Darstellende Geometrie

Diesener, Heinrich

Halle a. S., 1898

11. Das Herabschlagen oder Bestimmung der Lage und Größe der Linien und Flächen, welche durch ihre Projektionen gegeben sind

11. Das Herabschlagen oder Bestimmung der Größe und Lage von Linien und Flächen, welche durch ihre Projektionen gegeben sind.

Eine begrenzte gerade Linie herabschlagen heißt, aus den Projektionen dieser Linie die Linie selbst konstruiren. Ebenso wird ein Winkel oder ein Vieleck herabgeschlagen werden, wenn man aus den Projektionen den Winkel oder das Vieleck im Raume konstruirt.

Einen gegebenen Punkt, welcher sich in einer gegebenen Ebene befindet, mit dieser Ebene auf eine Projektionsebene herabschlagen, heißt, in der betreffenden Projektionsebene denjenigen Punkt bestimmen, mit welchem jener Punkt zusammenfallen würde, wenn man die Ebene um ihre Spur in derselben Projektionsebene so lange dreht, bis sie in die Projektionsebene fällt. Ebenso wird eine Linie, ein Winkel und ein Vieleck mit einer Ebene auf eine Projektionsebene herabgeschlagen. Einen herabgeschlagenen Punkt a bezeichnet man mit (a).

1. Aufgabe. Es sind die beiden ersten Projektionen einer geraden Linien ab gegeben; es soll die Länge der Linie ab im Raume und ihr Neigungswinkel α bezw. β mit den Projektionsebenen konstruirt werden, d. h. die Linie ab soll in die Projektionsebenen herabgeschlagen werden.

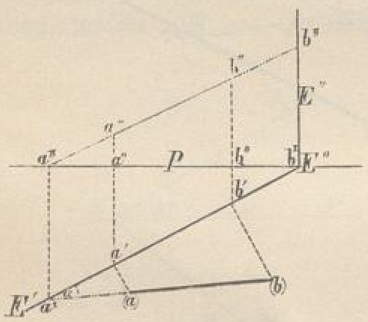

Fig. 42.

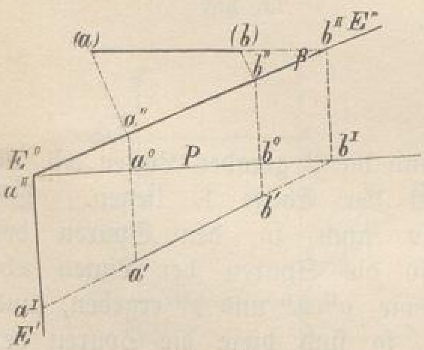

Fig. 43.

1. Auflösung. Fig. 42. Soll die Linie ab in die erste Projektionsebene herabgeschlagen werden, so lege man durch ab eine Ebene E, welche auf P' senkrecht steht. Diese heißt dann die „erste projicirende Ebene" und fällt ihre Spur E' mit a'b' zusammen, während E'' senkrecht auf P steht Die Linie ab, die projicirenden Linien aa' und bb', und die Horizontalprojektion a'b' bilden ein Trapez, dessen parallele Seiten aa' und bb' sind, welche auf a'b' senkrecht stehen. Denkt man die Ebene E um E' gedreht, bis sie mit P' zusammenfällt, so wird dadurch das Trapez aa'b'b mit der Ebene E in die erste Projektionsebene herabgeschlagen. Man mache also a' (a) $\perp$ a'b' und $=$ a^0a'', b' (b) $\perp$ a'b' und $=$ b^0b'', und verbinde (a) mit (b), so ist diese Linie die Linie ab im Raume. Die Verlängerung von (a) (b) bildet mit E' den Neigungswinkel α der Linie ab mit P'.

2. Auflösung. Fig. 43. Soll die Linie ab in die zweite Projektionsebene herabgeschlagen werden, so legt man durch a b eine Ebene E, die „zweite projicirende Ebene“, welche auf P'' senkrecht steht, und verfährt dann wie in der ersten Auflösung, d. h. man schlägt die Linie a b mit der Ebene E auf die zweite Projektionsebene herab.

2. Aufgabe. Von einer Ebene E, welche schief auf der Horizontalebene steht, ist nur die erste Spur gegeben; sie ist außerdem bestimmt durch die beiden Projektionen eines in ihr liegenden Punktes n. Der Punkt n soll mit der Ebene E auf die erste Projektionsebene herabgeschlagen werden. Fig. 44.

Auflösung. Man fälle von n' ein Loth $n'a^1$ auf E' und denke sich die Linie na^1. Dieselbe steht senkrecht auf E' und bildet mit ihrer Projektion $n'a^1$ den Neigungswinkel α der Ebenen E und P'. Man schlage nun die Linie na^1 in die erste Projektionsebene herab. Das Dreieck $n\,n'\,a^1$ ist bei n' rechtwinklig, die Kathete n n' ist gleich der Ordinate n^0a''; konstruirt man an dieser das Dreieck, indem man $n^0y = n'a^1$ macht, so ist $a''y = na^1$ und man braucht nur a^1n' über n' hinaus zu verlängern, und $a^1(n) = a''y$ zu machen, so ist (n) der mit der Ebene E auf P' herabgeschlagene Punkt n.

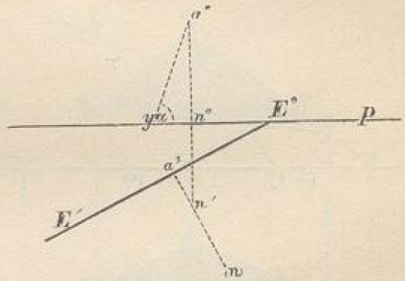

Fig. 44.

3. Aufgabe. Zwei sich schneidende Linien a b und c d sind durch ihre Projektionen gegeben; es soll der Winkel α, welchen die Linien miteinander bilden, auf P' herabgeschlagen werden. Fig. 45.

Auflösung. Man konstruire den Schnitt E' einer Ebene E, welche durch die Linien a b und c d bestimmt ist, und schlage die Strecken n a und n c der Linien mit der Ebene E auf P' herab; der Schnitt E' geht durch die Spuren a^1 und c^1; dann schlägt man den Punkt n mit der Ebene E auf P' herab, verbindet (n) mit a^1 und c^1, so ist $a^1\,(n)\,c^1$ der herabgeschlagene Winkel α.

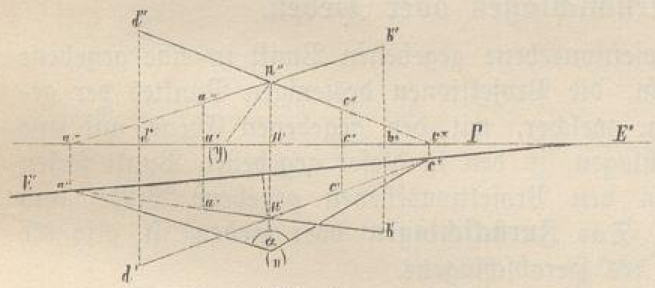

Fig. 45.

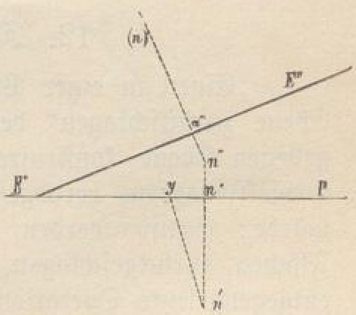

Fig 46.

4. Aufgabe. Von einer Ebene E sind die Spur E'' und die Projektionen eines in ihr liegenden Punktes n gegeben; es soll der Punkt n mit der Ebene E auf P'' herabgeschlagen werden. Fig. 46.

Auflösung. Dieselbe ist entsprechend der in Fig. 44 ausgeführten zu machen, sodaß (n) den mit E herabgeschlagenen Punkt n in P'' ergiebt.

5. Aufgabe. Es sind die Projektionen eines Dreiecks a b c gegeben; es soll das Dreieck in die erste Projektionsebene herabgeschlagen werden. Fig. 47

Auflösung. Man konstruire den Schnitt E' der Ebene E, in welcher das Dreieck liegt, und schlage das Dreieck mit der Ebene E auf die erste Projektionsebene herab.

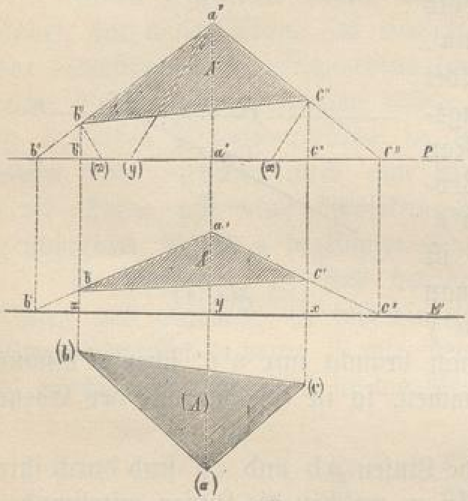

Fig. 47.

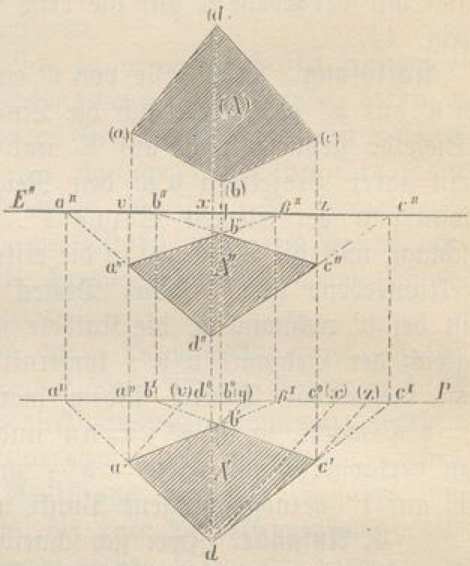

Fig. 48.

6. Aufgabe. Ein durch seine Projektionen gegebenes Viereck a b c d soll in die zweite Projektionsebene herabgeschlagen werden. Fig. 48.

Auflösung. Man konstruire die zweite Spur der Ebene E, in welcher das Viereck liegt, und schlage das Viereck mit dieser Ebene E auf P'' herab. Zu beachten ist hierbei, daß die Projektionen des Vierecks richtig konstruirt werden, damit auch alle 4 Ecken desselben in der Ebene E liegen.

12. Zurückschlagen oder Heben.

„Einen in einer Projektionsebene gegebenen Punkt in eine gegebene Ebene zurückschlagen" heißt, die Projektionen desjenigen Punktes der gegebenen Ebene konstruiren, welcher, mit der gegebenen Ebene auf jene Projektionsebene herabgeschlagen, in den in dieser gegebenen Punkt fallen würde; ebenso werden in den Projektionsebenen gegebene Winkel und Flächen zurückgeschlagen. Das **Zurückschlagen** oder **Heben** ist also die entgegengesetzte Operation des Herabschlagens.

1. Aufgabe. In der ersten Projektionsebene ist ein Punkt (n), der Schnitt E' einer Ebene E, in welcher der Punkt n liegt, und der Neigungswinkel α der Ebene E mit P' gegeben; der Punkt (n) soll in die Ebene E zurückgeschlagen werden. Fig. 49.