Darstellende Geometrie

Diesener, Heinrich

Halle a. S., 1898

II. Projektionslehre.

II. Projektionslehre.

1. Einleitung.

Unter „Darstellender Geometrie" versteht man den Inbegriff der Methoden, nach welchen Gestalt und Lage der Raumgebilde dargestellt und alle im Raume auszuführenden Konstruktionen mit Hilfe solcher Darstellungen gelöst werden, welche sich in einer Ebene ausführen lassen, oder man sagt auch: die „Darstellende Geometrie" ist die wissenschaftliche Begründung der Zeichenkunst.

Jeder Gegenstand, mag er gedacht oder vorhanden sein, kann auf dem Papier so dargestellt werden, daß sich Jedermann denselben nach dieser Zeichnung genau vorstellen kann.

An eine solche Darstellung auf dem Papier können nun folgende Forderungen gestellt werden:

1. daß man möglichst leicht alle Dimensionen des dargestellten Gegenstandes aus der Zeichnung entnehmen kann; oder
2. daß die Zeichnung auf das Auge dieselbe Wirkung hervorbringe, die der in Wirklichkeit vorhandene Gegenstand hervorbringen würde.

Auf alle technischen Zeichnungen findet die erste Forderung Anwendung, da man aus ihnen die Dimensionen des dargestellten Gegenstandes sofort muß entnehmen, also die Größe desselben ersehen können. Verlangt man jedoch nur ein möglichst anschauliches Bild des dargestellten Gegenstandes, dann findet die zweite Forderung Anwendung, und man erhält dann keine technische Zeichnung, sondern nur ein Bild.

Eine technische Zeichnung soll nun stets so gefertigt werden, daß man sich sowohl eine klare Vorstellung von dem dargestellten Gegenstande machen, als auch alle Dimensionen und Verhältnisse desselben leicht und schnell aus ihr entnehmen kann.

Um einen Gegenstand in dieser Weise zeichnen zu können, ist es vor allem nöthig, daß man sich im Geiste eine richtige Vorstellung von demselben macht, und daß man sich die Lage der einzelnen Theile zu einander, sowie deren Größe möglichst vergegenwärtigt. Denjenigen Theil der darstellenden Geometrie, welcher sich mit dieser Darstellung besonders beschäftigt, nennt man **Projektionslehre.** Dieselbe hat sich nun mit den Projektionen der Punkte, Linien, Flächen und Körper zu beschäftigen.

2. Projektionsebenen.

Um einen Gegenstand darstellen zu können, nimmt man seine Lage in dem durch 2 aufeinander senkrecht stehende Ebenen begrenzten Raume an;

die Durchschnittslinie dieser Ebenen heißt die Axe und wird mit P bezeichnet. Die eine der beiden Ebenen, welche Projektionsebenen genannt werden, nimmt man in horizontaler Lage an. und nennt sie die **horizontale** oder die **erste Projektionsebene;** die zweite Ebene wird vertikal angenommen und die **vertikale** oder **zweite Projektionsebene** genannt. Jede Projektionsebene theilt die andere in 2 Theile, für welche die Axe die Grenze bildet. Der vordere Theil der ersten Projektionsebene wird mit P', der hintere Theil derselben mit $P_{,}$, der obere Theil der zweiten Projektionsebene mit P'' und der untere Theil derselben mit $P_{,,}$ bezeichnet. Den Raum theilen die Projektionsebenen in 4 Theile, und werden in der Regel die darzustellenden Gegenstände in demjenigen derselben befindlich angenommen, welcher zwischen P' und P'' liegt.

Zuweilen ist noch eine dritte Projektionsebene erforderlich, die senkrecht auf den beiden ersten angenommen und mit P''' bezeichnet wird; ihre Axe mit den beiden ersten Projektionsebenen wird mit P^2 bezeichnet.

3. Projektionen im Allgemeinen.

Denkt man sich zwischen den beiden Projektionsebenen im Raume einen Punkt a, Fig. 1. A, und von demselben Senkrechte auf die erste und zweite Projektionsebene gefällt, so heißt der Durchgangspunkt des Lothes mit der ersten Projektionsebene die **erste,** und derjenige des Lothes mit der zweiten Projektionsebene die **zweite Projektion** des Punktes a im Raume; die erste wird bezeichnet mit a', die zweite mit a''. Fällt man vom Punkte a ein Loth auf die dritte Projektionsebene, so ist der Fußpunkt a''' desselben die **dritte Projektion** des Punktes a im Raume. Die Ordinaten aa', aa'' und aa''' heißen die projicirenden Linien des Punktes a.

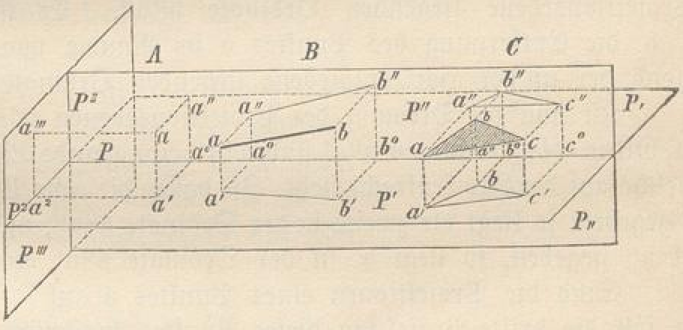


Fig. 1.

Eine gerade Linie wird projicirt, indem man ihre Endpunkte projicirt und die Projektionen derselben durch gerade Linien verbindet; Fig. 1. B.

Eine krumme Linie projicirt man dadurch, daß man eine Anzahl von Punkten derselben projicirt und die Projektionen dieser Punkte in der betreffenden Projektionsebene stetig mit einander verbindet.

Eine von geraden Linien begrenzte Fläche wird projicirt, z. B. ein Dreieck, Fig. 1. C, indem man seine Eckpunkte projicirt und deren Projektionen durch gerade Linien mit einander verbindet.

Ein Körper wird projicirt, indem man seine Begrenzungsflächen projicirt.

Um nun Alles, was in beiden Projektionsebenen liegt, in einer Ebene zeichnen zu können, nimmt man an, die zweite Projektionsebene sei um die Axe P gedreht worden, bis der Theil P'' mit dem Theil P, zusammengefallen ist; der Theil $P_{,,}$ liegt dann in dem vorderen Theile P'. In Fig. 2 zeigt sich dann über der Axe Alles, was in P'' und P, enthalten ist, unterhalb der Axe Alles, was in P' und $P_{,,}$ liegt. Dreht man die dritte Projektionsebene um die Axe P^2, bis sie mit P' zusammenfällt, dann liegt sie ebenfalls mit den beiden ersten Projektionsebenen in einer Ebene.

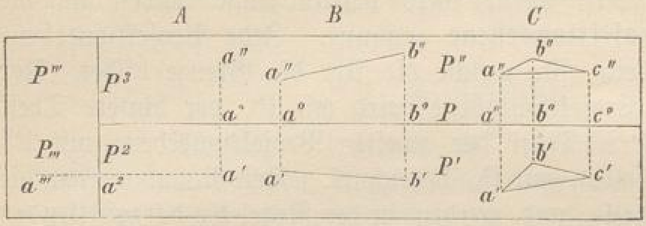


Fig. 2.

4. Die Projektion eines Punktes.

Fällt man in Fig. 1. A von a' und a'' Lothe auf die Axe, so treffen dieselben einen und denselben Punkt a^0 der Axe und das Viereck $a a' a^0 a''$ ist ein Rechteck, in welchem $a a' = a'' a^0$ ist, d. h. die Entfernung des Punktes a im Raume von der ersten Projektionsebene ist gleich der in der zweiten Projektionsebene liegenden Ordinate $a^0 a''$. Es ist ferner $a a'' = a' a^0$, d. h. die Entfernung des Punktes a im Raume von der Vertikalebene ist gleich der in der Horizontalebene liegenden Ordinate $a^0 a'$.

Ist nun die Drehung der Projektionsebenen wie in Fig. 2 ausgeführt, so bilden die Ordinaten $a^0 a'$ und $a^0 a''$ eine gerade Linie $a' a^0 a''$, Fig. 2. A, welche auf der Axe senkrecht steht. Ist daher die erste Projektion eines Punktes a gegeben, so liegt die zweite in der Ordinate $a^0 a''$, und zwar ist $a^0 a'' = a a'$; ist a'' gegeben, so liegt a' in der Ordinate $a^0 a'$, und ist $a^0 a' = a a''$.

Sind die Projektionen eines Punktes a auf P' und P'' gegeben, und es soll die dritte Projektion dieses Punktes konstruirt werden, so zieht man $a' a^2$ senkrecht auf P^2, Fig. 1. A und 2. A. Die Ordinate in der dritten Projektionsebene $a^2 a'''$ ist gleich der Entfernung des Punktes a von der ersten Projektionsebene; da diese Entfernung $a a'$ gleich der Ordinate $a^0 a''$ in P'' ist, so mache man $a^2 a''' = a^0 a''$, dann ist a''' die dritte Projektion des Punktes a im Raume.

Liegt ein Punkt in einer der Projektionsebenen, so fällt diese Projektion mit ihm zusammen und seine andere Projektion liegt in der Axe; liegt ein Punkt in der Axe, so fallen seine beiden Projektionen mit ihm zusammen.

5. Die Projektionen einer geraden Linie und einer Fläche.

Die Projektion einer geraden Linie ist durch die Projektion ihrer Endpunkte bestimmt. In Fig. 1. B und 2. B sei die erste Projektion $a' b'$ gegeben.

Man konstruire a′a⁰ und b′b⁰ senkrecht auf P, dann sind a⁰ und b⁰ die Anfangspunkte der Ordinaten a⁰a″ und b⁰b″, welche gleich den Entfernungen der Punkte a und b von der ersten Projektionsebene zu machen sind; verbindet man nun a″ und b″ durch eine Gerade, so ist diese die zweite Projektion der Linie ab.

Fig. 1. C und 2. C zeigen die Projektionen eines Dreiecks. Gegeben ist die zweite Projektion a″b″c″, dann ist $a'a^0 = aa''$, $b'b^0 = bb''$ und $c'c^0 = cc''$; die Verbindung von a′, b′ und c′ giebt die erste Projektion.

6. Die verschiedenen Lagen einer geraden Linie im Raume.

1. Die Linie ab steht senkrecht auf P′; Fig. 3.

Die erste Projektion der Linie ist ein Punkt und fällt mit dem Punkte zusammen, in welchem die Linie ab die Ebene P′ schneidet. Die zweite Projektion ist eine zur Axe senkrecht stehende Linie a″b″, welche gleich der Linie ab im Raume ist. Ist der Punkt a der Linie im Raume um $aa' = a^0a''$ von P′ entfernt, so ist a″ ebenso weit von der Axe entfernt.

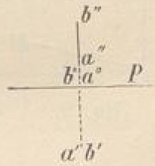


Fig. 3.

2. Die Linie ab steht senkrecht auf P″; Fig. 4.

Die zweite Projektion ist ein Punkt; die erste Projektion ist eine auf der Axe senkrecht stehende Linie $a'b' =$ der Linie ab im Raume. Ist a′ um a⁰a′ von der Axe entfernt, so ist der Endpunkt a der Linie ab um ebenso viel von P″ entfernt.

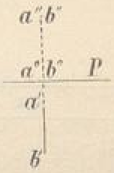


Fig. 4.

3. Die Linie ab ist parallel zu P″, aber geneigt gegen P′; Fig. 5.

a′b′ ist parallel zur Axe und erscheint verkürzt; a″b″ ist gleich der Linie ab und bildet, bis zur Axe verlängert, mit dieser denselben Winkel α, den die verlängerte Linie im Raume mit P′ bildet.

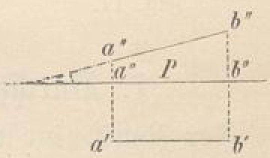


Fig. 5.

4. Die Linie ab ist parallel zu P′, aber geneigt zu P″; Fig. 6.

a″b″ ist parallel zur Axe und erscheint verkürzt; a′b′ ist = ab und bildet, bis zur Axe verlängert, mit dieser denselben Winkel β, welchen die verlängerte Linie ab mit P″ bildet.

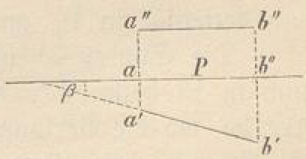


Fig. 6.

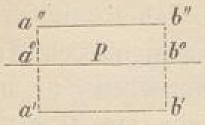


Fig. 7.

5. Die Linie ab ist parallel zu beiden Projektionsebenen; Fig. 7.

$a'b'$ und $a''b''$ sind parallel zur Axe und beide sind gleich der Linie ab im Raume.

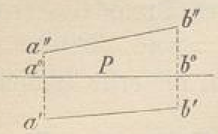


Fig. 8.

6. Die Linie ab ist geneigt gegen beide Projektionsebenen; Fig. 8.

Beide Projektionen $a'b'$ und $a''b''$ erscheinen verkürzt und schneiden bei gehöriger Verlängerung die Axe.

Fig. 9.

7. Die Linie ab liegt in P'; Fig. 9.

$a'b'$ fällt mit der Linie ab zusammen; die zweite Projektion $a''b''$ liegt in der Axe, fällt also auf a^0b^0.

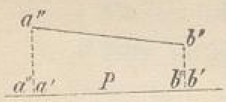


Fig. 10.

8. Die Linie ab liegt in P''; Fig. 10.

$a''b''$ fällt mit ab zusammen, die erste Projektien $a'b'$ liegt in der Axe und ist $= a^0b^0$.

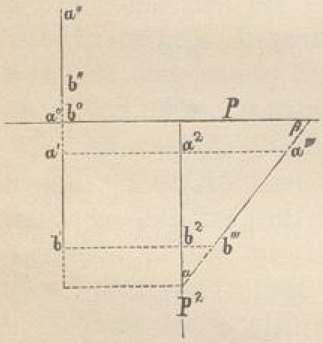


Fig. 11.

9. Die Linie ab liegt in einer Ebene, welche senkrecht auf P' und P'' steht; Fig. 11.

$a'b'$ und $a''b''$ bilden mit der Axe rechte Winkel. Zur Bestimmung der Länge der Linie bedarf es der dritten Projektionsebene; die Axe P^2 kann an einer beliebigen Stelle angenommen werden. Nun konstruire man a''' und b''', indem man $a^2a''' = a^0a''$ und $b^2b''' = b^0b''$ macht; $a'''b'''$ ist $=$ ab und bildet mit P^2 denselben Winkel α, welchen ab mit P' bildet, und mit P denselben Winkel β, welchen ab mit P'' bildet.

7. Durchgänge oder Spuren einer Linie.

Der Punkt, in welchem eine Linie bezw. deren Verlängerung eine Projektionsebene schneidet, heißt der Durchgang oder die Spur dieser Linie in der betreffenden Projektionsebene. Der Durchgang einer Linie ab in P' wird mit a^{I}, derjenige in P'' mit b^{II}, derjenige in $P_{,}$ mit a_{I} und derjenige in $P_{,,}$ mit b_{II} bezeichnet.

Die Spuren a^{I} und b^{II} liegen sowohl in der verlängerten ab, als auch in P' bezw. P'', folglich liegen die Projektionen der Spuren in der Axe da, wo die Verlängerungen von $a'b'$ und $a''b''$ dieselbe treffen. Um die Spuren einer Linie zu konstruiren, verlängere man daher beide Projektionen bis zur Axe, errichte in diesen Punkten auf der Axe Lothe in den der betreffenden Projektion entgegengesetzten Projektionsebenen und sind die Treffpunkte dieser Lothe mit den Verlängerungen der Projektionen die Spuren der Linie.

1. Die Linie ab liegt in einer Ebene, welche senkrecht auf P′ und P″ steht; Fig. 12 und 12a.

NB. Die Konstruktionen sind in der ersten Figur stets in isometrischer Perspektive, in der zweiten in niedergeklappter Lage der Projektionsebenen gezeichnet.

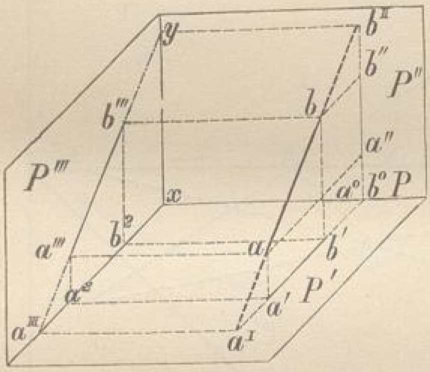


Fig. 12.

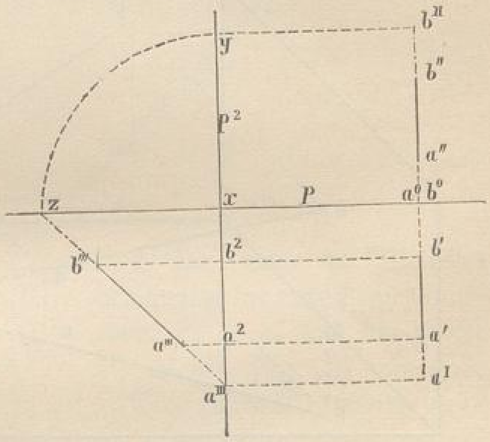


Fig. 12a.

a′b′ und a″b″ stehen senkrecht auf der Axe; um die Spuren a^{I} und b^{II} zu finden, bedarf es der dritten Projektionsebene. Es ist $a^2a''' = a^0a''$, $b^2b''' = b^0b''$, und $xy = xz = b^0b^{\mathrm{II}}$. Um den ersten Durchgang zu erhalten, verlängere man $a'''b'''$ bis zu ihrem Durchschnitt a^{III} mit P^2 und ziehe $a^{\mathrm{III}}a^{\mathrm{I}}$ senkrecht auf P^2. Dieses Loth und die Verlängerung von a′b′ über a′ hinaus schneiden sich in der Spur a^{I}.

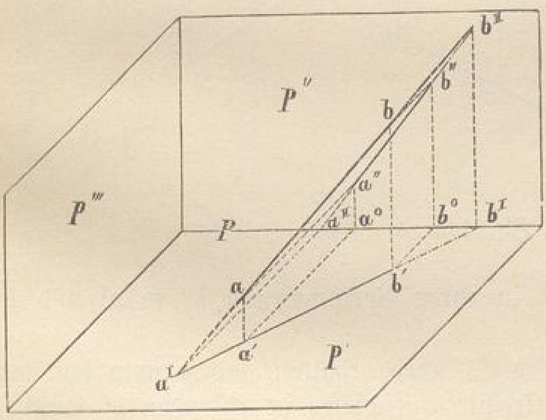


Fig. 13.

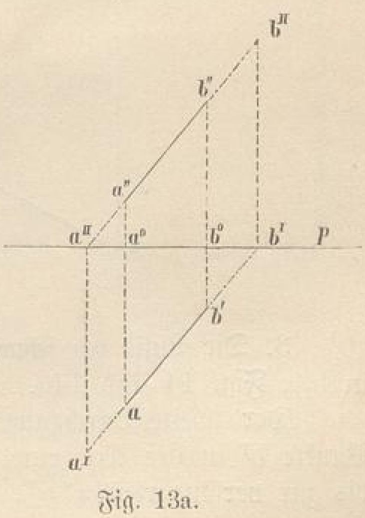


Fig. 13a.

2. Die Linie ab schneidet verlängert beide Projektionsebenen und die Verlängerungen a'b' und a"b" schneiden die Axe P; Fig. 13 und 13a.

Man verlängere a'b' bis an die Axe in b^I, errichte in b^I auf P ein Loth in P" bis an die Verlängerung von a"b", dann ist der Schnittpunkt die zweite Spur b^{II}. Um die erste Spur zu finden, verlängere man a"b" bis an die Axe in a^{II}, errichte in a^{II} ein Loth auf P in P' bis an die Verlängerung von a'b' in a^I, dann ist dieser Punkt die erste Spur der Linie ab.

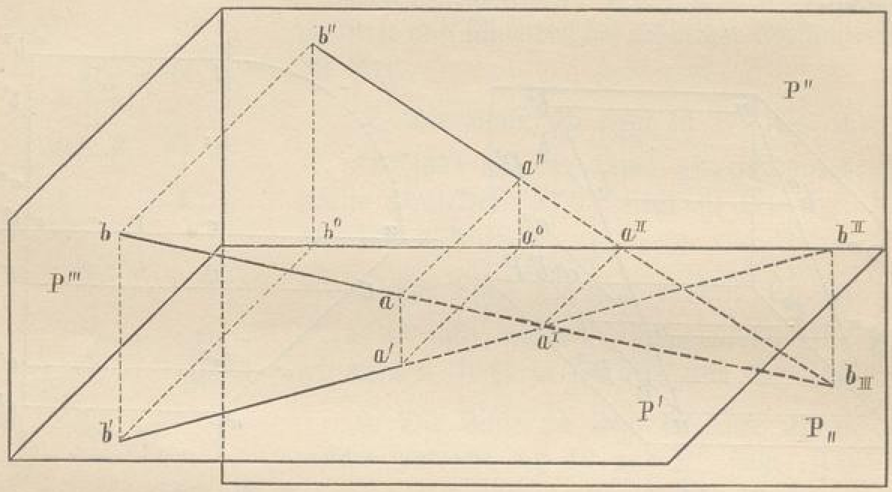


Fig. 14.

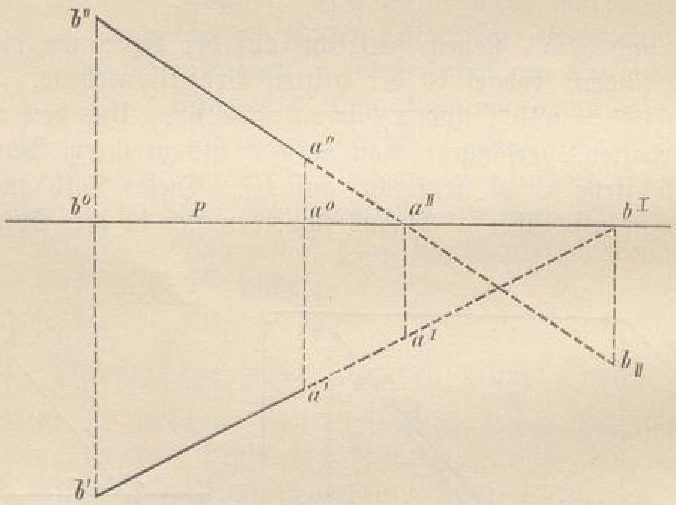


Fig. 14a.

3. Die Linie ab schneidet in ihrer Verlängerung P' in a^I und $P_{\prime\prime}$ in b_{II}; Fig. 14 und 14a.

Der zweite Durchgang b_{II} in $P_{\prime\prime}$ wird erhalten, indem man von dem Punkte b^I in der Axe eine Senkrechte auf dieser in $P_{\prime\prime}$ oder P' errichtet bis zur verlängerten a"b".

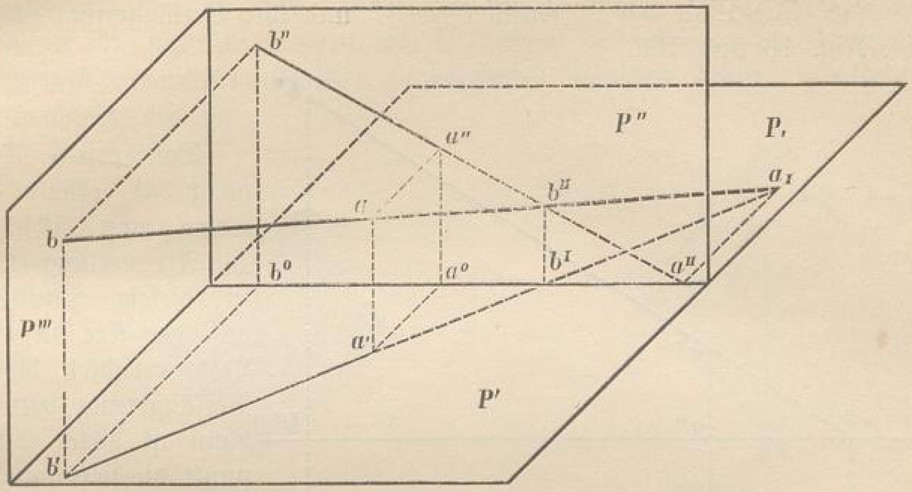


Fig. 15.

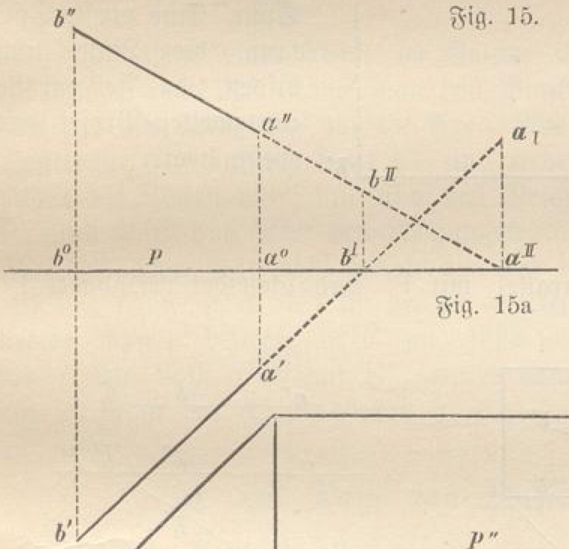


Fig. 15a

4. Die Linie ab schneidet verlängert die erste Projektionsebene P, in a_I und die zweite P'' in b^{II}; Fig. 15 und 15a.

Den ersten Durchgang a_I in P, erhält man, wenn man in dem Punkte a^{II} der Axe auf dieser eine Senkrechte in P, oder P'' errichtet bis zur Verlängerung von a'b'.

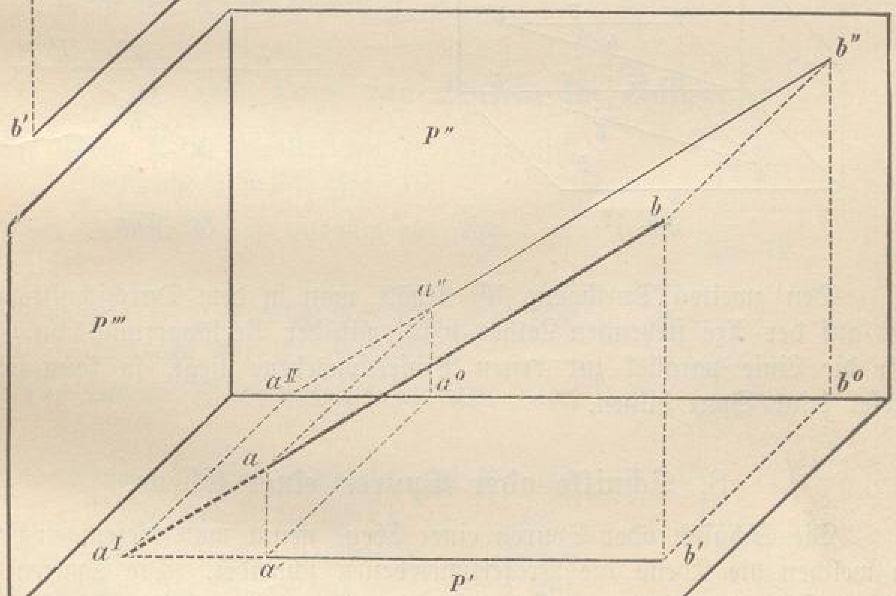


Fig. 16.

5. Die Linie ab ist parallel zu P″ und ihre Verlängerung schneidet P′; Fig. 16 und 16a.

Blödsinnig!

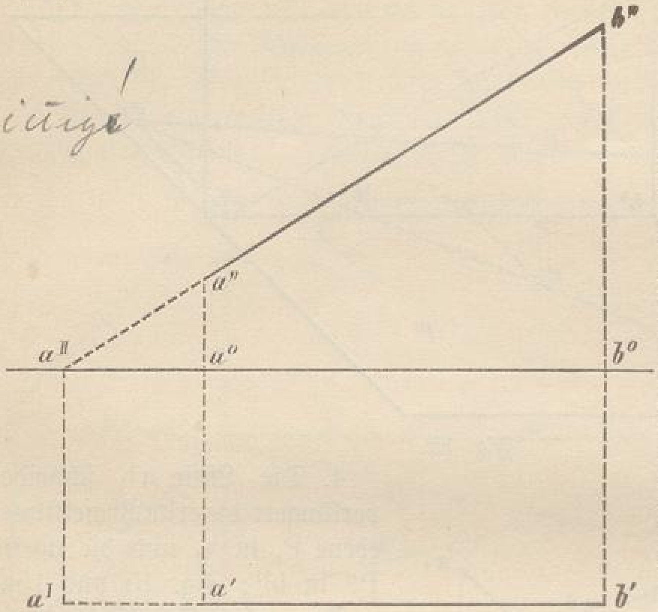


Fig. 16a.

? Den ~~ersten~~ Durchgang a^{I} erhält man, wenn man a″b″ bis zur Axe verlängert, und in diesem Punkte a^{II} auf der Axe in P′ ein Loth errichtet bis zur Verlängerung von a′b′, dann ist dieser Schnittpunkt die verlangte erste Spur. Eine zweite Spur kann die Linie nicht bilden, da sie parallel zur zweiten Projektionsebene liegt.

6. Die Linie ab ist parallel mit P′ und schneidet verlängert P″; Fig. 17 und 17a.

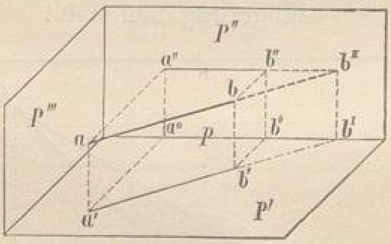


Fig. 17.

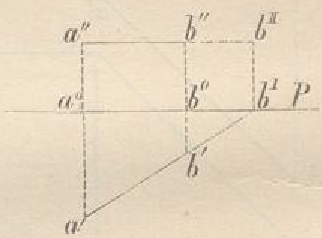


Fig. 17a.

Den zweiten Durchgang b^{II} erhält man in dem Durchschnittspunkte des auf der Axe stehenden Lothes $b^{I}b^{II}$ mit der Verlängerung von a″b″. Da die Linie parallel zur ersten Projektionsebene liegt, so kann sie mit dieser keine Spur bilden.

8. Schnitte oder Spuren einer Ebene.

Die Schnitte oder Spuren einer Ebene nennt man diejenigen Linien, in welchen die Ebene die Projektionsebenen schneidet. Die Spuren einer Ebene sind entweder parallel mit der Axe, oder beide schneiden die Axe in ein und demselben Punkte. Bezeichnet man eine Ebene durch E,

Fig. 18 und 18a, so wird ihr Schnitt mit P' durch E', ihr Schnitt mit P'' durch E'' und ihr Schnitt mit P''' durch E''' bezeichnet. Schneiden die Spuren einer Ebene die Axe, so bezeichnet man den Punkt, in welchem dies geschieht, mit E^0.

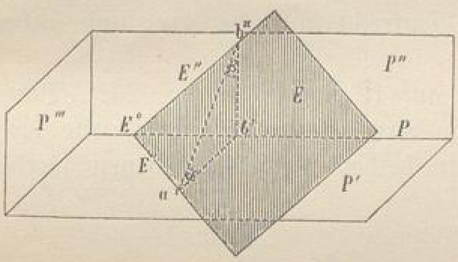


Fig. 18.

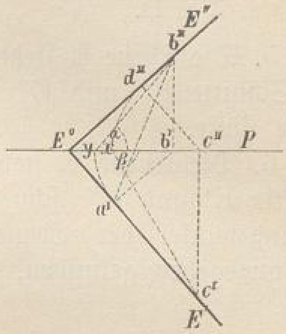


Fig. 18a.

Die Lage einer Ebene im Raume ist durch ihre Spuren bestimmt. In dem Schnitt E'' nehme man den Punkt b^{II} beliebig an und fälle von ihm aus ein Loth $b^{II}b^{I}$ auf die Axe. Aus dem Punkte b^{I} fälle man eine Senkrechte $b^{I}a^{I}$ auf die Spur E', und ziehe die Linie $a^{I}b^{II}$, Fig. 18, dann bilden die Linien $a^{I}b^{II}$ und $a^{I}b^{I}$ den Neigungswinkel α der Ebene E mit P', und $a^{I}b^{II}$ und $b^{I}b^{II}$ den Neigungswinkel β der Ebene E mit P''. In Fig. 18a trage man $a^{I}b^{I}$ von b^{I} aus auf die Axe ab, nach y, verbinde y mit b^{II}, dann ist $\sphericalangle\, b^{I}y\,b^{II}$ der $\sphericalangle\, \alpha$. Um hier den $\sphericalangle\, \beta$ zu konstruiren, nehme man c^{I} beliebig in E' an, fälle von c^{I} ein Loth $c^{I}c^{II}$ auf P und von c^{II} ein Loth $c^{II}d^{II}$ auf E'', mache dann $c^{II}x = c^{II}d^{II}$ und verbinde x mit c^{I}, so ist der $\sphericalangle\, c^{I}x\,c^{II}$ der $\sphericalangle\, \beta$.

9. Die Lage von Ebenen im Raume.

1. Die Ebene E ist parallel mit P', steht also senkrecht auf P''; Fig. 19.

Der Schnitt E'' ist parallel zur Axe.

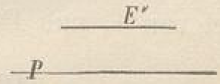


Fig. 19.

2. Die Ebene E ist parallel mit P'', steht also senkrecht auf P'; Fig. 20.

Der Schnitt E' ist parallel zur Axe.

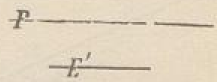


Fig. 20.

3. Die Ebene E steht senkrecht auf P' und schneidet P''; Fig. 21.

Die Spur E' bildet mit der Axe denselben $\sphericalangle\, \alpha$, welchen die Ebene mit P'' bildet. Die Spur E'' steht senkrecht auf der Axe in E^0.

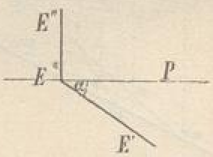


Fig. 21.

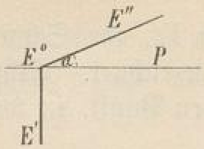


Fig. 22.

5. Die Ebene E steht senkrecht auf P'' und schneidet P'; Fig. 22.

E' steht senkrecht auf P in E^0; E'' bildet mit P denselben ∢ α, welchen E mit P' bildet.

5. Die Ebene E steht senkrecht auf beiden Projektionsebenen; Fig. 23. Die Schnitte E' und E'' stehen senkrecht auf der Axe und bilden eine gerade Linie.

6. Die Ebene E steht schief auf P' und P''; Fig. 24. Die beiden Schnitte E' und E'' schneiden die Axe in demselben Punkte E^0. Die Neigungswinkel der Ebene E mit beiden Projektionsebenen werden wie oben angegeben gefunden.

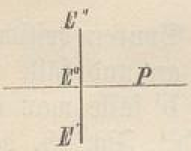


Fig. 23.

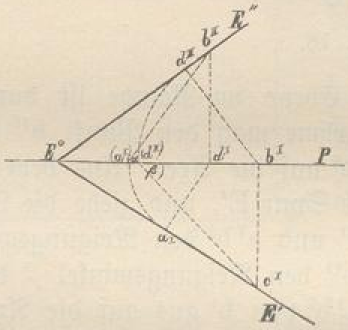


Fig. 24.

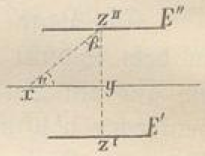


Fig. 25.

7. Die Ebene E ist parallel zur Axe, jedoch so, daß sie P' und P'' schneidet; Fig. 25. Beide Schnitte E' und E'' sind parallel zur Axe. Die Neigungswinkel der Ebene E mit P' und P'' findet man, indem man $z^I y z^{II}$ senkrecht auf die Axe zieht, $yx = yz^I$ macht, und x mit z^{II} verbindet, dann ist α der Neigungswinkel von E und P' und β der Neigungswinkel von E und P''.

10. Konstruktions-Aufgaben.

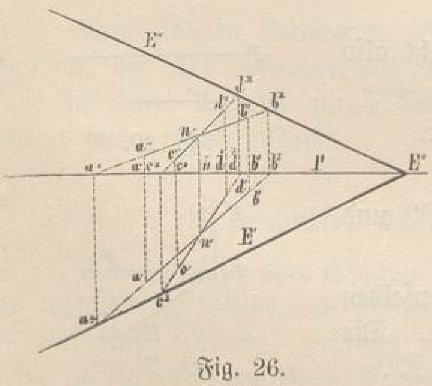


Fig. 26.

1. Zwei gegebene Linien ab und cd, deren Projektionen gegeben sind, schneiden sich in einem Punkte n. Es sollen die Schnitte einer Ebene E konstruirt werden, welche durch die Linien geht.

1. Auflösung. Fig. 26. Beide Linien schneiden P' und P''. Man konstruire beide Spuren der Linien ab und cd, verbinde a^I mit c^I und b^{II} mit d^{II} durch gerade Linien und verlängere dieselben bis zur Axe, dann sind diese Linien E′ und E″ die Spuren der Ebene E in P′ und P″ und müssen sich im Punkte E^0 der Axe treffen.

2. Auflösung. Fig. 27. Die Linie ab ist in solcher Lage angenommen, daß ihr erster Durchgang in P, und ihr zweiter in P″ fällt, die Linie cd dergestalt, daß sie $P_{,,}$ und P′ schneidet.

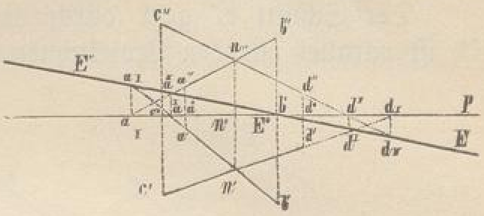


Fig. 27.

Der Schnitt E′ geht durch die Durchgänge a_I und d^I; der zweite Schnitt durch a^{II} und d_{II} bezw. E^0. Die Schnitte werden nicht weiter gezeichnet, als sie in P′ und P″ enthalten sind.

3. Auflösung. Fig. 28. Die Linie ab schneidet beide Projektionsebenen, die Linie cd schneidet die erste und ist parallel mit der zweiten Projektionsebene.

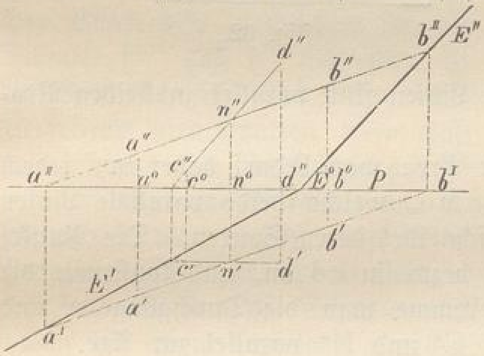


Fig. 28.

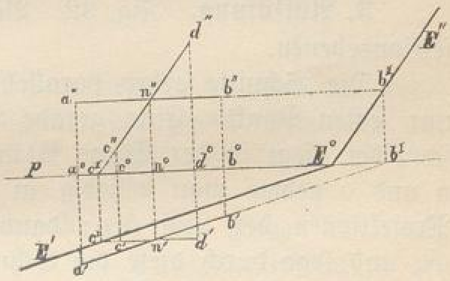


Fig. 29.

Der Schnitt E′ geht durch die Durchgänge a^I und c^I, der zweite Schnitt E″ durch den Durchgang b^{II} und durch E^0 und ist parallel zu c″ d″.

4. Auflösung. Fig. 29. Die Linie cd schneidet P′ in c^I und ist parallel mit der zweiten Projektionsebene, ab schneidet P″ in b^{II} und ist parallel zu P′.

E′ geht durch c^I und ist parallel mit a′b′; E″ geht durch die Spur b^{II} und durch E^0 und ist parallel mit c″ d″.

2. Es sind die Projektionen zweier paralleler Linien gegeben; es sollen die Schnitte der Ebene E konstruirt werden, welche durch die Linien geht.

NB. Parallele Linien haben parallele Projektionen.

1. Auflösung. Fig. 30. Beide Linien schneiden beide Projektionsebenen. Die Schnitte E′ und E″ der Ebene E gehen durch die Spuren a^I und c^I, bezw. b^{II} und d^{II} der Linien ab und cd.

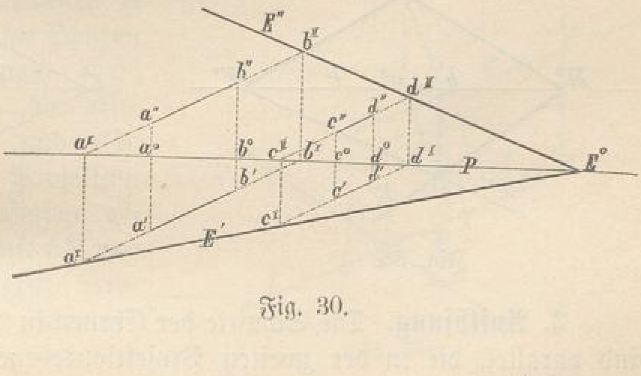


Fig. 30.

2. Auflösung. Fig. 31. Jede der beiden Linien schneidet die erste Projektionsebene und ist parallel mit der zweiten.

Der Schnitt E' geht durch die Durchgänge a^1 und c^1, der Schnitt E'' ist parallel mit den Projektionen $a''b''$ und $c''d''$, und geht durch E^0.

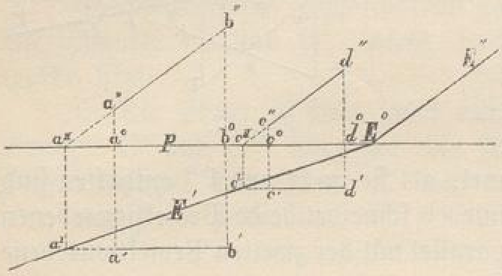


Fig. 31.

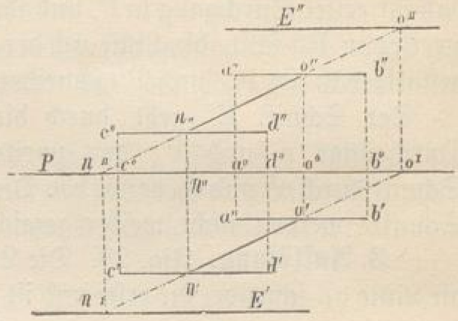


Fig. 32.

3. Auflösung. Fig. 32. Beide Linien sind parallel zu beiden Projektionsebenen.

Die Schnitte gehen parallel zur Axe; man bedarf daher von jedem nur einen Punkt. Eine gerade Linie no, welche beide parallele Linien schneidet, liegt in der Ebene E und schneidet deren Spuren. Die Punkte n und o nehme man beliebig in ab bezw. in cd an, und konstruire die Projektionen der Linie no; dann bestimme man die Durchgänge n^1 und o^{11}, und lege durch diese die Schnitte E' und E'' parallel zur Axe.

3. Es sind die Schnitte zweier sich schneidenden Ebenen E und F gegeben; es soll die Durchschnittslinie ab dieser Ebenen konstruirt werden.

1. Auflösung. Fig. 33. Die Schnitte beider Ebenen schneiden sich. Da die Durchschnittslinie ab in beiden Ebenen liegt, so sind die Punkte, in welchen die Spuren sich schneiden, die Schnitte der Durchschnittslinie. Fällt man also von a^1 und b^{11} Lothe auf die Axe und verbindet die Endpunkte derselben mit a^1 und b^{11}, so sind a^1a^{11} und b^1b^{11} die Projektionen der Durchschnittslinie.

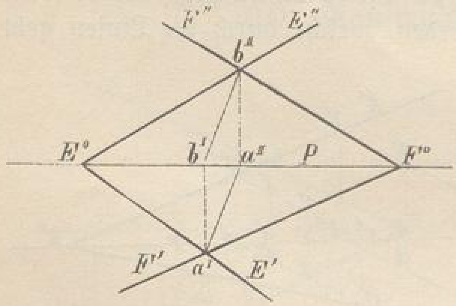


Fig. 33.

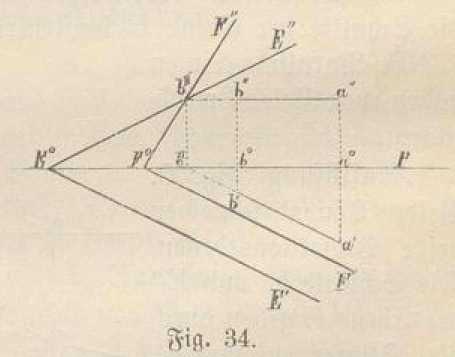


Fig. 34.

2. Auflösung. Die Schnitte der Ebenen in der ersten Projektionsebene sind parallel, die in der zweiten Projektionsebene schneiden sich. Fig. 34.

Die erste Projektion $a'b'$ ist parallel mit den Schnitten E' und F', ausgehend vom Fußpunkte des Lothes $b^{I}b^{II}$, die zweite Projektion $a''b''$ ist parallel mit der Axe, von b^{II} ausgehend.

3. Auflösung. Die Schnitte beider Ebenen sind parallel zur Axe. Fig. 35.

Die Durchschnittslinie der beiden Ebenen ist parallel mit beiden Projektionsebenen, die Projektionen der Durchschnittslinie sind daher parallel zur Axe. Die Ebenen E und F stehen auf P''' senkrecht; die Schnitte E''' und F''' bilden daher mit der Axe P^2 dieselben Winkel α und β, welche die Ebenen mit P' bilden. Der Punkt b^{III}, in welchem sich die Schnitte E''' und F''' schneiden, ist die Spur der Linie ab; ihre erste Projektion wird erhalten, wenn man von b^{III} aus eine Senkrechte auf P^2 fällt und diese in P' verlängert, oder von b^{III} aus eine Parallele zur Axe P zieht; die zweite Projektion von ab erhält man, wenn man $b^0 b'' = b^2 b^{III}$ macht und durch b'' eine Parallele $a''b''$ zur Axe P zieht.

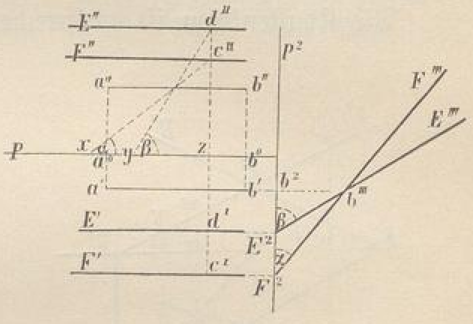


Fig. 35.

4. Es sind die Schnitte einer Ebene E und eine gerade Linie ab, welche die Ebene schneidet, gegeben; es soll der Durchschnittspunkt n der Linie mit der Ebene konstruirt werden.

1. Auflösung. Jede Ebene F, welche durch die Linie ab gelegt wird, schneidet die Ebene E in einer geraden Linie cd, welche die Linie ab in n schneidet. Der verlangte Durchschnittspunkt wird also in dem Durchschnittspunkte der Linien ab und cd erhalten. Durch eine gerade Linie lassen sich aber unendlich viele Ebenen legen, deren jede eine andere Lage hat. Die Ebene F wird zunächst so angenommen, daß sie senkrecht auf P' steht, aber P'' schneidet. Ihr Schnitt F' fällt mit $a'b'$ zusammen, ihr Schnitt F'' steht senkrecht auf der Axe. Fig. 36.

Die Punkte c^{I} und d^{II}, in welchen die Schnitte der Ebenen E und F sich schneiden, sind die Spuren der Linie cd und demnach $c^{II}d^{II}$ deren zweite Projektion; die erste Projektion fällt mit E' und $a'b'$ zusammen. Die zweite Projektion des Schnittpunktes der Linien ab und cd ist der Schnittpunkt n'' von $a''b''$ und $c^{II}d^{II}$; die erste Projektion n' liegt senkrecht darunter in $a'b'$.

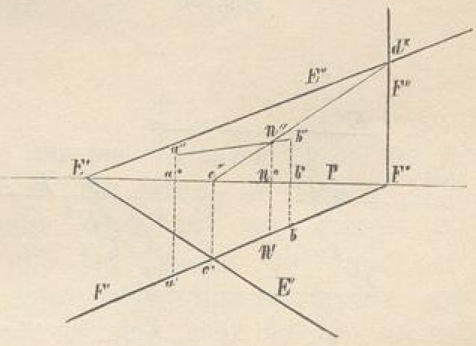


Fig. 36.

2. Auflösung. Die durch ab gelegte Ebene F steht senkrecht auf P'' und schneidet P'. Fig. 37.

Die Konstruktion ist ähnlich wie in Fig. 36 auszuführen.

3. Auflösung. Die Linie ab steht senkrecht auf der ersten Projektionsebene. Fig. 38.

Die Konstruktion ist entsprechend den beiden vorigen auszuführen.

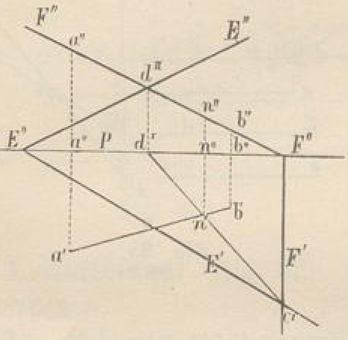


Fig. 37.

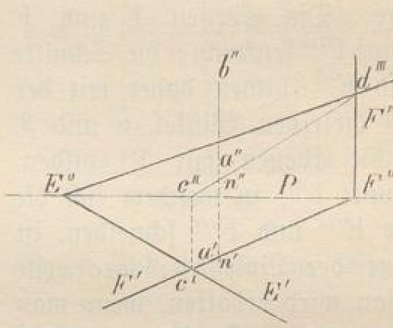


Fig. 38.

5. Es sind die Schnitte einer Ebene E gegeben und die Projektionen eines Punktes a; durch den Punkt a soll eine gerade Linie konstruirt werden, welche auf der Ebene E senkrecht steht.

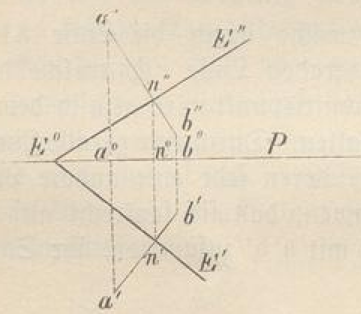


Fig. 39.

Die Schnitte E' und E'' schneiden die Axe. Fig. 39.

Steht eine gerade Linie senkrecht auf 2 sich schneidenden geraden Linien, so steht sie auch senkrecht auf der Ebene, welche durch die beiden Linien bestimmt ist. Die Schnitte E' und E'' sind 2 in der Ebene E liegende gerade Linien, welche sich schneiden. Fällt man daher von a' und a'' aus Lothe auf E' bezw. E'', so sind diese die Projektionen des verlangten Lothes.

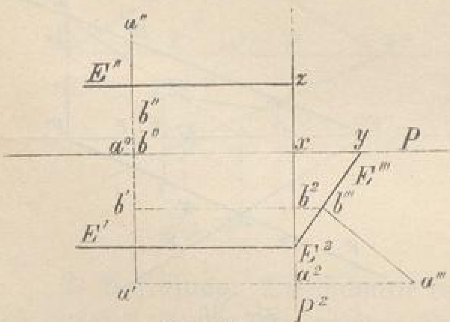


Fig. 40.

2. Auflösung. Die Schnitte der Ebene E sind parallel zur Axe. Fig. 40.

Zur Ausführung der Konstruktion bestimme man a''' und E''', und demnächst a'''b''' senkrecht auf E''', dann ist $xy = xz$, $a^2a''' = a^0a''$ und $b^0b'' = b^2b'''$.

Die verlängerte $b^2 b''$ trifft das von a' auf E' gefällte Loth in b', und ist dann $a'b'$ die erste Projektion des verlangten Lothes, sowie $a''b''$ senkrecht auf E'' und in der Verlängerung von $a'b'$ die zweite Projektion desselben ist.

6. Es sind die Projektionen dreier Punkte gegeben; es sollen die Spuren der Ebene E konstruirt werden, welche durch diese Punkte bestimmt ist. Fig. 41.

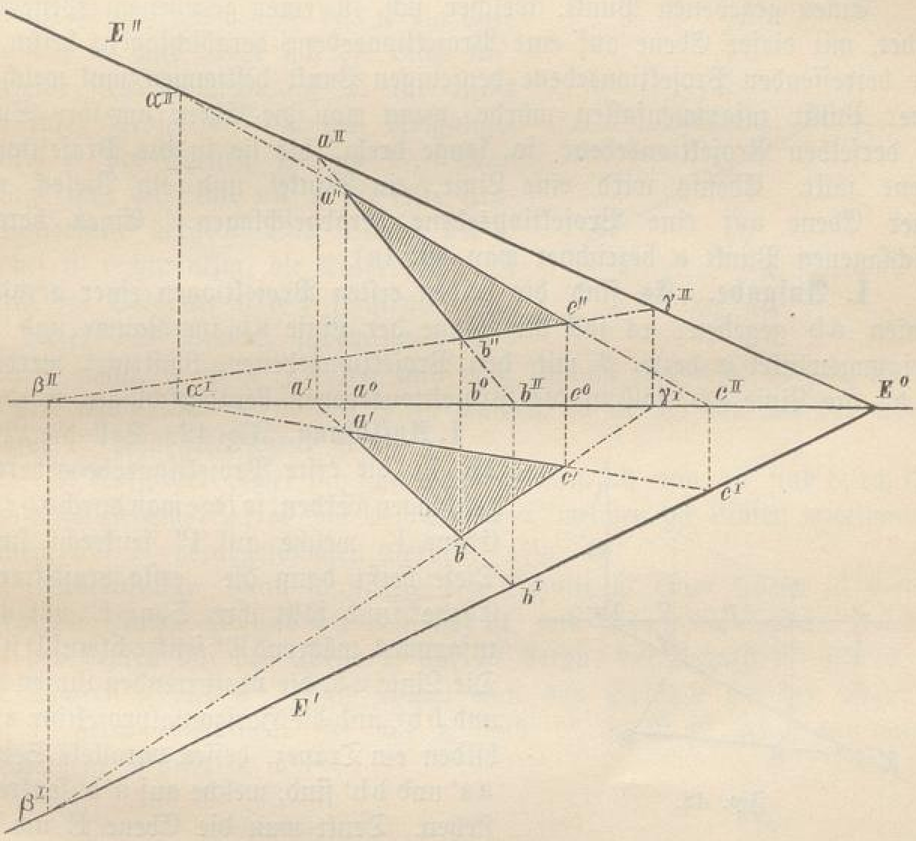


Fig. 41.

Durch die 3 Punkte a, b und c sind die 3 geraden Linien ab, ac und bc bestimmt, welche ebenfalls in der Ebene E liegen. Die Spuren dieser 3 Linien müssen also auch in den Spuren der Ebene E liegen. Konstruirt man also die Spuren der Linien ab, ac und bc, welche β^I, b^I und c^I, sowie α^{II} a^{II} und γ^{II} ergeben, und verbindet dieselben durch gerade Linien, so sind diese die Spuren der Ebene E.

11. Das Herabschlagen oder Bestimmung der Größe und Lage von Linien und Flächen, welche durch ihre Projektionen gegeben sind.

Eine begrenzte gerade Linie herabschlagen heißt, aus den Projektionen dieser Linie die Linie selbst konstruiren. Ebenso wird ein Winkel oder ein Vieleck herabgeschlagen werden, wenn man aus den Projektionen den Winkel oder das Vieleck im Raume konstruirt.

Einen gegebenen Punkt, welcher sich in einer gegebenen Ebene befindet, mit dieser Ebene auf eine Projektionsebene herabschlagen, heißt, in der betreffenden Projektionsebene denjenigen Punkt bestimmen, mit welchem jener Punkt zusammenfallen würde, wenn man die Ebene um ihre Spur in derselben Projektionsebene so lange dreht, bis sie in die Projektionsebene fällt. Ebenso wird eine Linie, ein Winkel und ein Vieleck mit einer Ebene auf eine Projektionsebene herabgeschlagen. Einen herabgeschlagenen Punkt a bezeichnet man mit (a).

1. Aufgabe. Es sind die beiden ersten Projektionen einer geraden Linien ab gegeben; es soll die Länge der Linie ab im Raume und ihr Neigungswinkel α bezw. β mit den Projektionsebenen konstruirt werden, d. h. die Linie ab soll in die Projektionsebenen herabgeschlagen werden.

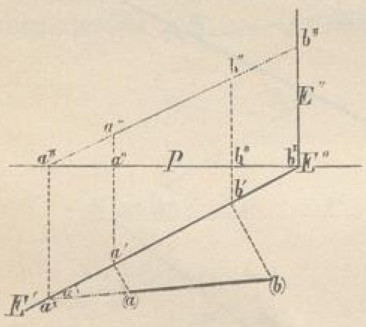


Fig. 42.

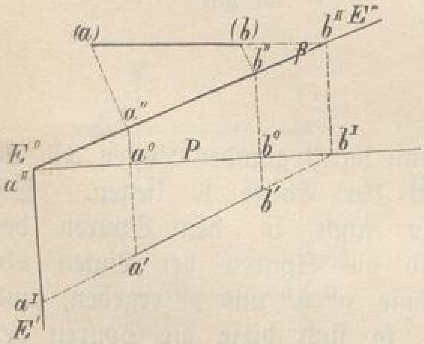


Fig. 43.

1. Auflösung. Fig. 42. Soll die Linie ab in die erste Projektionsebene herabgeschlagen werden, so lege man durch ab eine Ebene E, welche auf P' senkrecht steht. Diese heißt dann die „erste projicirende Ebene" und fällt ihre Spur E' mit a'b' zusammen, während E'' senkrecht auf P steht Die Linie ab, die projicirenden Linien aa' und bb', und die Horizontalprojektion a'b' bilden ein Trapez, dessen parallele Seiten aa' und bb' sind, welche auf a'b' senkrecht stehen. Denkt man die Ebene E um E' gedreht, bis sie mit P' zusammenfällt, so wird dadurch das Trapez aa'b'b mit der Ebene E in die erste Projektionsebene herabgeschlagen. Man mache also a' (a) $\perp$ a'b' und $=$ a^0a'', b' (b) $\perp$ a'b' und $=$ b^0b'', und verbinde (a) mit (b), so ist diese Linie die Linie ab im Raume. Die Verlängerung von (a) (b) bildet mit E' den Neigungswinkel α der Linie ab mit P'.

2. Auflösung. Fig. 43. Soll die Linie ab in die zweite Projektionsebene herabgeschlagen werden, so legt man durch ab eine Ebene E, die „zweite projicirende Ebene", welche auf P" senkrecht steht, und verfährt dann wie in der ersten Auflösung, d. h. man schlägt die Linie ab mit der Ebene E auf die zweite Projektionsebene herab.

2. Aufgabe. Von einer Ebene E, welche schief auf der Horizontalebene steht, ist nur die erste Spur gegeben; sie ist außerdem bestimmt durch die beiden Projektionen eines in ihr liegenden Punktes n. Der Punkt n soll mit der Ebene E auf die erste Projektionsebene herabgeschlagen werden. Fig. 44.

Auflösung. Man fälle von n' ein Loth $n'a^1$ auf E' und denke sich die Linie na^1. Dieselbe steht senkrecht auf E' und bildet mit ihrer Projektion $n'a^1$ den Neigungswinkel α der Ebenen E und P'. Man schlage nun die Linie na^1 in die erste Projektionsebene herab. Das Dreieck $nn'a^1$ ist bei n' rechtwinklig, die Kathete nn' ist gleich der Ordinate n^0a''; konstruirt man an dieser das Dreieck, indem man $n^0y = n'a^1$ macht, so ist $a''y = na^1$ und man braucht nur a^1n' über n' hinaus zu verlängern, und $a^1(n) = a''y$ zu machen, so ist (n) der mit der Ebene E auf P' herabgeschlagene Punkt n.

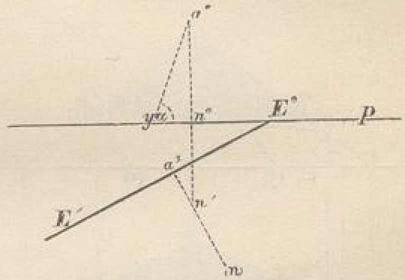


Fig. 44.

3. Aufgabe. Zwei sich schneidende Linien ab und cd sind durch ihre Projektionen gegeben; es soll der Winkel α, welchen die Linien miteinander bilden, auf P' herabgeschlagen werden. Fig. 45.

Auflösung. Man konstruire den Schnitt E' einer Ebene E, welche durch die Linien ab und cd bestimmt ist, und schlage die Strecken na und nc der Linien mit der Ebene E auf P' herab; der Schnitt E' geht durch die Spuren a^1 und c^1; dann schlägt man den Punkt n mit der Ebene E auf P' herab, verbindet (n) mit a^1 und c^1, so ist a^1 (n) c^1 der herabgeschlagene Winkel α.

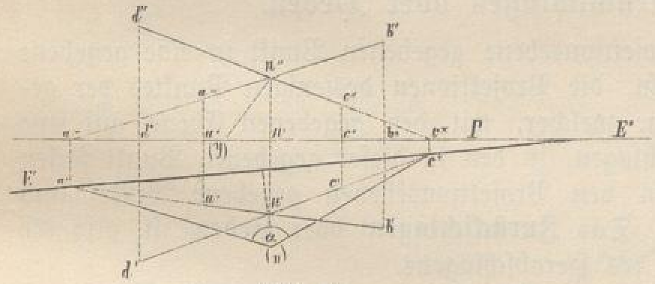


Fig. 45.

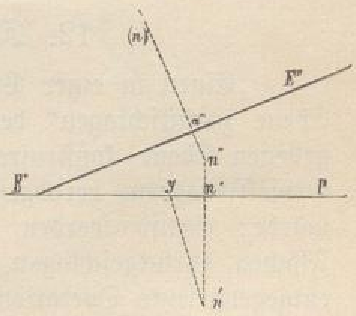


Fig 46.

4. Aufgabe. Von einer Ebene E sind die Spur E" und die Projektionen eines in ihr liegenden Punktes n gegeben; es soll der Punkt n mit der Ebene E auf P" herabgeschlagen werden. Fig. 46.

Auflösung. Dieselbe ist entsprechend der in Fig. 44 ausgeführten zu machen, sodaß (n) den mit E herabgeschlagenen Punkt n in P″ ergiebt.

5. Aufgabe. Es sind die Projektionen eines Dreiecks a b c gegeben; es soll das Dreieck in die erste Projektionsebene herabgeschlagen werden. Fig. 47

Auflösung. Man konstruire den Schnitt E′ der Ebene E, in welcher das Dreieck liegt, und schlage das Dreieck mit der Ebene E auf die erste Projektionsebene herab.

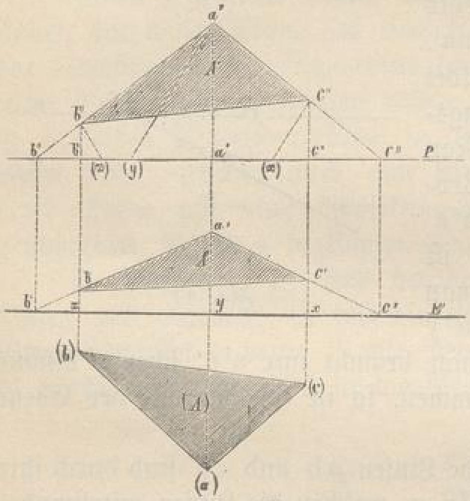


Fig. 47.

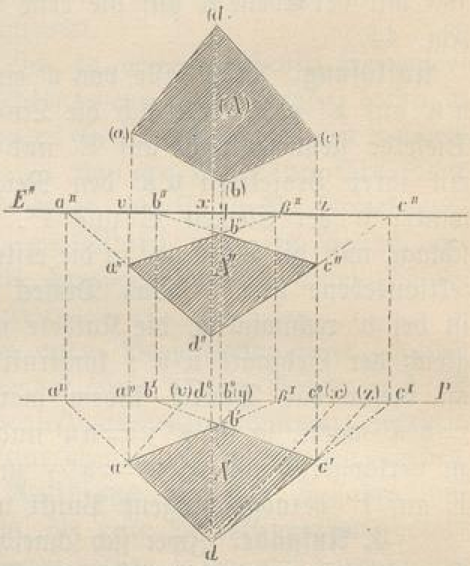


Fig. 48.

6. Aufgabe. Ein durch seine Projektionen gegebenes Viereck a b c d soll in die zweite Projektionsebene herabgeschlagen werden. Fig. 48.

Auflösung. Man konstruire die zweite Spur der Ebene E, in welcher das Viereck liegt, und schlage das Viereck mit dieser Ebene E auf P″ herab. Zu beachten ist hierbei, daß die Projektionen des Vierecks richtig konstruirt werden, damit auch alle 4 Ecken desselben in der Ebene E liegen.

12. Zurückschlagen oder Heben.

„Einen in einer Projektionsebene gegebenen Punkt in eine gegebene Ebene zurückschlagen" heißt, die Projektionen desjenigen Punktes der gegebenen Ebene konstruiren, welcher, mit der gegebenen Ebene auf jene Projektionsebene herabgeschlagen, in den in dieser gegebenen Punkt fallen würde; ebenso werden in den Projektionsebenen gegebene Winkel und Flächen zurückgeschlagen. Das **Zurückschlagen** oder **Heben** ist also die entgegengesetzte Operation des Herabschlagens.

1. Aufgabe. In der ersten Projektionsebene ist ein Punkt (n), der Schnitt E′ einer Ebene E, in welcher der Punkt n liegt, und der Neigungswinkel α der Ebene E mit P′ gegeben; der Punkt (n) soll in die Ebene E zurückgeschlagen werden. Fig. 49.

Auflösung. Man fälle von (n) ein Loth auf E', trage den gegebenen Winkel α an die Axe P in P'', oder an x (n) im Punkte x an, mache den Schenkel (x) [n] oder $xn = x(n)$, fälle von [n] oder n ein Loth [n] (n') auf P oder nn' auf (n) x, oder trage (x) (n') von x auf x (n) bis n' ab; dann fälle man von n' ein Loth auf die Axe P und verlängere dasselbe in der zweiten Projektionsebene bis $n^0 n'' = (n')[n]$ ist, so sind n' und n'' die Projektionen des zurückgeschlagenen Punktes (n).

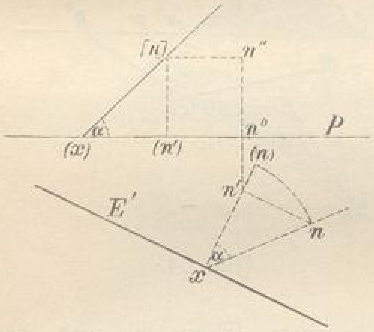


Fig. 49.

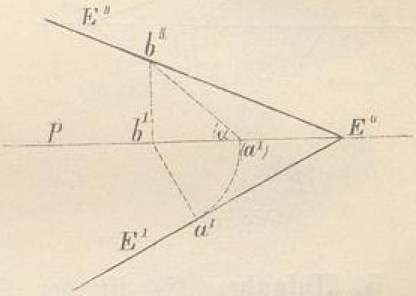


Fig. 50.

2. Aufgabe. Es ist der Schnitt E' einer Ebene E und deren Neigungswinkel α mit der ersten Projektionsebene gegeben, es soll der Schnitt E'' konstruirt werden. Fig. 50.

Auflösung. Man errichte in dem in E' beliebig angenommenen Punkte a^1 auf E^1 ein Loth $a^I b^I$, trage von b^1 aus dasselbe auf die Axe ab, sodaß $b^1 (a^1) = a^I b^1$ ist, trage ferner den $\sphericalangle\, \alpha$ im Punkte (a^I) an die Axe an und errichte in b^1 auf P ein Loth, welches den Schenkel des Winkels α in b^{II} schneidet. Verbindet man nun b^{II} mit E^0, so ist diese Linie die Spur E^{II} der Ebene E.

3. Aufgabe. Es ist der Schnitt E^{II} einer Ebene E und der Neigungswinkel β derselben mit der zweiten Projektionsebene gegeben, es soll der Schnitt E^1 konstruirt werden. Fig. 51.

Auflösung. Die Konstruktion ist ähnlich wie die vorhergehende auszuführen.

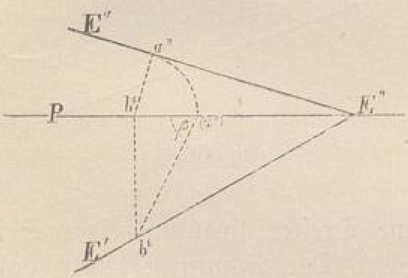


Fig. 51.

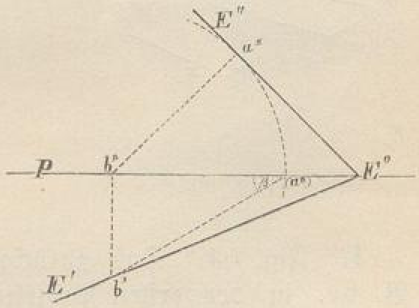


Fig. 52.

4. Aufgabe. Es ist der Schnitt E^1 einer Ebene E und deren Neigungswinkel β mit der zweiten Projektionsebene gegeben, es soll der Schnitt E^{II} konstruirt werden. Fig. 52.

Auflösung. Von dem im Schnitt E^I beliebig angenommenen Punkte b^I fälle man das Loth $b^I b^{II}$ auf die Axe, lege durch b^I an die Axe den Winkel β und schlage mit $b^{II}(a^{II})$ um b^{II} einen Kreis. Legt man nun von E^0 aus eine Tangente an diesen Kreis, so ist dieselbe der Schnitt E^{II} der Ebene E.

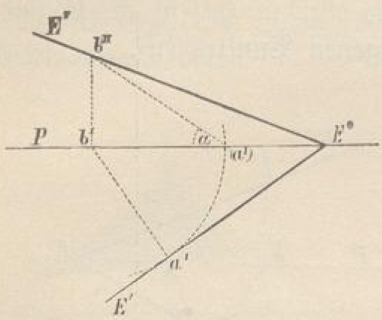


Fig. 53.

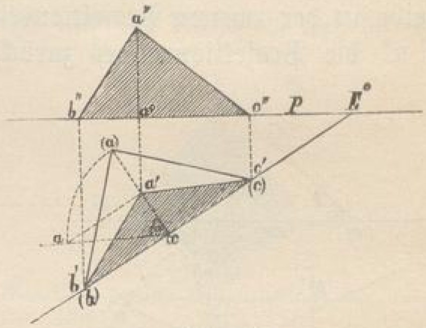


Fig. 54.

5. Aufgabe. Es ist der Schnitt E^{II} einer Ebene E und deren Neigungswinkel α mit der Horizontalebene gegeben, es soll der Schnitt E^I konstruirt werden. Fig. 53.

Auflösung. Dieselbe ist ähnlich wie in Fig. 52 auszuführen.

6. Aufgabe. Die Projektionen eines Dreiecks abc zu konstruiren, welches mit der ersten Projektionsebene den Winkel α bildet.

Auflösung. Man schlage das Dreieck abc in die Ebene E zurück, welche mit P′ den $\measuredangle\ \alpha$ bildet. Hierbei sind folgende 3 Fälle möglich.

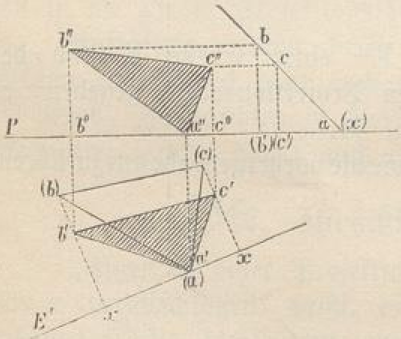


Fig. 55.

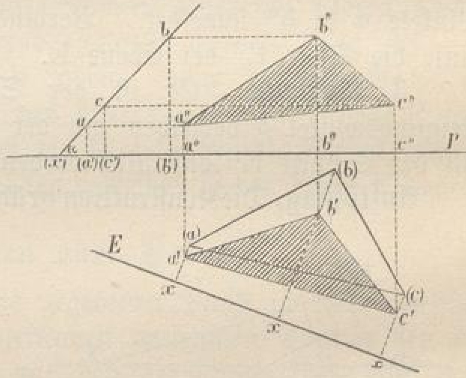


Fig. 56.

1. Fig. 54. Das zurückgeschlagene Dreieck liegt mit einer Seite, z. B. bc, in der ersten Projektionsebene. Der Schnitt E^I fällt daher mit (b) (c) zusammen und es ist nur der Punkt (a) mit der Ebene E zurückzuschlagen, um beide Projektionen des Dreiecks zeichnen zu können.

2. Fig. 55. Das Dreieck abc berührt mit einer Ecke, z. B. a, die erste Projektionsebene; dieselbe bleibt also beim Heben in P′ liegen und es sind nur die Eckpunkte (b) und (c) in die Ebene E zurückzuschlagen.

3. Das Dreieck abc liegt mit keiner Ecke in einer der Projektionsebenen und müssen demnach alle drei Eckpunkte in die Ebene E zurückgeschlagen werden. Fig. 56.

7. Aufgabe. Die Projektionen eines Vierecks abcd zu konstruiren, welches mit der ersten Projektionsebene den Winkel α bildet.

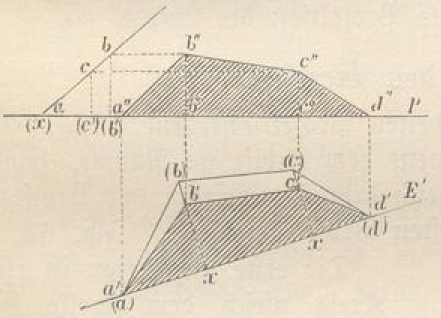


Fig. 57.

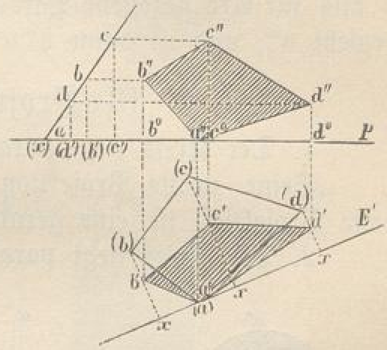


Fig. 58.

Auflösung. Das Viereck abcd ist mit der Ebene E, welche mit P' den Winkel α bildet, zu heben. Es ergeben sich hier dieselben drei Fälle wie in der vorigen Aufgabe, und ist die Lösung diesen analog auszuführen.

1. Fig. 57. Die eine Seite ad des gehobenen Vierecks abcd liegt in E' und P'.

2. Fig. 58. Die eine Ecke a des Vierecks abcd liegt in P, und E'.

3. Fig. 59. Das gehobene Viereck abcd berührt keine der Projektionsebenen.

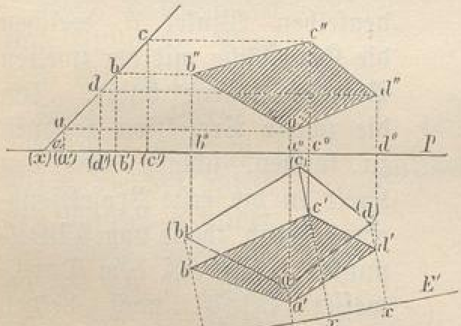


Fig. 59.

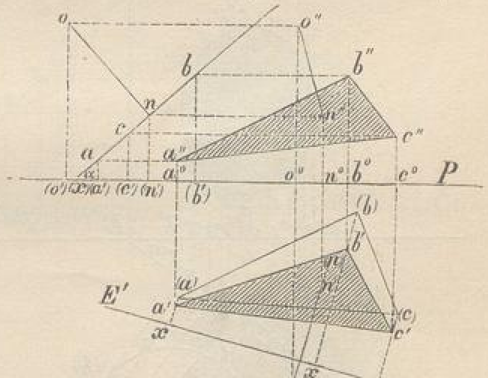


Fig. 60.

8. Aufgabe. Ein Dreieck abc, welches mit der Horizontalebene den Winkel α bildet, ist in diese Ebene herabgeschlagen; auf dem Dreiecke steht im Punkte n ein Loth no; es sollen die Projektionen des Dreiecks und des Lothes konstruirt werden. Fig. 60.

Auflösung. Man schlage das Dreieck abc mit dem Punkte n in die Ebene E zurück, welche mit P' den $\sphericalangle\ \alpha$ bildet. Die Projektionen des Punktes o findet man, indem man (x)n = x(n) macht, in n auf der Neigungslinie ein Loth errichtet, welches = no wird, und von o ein Loth auf die Axe fällt. Macht man nun n'o', welche senkrecht auf E' steht, gleich (n')(o'), so ist n'o' die erste Projektion des Lothes; die zweite Projektion ergiebt sich, wenn man von o' ein Loth auf die Axe fällt und dasselbe bis an eine von o aus zur Axe gezogene Parallele verlängert. Der Schnittpunkt mit dieser ergiebt o'', und ist dann n''o'' die zweite Projektion des Lothes no.

13. Projektionen des Kreises.

1. Der Kreis liegt parallel zur zweiten Projektionsebene. Fig. 61.

Seine zweite Projektion ist kongruent dem Kreise im Raume, seine erste Projektion ist eine gerade Linie gleich dem Durchmesser des Kreises.

2. Der Kreis liegt parallel zur ersten Projektionsebene. Fig. 62.

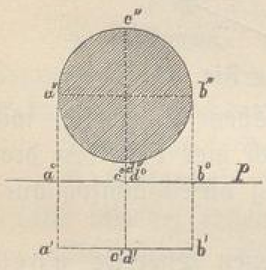


Fig. 61.

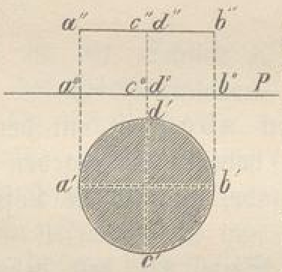


Fig. 62.

Die erste Projektion ist ein Kreis gleich dem Kreise im Raume; die zweite Projektion ist eine gerade Linie gleich dem Durchmesser des Kreises.

3. Die Ebene des Kreises steht senkrecht auf der ersten Projektionsebene und schneidet die zweite. Fig. 63.

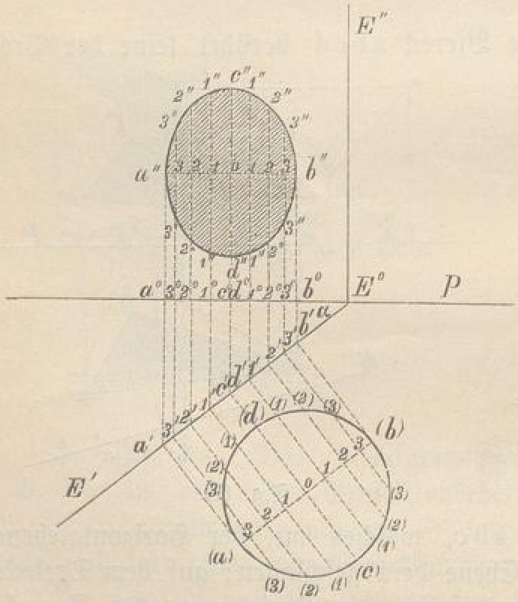


Fig. 63.

Die zweite Projektion ist eine Ellipse, die erste eine gerade Linie, welche gleich dem Durchmesser des Kreises ist; dieselbe bildet mit der Axe denselben Winkel α, welchen die Kreisfläche mit der zweiten Projektionsebene bildet. Um die zweite Projektion zeichnen zu können, schlage man den Kreis in die erste Projektionsebene herab, theile vom Mittelpunkte o aus auf dem Durchmesser (a)(b) nach beiden Seiten gleiche Stücke ab, lege durch die Theilpunkte 1, 2, 3 rc. Senkrechte zu (a)(b) bis a' b', und fälle von den Punkten 1', 2', 3' rc. Lothe auf die Axe, welche in die zweite Projektionsebene hinein verlängert werden. Die Ordinaten $1^0 1''$, $2^0 2''$ &c. mache man $= 1'$ (1), $2'$ (2) &c., und ergiebt dann die Verbindung der Punkte c'', $1''$, $2''$ &c. die zweite Projektion des Kreises.

4. Die Ebene des Kreises steht senkrecht auf der zweiten Projektionsebene und schneidet die erste. Fig. 64.

Die erste Projektion ist eine Ellipse, die zweite eine gerade Linie gleich dem Durchmesser des Kreises, welche mit der Axe den Neigungswinkel α der Kreisfläche mit P' bildet. Um die erste Projektion zeichnen zu können, schlage man den Kreis in die zweite Projektionsebene herab, und hebe ihn dann mit einer Ebene E, welche mit P' den Winkel α bildet. Es wird dann $d^0\, d' = d''$ (d), $c^0\, c' = c''$ (c), $b^0\, b' = b''$ (b), $a^0\, a' = a''$ (a), $2^0\, 2' = 2''$ (2), $3^0\, 3' = 3''$ (3) &c.

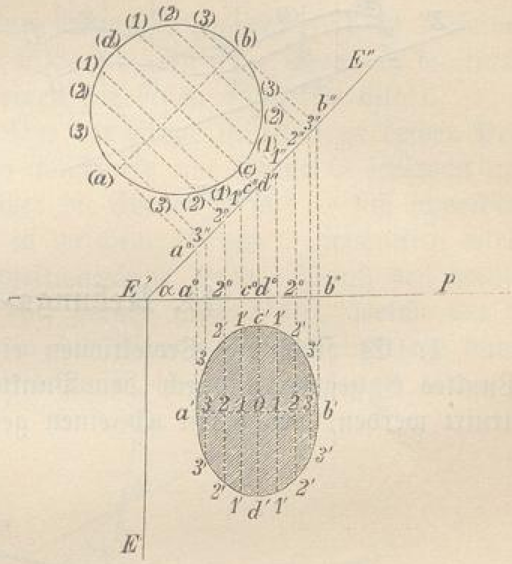


Fig. 64.

5. Die Ebene des Kreises steht schief auf beiden Projektionsebenen. Fig. 65.

Beide Projektionen sind Ellipsen. Man hebe den in die erste Projektionsebene herabgeschlagenen Kreis, welcher mit P' den Winkel α bildet, mit einer Ebene E, welche mit P' ebenfalls den Winkel α bildet.

Aufgabe. Die Projektionen einer in die erste Projektionsebene herabgeschlagenen ge-

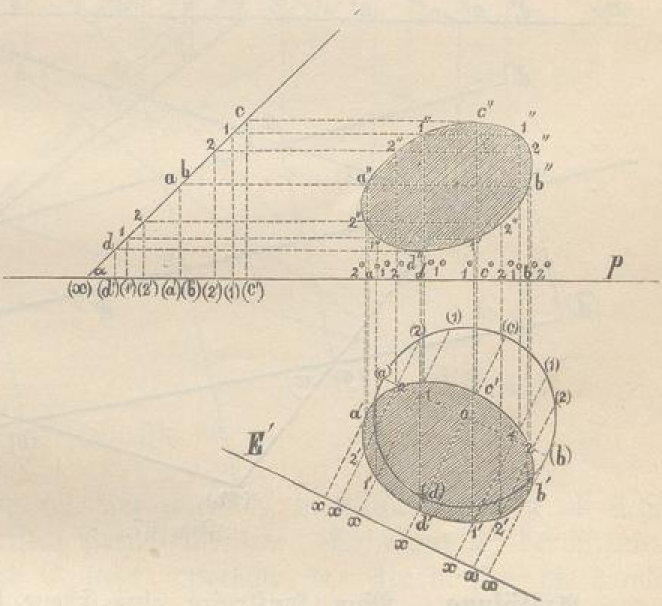


Fig. 65.

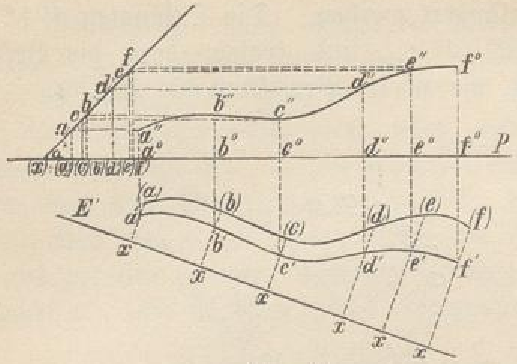


Fig. 66.

krümmten Linie zu konstruiren, welche in einer Ebene E liegt, die mit P' den Winkel α bildet. Fig. 66.

Man schlage die krumme Linie mit der Ebene E zurück, indem man eine größere Anzahl von Punkten derselben hebt.

14. Uebungs-Aufgaben.

1. Es sind die Projektionen einer geraden Linie ab und eines Punktes c gegeben; durch den Punkt c soll eine gerade Linie de konstruirt werden, welche mit ab einen gegebenen Winkel α bildet. Fig. 67.

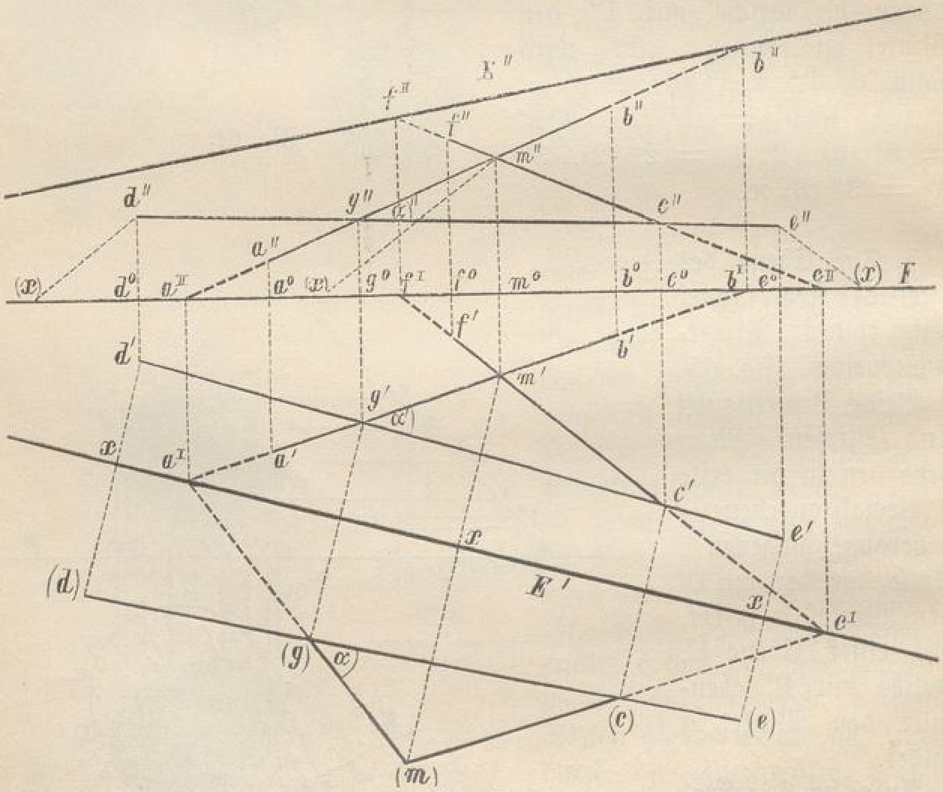


Fig. 67.

Auflösung. Man konstruire eine Ebene E, in welcher ab und der Punkt c liegen, schlage ab und c mit der Ebene E auf eine der

Projektionsebenen herab, z. B. auf die erste, lege durch (c) eine Linie (d)(e), welche mit (a) (m) den ∢ α im Punkte (g) bildet und schlage die Linie de in die Ebene E zurück.

Die Ebene E erhält man, wenn man durch c eine beliebige Gerade cf legt, welche ab in m schneidet.

2. Es sind die Spuren einer Ebene E gegeben und in derselben eine gerade Linie ab; durch die Linie ab soll eine Ebene F konstruirt werden, welche mit der Ebene E einen gegebenen Winkel α bildet.

1. Auflösung. Fig. 68. Die Lage der Ebene ist schief zu beiden Projektionsebenen angenommen. Man konstruire eine Ebene G senkrecht auf ab, bestimme die Linie cd, in welcher die Ebenen E und G sich schneiden, und schlage cd und den Punkt n, in welchem ab von G geschnitten wird, mit der Ebene G auf die erste Projektionsebene herab. Durch den herabgeschlagenen Punkt (n) lege man eine gerade Linie p^I (q), welche mit c^I (d) den ∢ α bildet, schlage pq in die Ebene G zurück und lege durch die Linien ab und pq eine Ebene, dann ist diese die verlangte Ebene F

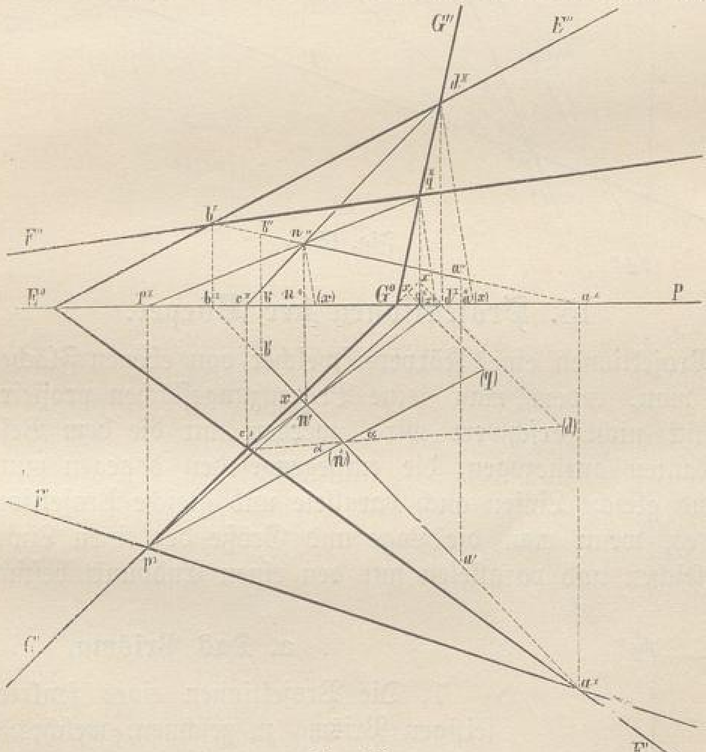


Fig. 68.

2. Auflösung. Fig. 69. Die Ebene E, in welcher die Linie ab liegt, steht senkrecht auf der ersten Projektionsebene. Die Spur d^{II} der Schnittlinie der Ebenen E und G liegt unterhalb der Axe in $P_{,,}$; die herabgeschlagene Linie mit dem Punkte n fällt in den Schnitt E'; im Uebrigen ist die Konstruktion dieselbe wie in der 1. Auflösung.

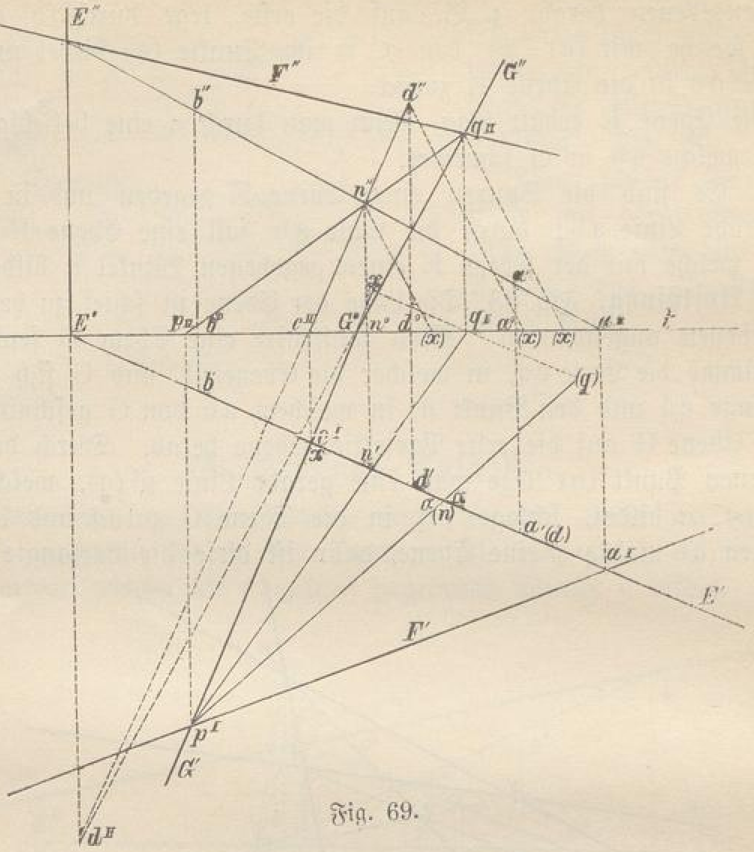


Fig. 69.

15. Projektionen der Körper.

Die Projektionen eines Körpers, welcher von ebenen Flächen begrenzt ist, erhält man, indem man seine Begrenzungsflächen projicirt. Damit der Ueberblick nicht erschwert wird, werden nur die dem Beschauer zugekehrten Kanten ausgezogen, die entgegengesetzen dagegen punktirt. Da parallele und gleiche Linien auch parallele und gleiche Projektionen geben, so genügt es, wenn man die Lage und Größe der einen Linie und von jeder ihr gleichen und parallelen nur den einen Endpunkt bestimmt.

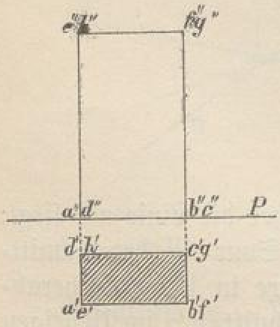


Fig. 70.

a. Das Prisma.

1. Die Projektionen eines senkrechten vierseitigen Prisma zu zeichnen, welches mit seiner rechteckigen Grundfläche auf der ersten Projektionsebene steht und von welchem 2 Seitenebenen parallel zur zweiten Projektionsebene liegen. Fig. 70.

Die Seitenkanten stehen senkrecht auf P'; die erste Projektion des Körpers ist demnach gleich der Grundebene abcd. In der zweiten

Projektion stehen die Seitenkanten senkrecht auf der Axe und die Projektion des Körpers ist gleich der Seitenfläche abfe.

2. Die Projektionen eines normalen vierseitigen Prisma mit rechteckiger Grundfläche zu zeichnen, welches mit dieser auf der ersten Projektionsebene steht und dessen Seitenebenen mit der zweiten Projektionsebene einen Winkel α bilden. Fig. 71.

Man trage den Winkel α in der ersten Projektionsebene an die Axe an, lege an den Schenkel derselben die erste Projektion, d. h. die Grundebene des Prisma aus Fig. 70, und konstruire dann die zweite Projektion.

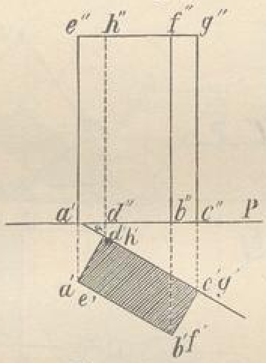


Fig. 71.

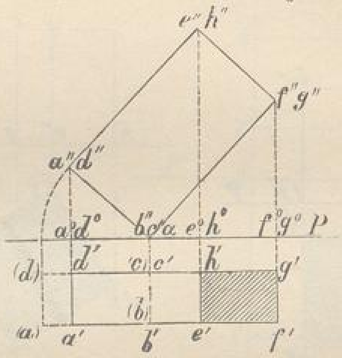


Fig. 72.

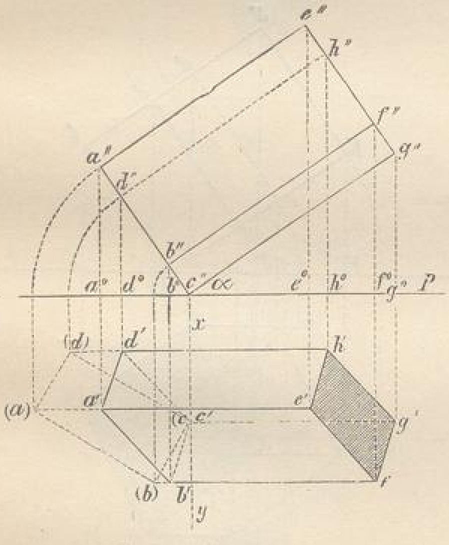


Fig. 73.

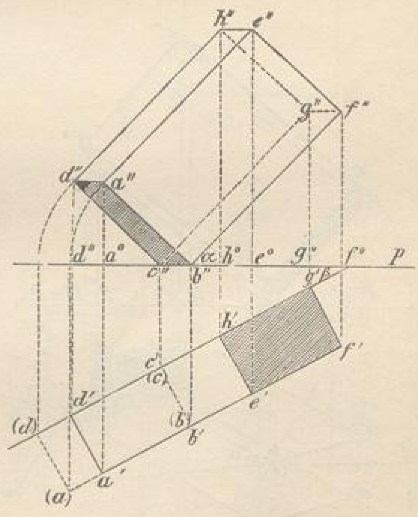


Fig. 74.

3. Die Seitenfläche bcgf des Prisma Fig. 70 bildet mit der Horizontalebene einen Winkel α, die Seitenflächen abfe und cdhg sind parallel zur zweiten Projektionsebene. Fig. 72.

Man trage den Winkel α an die Axe in der Vertikalebene an, zeichne an den Schenkel des Winkels α die zweite Projektion der Fig. 70 und konstruire dann die erste Projektion; die Entfernungen der Endpunkte von der Axe sind gleich den Entfernungen derselben in Fig. 70.

4. Die Seitenkante cg des Prisma Fig. 71 bildet mit P′ den Winkel α, die Seitenflächen stehen schief zu P″ und alle Seitenkanten laufen parallel zu P″. Fig. 73.

Man trage den Winkel α an die Axe in der zweiten Projektionsebene an, lege an den Schenkel des Winkels α die zweite Projektion aus Fig. 71 und konstruire dann die erste Projektion.

5. Die Seitenfläche cbfg der Fig. 72 bildet mit P′ den Winkel α, die Seitenfläche cdhg mit P″ den Winkel β, und die Grundkante bc steht auf der ersten Projektionsebene. Fig. 74.

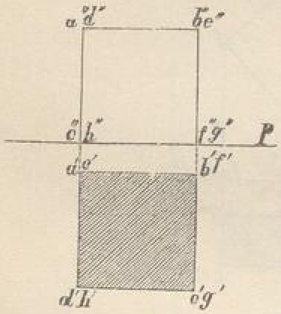


Fig. 76.

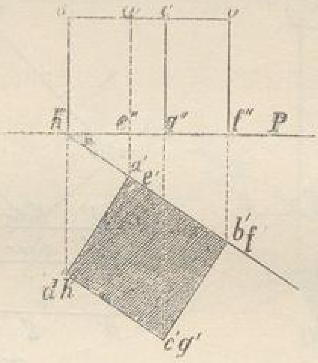


Fig. 77.

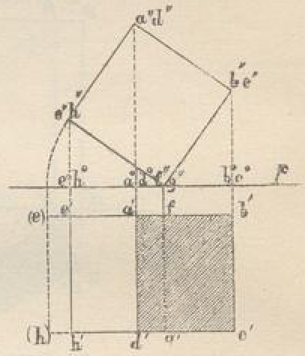


Fig. 78.

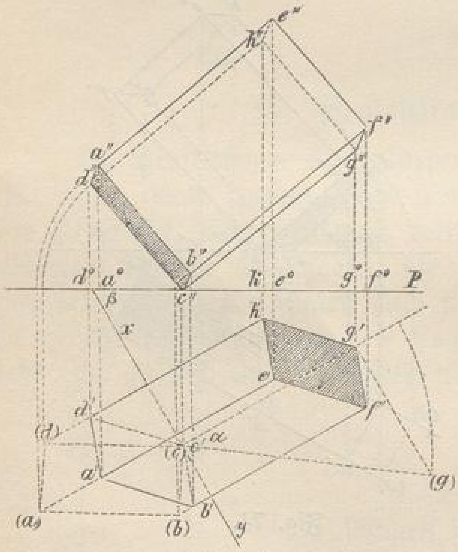


Fig. 75.

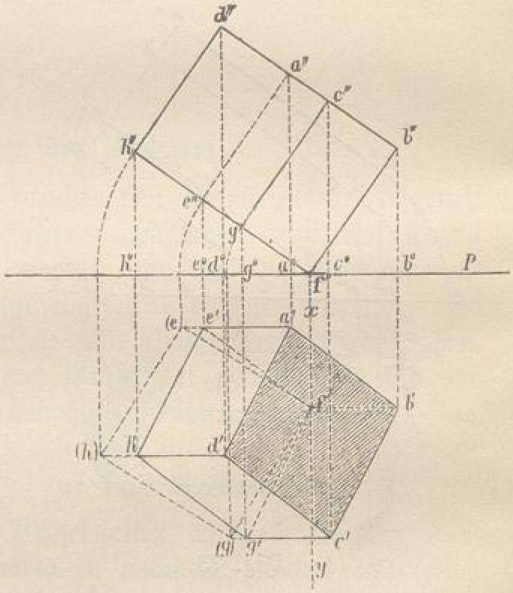


Fig. 79.

Man lege den ∢ β in der Horizontalebene an die Axe, und zeichne an seinen Schenkel in P′ die erste Projektion aus Fig. 72. Die Ordinaten in der Vertikalebene sind gleich den Ordinaten derselben Ebene in Fig. 72 zu machen.

6. Das Prisma Fig. 73 ist mit der Drehungsaxe xy so gedreht, daß diese Axe in P′ mit der Axe P den ∢ β bildet. Die Ecke c bleibt auf P′ stehen, und die Höhenlage sämtlicher Eckpunkte bleibt dieselbe wie in Fig. 73; Fig. 75.

Die erste Projektion wird an die Drehungsaxe xy angetragen und dann die zweite Projektion gebildet. Die Ordinaten in P'' sind gleich den Ordinaten in Fig. 73, weil sich die Höhenlage der Eckpunkte bei der Drehung nicht verändert hat.

7. Die Projektionen eines Würfels in denselben 6 Lagen zu zeichnen, wie diejenigen des vierseitigen Prisma waren, Figuren 76, 77, 78, 79, 80 und 81, und in Fig. 82 derart, daß die Längskante gc des Würfels in P' liegt und parallel zu P'' ist.

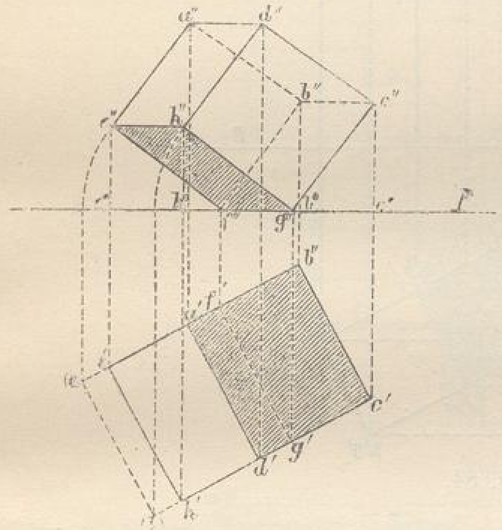


Fig. 80.

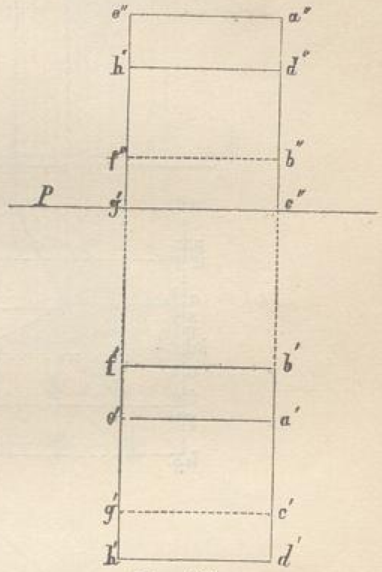


Fig. 82.

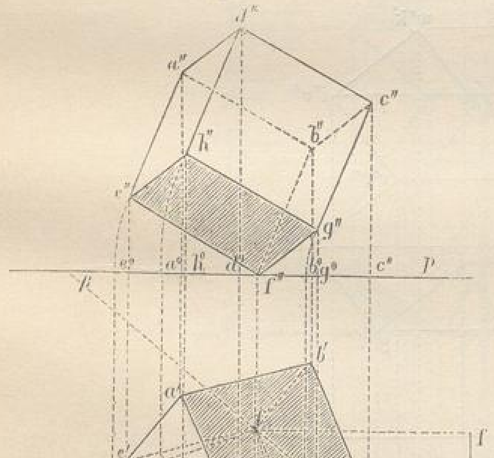


Fig. 81.

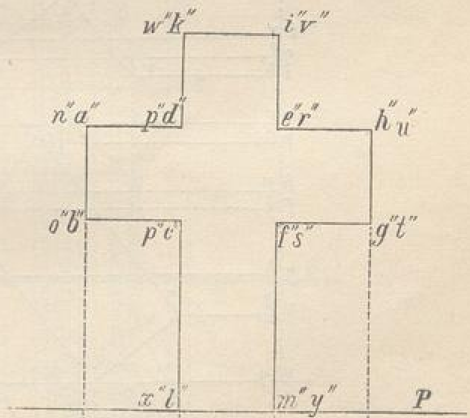


Fig. 83.

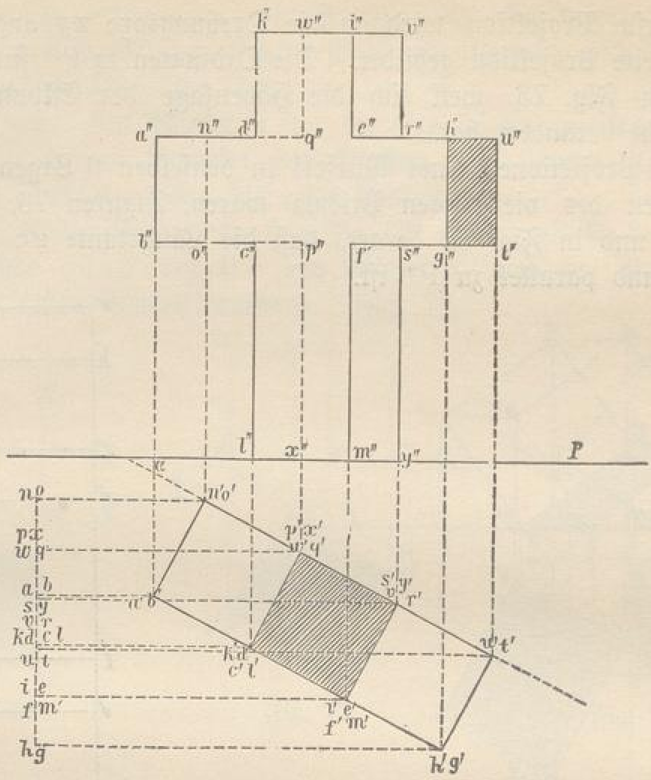


Fig. 84.

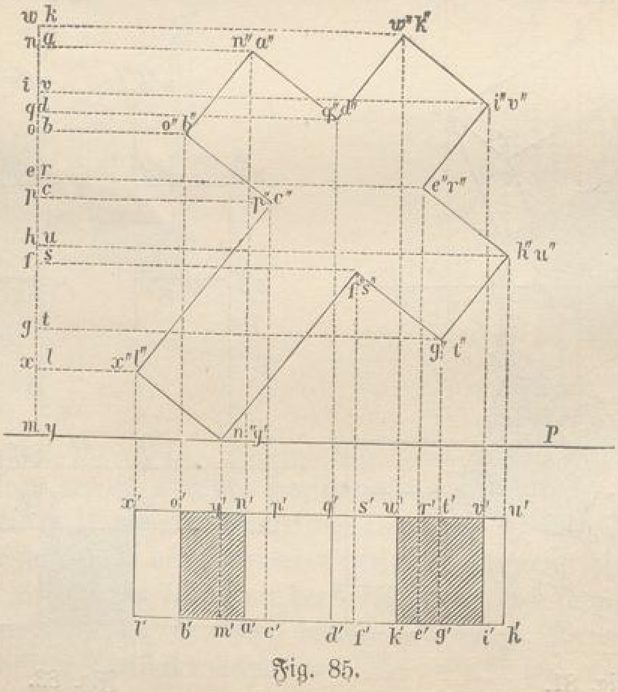


Fig. 85.

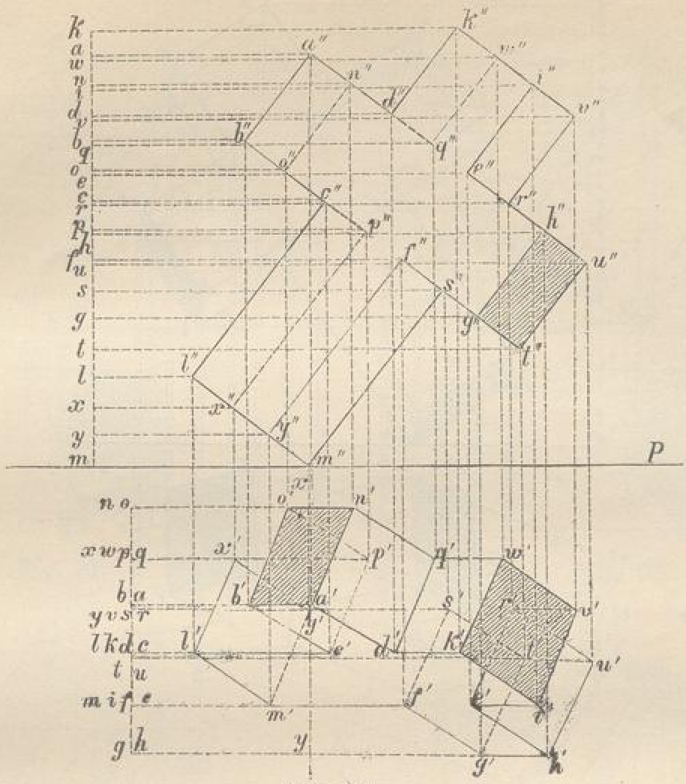


Fig. 86.

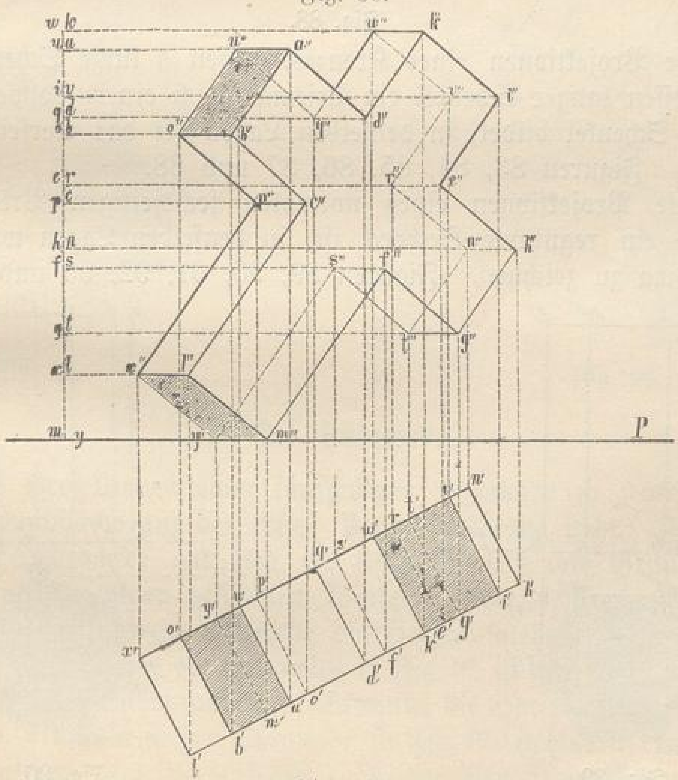


Fig. 87.

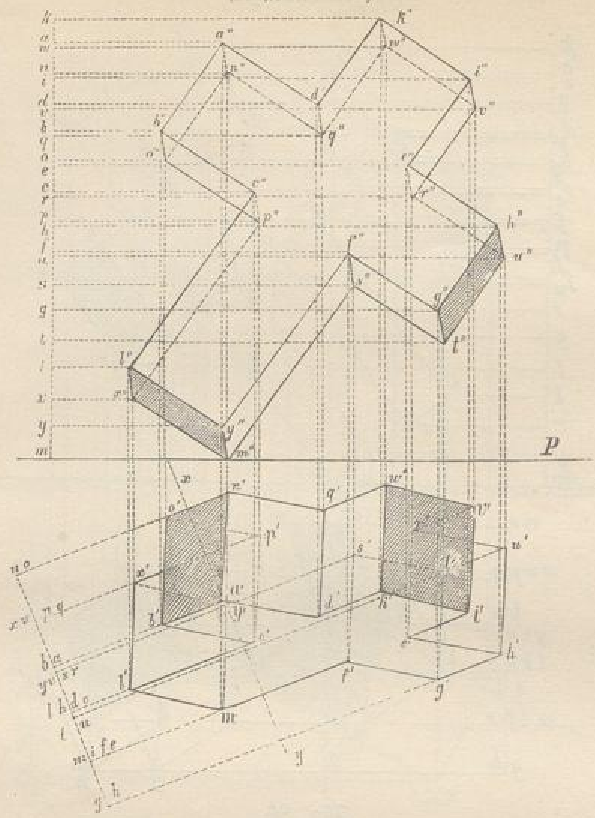


Fig. 88.

8. Die Projektionen eines Kreuzes, dessen 3 kurze Schenkel Würfel sind und dessen langer Schenkel ein Prisma gleich einem doppelten Würfel der kleinen Schenkel bildet, in denselben Lagen als das vierseitige Prisma zu zeichnen. Figuren 83, 84, 85, 86, 87 und 88.

9. Die Projektionen eines normalen sechsseitigen Prisma, dessen Grundfläche ein reguläres Sechseck ist, in denselben Lagen wie das vierseitige Prisma zu zeichnen. Figuren 89, 90, 91, 92, 93 und 94.

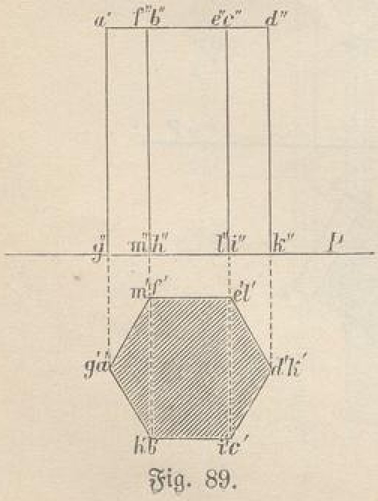


Fig. 89.

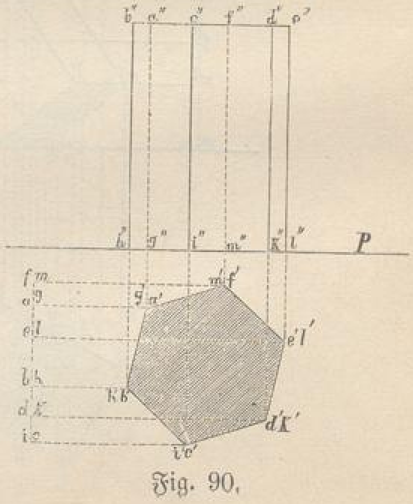


Fig. 90.

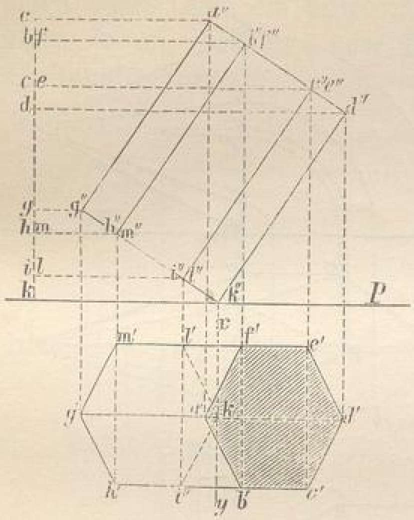


Fig. 91.

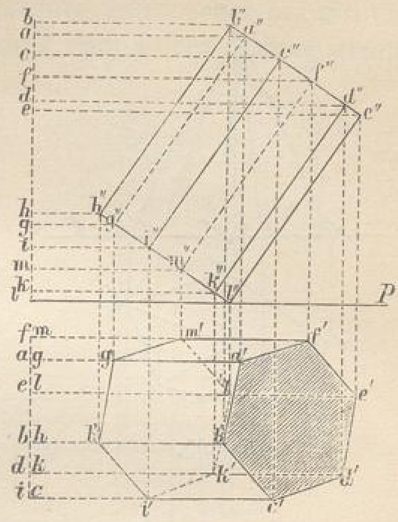


Fig. 92.

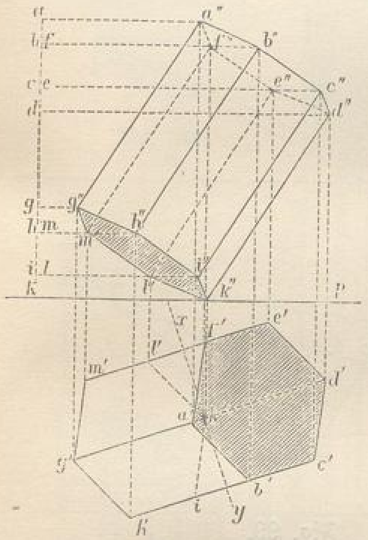


Fig. 93.

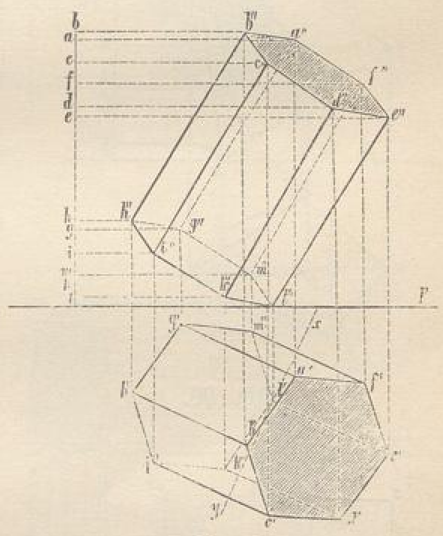


Fig. 94.

b. Die Pyramide.

1. Die Projektionen einer fünfseitigen Pyramide zu zeichnen, welche mit ihrer Grundfläche auf der ersten Projektionsebene steht. Fig. 95.

2. Die Pyramide aus Fig. 95 steht so, daß ihre Grundebene mit der Horizontalebene einen gegebenen Winkel α bildet, senkrecht zur Vertikalebene steht und mit einem Eckpunkte die Horizontalebene berührt. Fig. 96.

3. Die Grundebene der Pyramide in Fig. 95 ist geneigt zu beiden Projektionsebenen und berührt mit einem Eckpunkte die Horizontalebene. Fig. 97.

4. Die Grundebene der Pyramide in Fig. 95 steht mit einer Ecke auf der Horizontalebene und ist senkrecht zu beiden Projektionsebenen. Fig. 98.

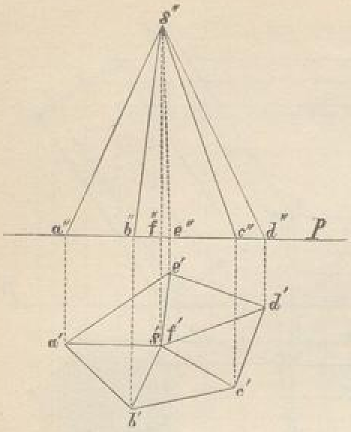


Fig. 95.

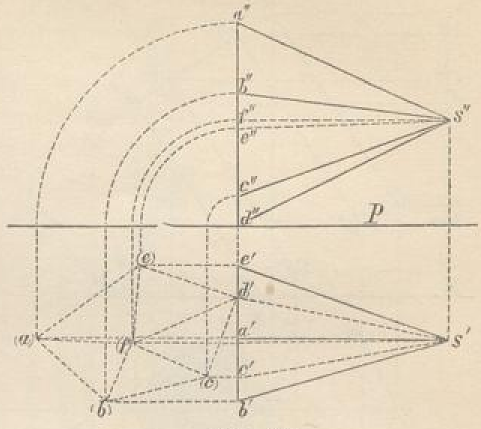


Fig. 98.

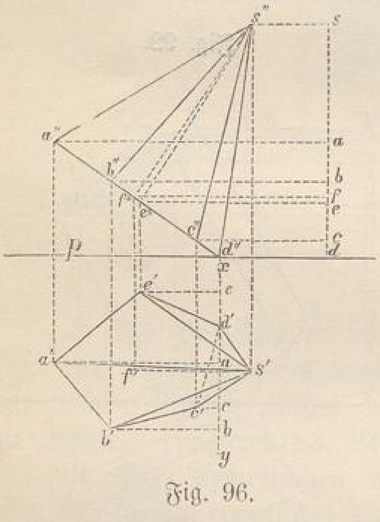


Fig. 96.

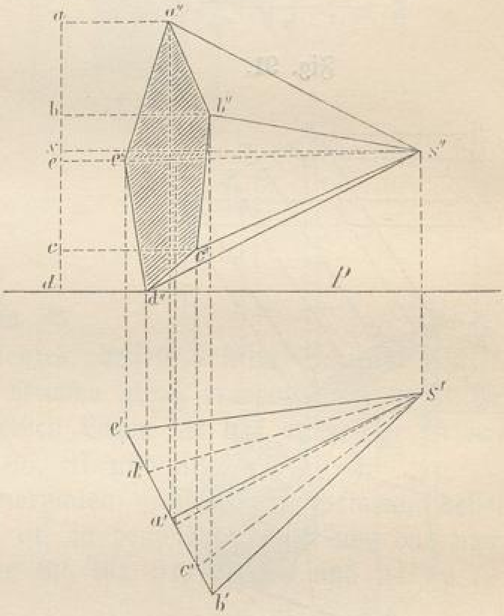


Fig. 99.

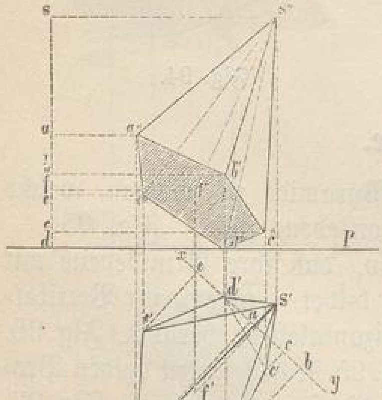


Fig. 97.

5. Die Pyramide aus Fig. 98 ist um den auf der Horizotalebene stehenden Eckpunkt so gedreht, daß sie senkrecht zu dieser Ebene bleibt, aber geneigt zur Vertikalebene steht. Fig. 99.

c. Der Cylinder.

1. Die Projektionen eines senkrechten Kreiscylinders zu zeichnen, dessen eine Grundfläche auf der ersten Projektionsebene steht. Fig. 100. Die Theilungs-

linien nimmt man am besten auf dem wagerechten Durchmesser der Grundfläche so an, daß man vom Mittelpunkte aus nach beiden Seiten gleiche Theilpunkte feststellt.

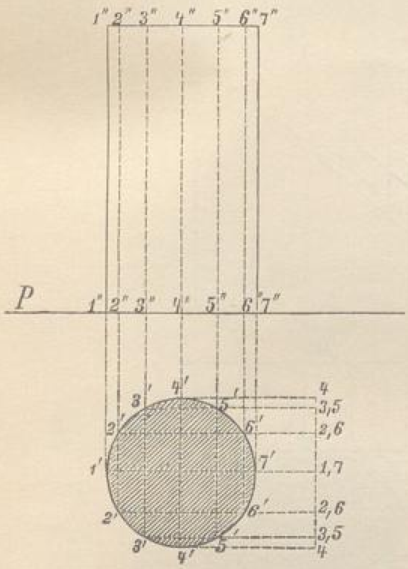


Fig. 100.

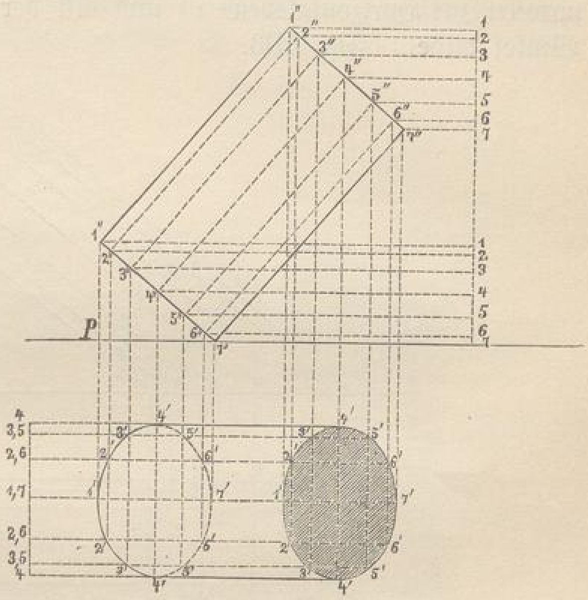


Fig. 101.

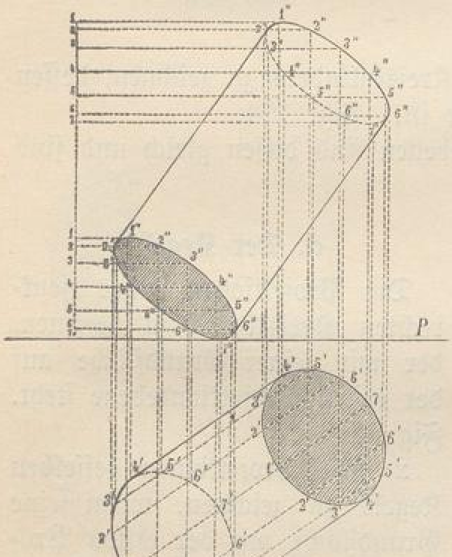


Fig. 102.

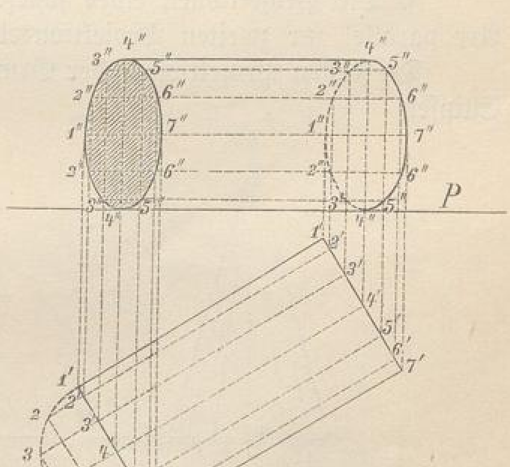


Fig. 103.

2. Der Cylinder in Fig. 100 steht so, daß seine Grundfläche mit der ersten Projektionsebene einen gegebenen Winkel α bildet und seine Seiten parallel zur zweiten Projektionsebene sind. Fig. 101.

3. Die Grundfläche des Cylinders in Fig. 101 ist geneigt zu beiden Projektionsebenen. Fig. 102.

4. Die Projektionen eines Kreiscylinders zu zeichnen, dessen Axe parallel zur Horizontalebene ist und mit der Vertikalebene einen gegebenen Winkel bildet. Fig. 103.

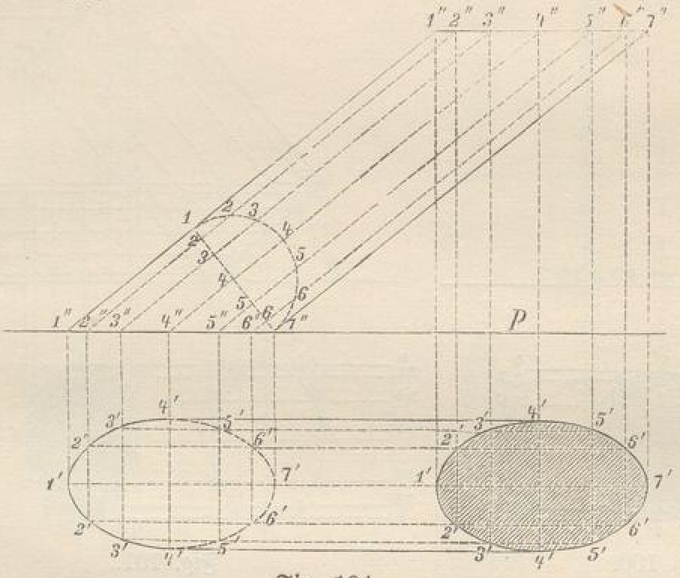


Fig. 104.

5. Die Projektionen eines schiefen Kreiscylinders zu zeichnen, dessen Axe parallel zur zweiten Projektionsebene ist. Fig. 104.

Die ersten Projektionen der Grundebenen sind diesen gleich und sind Ellipsen.

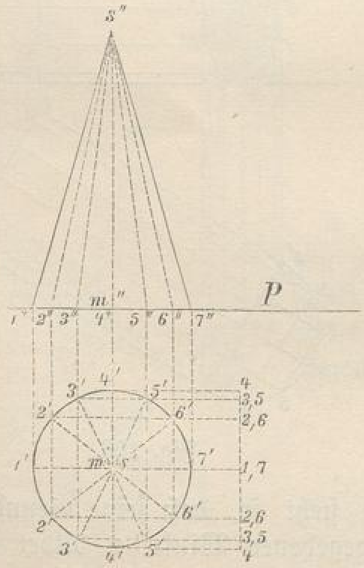


Fig. 108.

d. Der Kegel.

Die Projektionen eines senkrechten Kreiskegels zu zeichnen, der mit seiner Grundfläche auf der ersten Projektionsebene steht. Fig. 105.

2. Die Projektionen desselben Kegels zu zeichnen, wenn seine Grundfläche mit der ersten Projektionsebene einen gegebenen Winkel bildet, und die Axe parallel zur zweiten Projektionsebene ist. Fig. 106.

3. Der Kegel in Fig. 106 ist so gedreht, daß seine Spitze in gleicher Entfernung von der

Horizontalebene bleibt, aber die Grundfläche geneigt zu beiden Projektionsebenen ist. Fig. 107.

4. Die Projektionen eines normalen Kreiskegels zu zeichnen, dessen Axe parallel zur ersten Projektionsebene und unter einem gegebenen Winkel geneigt zur zweiten Projektionsebene ist. Fig. 108.

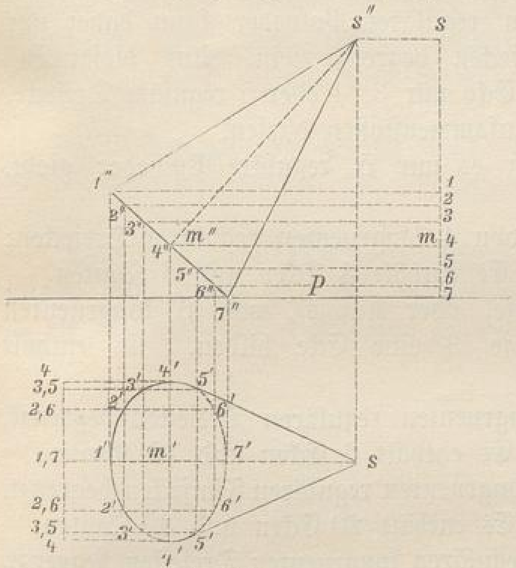


Fig. 106.

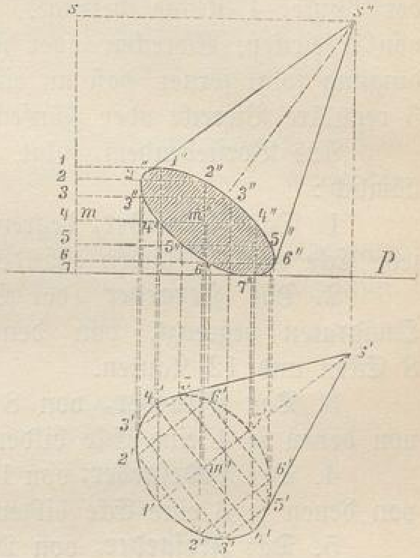


Fig. 107.

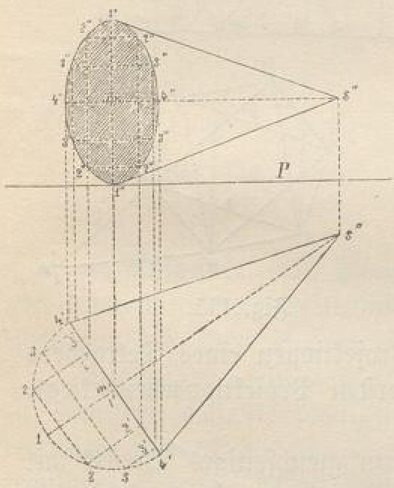


Fig. 108.

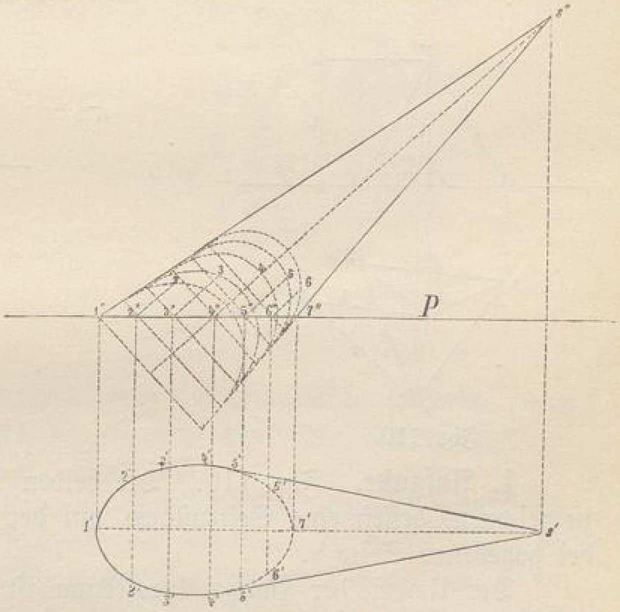


Fig. 109.

5. Die Projektionen eines schiefen Kreiskegels zu zeichnen, dessen Axe parallel zur zweiten Projektionsebene ist. Fig. 109. Die Grundfläche steht auf der Horizontalebene und ist eine Ellipse.

e. Die regelmäßigen Polyeder.

Jeder von kongruenten regulären Polygonen begrenzte Körper heißt ein reguläres Polyeder.

Die Summe der ebenen Winkel an einer Ecke ist stets kleiner als 4 Rechte, da der Körper in eine Ebene übergehen würde, wenn die Summe der Winkel 4 Rechte betrüge. Ein reguläres Polyeder kann daher nur von Dreiecken, Vierecken oder Fünfecken begrenzt sein. Aus dieser Bedingung folgt ferner, daß an einer Ecke nur 3, 4 oder 5 reguläre Dreiecke, 3 reguläre Vierecke oder Fünfecke zusammenstoßen dürfen.

Aus Vorstehendem folgt, daß es nur 5 reguläre Polyeder giebt, nämlich:

1. Das **Tetraeder,** begrenzt von 4 kongruenten regulären Dreiecken; jede Ecke von 3 Flächen gebildet. Es enthält 4 Ecken und 6 Kanten.

2. Das **Hexaeder** (der Würfel oder Kubus), von 6 kongruenten Quadraten begrenzt, von denen je 3 eine Ecke bilden. Es enthält 8 Ecken und 12 Kanten.

3. Das **Oktaeder,** von 8 kongruenten regulären Dreiecken begrenzt, von denen je 4 eine Ecke bilden. Es enthält 6 Ecken und 12 Kanten.

4. Das **Dodekaeder,** von 12 kongruenten regulären Fünfecken begrenzt, von denen je 3 eine Ecke bilden. Es enthält 20 Ecken und 30 Kanten.

5. Das **Ikosaeder,** von 20 regulären kongruenten Dreiecken begrenzt, von denen je 5 eine Ecke bilden. Es enthält 12 Ecken und 30 Kanten.

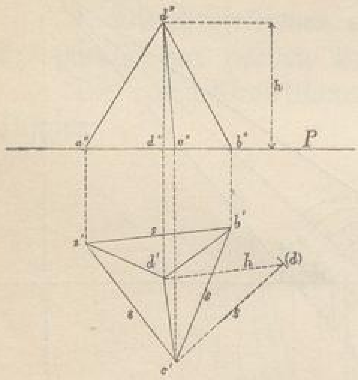


Fig. 110.

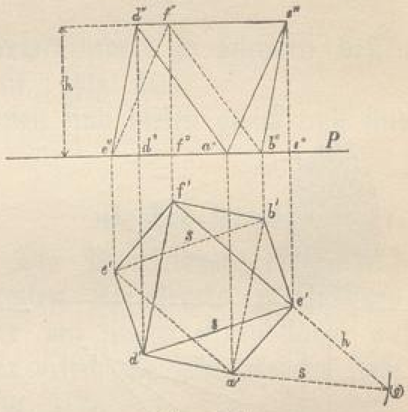


Fig. 111.

1. Aufgabe. Fig. 110. Die beiden Projektionen eines Tetraeders zu zeichnen, dessen eine Seitenfläche auf der ersten Projektionsebene liegt, bei gegebener Seite s.

Der Umriß der Horizotalprojektion ist ein gleichseitiges Dreieck mit der Seite s des Tetraeders. Zur zweiten Projektion ist zunächst die Höhe h zu bestimmen. Dieselbe ist die eine Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypothenuse die Seite s und dessen andere Kathete die erste Projektion c′d′ dieser Seite ist.

NB. Das Hexaeder ist bereits in den Figuren 76 bis 82 dargestellt.

2. Aufgabe. Die Projektionen eines Oktaeders zu zeichnen, wenn dessen Seite s gegeben und eine Seitenfläche in der Horizontalebene liegt. Fig. 111.

Die erste Projektion zeigt im Umriß ein reguläres Sechseck, welches durch zwei symmetrisch zu einander gestellte reguläre Dreiecke mit der Seite s gebildet wird. Die Höhe für die zweite Projektion ergiebt sich als Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypothenuse die Seite s und dessen andere Kathete a'e' die erste Projektion dieser Seite ist, d. i. die Sechsecksseite.

3. Aufgabe. Die Projektionen eines Oktaeders zu zeichnen, dessen Körperdiagonale senkrecht auf der ersten Projektionsebene steht, wenn die Seite s gegeben ist. Fig. 112.

Der Umriß der ersten Projektion ist ein Quadrat mit der gegebenen Seite s. Die zweite Projektion ergiebt sich leicht, wenn man berücksichtigt, daß die Diagonalen des Körpers einander gleich sind.

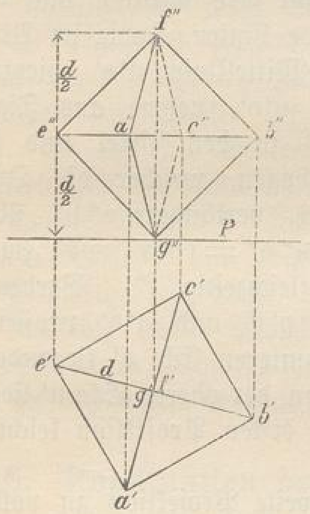


Fig. 112.

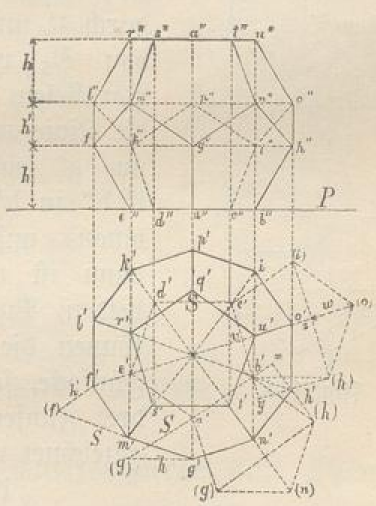


Fig. 113.

4. Aufgabe. Die Projektionen eines Dodekaeders zu zeichnen, wenn von zwei parallelen Seitenflächen die eine auf der ersten Projektionsebene liegt und die Seite S gegeben ist. Fig. 113.

Die beiden parallel zu P' liegenden Seitenflächen sind zwei symmetrisch zu einander gestellte reguläre Fünfecke mit der Seite S, deren Ecken ein reguläres Zehneck bilden. Der äußere Umfang der ersten Projektion ist ein reguläres Zehneck, dessen Ecken mit den Ecken der beiden Fünfecke radial verbunden sind. Um einen Eckpunkt des äußeren Zehnecks zu finden, schlage man zwei nebeneinander stehende Fünfecke in die erste Projektionsebene herab, z. B. abhng und bcioh. Bei der Drehung um die Drehungsaxen a'b' und b'c' beschreiben die Eckpunkte h und h Kreisbögen, die sich horizontal als gerade Linien (h) h' senkrecht zu den Drehungsaxen projiciren. Diese beiden Projektionen geben in ihrem Schnittpunkte h' einen Eckpunkt des äußeren Zehnecks, wodurch auch die übrigen Eckpunkte bestimmt sind. In der zweiten Projektion liegen die Eckpunkte in vier horizontalen Ebenen, deren Höhen h, h' und h Katheten der rechtwinkligen Dreiecke a' g' (g) und m' f' (f) sind. In dem ersteren Dreieck ist die Kathete a' g' und in dem zweiten die Kathete m' f' die erste Projektion der Seite S; diese selbst ist in beiden Dreiecken die Hypothenuse. Der übrige Theil der zweiten Projektion ergiebt sich nun leicht.

f. Die Projektionen eines Dodekaeders zu zeichnen, dessen Körperdiagonale au senkrecht auf der ersten Projektionsebene steht. Fig. 114.

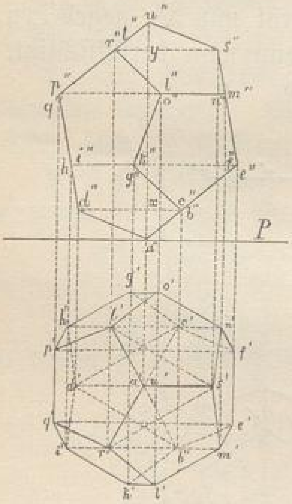


Fig. 114.

Man zeichne zwei symmetrisch zu einander gestellte gleichseitige Dreiecke b'c'd' und r's't', deren Seite gleich der Diagonale (g) (h) des Fünfecks a'b'(h)(n)(g) der Fig. 113 ist. Dann ziehe man parallel zur Axe durch r' und b' und durch t' und c' gerade Linien, sowie im Abstande von $^3/_5$ von der Mittellinie d's' hierzu die Parallelen p'f' und q'e', nehme aus Fig. 113 die Linie w = o' (o) in den Zirkel und schlage um a" einen Kreisbogen, welcher die Ordinate b^0b" in b" schneidet, verlängere a"b" über b" hinaus und mache a"e" = (o)v aus Fig. 113, dann ist e" auch gleichzeitig f". Werden diese beiden Punkte auf p'f' und q'e' projicirt, so können die an der unteren Ecke a' liegenden drei Fünfecke, sowie die an der oberen Ecke u' liegenden drei Fünfecke in der ersten Projektion leicht fertig gezeichnet werden.

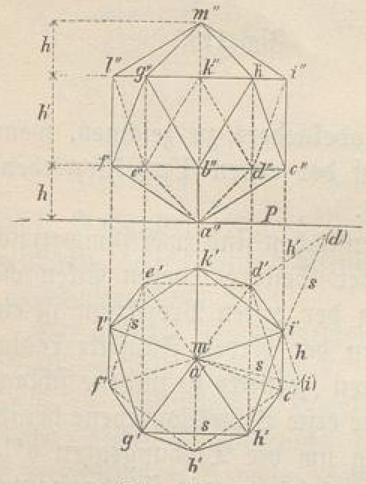


Fig. 115.

Um die zweite Projektion zu vollenden, ziehe man die Ordinate s's" und schlage mit a"e" um e" einen Kreisbogen, welcher die Ordinate in s" schneidet, verbinde e" mit s" und mache auf dieser e"m" = e"b". Zieht man nun durch b", e", m" und s" Parallele zur Axe und macht u"y = a"x, so ist die Höhenlage sämtlicher Eckpunkte bestimmt und kann die zweite Projektion vollendet werden.

g. Die Projektionen eines Ikosaeders zu zeichnen, dessen Körperdiagonale am senkrecht auf der ersten Projektionsebene steht, wenn die Seite s gegeben ist. Fig. 115.

Die erste Projektion giebt im Umriß ein reguläres Zehneck, welches man durch zwei symmetrisch zu einander gestellte, mit der Seite s konstruirte reguläre Fünfecke erhält. Um die zweite Projektion zu erhalten, ist zunächst die Höhenlage der Eckpunkte durch Herabschlagen zweier Dreiecke in die erste Projektionsebene zu bestimmen, dann ergiebt sich dieselbe sehr leicht.

h. Die Projektionen eines Ikosaeders zu zeichnen, wenn von zwei parallelen Flächen die eine auf der ersten Projektionsebene liegt und die Seite s gegeben ist. Fig. 116.

Der Umriß der ersten Projektion ist ein regelmäßiges Sechseck, welches wie folgt erhalten wird. Man konstruirt zunächst die beiden parallel zur ersten Projektionsebene liegenden regulären Dreiecke mit der Seite s, symmetrisch zu einander gestellt, und konstruirt an einer Seite dieser Dreiecke ein reguläres Fünfeck. Wird dieses Fünfeck um die Axe xy zurückgeschlagen, so beschreiben die Punkte (i) und (h) Kreisbögen, die sich als Senkrechte zur Axe xy projiciren und die Mittellinie h'f' schneiden. Die Punkte h' und f' sind Eckpunkte des äußeren Sechsecks und ergiebt sich nun die erste Projektion sehr leicht.

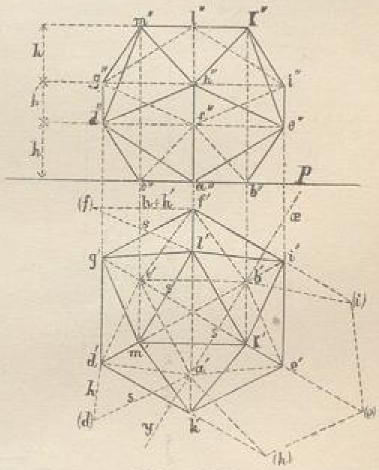


Fig. 116.

Um die zweite Projektion zeichnen zu können, sind die Höhen der Eckpunkte durch Herabschlagen zweier Dreiecke in die erste Projektionsebene zu bestimmen, woraus sich dann leicht das Uebrige ergiebt.

16. Konstruktion der Durchschnittsfiguren von Ebenen mit Körpern und Abwickelung der Körper.

a. Ebene Körper.

Die Durchschnittsfigur, welche entsteht, wenn ein ebener Körper von einer Ebene geschnitten wird, erhält man, indem man die Punkte konstruirt, in welchen die Ebene von den Kanten des Körpers geschnitten wird, und diese Punkte miteinander verbindet.

Soll die Oberfläche eines Körpers in eine Ebene ausgebreitet werden, so sagt man, der Körper soll abgewickelt oder es soll sein Netz bestimmt werden. Bei ebenen Körpern hat diese Abwickelung keine Schwierigkeiten, da man nur die wirkliche Größe der begrenzenden Flächen zu bestimmen und diese in eine Ebene nebeneinander zu legen hat.

1. Aufgabe. Fig. 117. Ein senkrechtes fünfseitiges Prisma wird von einer Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der Vertikalebene steht und mit der Horizontalebene einen gegebenen Winkel bildet. Es sind beide Projektionen zu zeichnen, die Durchschnittsfigur ist in die Vertikalebene herabzuschlagen und das abgeschnittene Prisma abzuwickeln.

Auflösung. Die erste Projektion ist gleich dem normalen Querschnitt des Prisma. Die Seitenkanten stehen in der zweiten Projektion senkrecht auf der Axe. Die Durchschnittsfigur ergiebt sich leicht durch Herabschlagen in die zweite Projektionsebene und zwar mit der Ebene E.

Um das Netz zu erhalten, trage man die fünf Seiten der Grundebene

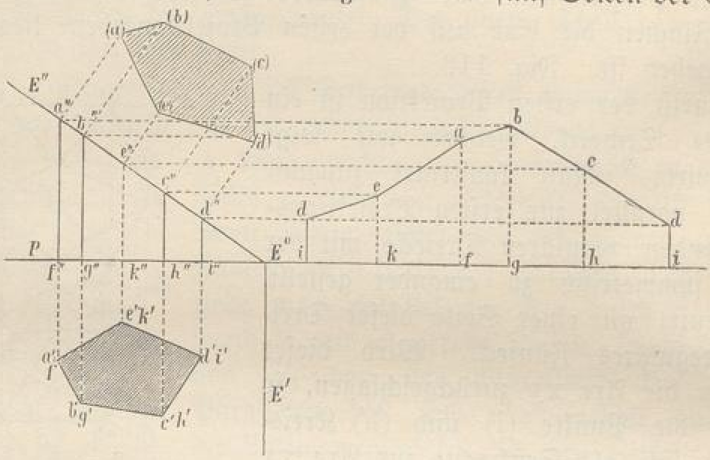


Fig. 117.

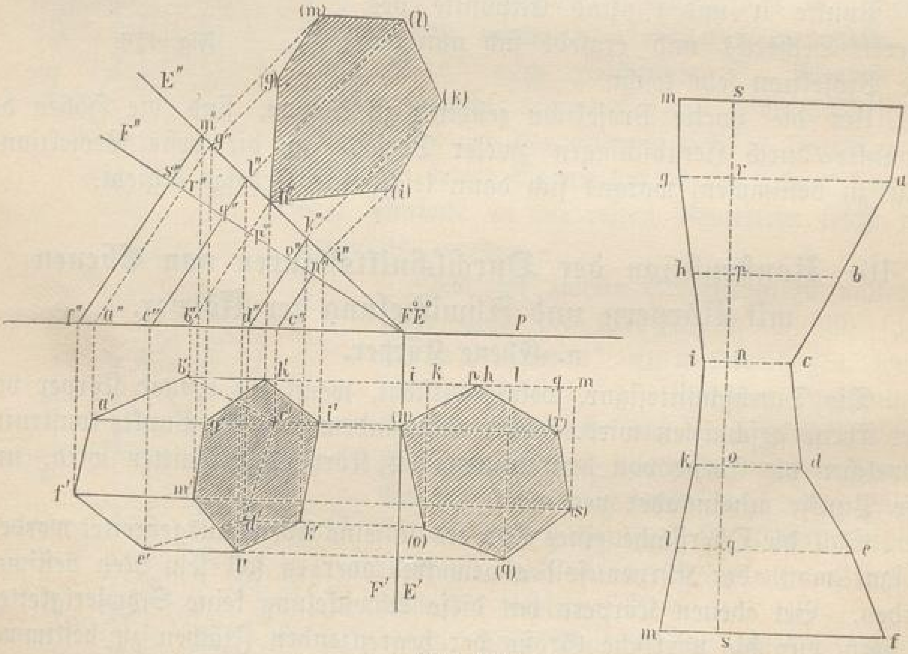


Fig. 118.

auf einer geraden Linie nebeneinander ab, ziehe senkrecht zu dieser Linie die Kantenlinien und mache diese gleich ihrer Vertikalprojektion. Verbindet man die Endpunkte der Kanten durch gerade Linien, so ist die Abwickelung fertig.

2. Aufgabe. Fig. 118. Ein schiefes sechsseitiges Prisma, von dem der Normal-Querschnitt gegeben ist, wird von einer Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der zweiten Projektionsebene steht und mit der ersten einen gegebenen Winkel bildet. Es sind beide Projektionen, die Durchschnittsfigur und das Netz zu zeichnen.

Auflösung. Die Durchschnittsfigur ist in die zweite Projektionsebene herabzuschlagen. Um das Netz zu erhalten, ist der zu den Seiten rechtwinklige Querschnitt, der Normal-Querschnitt, abzuwickeln, und lothrecht zu dieser Linie sind die Längen der Kanten ähnlich wie vor aufzutragen.

3. Aufgabe. Ein senkrechtes vierseitiges Prisma wird von einer Ebene E geschnitten, welche geneigt zu beiden Projektionsebenen ist. Es sind beide Projektionen zu zeichnen, und die Durchschnittsfigur ist in die erste Projektionsebene herabzuschlagen. Fig. 119.

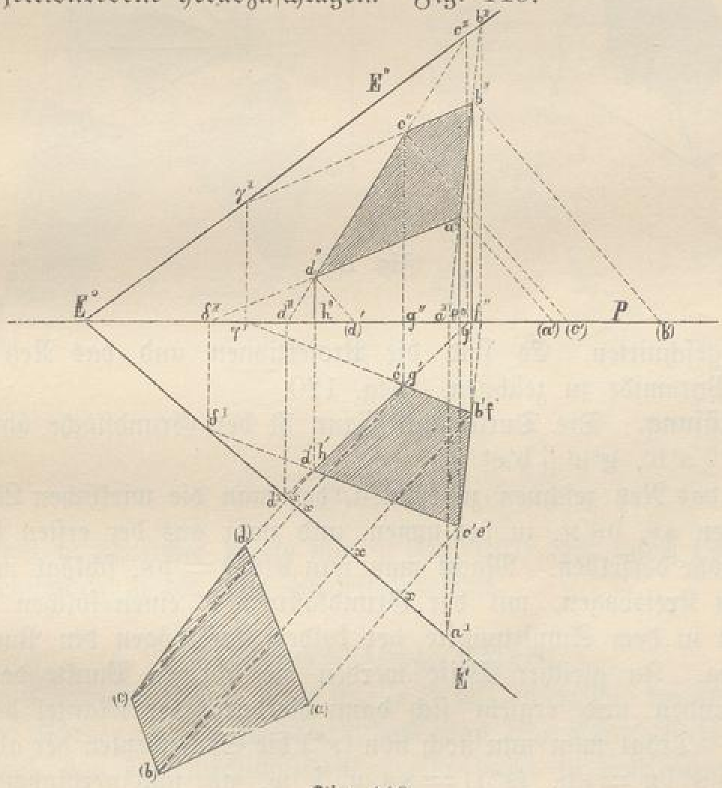


Fig. 119.

Auflösung. Es sind die Schnitte E′ und E″ der Ebene E gegeben. Die erste Projektion ist gleich der Grundebene des Prisma. Die zweite Projektion erhält man, indem man die Punkte konstruirt, in denen die Seitenkanten des Prisma die Ebene E schneiden.

Um die Durchschnittsfigur herabzuschlagen, schlägt man die Punkte a, b, c und d mit der Ebene E in die erste Projektionsebene herab.

4. Aufgabe. Eine auf der ersten Projektionsebene stehende fünfseitige Pyramide wird von einer parallel zur ersten Projektionsebene laufenden

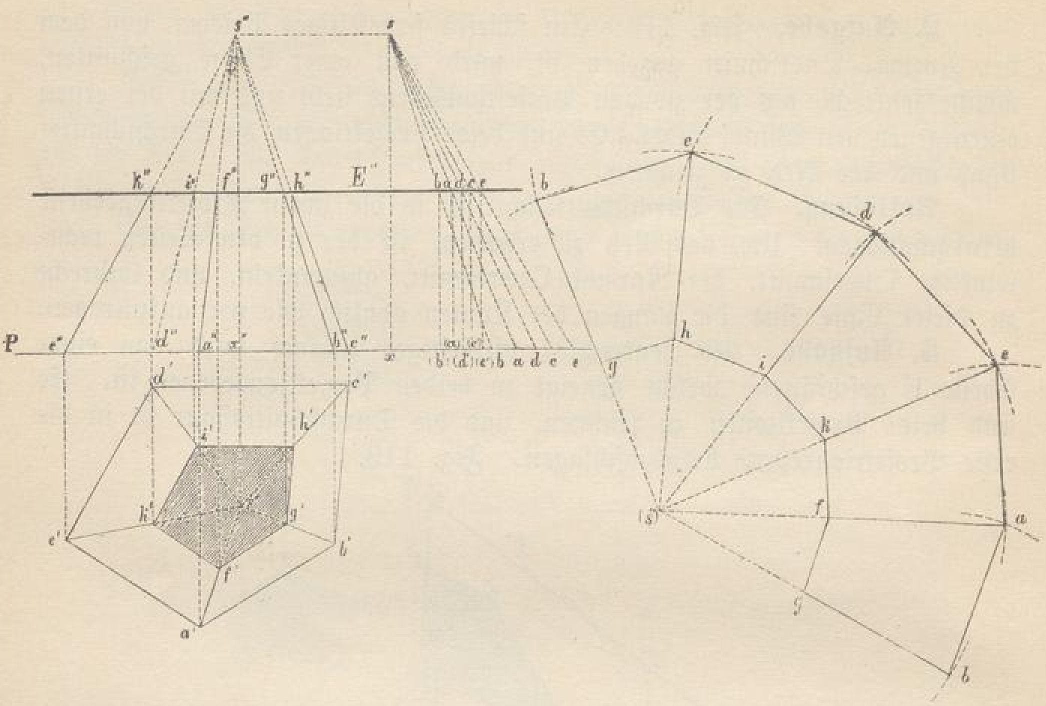


Fig. 120.

Ebene E geschnitten. Es sind die Projektionen und das Netz der abgekürzten Pyramide zu zeichnen. Fig. 120.

Auflösung. Die Durchschnittsfigur ist der Grundfläche ähnlich und daher f′g′ || a′b′, g′h′ || b′c′ ꝛc.

Um das Netz zeichnen zu können, hat man die wirklichen Längen der Seitenkanten as, bs ꝛc. zu bestimmen, und zwar aus der ersten Projektion und der Höhe derselben. Macht man nun b(s″) = bs, schlägt mit as um (s″) einen Kreisbogen, mit der Grundkante a′b′ einen solchen um b, so findet man in dem Schnittpunkte der beiden Kreisbögen den Punkt a der Abwickelung. In gleicher Weise werden die übrigen Punkte der Grundebene gefunden und ergiebt sich dann hierdurch der Mantel der ganzen Pyramide. Trägt man nun noch von (s″) die Seitenkanten der abgekürzten Pyramide (s″) g = sb, (s″) f = sa u. s. w. ab und verbindet g mit f, f mit k u. s. f., so erhält man das Netz der abgekürzten Pyramide.

5. Aufgabe. Eine sechsseitige Pyramide wird von einer Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der Vertikalebene steht und mit der Horizontalebene einen gegebenen Winkel bildet. Es sind beide Projektionen und das Netz der abgeschnittenen Pyramide zu zeichnen und die Durchschnittsfigur in die zweite Projektionsebene herabzuschlagen. Fig. 121.

Auflösung. Man zeichne zunächst beide Projektionen der ganzen Pyramide und dann die der abgeschnittenen; demnächst schlage man die Durchschnittsfigur in die zweite Projektionsebene herab, g″ (g) = g′g⁰ ꝛc., und zeichne

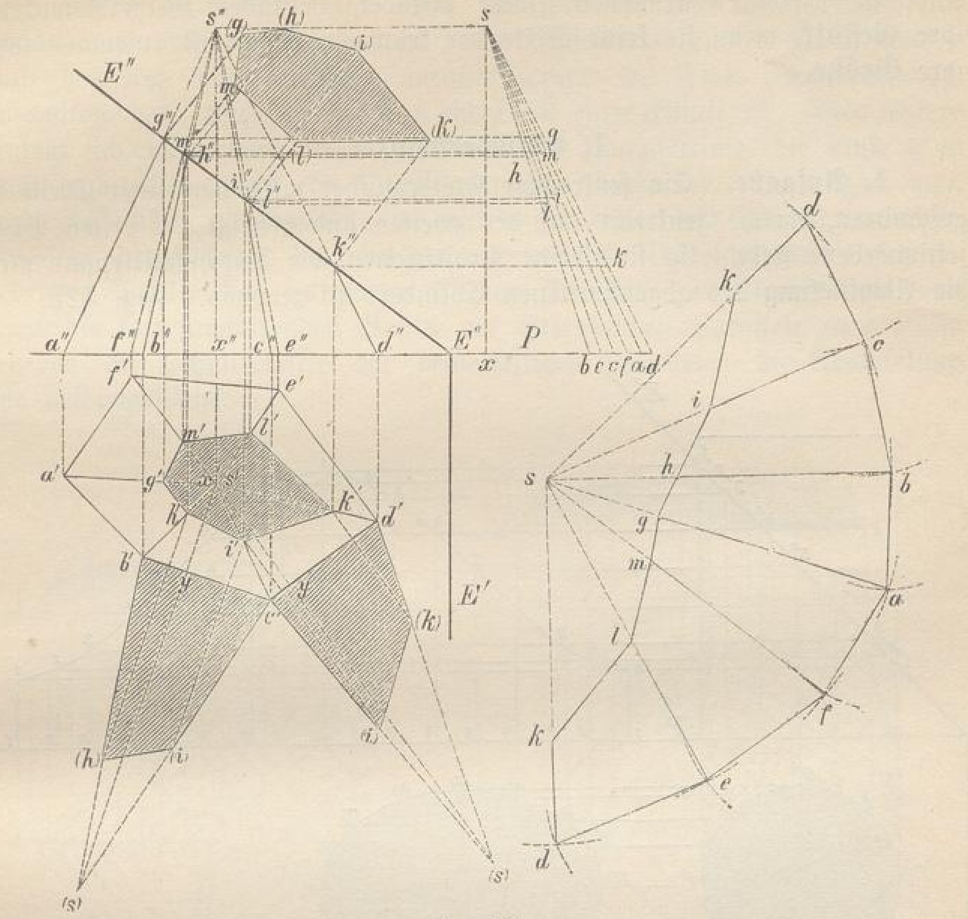


Fig. 121.

den Mantel in ähnlicher Weise wie in Fig. 120, oder durch Herabschlagen der Seitenflächen in die erste Projektionsebene.

b. Krummflächige Körper.

Die Durchschnittsfigur einer Ebene E mit einem von krummen Flächen begrenzten Körper wird gefunden, indem man eine Ebene F so durch den Körper legt, daß die Durchschnittsfigur eine leicht zu konstruierende krumme Linie giebt. Die Ebenen E und F schneiden sich dann in einer geraden Linie, deren Schnittpunkte mit der durch F und den Körper gebildeten Durchschnittsfigur Punkte der durch E und den Körper gebildeten Durchschnittsfigur sind.

Ist der Körper von Seiten begrenzt, wie Cylinder und Kegel, so konstruirt man die Durchschnittspunkte einer Anzahl von Seiten mit der Ebene und ergeben diese dann Punkte der Durchschnittsfigur.

Eine krumme Fläche, welche Seiten hat, ist abwickelbar, d. h. sie kann in eine Ebene ausgebreitet werden. Eine Linie, welche sich in einer abwickelbaren krummen Fläche befindet, verändert beim Abwickeln ihre **Gestalt,** wenn sie **keine** Seite der krummen Fläche ist, niemals aber ihre **Größe.**

1. Cylinderschnitte.

1. Aufgabe. Ein senkrechter Kreiscylinder wird von einer Ebene E geschnitten, welche senkrecht auf der zweiten und geneigt zur ersten Projektionsebene steht. Es sind beide Projektionen, die Durchschnittsfigur und die Abwickelung des abgeschnittenen Cylinders zu zeichnen. Fig. 122.

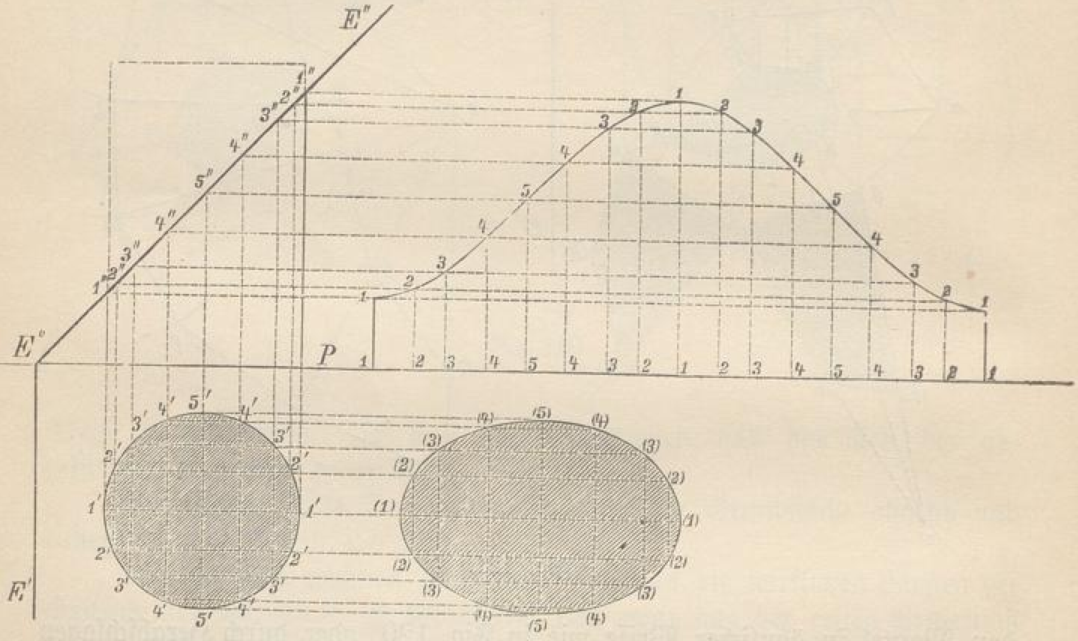


Fig. 122.

Auflösung. Die erste Projektion ist ein Kreis gleich dem Grundkreise des Cylinders; die zweite Projektion ergiebt sich durch E''. Die Durchschnittsfigur ist eine Ellipse, deren kleine Axe gleich dem Durchmesser des Grundkreises und deren große Axe gleich der zweiten Projektion der Durchschnittsfigur ist. Das Zeichnen der Durchschnittsfigur geschieht am einfachsten durch Herabschlagen in eine der Projektionsebenen, hier z. B. in die erste. Um das Netz zu zeichnen, wickele man den Umfang des Grundkreises auf einer geraden Linie ab, errichte auf dieser eine Anzahl Lothe und mache dieselben gleich den korrespondirenden Seiten des Cylinders.

2. Aufgabe. Die Abwickelung der Leibungsfläche eines schiefen Gewölbes zu zeichnen, dessen Stirnflächen Segmentbögen, wenn die beiden Projektionen gegeben sind. Fig. 123.

Auflösung. Man lege durch das Gewölbe eine Anzahl senkrechter Ebenen und projicire dieselben in beide Projektionsebenen. Dann zeichne man das Netz des Gewölbes, welches letztere die Form eines Cylinderabschnittes hat, dessen Querschnitt ein Stück einer Ellipse ist. Dies letztere ergiebt sich, wenn man von a', senkrecht zur Kämpferlinie, die Linie a' e' zieht und über dieser die Querschnittslinie konstruirt. Verlängert man nun a'e' über e' hinaus und wickelt auf dieser den Querschnittsbogen ab, legt dann durch die auf der abgewickelten Querschnittslinie sich ergebenden Punkte der senkrechten Ebenen Parallele zur Kämpferlinie und durch die korrespondirenden Punkte der Stirnflächen Parallele zu a'e', so ergeben die Schnittpunkte der beiderseitigen Parallelen die Abwickelung der Leibungsfläche.

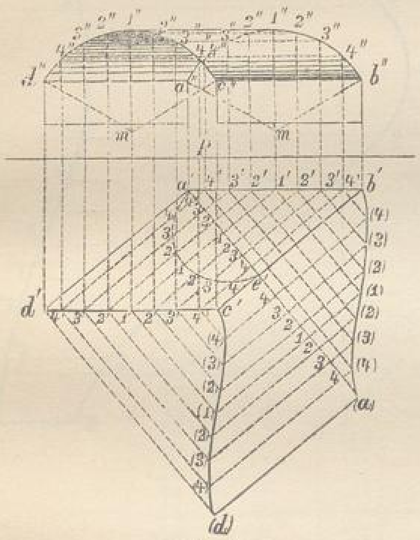


Fig. 123.

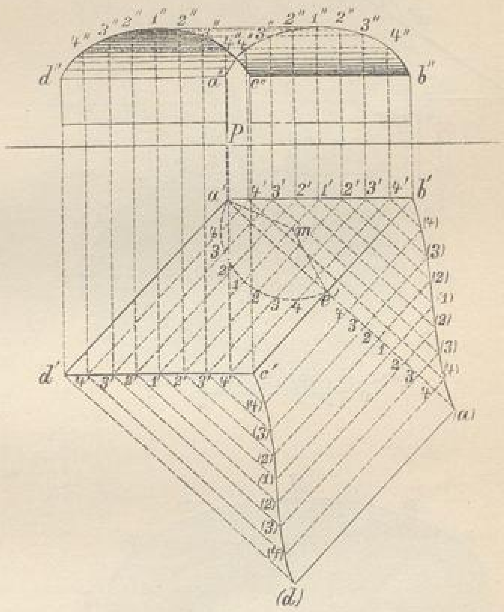


Fig. 124.

3. Aufgabe. Die Abwickelung der Leibungsfläche eines schiefen Gewölbes zu zeichnen, dessen senkrecht zu den Kämpferlinien stehender Querschnitt einen Segmentbogen mit einer Pfeilhöhe von 1 : 3 bildet, wenn die erste Projektion gegeben ist. Fig. 124.

Auflösung. Senkrecht zur Kämpferlinie ist zunächst der Bogen des Querschnittes zu konstruiren und hieraus die zweite Projektion zu entwickeln. Demnächst ist die Abwickelung des Querschnittbogens auszuführen und die Konstruktion analog der in der vorigen Aufgabe zu vollenden.

4. Aufgabe. Ein schiefer elliptischer Cylinder, dessen Grundflächen Kreise sind, wird von einer auf der zweiten Projektionsebene senkrecht stehenden Ebene E geschnitten; es sind beide Projektionen, die Schnitt-

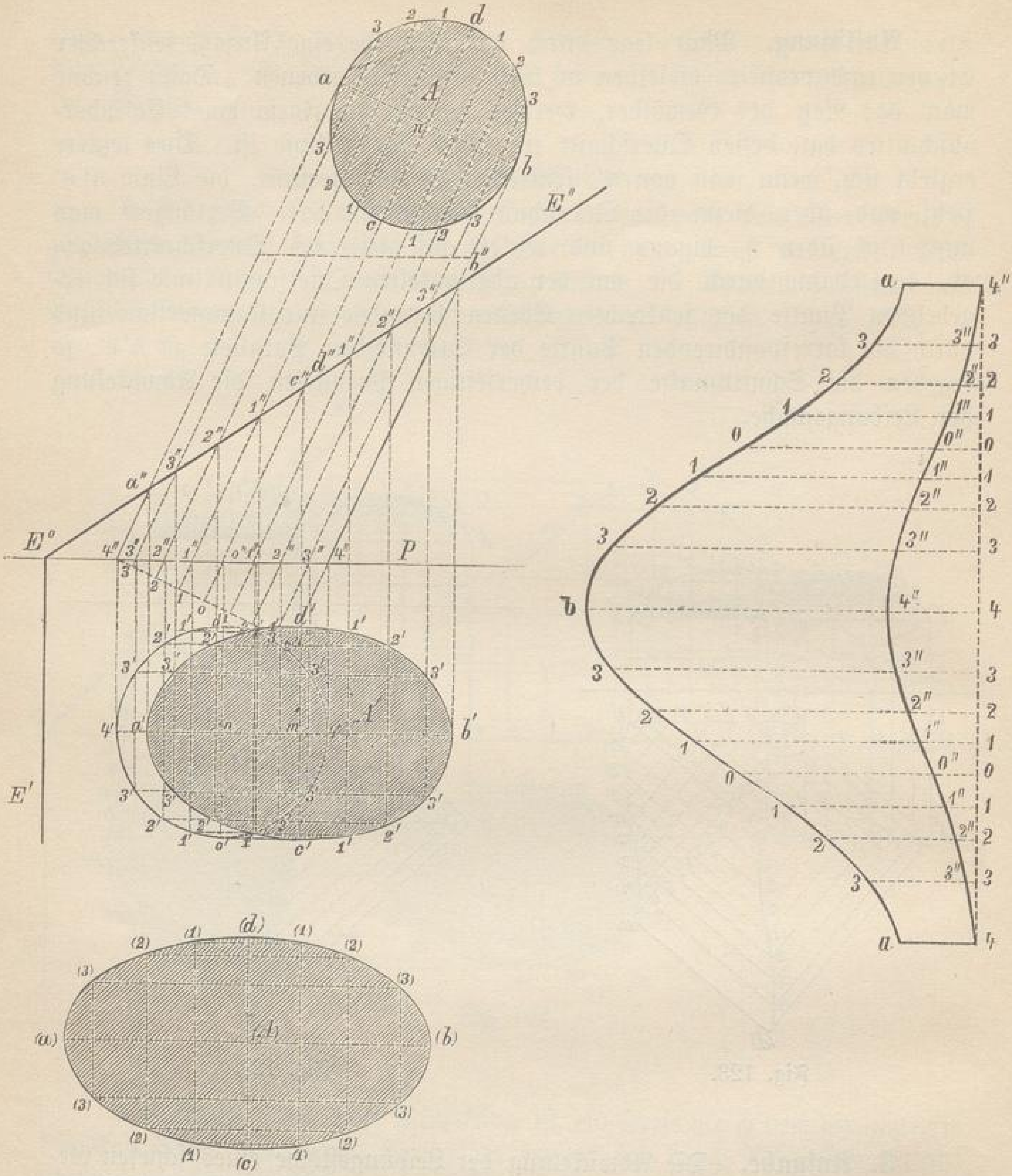


Fig. 125.

fläche und die Abwickelung des abgeschnittenen Cylinders zu zeichnen. Fig. 125.

Auflösung. Aus dem Grundkreise ist zunächst der ellipsenförmige Normal-Querschnitt durch Herabschlagen in die zweite Projektionsebene zu konstruiren, und dann die erste Projektion zu zeichnen. Die Durchschnittsfigur ist eine Ellipse, deren große Axe die Linie (a)(b) = a″ b″ und deren kleine Axe (c)(d) der Durchmesser des Grundkreises ist. Um das Netz zeichnen zu können, vervollständige man den Cylinder nach unten zu einem lothrechten, wickele den Normal-Querschnitt des Cylinders auf eine gerade Linie ab, und errichte auf dieser Senkrechte, welche gleich den betreffenden Seiten des Cylinders zu machen sind.

5. Aufgabe. Ein schiefer Kreiscylinder, dessen Axe parallel zur zweiten Projektionsebene ist, wird von einer parallel zur zweiten Projektionsebene stehenden Ebene geschnitten; es sind beide Projektionen zu zeichnen. Fig. 126.

Auflösung. Aus dem kreisförmigen Normal-Querschnitt sind beide Projektionen zu konstruieren. Die Schnittfigur ist in der zweiten Projektion ein Parallelogramm a″b″c″d″, welches auch ihre wirkliche Größe ist, in der ersten Projektion eine gerade Linie a′c′, welche in E′ liegt.

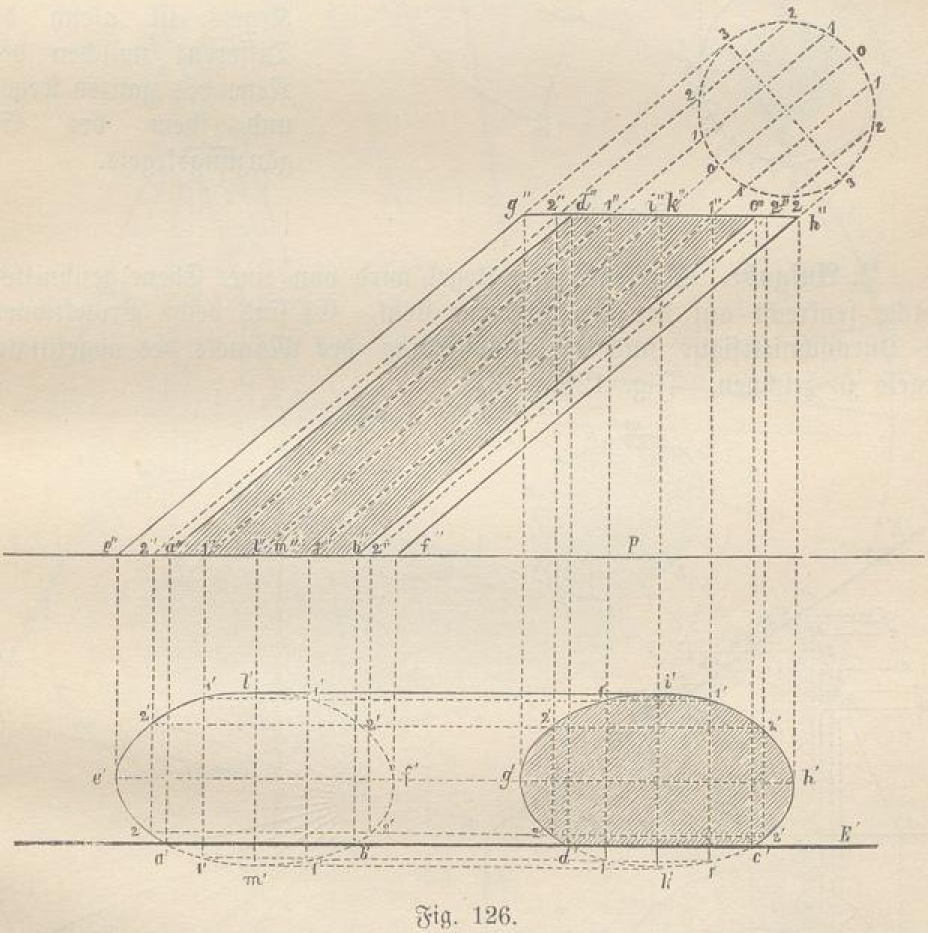


Fig. 126.

2. Kegelschnitte.

1. Aufgabe. Ein senkrechter Kreiskegel wird von einer Ebene, welche parallel zur ersten Projektionsebene ist, geschnitten; es sind beide Projektionen und die Abwickelung des Mantels des abgekürzten Kegels zu zeichnen. Fig. 127.

Auflösung. Die zweite Projektion der Durchschnittsfigur ist eine gerade Linie e″f″, die erste Projektion ist ein Kreis mit dem Durchmesser e′f′, welcher auch die wirkliche Größe der Durchschnittsfigur darstellt.

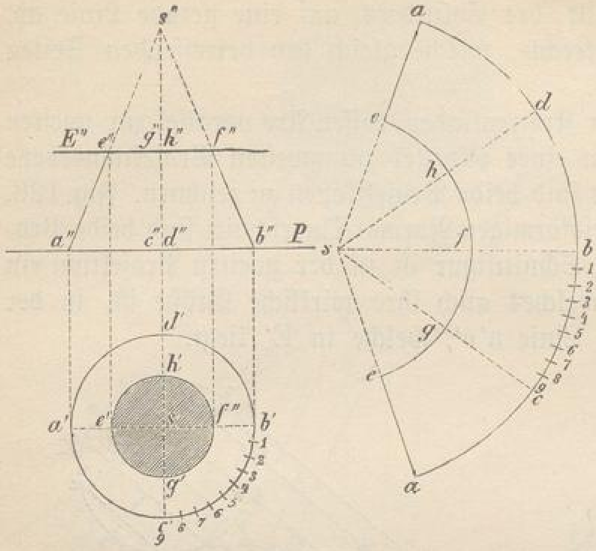


Fig. 127.

Der Mantel des ganzen Kegels ist abgewickelt ein Kreisausschnitt, dessen Radius die Seite des Kegels und dessen Bogen gleich der Peripherie des Grundkreises ist. Das Netz des abgekürzten Kegels ist gleich der Differenz zwischen dem Netze des ganzen Kegels und dem des Ergänzungskegels.

2. Aufgabe. Ein senkrechter Kegel wird von einer Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der Vertikalebene steht. Es sind beide Projektionen, die Durchschnittsfigur und die Abwickelung des Mantels des abgekürzten Kegels zu zeichnen. Fig. 128.

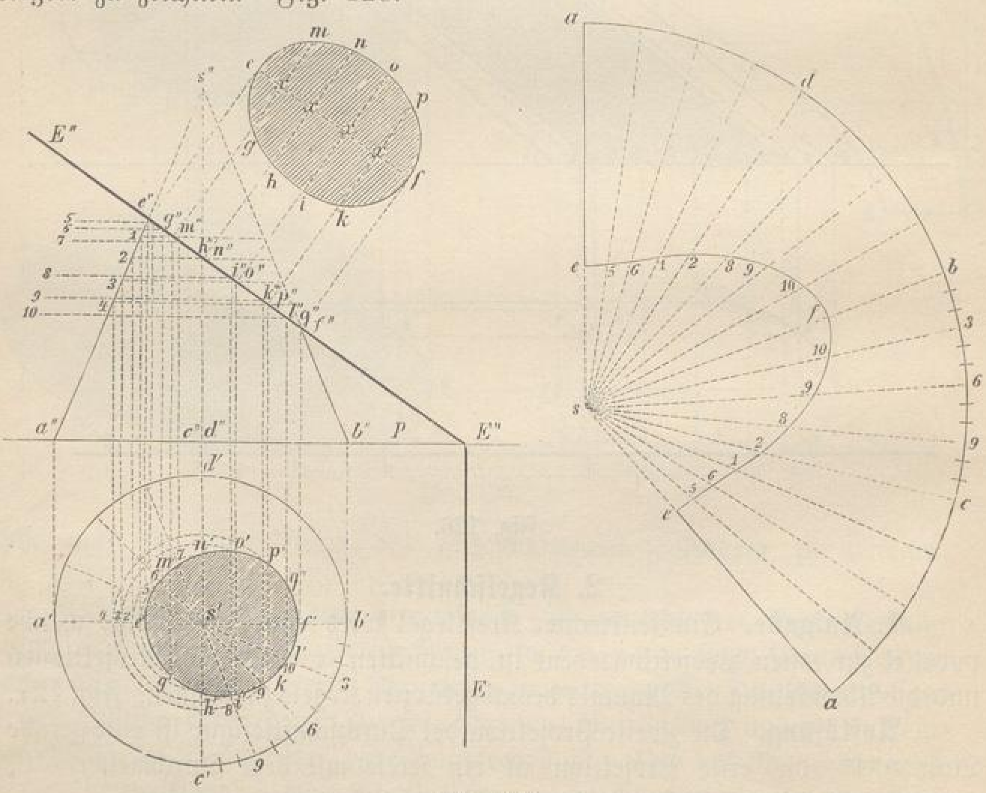


Fig. 128.

Auflösung. Die erste Projektion ergiebt sich, indem man durch die zweite Projektion, innerhalb der Durchschnittsfigur, eine Anzahl von Parallelkreisen zur Grundebene legt und deren Schnittpunkte mit E″ in die erste Projektionsebene projicirt.

Die Abwickelung des ganzen Kegels ist wiederum ein Kreisausschnitt. Die Abwickelung des abgeschnittenen Kegels erhält man, indem man auf der des ganzen Kegels eine Anzahl Seiten zieht und die Längen derselben aus der zweiten Projektion entnimmt. Die Durchschnittsfigur wird mit der Ebene E in die zweite Projektionsebene herabgeschlagen.

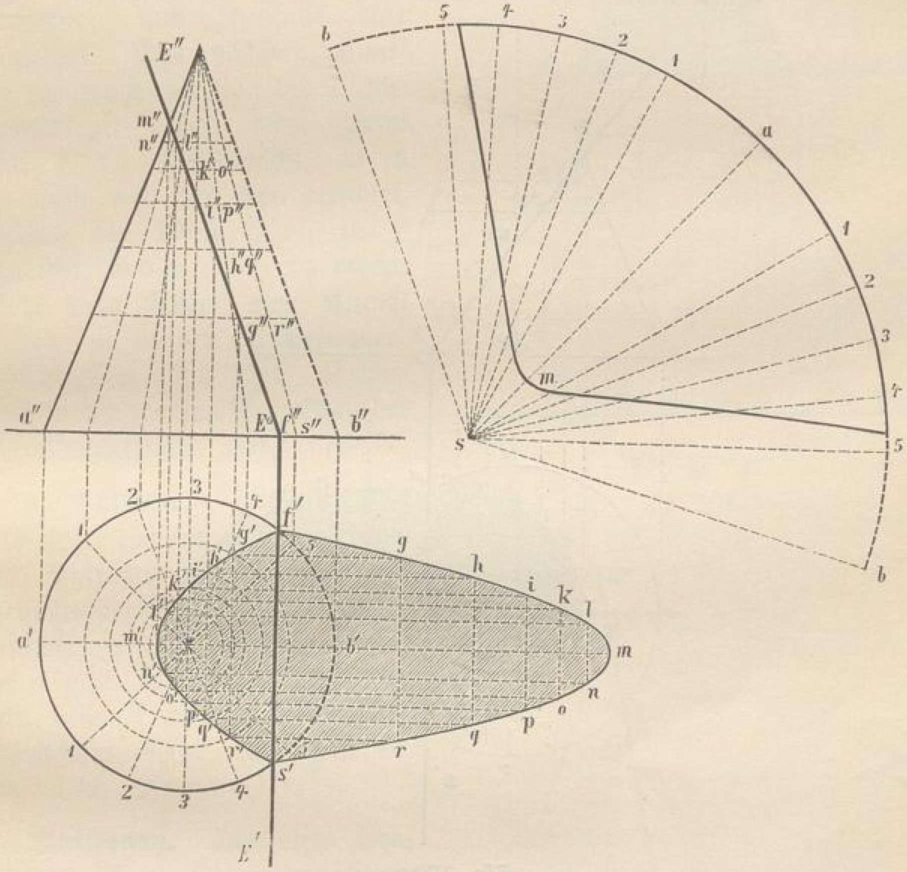


Fig. 129.

3. Aufgabe. Ein senkrechter Kreiskegel ist durch eine Ebene, welche lothrecht auf der zweiten Projektionsebene steht und parallel zu einer Seite des Kegels ist, geschnitten. Es sind beide Projektionen und die Abwickelung des abgeschnittenen Kegels zu zeichnen und die Durchschnittsfigur in die erste Projektionsebene herabzuschlagen. Fig. 129. Die Durchschnittsfigur ist in diesem Falle eine **Parabel.**

Auflösung. Die erste Projektion ergiebt sich, indem man in der zweiten Projektion, innerhalb der Schnittebene, Ebenen parallel zur Grundebene durch den Kegel legt und die Schnittpunkte dieser Ebenen mit der Ebene E in die erste Projektionsebene projicirt. Die Durchschnittsfigur wird durch Herabschlagen in die erste Projektionsebene erhalten. Die Abwickelung des ganzen Kegels ist wieder ein Kreisausschnitt mit der Seite des Kegels als Radius und der Peripherie des Grundkreises als Bogen. Zieht man nun auf dem Mantel des ganzen Kegels eine Anzahl Seiten und überträgt auf diese die Längen des abgeschnittenen Kegels, so ergiebt sich der Mantel des letzteren (am = a″ m″, 1 = 1″ h″, 2 = 2″ 1″).

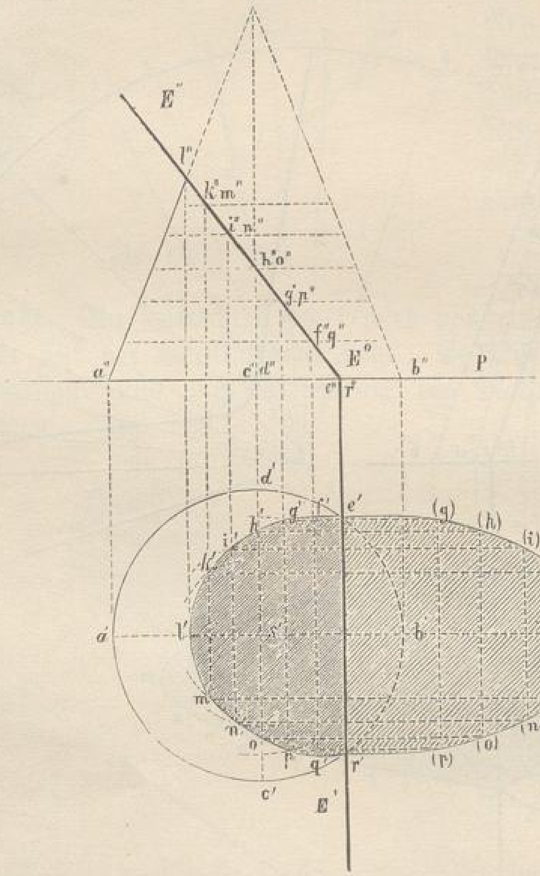


Fig. 130.

4. Aufgabe. Eine auf der zweiten Projektionsebene senkrecht stehende Ebene schneidet einen senkrechten Kreiskegel derart, daß die Grundebene geschnitten wird, aber der Schnitt E″ nicht parallel zu einer Seite des Kegels geht. Es sind beide Projektionen und die Durchschnittsfigur des abgeschnittenen Kegels zu zeichnen. Fig. 130. Die Durchschnittsfigur ist in diesem Falle eine **Hyperbel.**

Auflösung. Die beiden Projektionen ergeben sich in derselben Weise wie in der vorigen Aufgabe. Die Durchschnittsfigur erhält man, wenn man dieselbe mit der Ebene E in die erste Projektionsebene herabschlägt.

5. Aufgabe. Ein normaler Kreiskegel wird durch eine Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der ersten Projektionsebene und parallel zur zweiten steht. Fig. 131. Es sind beide Projektionen zu zeichnen.

Auflösung. Die Durchschnittsfigur ist gleich ihrer zweiten Projektion und ebenfalls eine Hyperbel. Den höchsten Punkt der zweiten Projektion der Durchschnittsfigur erhält man, wenn man g" x = a' f' macht, in x ein Loth auf der Axe errichtet, welches die Seite g" s" in y schneidet, und m" f" = x y macht. Zieht man ferner eine Anzahl Seiten in beiden Projektionen, so ergeben sich die übrigen Punkte der zweiten Projektion der Durchschnittsfigur leicht aus E'.

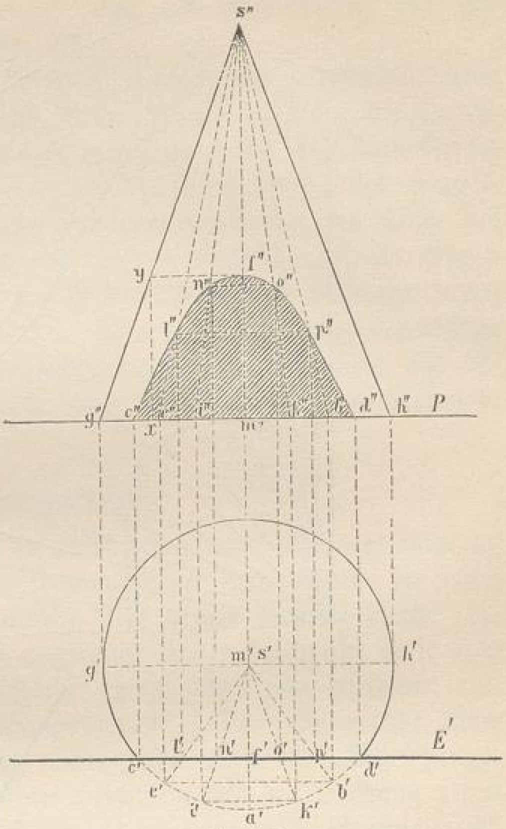


Fig. 131.

6. Aufgabe. Ein lothrechter Kreiskegel wird von einer Ebene, die senkrecht auf der zweiten Projektionsebene steht, derartig geschnitten, daß die Ebene durch die Spitze des Kegels geht; es sind beide Projektionen und die Durchschnittsfigur zu zeichnen. Fig. 132.

Auflösung. Die erste Projektion der Durchschnittsfigur ist ein Dreieck. Die Durchschnittsfigur selbst ist ebenfalls ein Dreieck und wird erhalten, indem man sie in die erste Projektionsebene herabschlägt.

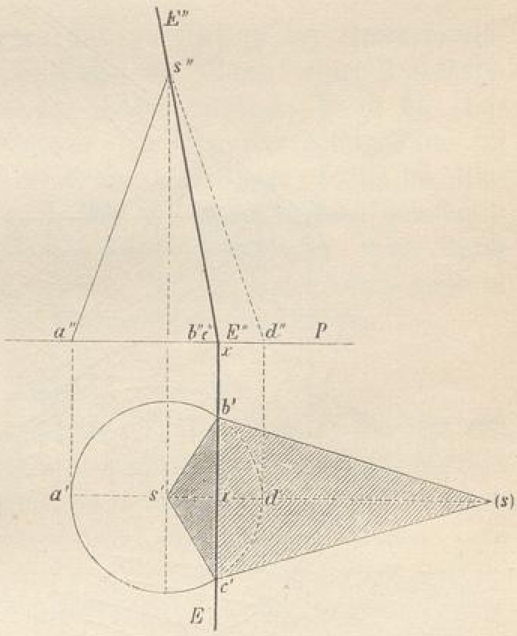


Fig. 132.

7. Aufgabe. Ein schiefer Kreiskegel wird von einer Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der Vertikalebene steht. Es sind

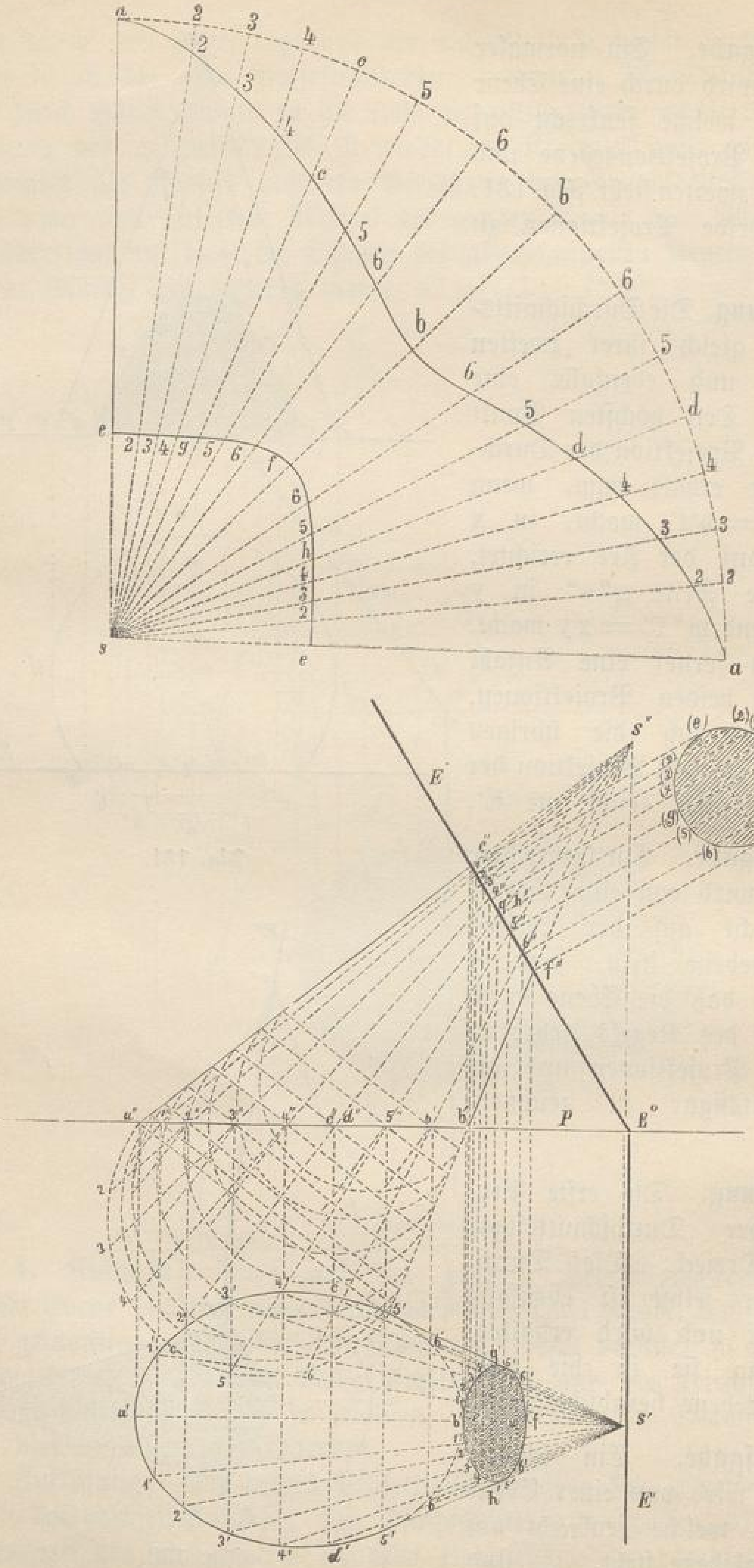


Fig. 133.

beide Projektionen, die Durchschnittsfigur und die Abwickelung des abgeschnittenen Kegels zu zeichnen. Fig. 133.

Auflösung. Man ziehe eine Anzahl Seiten des vervollständigten normalen Kegels, zeichne dann die erste Projektion und schlage die Durchschnittsfigur in die zweite Projektionsebene herab. Um die Abwickelung zeichnen zu können, konstruire man zunächst die Abwickelung des vervollständigten normalen Kegels, welche ein Kreisausschnitt mit der Seite des Kegels als Radius und mit der Peripherie des Grundkreises als Bogen ist. Auf dieses Netz übertrage man die Mantellinien und bestimme deren Länge aus dem vervollständigten Kegel, oder man bestimme die Länge der Seiten als Hypothenuse von Dreiecken, deren eine Kathete die betreffende erste Projektion der Seite und deren andere Kathete die Ordinate in der zweiten Projektionsebene ist.

c. Umdrehungskörper.

Nimmt man eine gerade Linie in vollständig unverrückbarer Lage an und bewegt eine zweite gerade oder krumme Linie derartig um die erste, daß die Lage beider Linien zu einander stets genau dieselbe bleibt, bis die zweite Linie an ihrem Ausgange angelangt ist, so beschreibt diese eine krumme Fläche, welche „Umdrehungsfläche“ heißt; der von derselben eingeschlossene Raum heißt ein „Umdrehungskörper“. Die feste gerade Linie heißt die „Umdrehungsaxe“, die sich bewegende Linie die „Erzeugungslinie“. Jeder Punkt der Erzeugungslinie beschreibt bei der Drehung einen Kreis, dessen Ebene senkrecht zur Umdrehungsaxe steht und „Parallelkreis“ genannt wird. Jeder Punkt einer Umdrehungsfläche liegt in der Peripherie eines Parallelkreises.

Wird die Erzeugungslinie gerade und parallel zu der Umdrehungsaxe angenommen, so ist die Umdrehungsfläche der Mantel eines Cylinders. Schneidet die gerade Erzeugungslinie die Umdrehungsaxe, so ist die Umdrehungsfläche der Mantel eines Kegels. Ist die Erzeugungslinie ein Halbkreis, dessen Durchmesser in der Umdrehungsaxe liegt, so ist die Umdrehungsfläche der Mantel einer Kugel. Alle auf der Drehbank gebildeten Körper sind Umdrehungskörper. Jeder Umdrehungskörper wird durch Ebenen, welche durch seine Umdrehungsaxe derartig gehen, daß diese in den Ebenen liegt, in kongruenten Durchschnittsfiguren geschnitten.

Die Kugel.

Die Kugel hat eine nicht abwickelbare Oberfläche, d. h. sie läßt sich nicht ohne Risse oder Falten in eine Ebene ausbreiten. Aus diesem Grunde kann dieselbe auch nur näherungsweise abgewickelt werden. Gewöhnlich geschieht dies durch eine Anzahl von kongruenten sphärischen Zweiecken — in der Regel 8 oder 16 —, die erhalten werden, wenn die Kugel durch „größte Durchschnittskreise“, sogenannte „Meridiankreise“, d. h. Kreise, welche durch die Erzeugungsaxe gehen, geschnitten wird. Die Abwickelung geschieht auch durch Zerlegen des Mantels in eine Anzahl von Parallelkreisen, welche jedoch weniger gebräuchlich und auch etwas ungenauer ist.

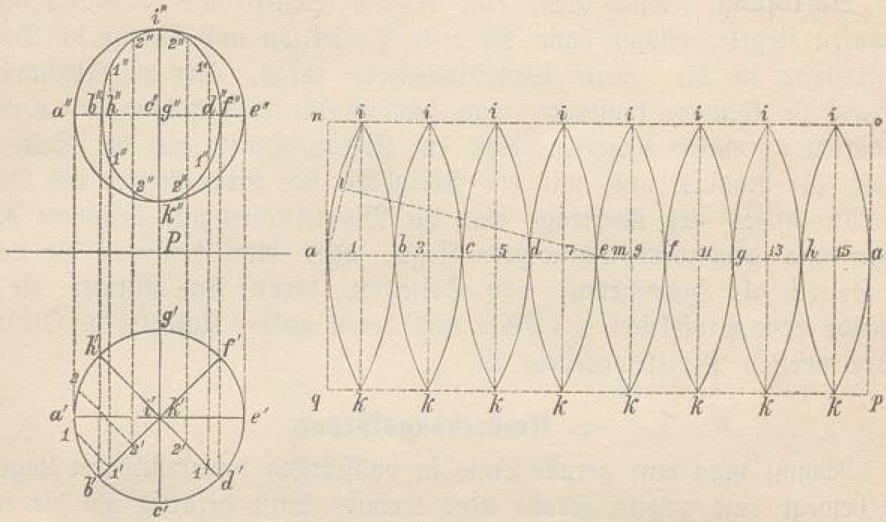


Fig. 134.

1. Aufgabe. Die Abwickelung eines Kugelmantels durch Meridiankreise zu zeichnen. Fig. 134.

Auflösung. Man theile den Kugelmantel zunächst durch Meridiankreise in mindestens 8 kongruente sphärische Zweiecke und zeichne die Meridiankreise in beiden Projektionen. Dann konstruire man ein Rechteck, dessen eine Seite gleich der ganzen und dessen andere Seite gleich der halben Peripherie eines Meridiankreises ist, halbire das Rechteck der Länge nach und theile die Halbirungslinie in 16 gleiche Theile. In den ungeraden Theilpunkten errichte man Lothe auf der Mittellinie, welche die langen Seiten des Rechtecks schneiden. Diese Schnittpunkte und die geraden Theilpunkte sind Punkte, durch welche die Bogenlinien der sphärischen Zweiecke gehen müssen. Es ist $il = al$; $lm \perp ai$; $m =$ dem Mittelpunkt für den Bogen iak; mit demselben Radius sind die übrigen Bögen zu schlagen.

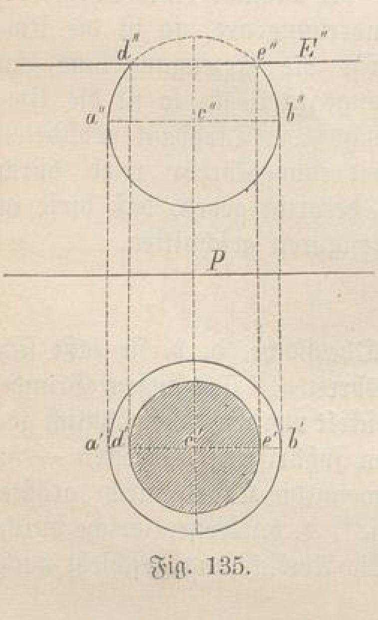


Fig. 135.

2. Aufgabe. Eine Kugel wird durch eine Ebene geschnitten, welche parallel zur Horizontalebene ist. Fig. 135.

Auflösung. Die Durchschnittsfigur ist gleich der ersten Projektion derselben und ist ein Kreis, dessen Durchmesser gleich der zweiten Projektion der Durchschnittsfigur ist welche mit E'' zusammenfällt.

3. Aufgabe. Eine Kugel wird durch eine Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der zweiten Projektionsebene steht und mit der ersten einen gegebenen Winkel bildet. Es sind die Projektionen und die Durchschnittsfigur zu zeichnen. Fig. 136.

Auflösung. Die Durchschnittsfigur ist ein Kreis, ihre erste Projektion ist eine Ellipse, die sich aus der Durchschnittsfigur ergiebt. Ihre zweite Projektion ist eine gerade Linie, welche mit E″ zusammenfällt. Die Durchschnittsfigur erhält man, indem man dieselbe in die zweite Projektionsebene herabschlägt.

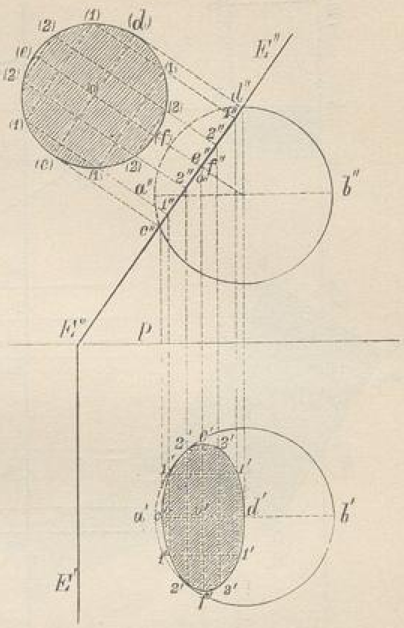


Fig. 136.

17. Durchdringungen von Körpern.

a. Ebene Körper.

Sind die Projektionen zweier sich durchdringender Körper gegeben, so erhält man die Projektionen der Durchschnittsfiguren, wenn man entweder die Durchschnittslinien der sich schneidenden Seitenebenen bestimmt, oder wenn man die Punkte konstruirt, in denen die Kanten des einen Körpers die Flächen des anderen durchdringen; die Verbindung dieser Schnittpunkte ergiebt dann die Durchschnittsfigur. Man hat in jedem gegebenen Falle darauf zu achten, in möglichst einfacher Weise die Aufgabe zu lösen und demgemäß seine Wahl zu treffen.

1. Aufgabe. Ein vierseitiges Prisma, welches senkrecht auf der ersten Projektionsebene steht, wird von einem anderen vierseitigen Prisma, dessen Seitenkanten parallel zur zweiten Projektionsebene sind, durchdrungen. Es sind beide Projektionen und die Durchschnittsfiguren zu zeichnen. Fig. 137.

Auflösung. Das durchdrungene Prisma zeigt seinen Querschnitt in der ersten Projektion; der Querschnitt des anderen Prisma ist in die erste Projektionsebene herabgeschlagen anzunehmen und demnächst zu heben. Die Projektionen der Durchschnittsfigur erhält man in der dritten Projektionsebene. Demnächst schlägt man dieselben in eine der Projektionsebenen herab.

2. Aufgabe. Ein vierseitiges Prisma, welches senkrecht auf der ersten Projektionsebene steht, dessen Seitenebenen aber geneigt zur zweiten Projektionsebene sind, wird von einem anderen vierseitigen Prisma,

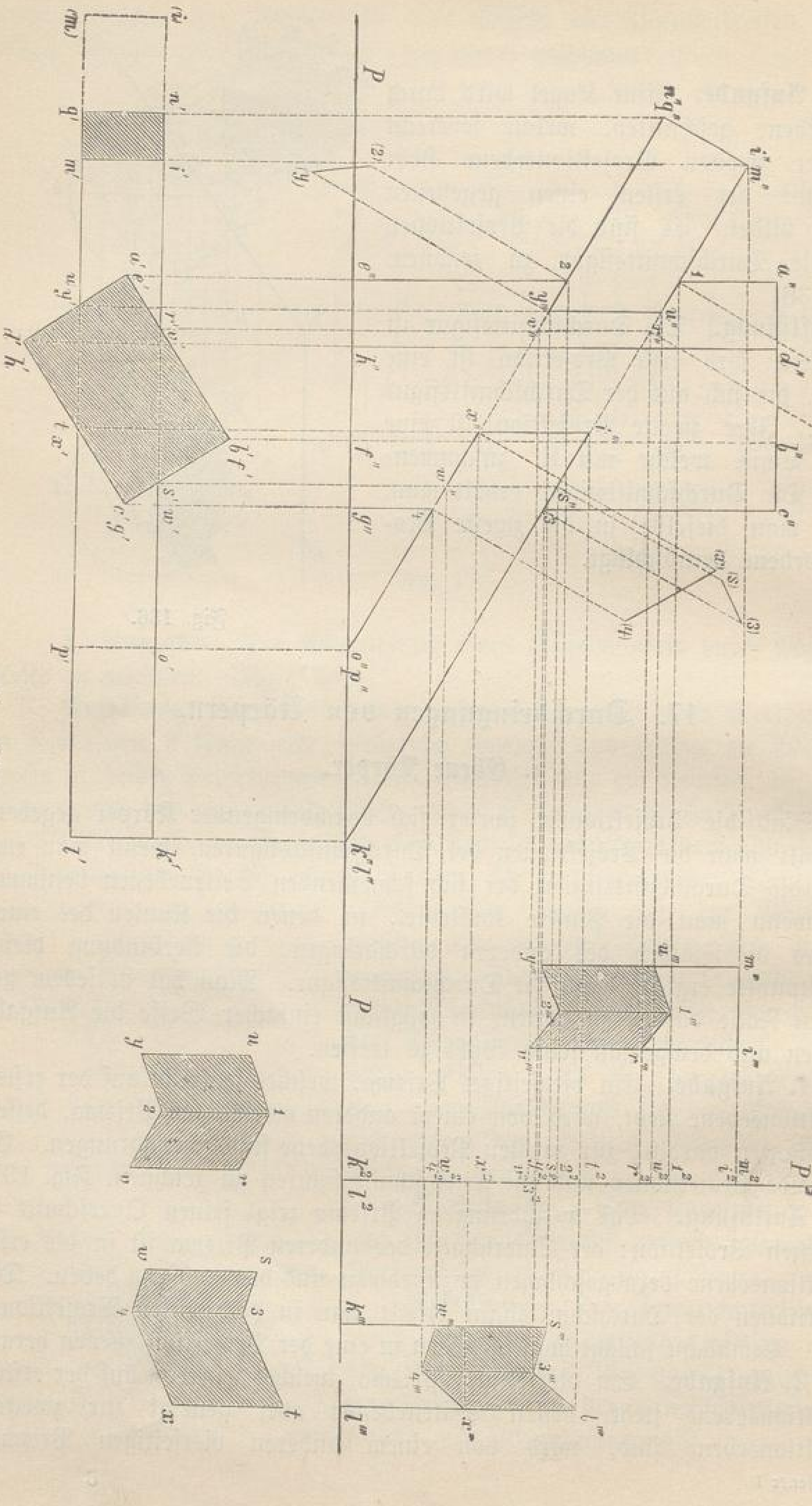


Fig. 137.

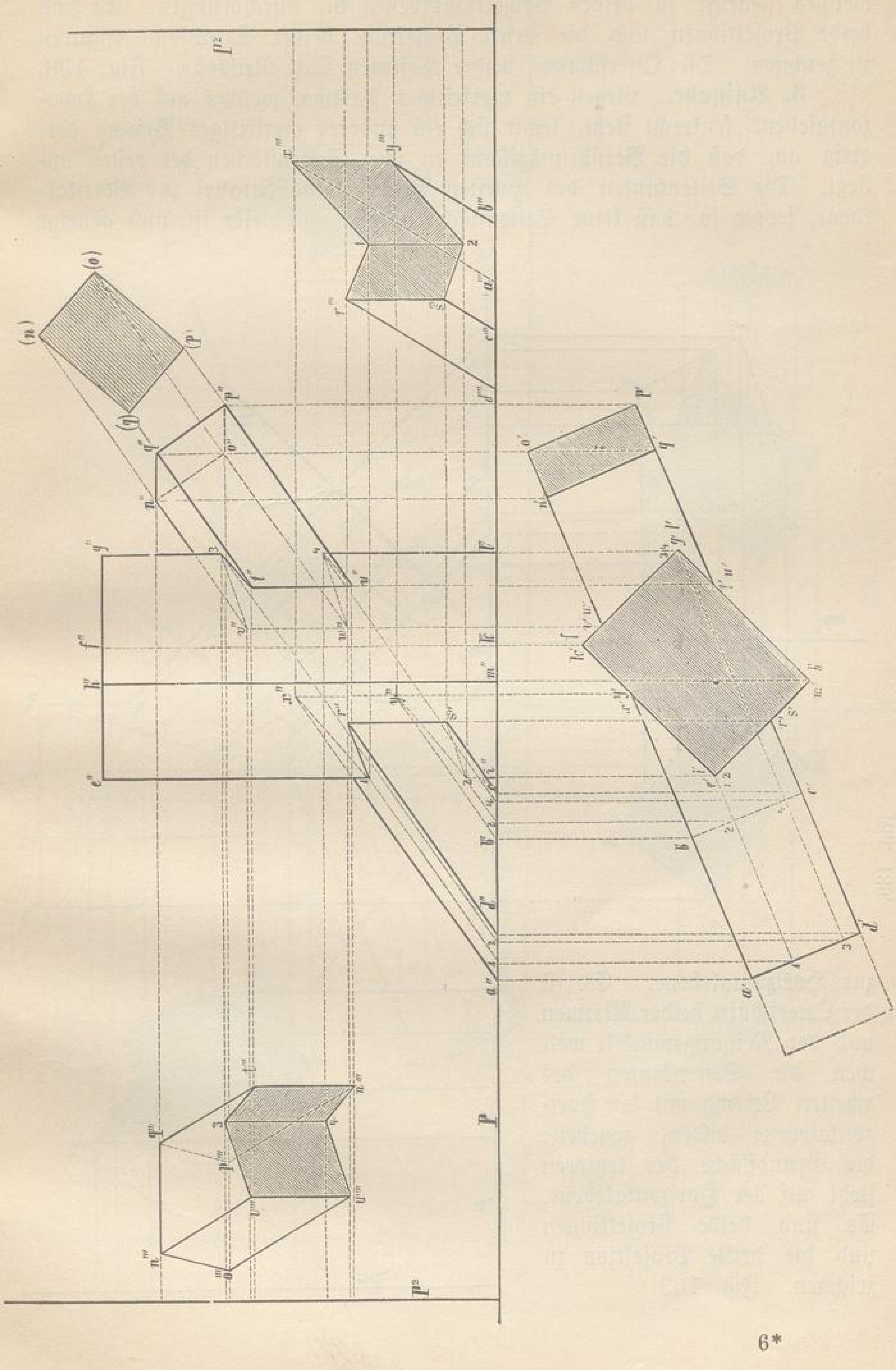


Fig. 138.

welches geneigt zu beiden Projektionsebenen ist, durchdrungen. Es sind beide Projektionen und die dritte Projektion beider Durchschnittsfiguren zu zeichnen. Die Querschnitte beider Prismen sind Rechtecke. Fig. 138.

3. Aufgabe. Gegen ein vierseitiges Prisma, welches auf der Horizontalebene senkrecht steht, lehnt sich ein anderes vierseitiges Prisma derartig an, daß die Berührungsfläche an zwei Seitenflächen des ersten anliegt. Die Seitenkanten des zweiten Prisma sind parallel zur Vertikalebene, jedoch so, daß keine Seitenfläche parallel zu dieser ist, und geneigt

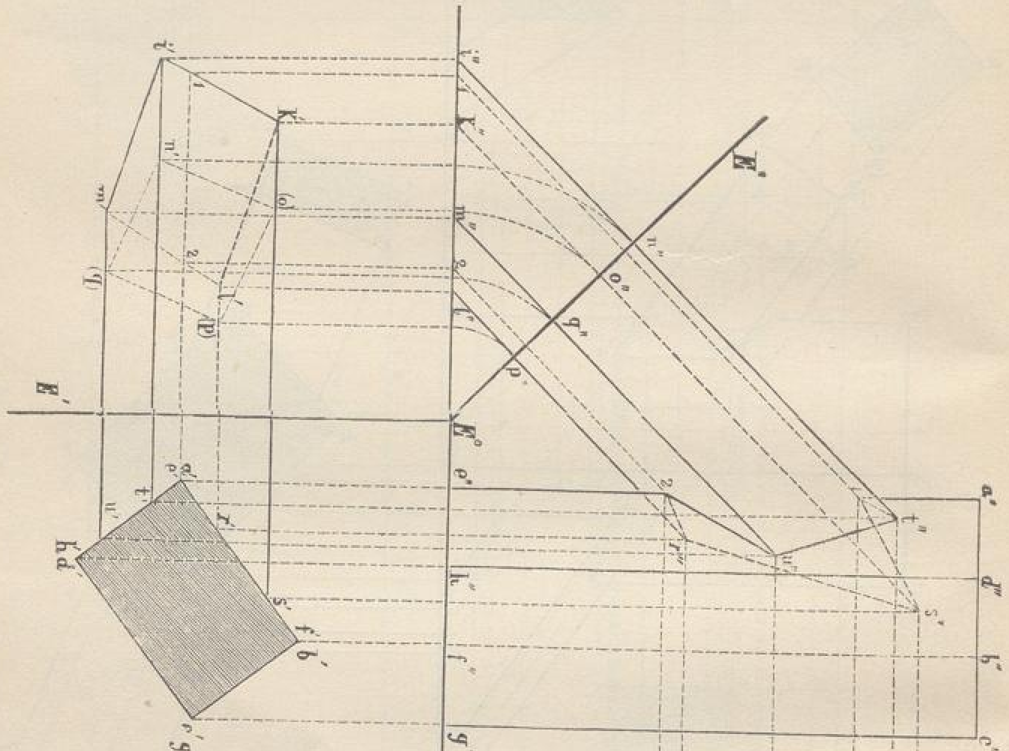
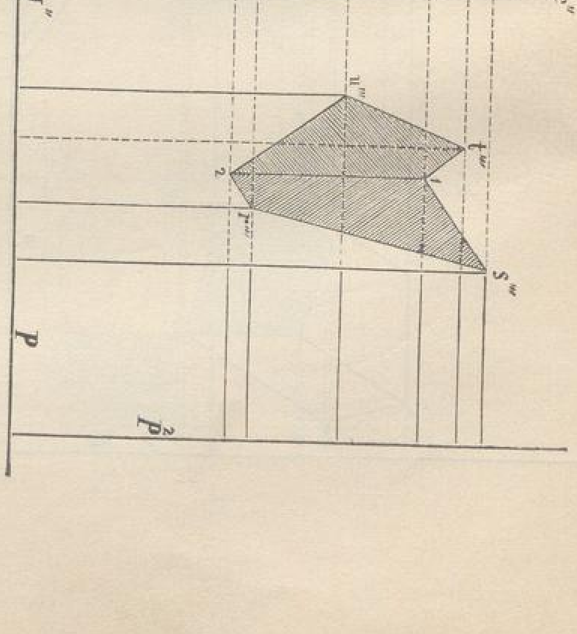


Fig. 139.

zur Horizontalebene. Es ist der Querschnitt beider Prismen und der Neigungswinkel, welchen die Seitenkanten des zweiten Prisma mit der Horizontalebene bilden, gegeben; die Grundfläche des letzteren steht auf der Horizontalebene. Es sind beide Projektionen und die dritte Projektion zu zeichnen. Fig. 139.



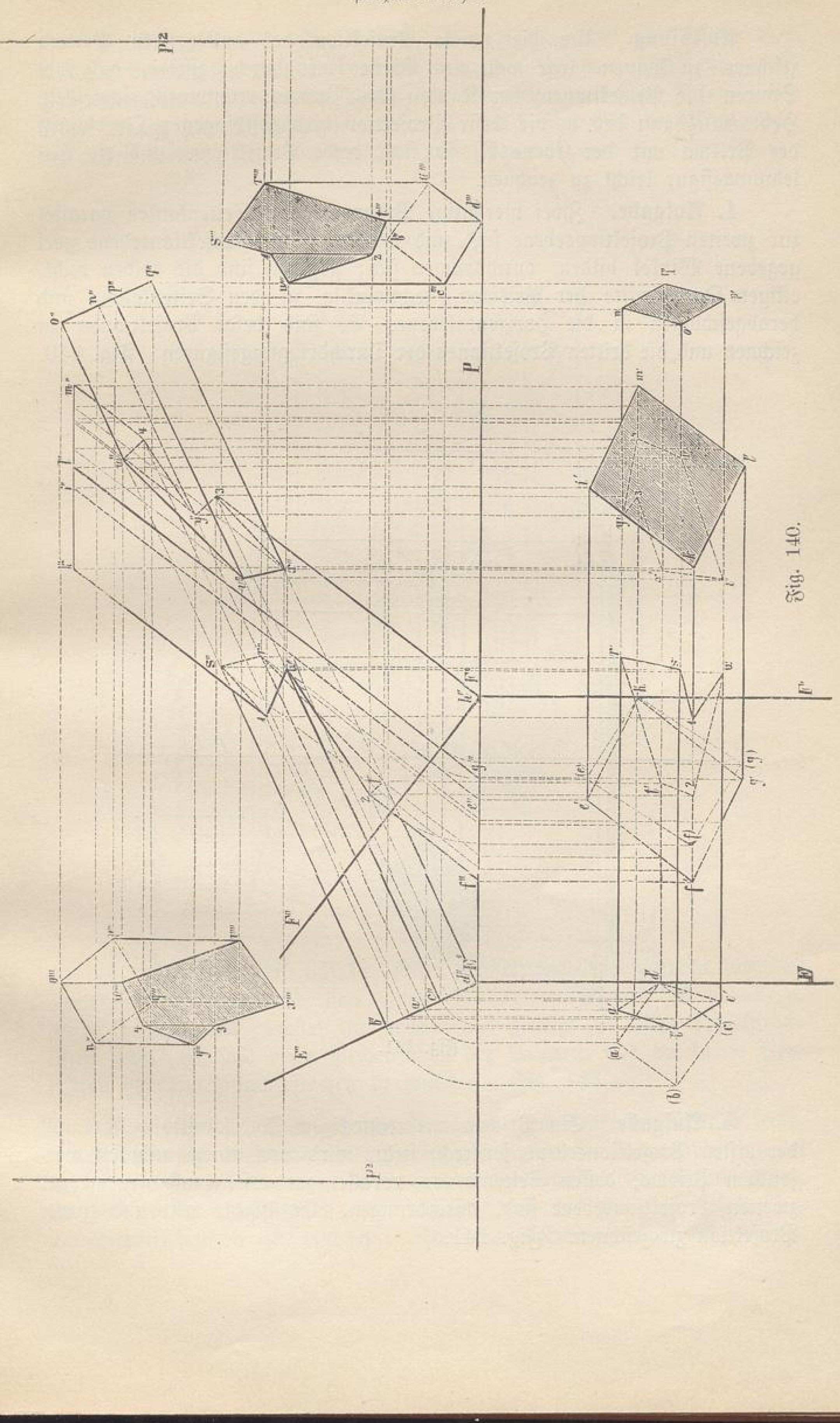


Fig. 140.

Auflösung. Um die zweite Projektion des anliegenden Prisma zeichnen zu können, lege man eine Ebene E so durch dasselbe, daß ihre Spuren die Projektionen der Kanten des Prisma rechtwinklig schneiden. Hebt man dann den in die erste Projektion herabgeschlagenen Querschnitt des Prisma mit der Ebene E, so sind beide Projektionen und die Anlehnungsfigur leicht zu zeichnen.

4. Aufgabe. Zwei vierseitige Prismen, deren Seitenkanten parallel zur zweiten Projektionsebene sind und mit der ersten Projektionsebene zwei gegebene Winkel bilden, durchdringen sich; gegeben sind die beiden rechteckigen Querschnitte der Prismen, rechtwinklig zu den Seitenkanten und herabgeschlagen in die Horizontalebene. Es sind beide Projektionen zu zeichnen und die dritten Projektionen der Durchdringungsfiguren. Fig. 140.

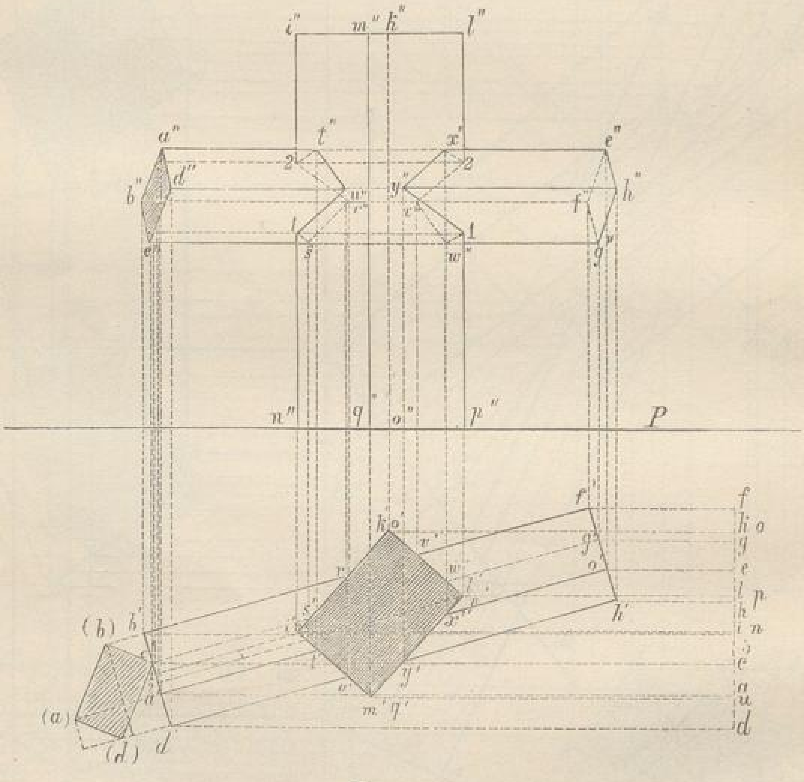


Fig. 141.

5. Aufgabe. Ein Prisma mit rechteckigem Querschnitt, welches auf der ersten Projektionsebene senkrecht steht, wird von einem anderen vierseitigen Prisma, dessen Seitenkanten parallel zur ersten und geneigt zur zweiten Projektionsebene sind, durchdrungen. Es ist die erste und zweite Projektion zu zeichnen. Fig. 141.

6. Aufgabe. In Fig. 142 ist die in Fig. 141 dargestellte Verbindung derartig zu zeichnen, daß die Lage der Prismen gegen die zweite Projektionsebene unverändert bleibt, die Seitenkanten beider Prismen dagegen geneigt zur ersten Projektionsebene sind. Eine Ecke der Grundfläche des ersten Prisma steht auf der Horizontalebene.

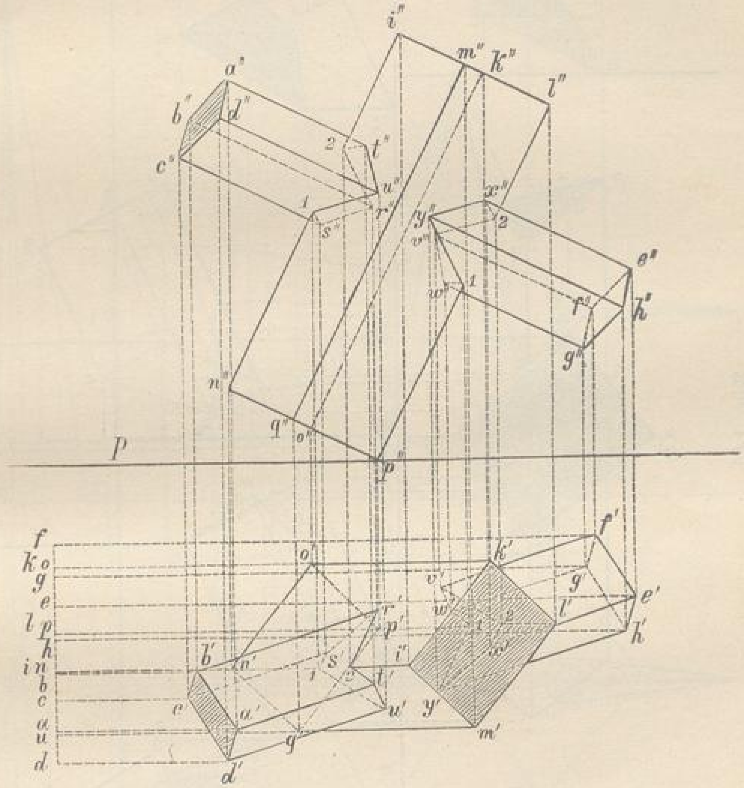


Fig. 142.

7. Aufgabe. Ein auf der ersten Projektionsebene senkrecht stehendes vierseitiges Prisma wird von einem dreiseitigen Prisma durchdrungen, dessen Seitenkanten parallel zur zweiten und geneigt zur ersten Projektionsebene sind. Es sind beide Projektionen der Prismen und die dritte Projektion der Durchschnittsflächen zu zeichnen. Fig. 143.

8. Aufgabe. Eine auf der Horizontalebene senkrecht stehende sechsseitige Pyramide wird von einer vierseitigen Pyramide, deren Höhe parallel zur ersten Projektionsebene, aber geneigt zur zweiten ist, durchdrungen. Es sind beide Projektionen der Prismen und die dritte Projektion der Durchschnittsfiguren zu zeichnen. Die Grundebenen beider Pyramiden sind unregelmäßige Polygone. Beide Pyramiden stehen auf der ersten bezw. dritten Projektionsebene so, daß ihre Höhen auf diesen lothrecht stehen. Fig. 144.

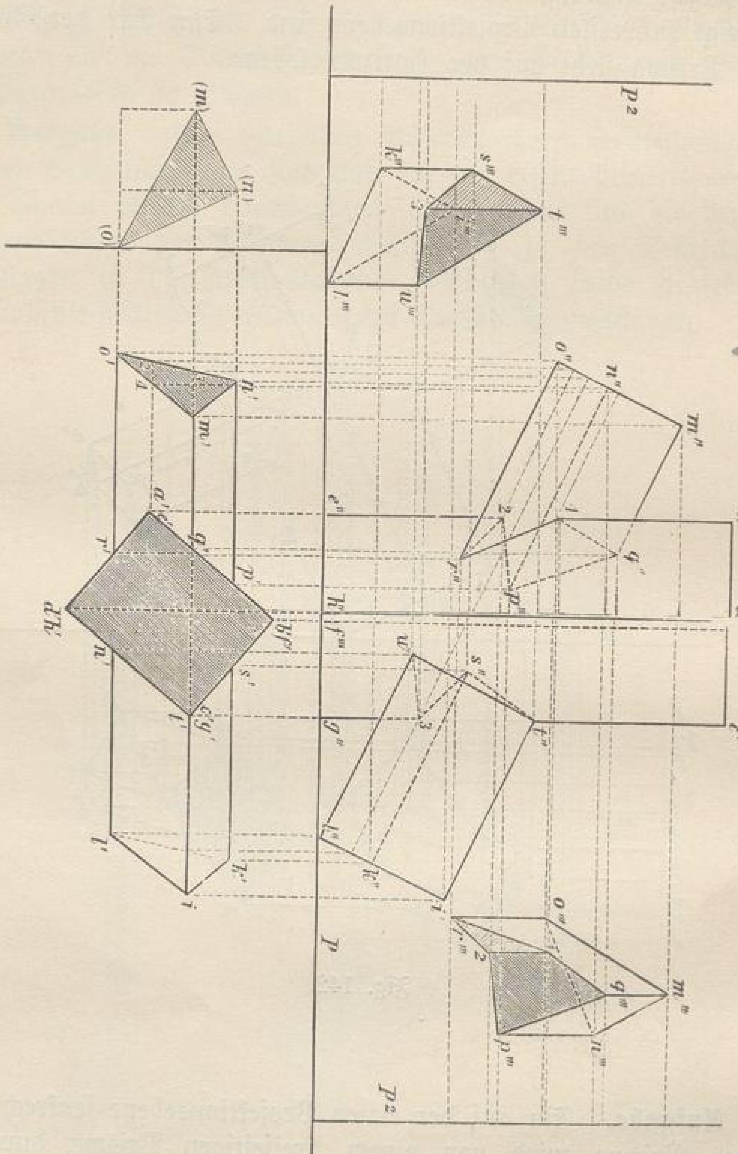


Fig. 143.

b. Krummflächige Körper.

9. Aufgabe. Zwei normale Kreiskegel durchdringen sich; der durchdrungene steht lothrecht auf der ersten Projektionsebene, die Grundfläche des durchdringenden steht senkrecht auf der zweiten Projektionsebene. Fig. 145.

Auflösung. Legt man durch die Linie, welche die Spitzen beider Kegel verbindet, Ebenen, so erzeugen diese auf den Mänteln der Kegel

Seiten. Die Punkte, in welchen die von derselben Ebene erzeugten Seiten beider Kegel sich treffen, liegen in den Schnittkurven und bestimmen daher dieselben. Ist z. B. t^1 die Spur der Linie s t und man legt durch t^1 eine gerade Linie, so ist diese die erste Spur einer Ebene E, welche die Kegel in den Linien 1 s und 1 t schneidet; die Durchschnittspunkte dieser Linien sind Punkte der Schnittkurven.

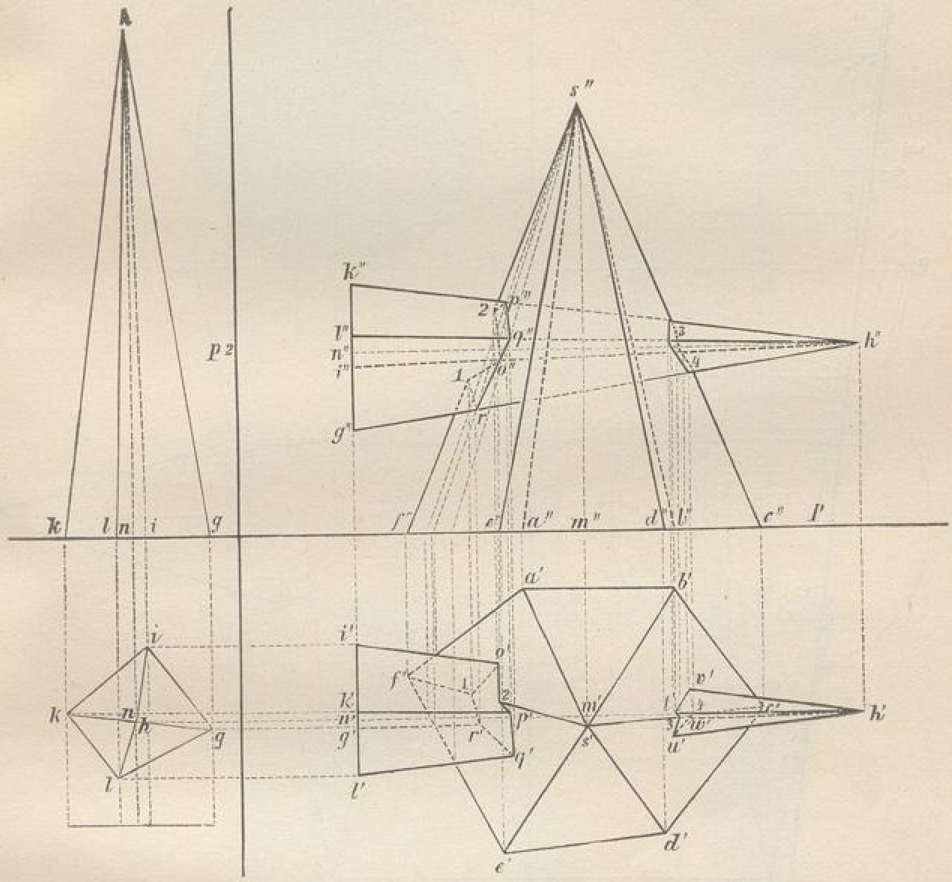


Fig. 144.

10. Aufgabe. Ein auf der ersten Projektionsebene stehender normaler Cylinder wird von einem anderen normalen Cylinder durchdrungen, dessen Axe parallel zur zweiten und geneigt zur ersten Projektionsebene ist. Fig. 146.

11. Aufgabe. Ein halber Kreiscylinder, der mit seiner Schnittfläche auf der Horizontalebene liegt und geneigt zur Vertikalebene ist, wird von einem normalen Kreiscylinder durchdrungen, welcher senkrecht auf der Horizontalebene steht. Fig. 147.

12. Aufgabe. Zwei halbe Kreiscylinder mit verschiedenem Durchmesser, welche beide mit ihren Schnittflächen auf der ersten Projektionsebene liegen, durchdringen sich. Der eine liegt parallel, der andere geneigt zur zweiten Projektionsebene. Fig. 148.

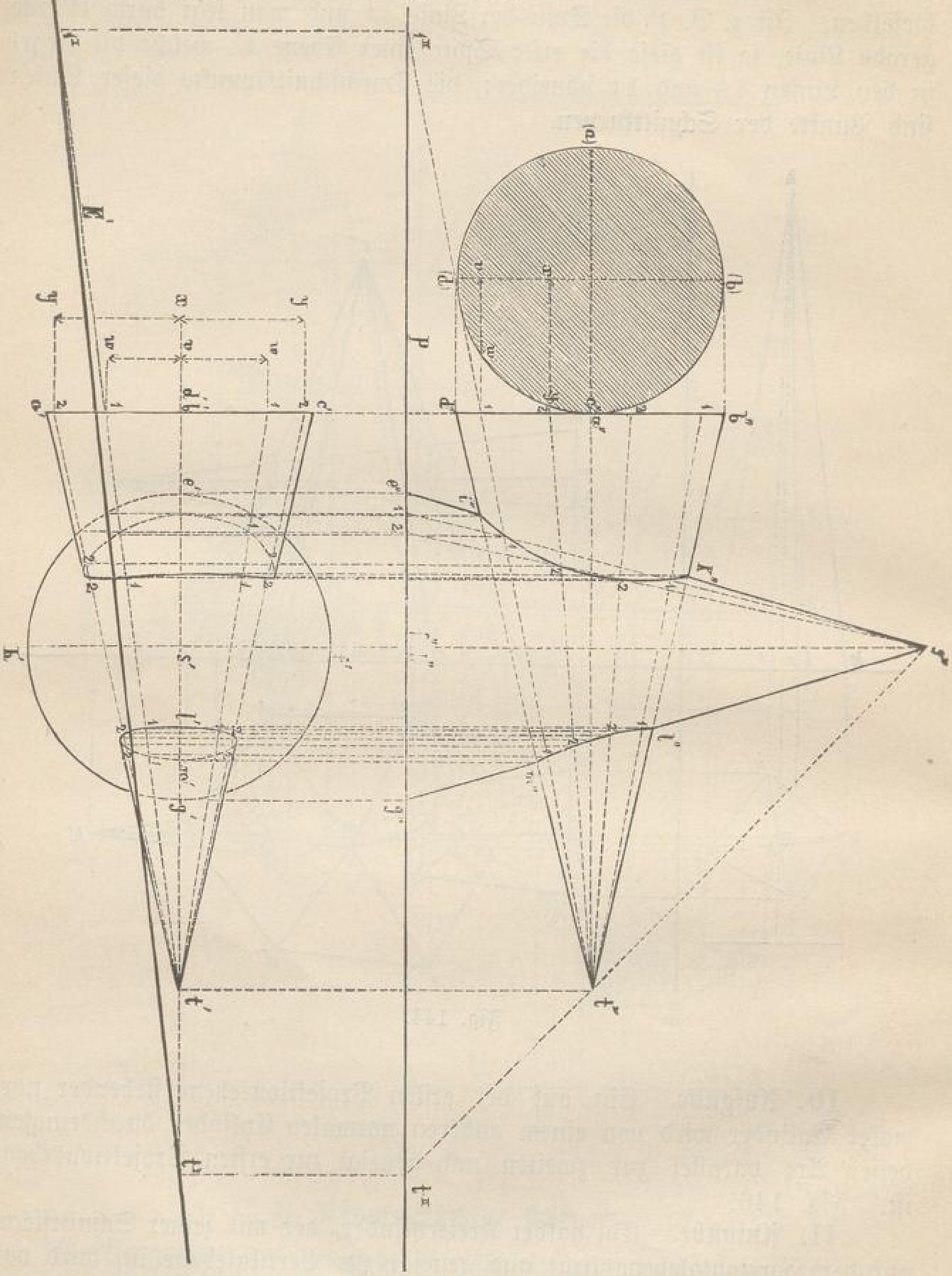


Fig. 145.

13. Aufgabe. Ein auf der ersten Projektionsebene stehender normaler Kegel wird von einem Cylinder durchdrungen, dessen Axe parallel zur ersten und geneigt zur zweiten Projektionsebene ist. Fig. 149.

14. Aufgabe. Ein auf der ersten Projektionsebene stehender schiefer Kegel, dessen Axe parallel zur zweiten Projektionsebene ist, wird von einem auf der ersten Projektionsebene senkrecht stehenden normalen Cylinder durchdrungen. Fig. 150.

15. Aufgabe. Eine Kugel wird von einem Cylinder, dessen Axe parallel zu beiden Projektionsebenen ist, durchdrungen. Die Axe des Cylinders geht durch den Mittelpunkt der Kugel. Fig. 151.

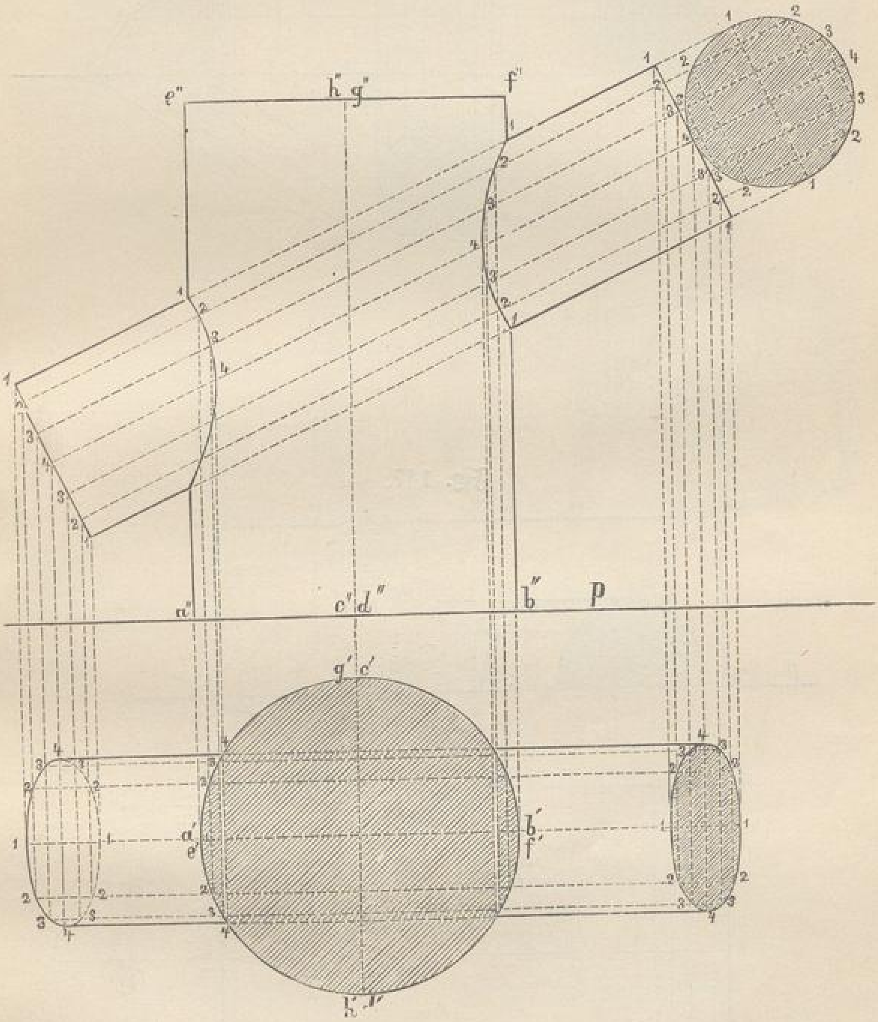


Fig. 146.

16. Aufgabe. Eine Kugel wird von einem Kegel, dessen Axe durch den Mittelpunkt der Kugel geht und parallel zu beiden Projektionsebenen ist, durchdrungen. Fig. 152.

17. Aufgabe. Eine Kugel wird von einem schiefen Kegel, welcher auf der ersten Projektionsebene steht und dessen Axe parallel zur zweiten Projektionsebene ist, durchdrungen. Fig. 153.

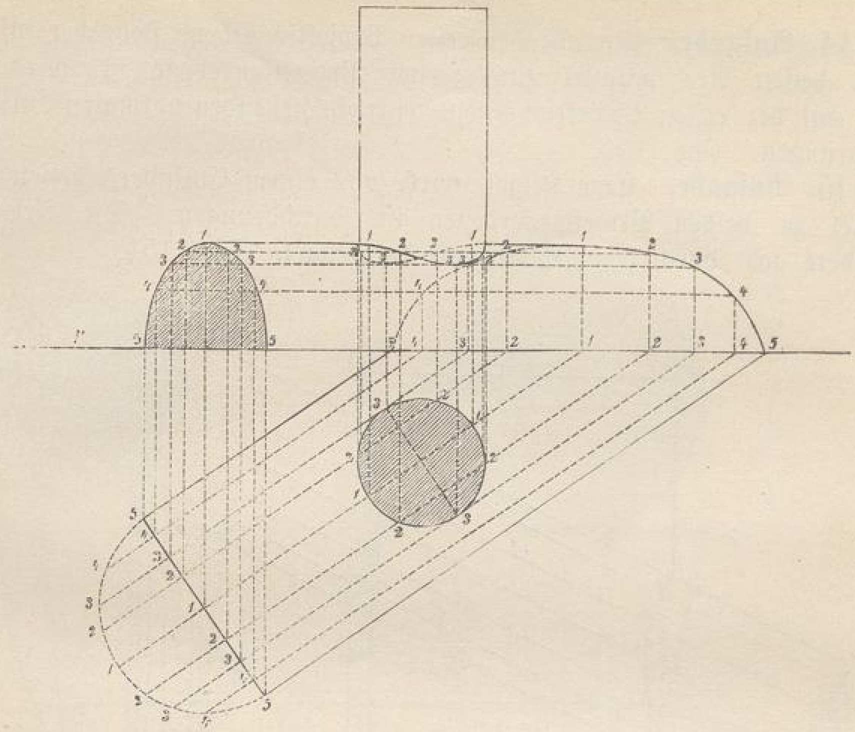


Fig. 147.

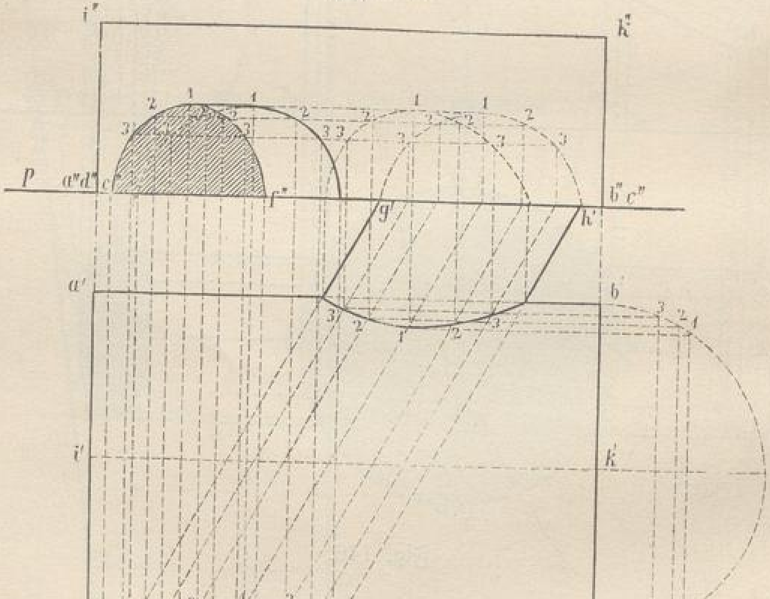


Fig. 148.

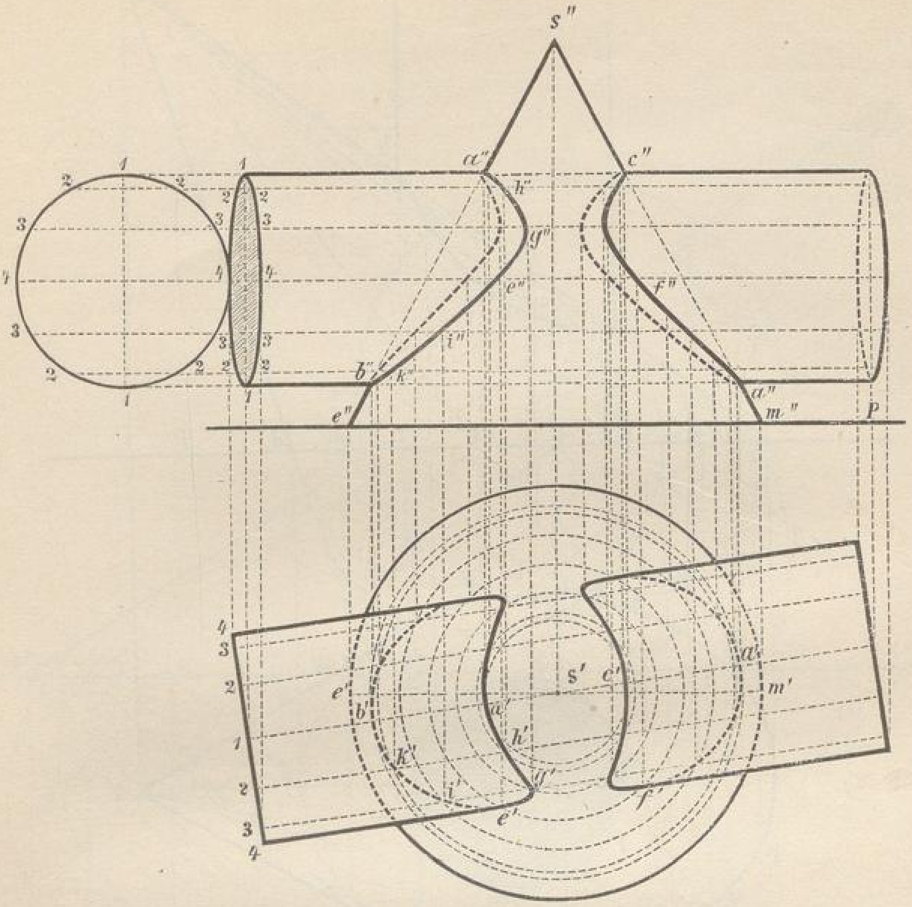


Fig. 149.

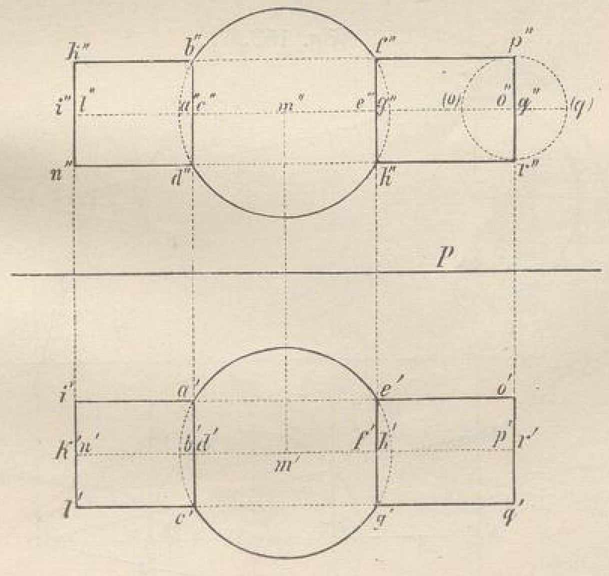


Fig. 151.

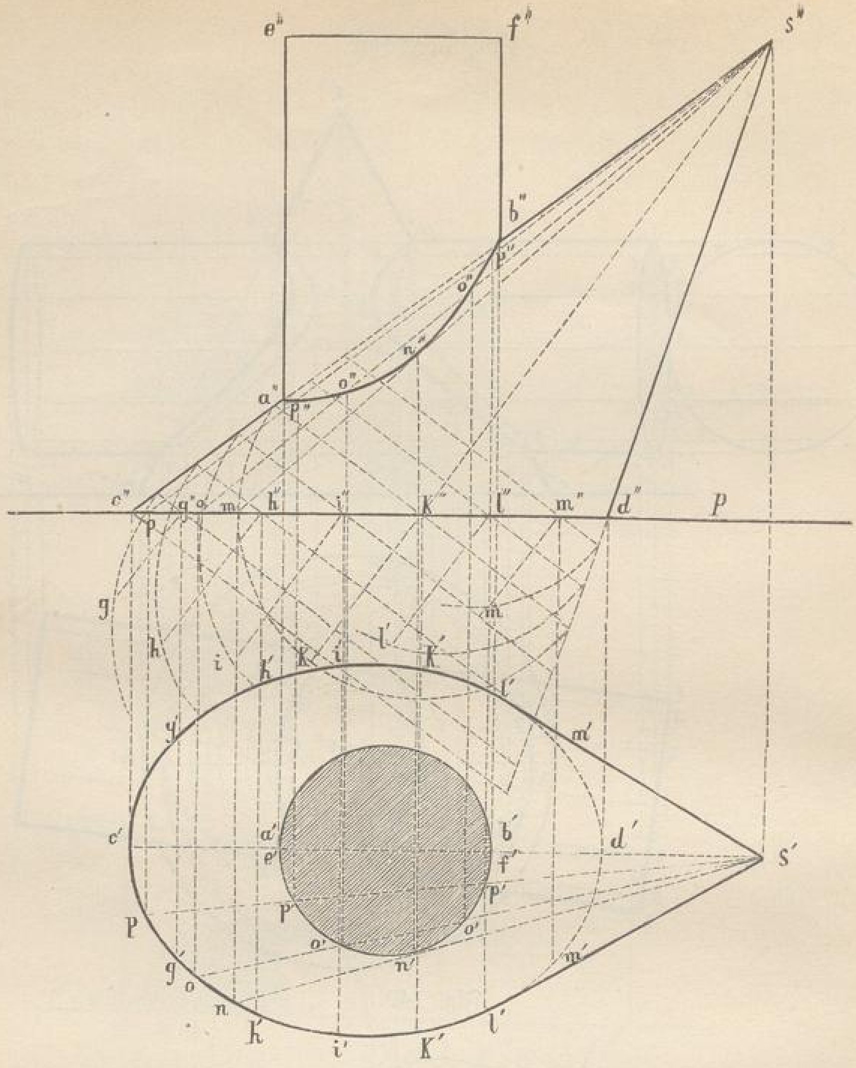


Fig. 150.

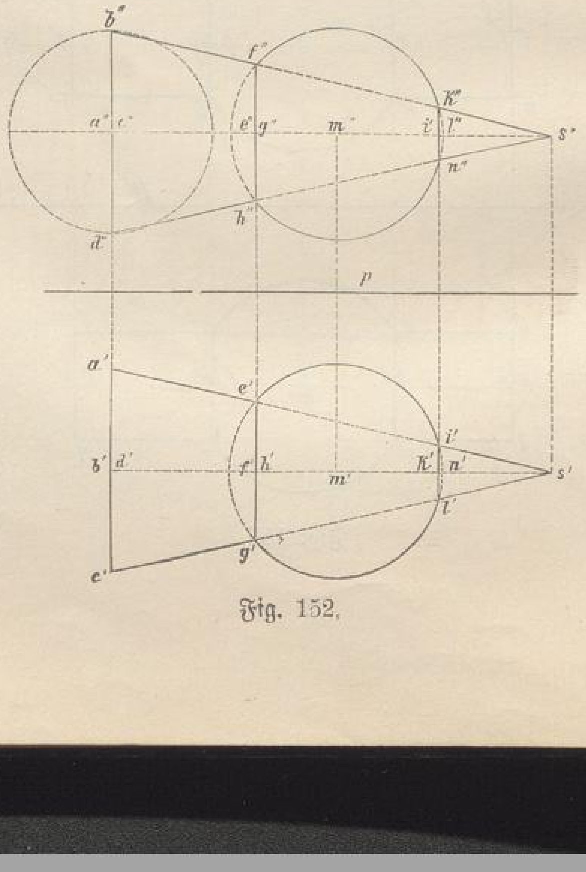


Fig. 152.

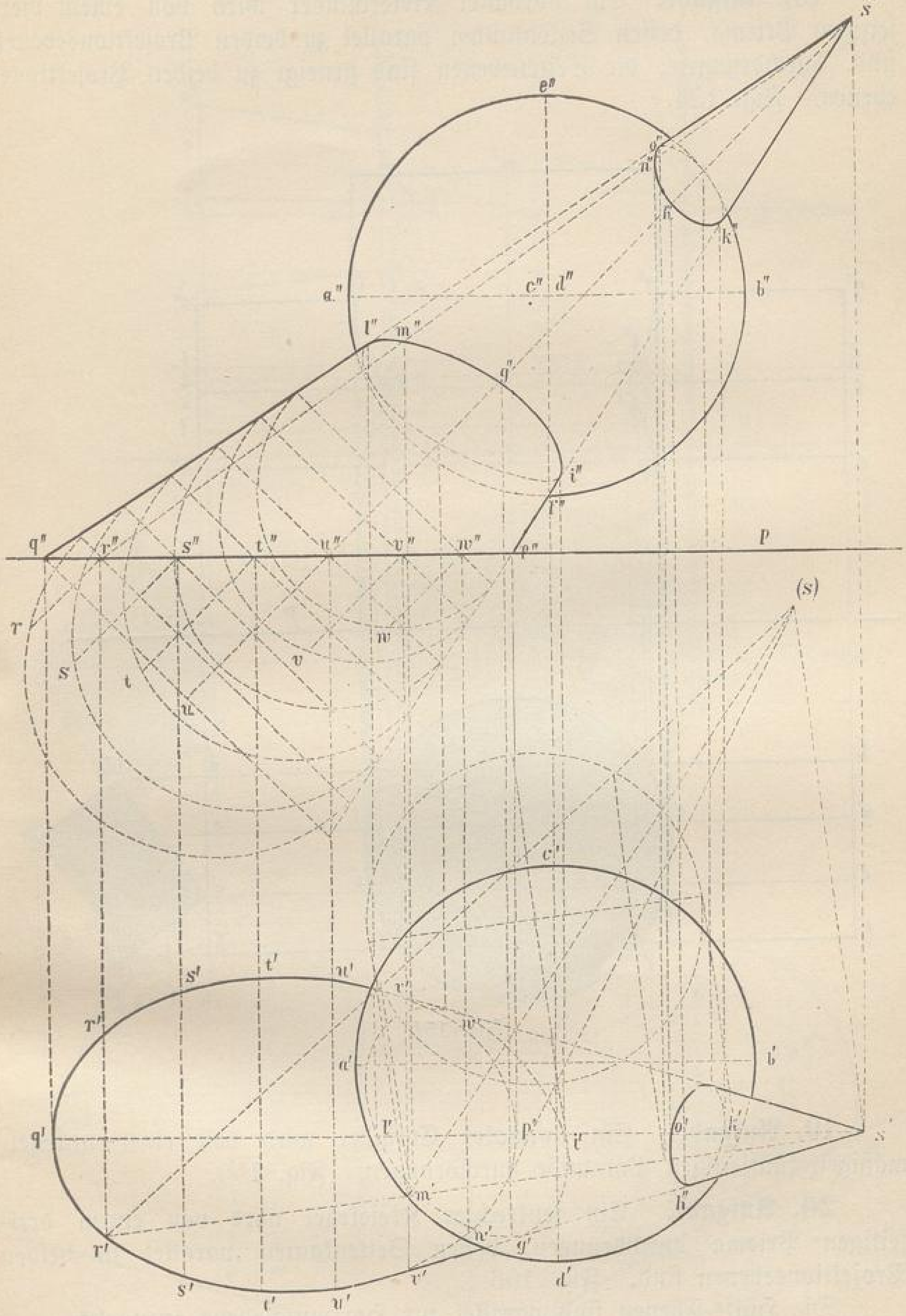

s″
e″
o″
n″
h″
k″
a″
c″ d″
b″
l″ m″
g″
i″
f″
q″ r″ s″ t″ u″ v″ w″ e″
P
(s)
r
s
t
u
v
w
c′
s′ t′ u′
r′
v′
w′
a′
b′
q′
l′
p′
i′
o′
k′
s
m′
h′
n′
g′
r′
s′
t′ u′
v′
d′

Fig. [illegible]3.

c. Ebene und krummflächige Körper.

18. Aufgabe. Ein normaler Kreiscylinder wird von einem vierseitigen Prisma, dessen Seitenkanten parallel zu beiden Projektionsebenen sind, durchdrungen; die Seitenebenen sind geneigt zu beiden Projektionsebenen. Fig. 154.

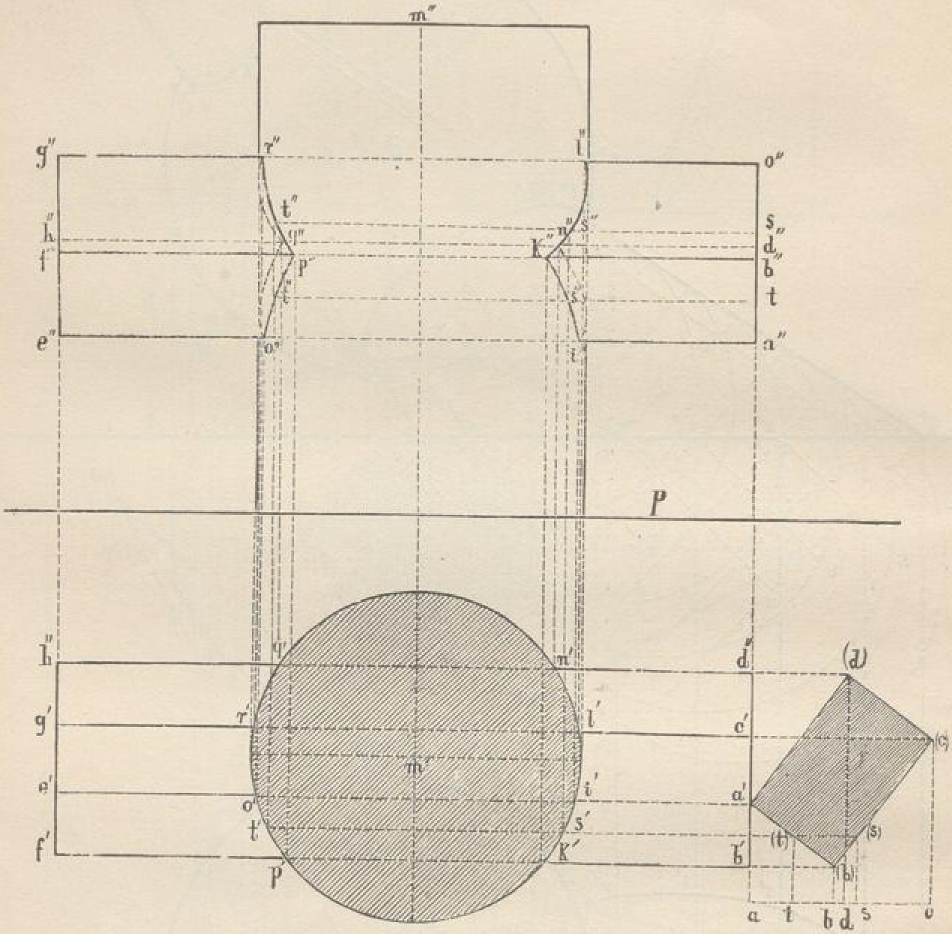


Fig. 154.

19. Aufgabe. Ein normaler Cylinder wird von einer unregelmäßigen fünfseitigen Pyramide durchdrungen. Fig. 155.

20. Aufgabe. Ein senkrechter Kreiskegel wird von einem dreiseitigen Prisma durchdrungen, dessen Seitenkanten parallel zu beiden Projektionsebenen sind. Fig. 156.

Die Hülfs-Ebenen sind parallel zur Horizontalebene anzunehmen.

21. Aufgabe. Eine Kugel wird von einer regulären normalen sechsseitigen Pyramide durchdrungen. Fig. 157.

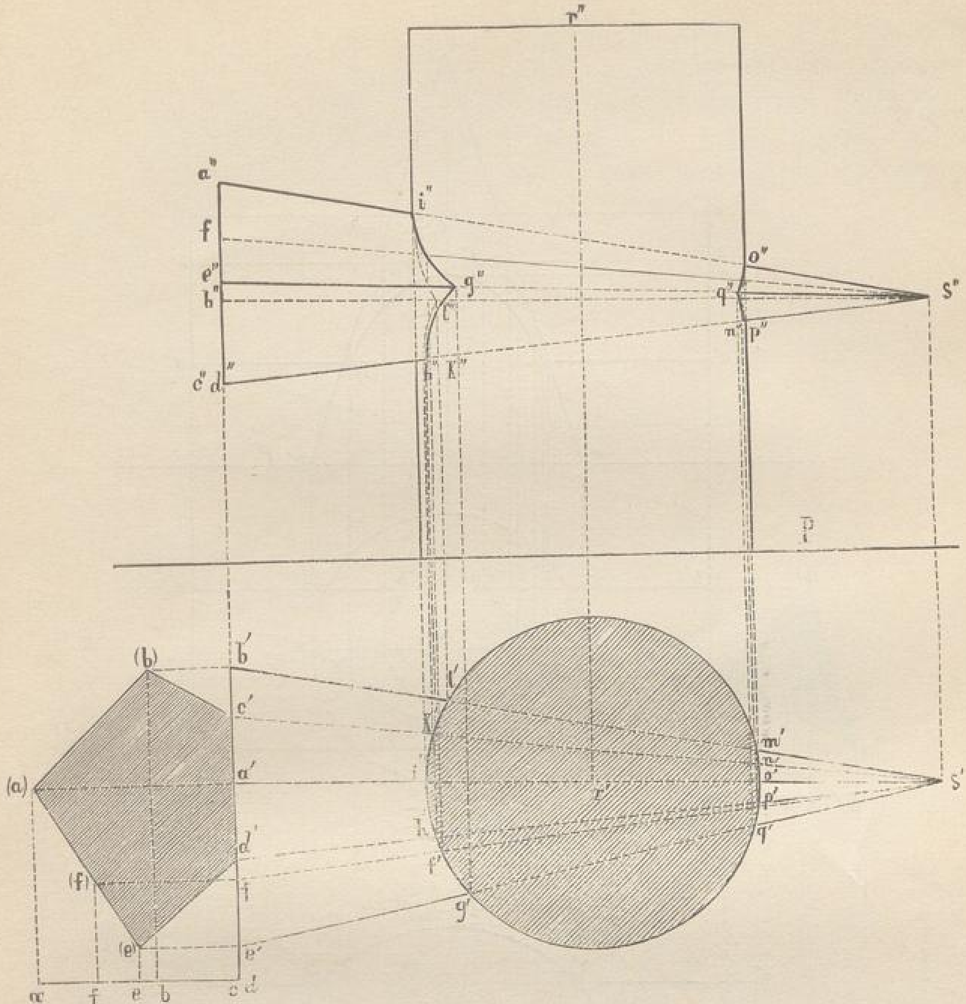


Fig. 155.

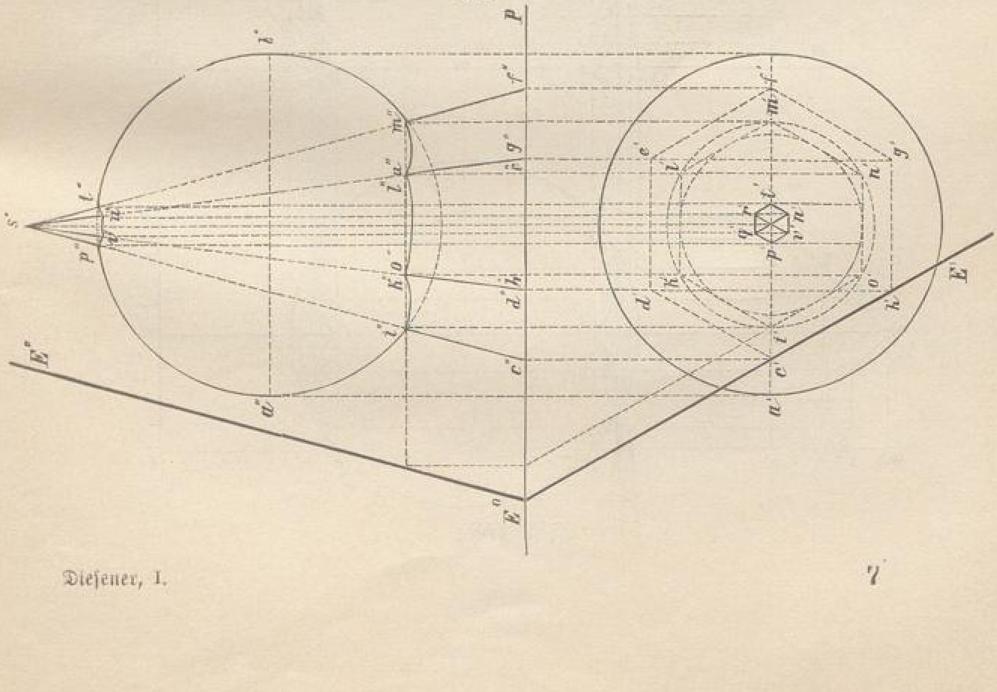


Fig. 157.

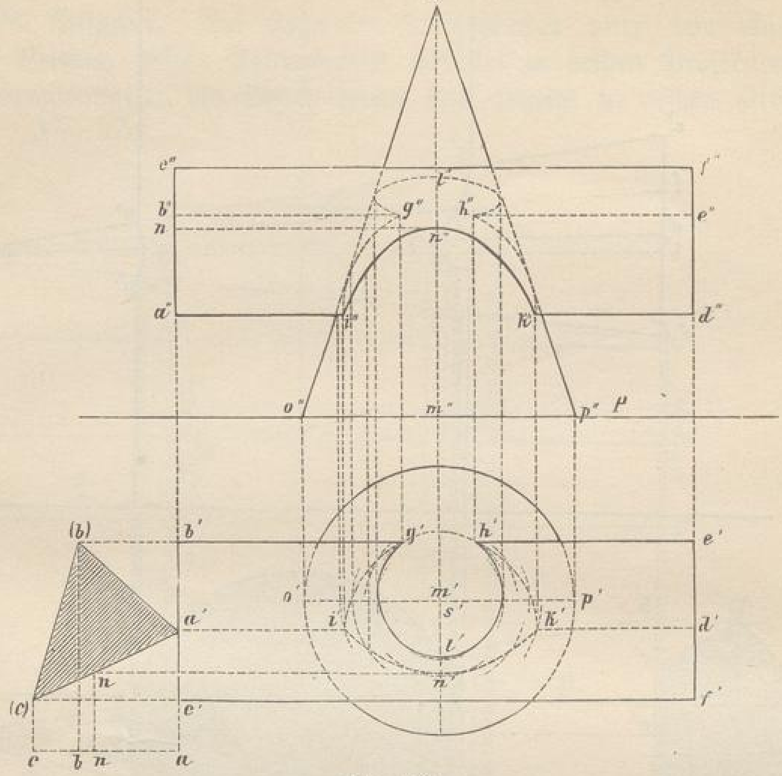


Fig. 156.

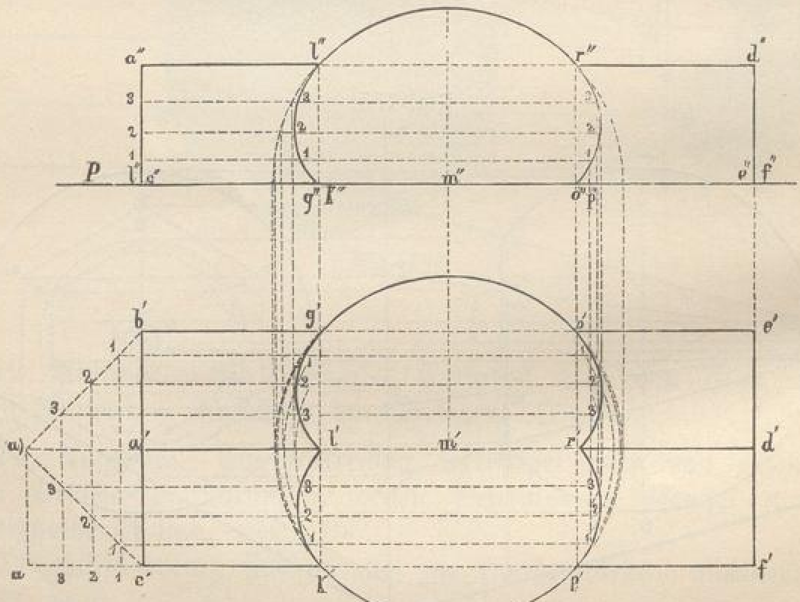


Fig. 158.

22. Aufgabe. Eine mit der Schnittfläche auf der ersten Projektionsebene liegende Halbkugel wird von einem dreiseitigen Prisma, welches mit einer Seitenebene auf der ersten Projektionsebene liegt und dessen Seitenkanten parallel zur zweiten Projektionsebene sind, durchdrungen. Die erste Projektion der mittleren Seitenkante des Prisma geht durch die erste Projektion des Mittelpunktes der Kugel. Fig. 158.

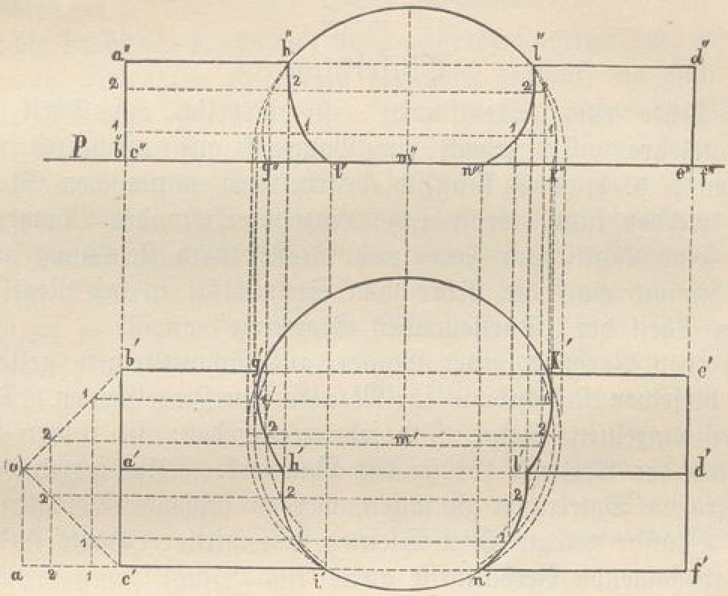


Fig. 159.

23. Aufgabe. Eine auf der ersten Projektionsebene wie in der vorigen Angabe liegende Halbkugel wird von einem dreiseitigen Prisma, welches mit einer Seitenfläche auf der ersten Projektionsebene liegt und dessen Seitenkanten parallel zur zweiten Projektionsebene sind, durchdrungen, jedoch geht die obere Seitenkante nicht durch den Mittelpunkt der Halbkugel in der ersten Projektion. Fig. 159.