Darstellende Geometrie

Diesener, Heinrich

Halle a. S., 1898

5. Projektionen einer geraden Linie und einer Fläche

Ein Körper wird projicirt, indem man seine Begrenzungsflächen projicirt.

Um nun Alles, was in beiden Projektionsebenen liegt, in einer Ebene zeichnen zu können, nimmt man an, die zweite Projektionsebene sei um die Axe P gedreht worden, bis der Theil P'' mit dem Theil $P_{\prime}$ zusammengefallen ist; der Theil $P_{\prime\prime}$ liegt dann in dem vorderen Theile P'. In Fig. 2 zeigt sich dann über der Axe Alles, was in P'' und $P_{\prime}$ enthalten ist, unterhalb der Axe Alles, was in P' und $P_{\prime\prime}$ liegt. Dreht man die dritte Projektionsebene um die Axe P^2, bis sie mit P' zusammenfällt, dann liegt sie ebenfalls mit den beiden ersten Projektionsebenen in einer Ebene.

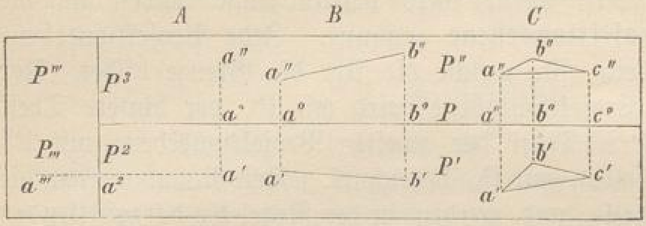

Fig. 2.

4. Die Projektion eines Punktes.

Fällt man in Fig. 1. A von a' und a'' Lothe auf die Axe, so treffen dieselben einen und denselben Punkt a^0 der Axe und das Viereck $a a' a^0 a''$ ist ein Rechteck, in welchem $a a' = a'' a^0$ ist, d. h. die Entfernung des Punktes a im Raume von der ersten Projektionsebene ist gleich der in der zweiten Projektionsebene liegenden Ordinate $a^0 a''$. Es ist ferner $a a'' = a' a^0$, d. h. die Entfernung des Punktes a im Raume von der Vertikalebene ist gleich der in der Horizontalebene liegenden Ordinate $a^0 a'$.

Ist nun die Drehung der Projektionsebenen wie in Fig. 2 ausgeführt, so bilden die Ordinaten $a^0 a'$ und $a^0 a''$ eine gerade Linie $a' a^0 a''$, Fig. 2. A, welche auf der Axe senkrecht steht. Ist daher die erste Projektion eines Punktes a gegeben, so liegt die zweite in der Ordinate $a^0 a''$, und zwar ist $a^0 a'' = a a'$; ist a'' gegeben, so liegt a' in der Ordinate $a^0 a'$, und ist $a^0 a' = a a''$.

Sind die Projektionen eines Punktes a auf P' und P'' gegeben, und es soll die dritte Projektion dieses Punktes konstruirt werden, so zieht man $a' a^2$ senkrecht auf P^2, Fig. 1. A und 2. A. Die Ordinate in der dritten Projektionsebene $a^2 a'''$ ist gleich der Entfernung des Punktes a von der ersten Projektionsebene; da diese Entfernung $a a'$ gleich der Ordinate $a^0 a''$ in P'' ist, so mache man $a^2 a''' = a^0 a''$, dann ist a''' die dritte Projektion des Punktes a im Raume.

Liegt ein Punkt in einer der Projektionsebenen, so fällt diese Projektion mit ihm zusammen und seine andere Projektion liegt in der Axe; liegt ein Punkt in der Axe, so fallen seine beiden Projektionen mit ihm zusammen.

5. Die Projektionen einer geraden Linie und einer Fläche.

Die Projektion einer geraden Linie ist durch die Projektion ihrer Endpunkte bestimmt. In Fig. 1. B und 2. B sei die erste Projektion $a' b'$ gegeben.

Man konstruire $a'a^0$ und $b'b^0$ senkrecht auf P, dann sind a^0 und b^0 die Anfangspunkte der Ordinaten a^0a'' und b^0b'', welche gleich den Entfernungen der Punkte a und b von der ersten Projektionsebene zu machen sind; verbindet man nun a'' und b'' durch eine Gerade, so ist diese die zweite Projektion der Linie ab.

Fig. 1. C und 2. C zeigen die Projektionen eines Dreiecks. Gegeben ist die zweite Projektion $a''b''c''$, dann ist $a'a^0 = aa''$, $b'b^0 = bb''$ und $c'c^0 = cc''$; die Verbindung von a', b' und c' giebt die erste Projektion.

6. Die verschiedenen Lagen einer geraden Linie im Raume.

1. Die Linie ab steht senkrecht auf P'; Fig. 3.

Die erste Projektion der Linie ist ein Punkt und fällt mit dem Punkte zusammen, in welchem die Linie ab die Ebene P' schneidet. Die zweite Projektion ist eine zur Axe senkrecht stehende Linie $a''b''$, welche gleich der Linie ab im Raume ist. Ist der Punkt a der Linie im Raume um $aa' = a^0a''$ von P' entfernt, so ist a'' ebenso weit von der Axe entfernt.

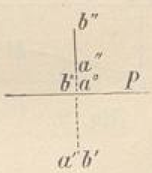

Fig. 3.

2. Die Linie ab steht senkrecht auf P''; Fig. 4.

Die zweite Projektion ist ein Punkt; die erste Projektion ist eine auf der Axe senkrecht stehende Linie $a'b' =$ der Linie ab im Raume. Ist a' um a^0a' von der Axe entfernt, so ist der Endpunkt a der Linie ab um ebenso viel von P'' entfernt.

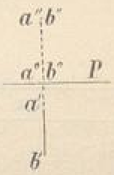

Fig. 4.

3. Die Linie ab ist parallel zu P'', aber geneigt gegen P'; Fig. 5.

$a'b'$ ist parallel zur Axe und erscheint verkürzt; $a''b''$ ist gleich der Linie ab und bildet, bis zur Axe verlängert, mit dieser denselben Winkel α, den die verlängerte Linie im Raume mit P' bildet.

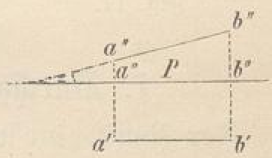

Fig. 5.

4. Die Linie ab ist parallel zu P', aber geneigt zu P''; Fig. 6.

$a''b''$ ist parallel zur Axe und erscheint verkürzt; $a'b'$ ist $=$ ab und bildet, bis zur Axe verlängert, mit dieser denselben Winkel β, welchen die verlängerte Linie ab mit P'' bildet.

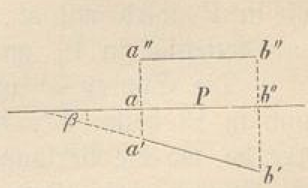

Fig. 6.