ab als Radius um a und b die Kreisbögen af und bf, welche diese Linien in f und g schneiden, und mit ef um e einen Kreisbogen bis g, so ist afhgbc die Eilinie, bei der sich ab zu ch ungefähr verhält wie 7 : 9.

e. Eine **Backofenlinie** zu zeichnen, wenn die **kleine Axe** gegeben ist.

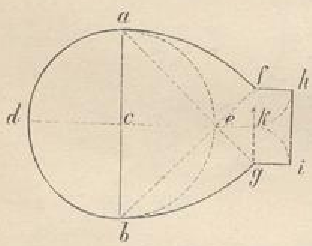

Fig. 36.

1. Mit ab als Durchmesser, Fig. 36, schlage man um c einen Kreis, welcher die durch c senkrecht zu ab gelegte große Axe in e schneidet, lege von a und b aus durch e gerade Linien, und schlage mit ab als Radius um a und b die Kreisbögen af und bg bis an diese Linien; mache dann noch fh = gi = fk, dann ist afhigbd die Backofenlinie.

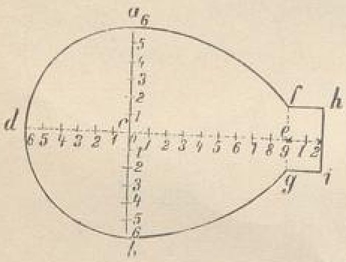

Fig. 37.

2. Man theile die gegebene kleine Axe ab, Fig. 37, in 12 gleiche Theile, mache auf der großen Axe cd = 6 und ce = 9 dieser Theile, errichte in e auf de ein Loth, schlage mit ab um a und b die Kreisbögen af und bg bis an dies Loth und um c einen Halbkreis mit ac, mache fh = gi = ef und hi || und = fg, dann ist afhigbd die Backofenlinie, wobei fh = gi = ef = eg.

6. Die Ellipse, Hyperbel und Parabel.

a. **Die Ellipse.** Eine Ellipse ist eine krumme, in sich selbst zurückkehrende Linie, welche aus vielen einzelnen Punkten besteht, die in einer fortlaufenden Kurve vereinigt werden. Die große und die kleine Axe theilen die Ellipse in 4 vollständig kongruente Theile.

Zwei Punkte der großen Axe, welche vom Mittelpunkte denselben gleich weit entfernt sind und deren Entfernungen von jedem Punkte des

Ellipsenbogens zusammen gleich der großen Axe sind, heißen **Brennpunkte** der Ellipse.

1. Eine **Ellipse** zu konstruiren, deren **große Axe** gegeben ist und deren Brennpunkte in dieser bestimmt sind. Fig. 38.

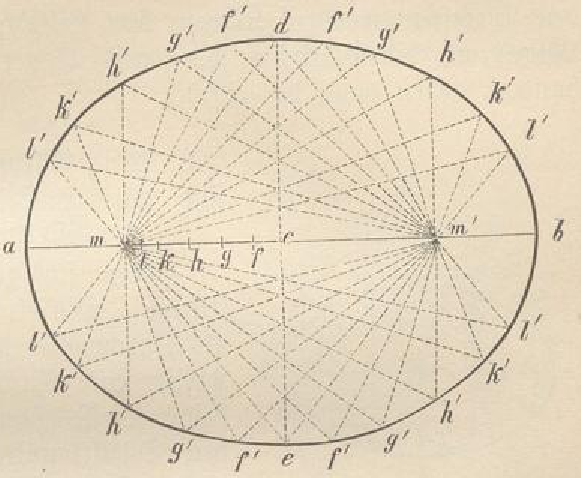

Fig. 38.

Ist ab die große Axe der Ellipse und sind m und m' deren Brennpunkte, dann ist die kleine Axe de gleich der Summe der Höhen der gleichschenkligen Dreiecke mdm' und mem', deren Grundlinie mm' und deren gleiche Seiten gleich der halben großen Axe = ac sind. Die übrigen Punkte der Ellipse erhält man, indem man mit einer Anzahl Radien, von denen 2 stets = ab sein müssen, um m und m' Kreise schlägt. Der Schnittpunkt je 2 solcher Kreise ist stets ein Punkt der Ellipse. Z. B. l'm = bl und l'm' = al, sodaß l'm + l'm' = bl + al = ab ist.

In der Praxis wendet man folgendes Verfahren an. Man schlägt in die Brennpunkte m und m' Stifte ein, befestigt an diesen die Endpunkte einer Schnur, welche die Länge der großen Axe hat, zieht mit einem Stifte oder einer Bleifeder diesen Faden an und beschreibt mit dem sich fortbewegenden Stifte die Ellipse.

Ist die große und kleine Axe gegeben, so bestimmt man die Brennpunkte m und m', indem man mit der halben großen Axe ac um d oder e einen Kreis schlägt, welcher die große Axe in den Brennpunkten schneidet.

2. Eine **Ellipse** durch Vergatterung zu konstruiren, deren **große** und **kleine Axe** gegeben sind. Fig. 39.

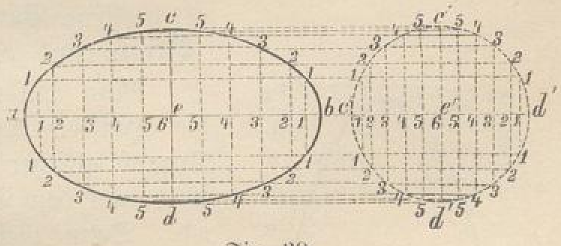
Fig. 39.

Mit der kleinen Axe cd als Durchmesser schlage man um e' einen Kreis, theile die Halbmesser c'e' und d'e' desselben in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile und errichte in den Theilpunkten Lothe bis an die Peripherie. Die halben großen Axen ae und be theile man dann in ebenso viele gleiche Theile als c′e′, errichte in diesen Theilpunkten ebenfalls Lothe und mache dieselben gleich den korrespondirenden Lothen des Hülfskreises. Die Endpunkte dieser Lothe und die Punkte a, b, c und d, der Reihe nach mit einander verbunden, geben dann die Ellipse.

3. Eine **Ellipse** deren beide Axen gegeben sind, durch Hülfskreise zu konstruiren, sogenannte **Gärtner-Ellipse.** Fig. 40.

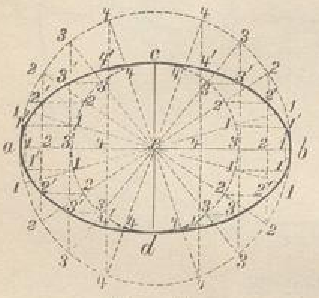

Fig. 40.

Man schlage um den Mittelpunkt e der Ellipse 2 Hülfskreise, deren jeder eine der Axen als Durchmesser hat und ziehe in dem größeren Kreise eine Anzahl von Durchmessern, welche beide Kreise schneiden. Zieht man nun von den Schnittpunkten des größeren Kreises mit diesen Durchmessern Parallele zur kleinen Axe und von den Schnittpunkten des kleineren Kreises ebenfalls Parallele zur großen Axe, so schneiden sich die Parallelen eines und desselben Durchmessers in einem Punkte, welcher ein Punkt des Ellipsenbogens ist.

4. Eine **Ellipse,** deren beide Axen gegeben sind, durch **Vergatterung des umbeschriebenen Rechtecks** zu konstruiren. Fig. 41.

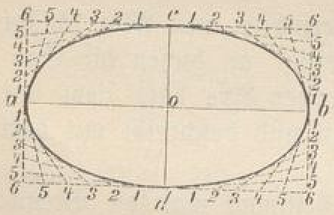

Fig. 41.

Man theile die Seiten des Rechtecks, welche gleich den Axen der Ellipse sind, von der Mitte aus in eine bestimmte Anzahl, z. B. 6, gleicher Theile, verbinde c und d, sowie a und b, mit den Punkten 5, Punkt 1 mit 4, 2 mit 3, u. s. w., so ergeben die Schnittpunkte dieser Linien Punkte der Ellipse.

b. Eine **Parabel** zu zeichnen, wenn ihre **Breite** und **Höhe** gegeben sind. Fig. 42.

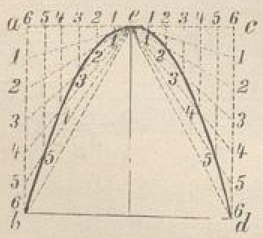

Fig. 42.

Man halbire die Breite ac in e, theile die Hälften ae und ec in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile, z. B. jede in 6, und ziehe von den Theilpunkten Parallele zur Höhe ab. Dann theile man die Höhen ab und cd ebenfalls in 6 gleiche Theile und verbinde die Theilpunkte mit dem Punkte e. Die Schnittpunkte dieser Linien mit den entsprechenden Parallelen zu ab sind Punkte der Parabel.

c. Eine **Hyperbel** zu zeichnen, wenn die **erste** oder **Hauptaxe** und die beiden Brennpunkte gegeben sind. Fig. 43.

Es sei ab die Hauptaxe und c und d seien die Brennpunkte; man nehme auf der über c hinaus verlängerten Axe ab die beliebigen Punkte f, g, h ꝛc. an und schlage mit den Radien af und bf, ag und bg ꝛc. um c und d Kreise, welche sich je 4 mal in den Punkten f′, g′, ꝛc. schneiden, und sind diese Schnittpunkte dann Punkte der Hyperbel. Um die zweite Axe zu erhalten, nehme man ce = de in den Zirkel und schlage um a und b Kreisbögen, welche sich in k und l schneiden, dann ist kl die zweite Axe.

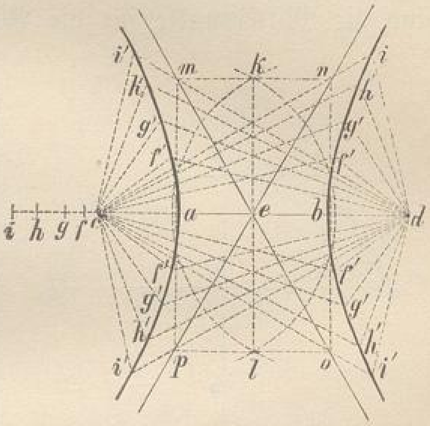

Fig. 43.

Errichtet man in a und b auf ab Lothe und zieht durch k und l Parallele zu ab, so entsteht das Rechteck mnop. Zieht man in demselben die Diagonalen und verlängert dieselben über die Eckpunkte des Rechtecks hinaus, so erhält man die Asymptoten der Hyperbel, d. h. die Geraden, denen sich die Hyperbel immer mehr nähert, ohne sie jemals zu erreichen.

7. Korbbögen.

Der Korbbogen ist eine gedrückte Bogenlinie, welche aus mehreren Kreisbögen zusammengesetzt ist. Er wird stets aus einer ungeraden Anzahl von Mittelpunkten konstruirt.

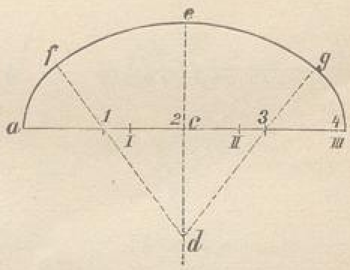

Fig. 44.

a. Einen Korbbogen aus **3 Mittelpunkten** zu konstruiren, wenn die **Spannweite** gegeben ist. Fig. 44.

Im Mittelpunkte c der Spannweite ab errichte man ein Loth ce und mache dieses = cd = $^1/_3$ab. Dann theile man ab in 4 gleiche Theile und ziehe von d aus durch 1 und 3 Gerade, dann ist d der Mittelpunkt für den Bogen feg und 1 und 3 sind die Mittelpunkte für die Bögen af und bg.

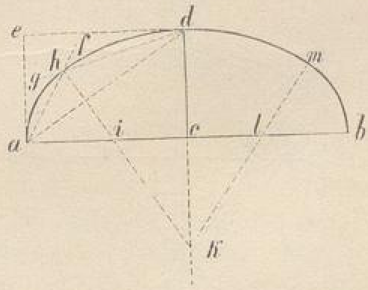

Fig. 45.

b. Einen Korbbogen aus **3 Mittelpunkten** zu konstruiren, wenn **Spannweite** und **Pfeilhöhe** gegeben sind.

1. Fig. 45. Ist ab die Spannweite und cd die Pfeilhöhe, dann ziehe man de