# Darstellende Geometrie

Diesener, Heinrich

Halle a. S., 1898

## 12. Zurückschlagen oder Heben

**Auflösung.** Dieselbe ist entsprechend der in Fig. 44 ausgeführten zu machen, sodaß (n) den mit E herabgeschlagenen Punkt n in P'' ergiebt.

**5. Aufgabe.** Es sind die Projektionen eines Dreiecks a b c gegeben; es soll das Dreieck in die erste Projektionsebene herabgeschlagen werden. Fig. 47

**Auflösung.** Man konstruire den Schnitt E' der Ebene E, in welcher das Dreieck liegt, und schlage das Dreieck mit der Ebene E auf die erste Projektionsebene herab.

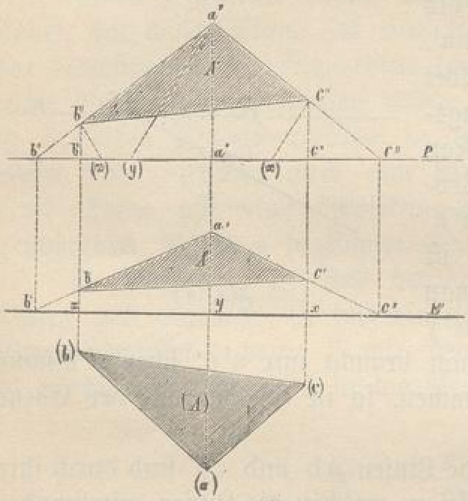

Fig. 47.

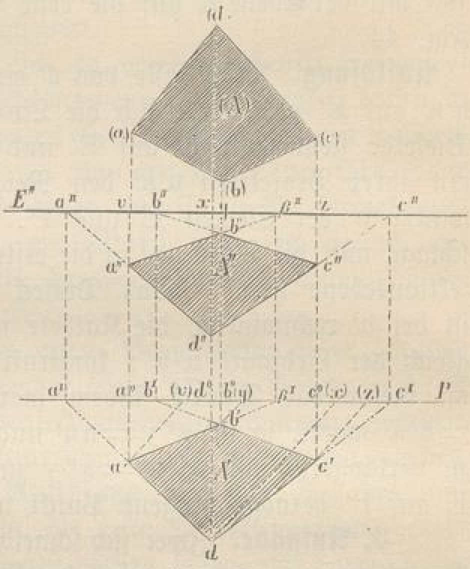

Fig. 48.

**6. Aufgabe.** Ein durch seine Projektionen gegebenes Viereck a b c d soll in die zweite Projektionsebene herabgeschlagen werden. Fig. 48.

**Auflösung.** Man konstruire die zweite Spur der Ebene E, in welcher das Viereck liegt, und schlage das Viereck mit dieser Ebene E auf P'' herab. Zu beachten ist hierbei, daß die Projektionen des Vierecks richtig konstruirt werden, damit auch alle 4 Ecken desselben in der Ebene E liegen.

## 12. Zurückschlagen oder Heben.

„Einen in einer Projektionsebene gegebenen Punkt in eine gegebene Ebene zurückschlagen" heißt, die Projektionen desjenigen Punktes der gegebenen Ebene konstruiren, welcher, mit der gegebenen Ebene auf jene Projektionsebene herabgeschlagen, in den in dieser gegebenen Punkt fallen würde; ebenso werden in den Projektionsebenen gegebene Winkel und Flächen zurückgeschlagen. Das **Zurückschlagen** oder **Heben** ist also die entgegengesetzte Operation des Herabschlagens.

**1. Aufgabe.** In der ersten Projektionsebene ist ein Punkt (n), der Schnitt E' einer Ebene E, in welcher der Punkt n liegt, und der Neigungswinkel $\alpha$ der Ebene E mit P' gegeben; der Punkt (n) soll in die Ebene E zurückgeschlagen werden. Fig. 49.

**Auflösung.** Man fälle von (n) ein Loth auf E', trage den gegebenen Winkel $\alpha$ an die Axe P in P'', oder an x (n) im Punkte x an, mache den Schenkel (x) [n] oder xn = x(n), fälle von [n] oder n ein Loth [n] (n') auf P oder n n' auf (n) x, oder trage (x) (n') von x auf x (n) bis n' ab; dann fälle man von n' ein Loth auf die Axe P und verlängere dasselbe in der zweiten Projektionsebene bis $n^0 n'' = (n')[n]$ ist, so sind n' und n'' die Projektionen des zurückgeschlagenen Punktes (n).

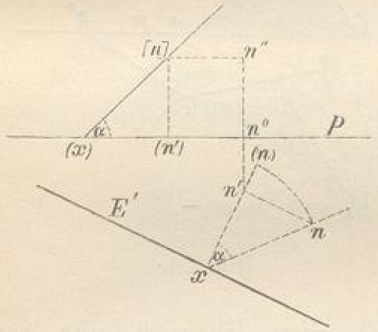


Fig. 49.

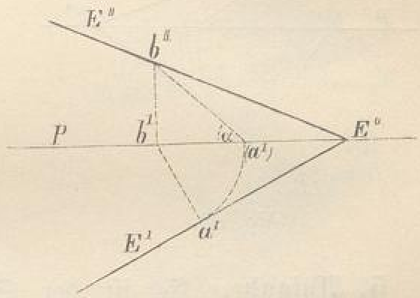


Fig. 50.

**2. Aufgabe.** Es ist der Schnitt E' einer Ebene E und deren Neigungswinkel $\alpha$ mit der ersten Projektionsebene gegeben, es soll der Schnitt E'' konstruirt werden. Fig. 50.

**Auflösung.** Man errichte in dem in E' beliebig angenommenen Punkte $a^1$ auf $E^1$ ein Loth $a^I b^I$, trage von $b^1$ aus dasselbe auf die Axe ab, sodaß $b^1 (a^1) = a^I b^1$ ist, trage ferner den $\sphericalangle\, \alpha$ im Punkte $(a^I)$ an die Axe an und errichte in $b^1$ auf P ein Loth, welches den Schenkel des Winkels $\alpha$ in $b^{II}$ schneidet. Verbindet man nun $b^{II}$ mit $E^0$, so ist diese Linie die Spur $E^{II}$ der Ebene E.

**3. Aufgabe.** Es ist der Schnitt $E^{II}$ einer Ebene E und der Neigungswinkel $\beta$ derselben mit der zweiten Projektionsebene gegeben, es soll der Schnitt $E^1$ konstruirt werden. Fig. 51.

**Auflösung.** Die Konstruktion ist ähnlich wie die vorhergehende auszuführen.

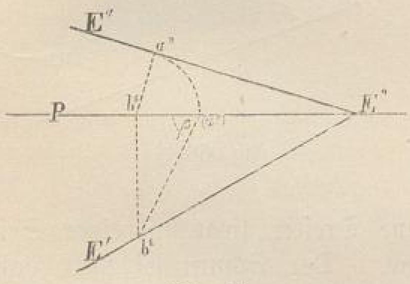


Fig. 51.

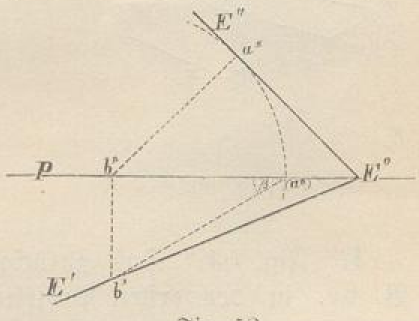


Fig. 52.

**4. Aufgabe.** Es ist der Schnitt $E^1$ einer Ebene E und deren Neigungswinkel $\beta$ mit der zweiten Projektionsebene gegeben, es soll der Schnitt $E^{II}$ konstruirt werden. Fig. 52.

**Auflösung.** Von dem im Schnitt $E^I$ beliebig angenommenen Punkte $b^I$ fälle man das Loth $b^I b^{II}$ auf die Axe, lege durch $b^I$ an die Axe den Winkel $\beta$ und schlage mit $b^{II}(a^{II})$ um $b^{II}$ einen Kreis. Legt man nun von $E^0$ aus eine Tangente an diesen Kreis, so ist dieselbe der Schnitt $E^{II}$ der Ebene E.

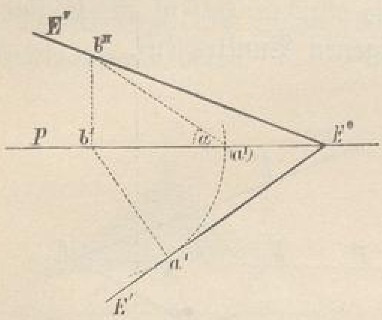

Fig. 53.

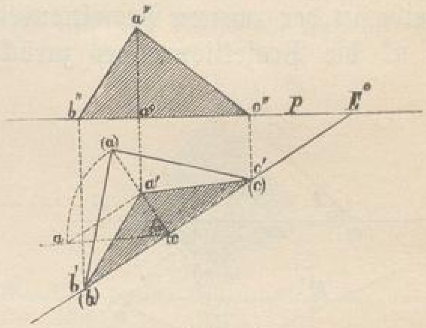

Fig. 54.

**5. Aufgabe.** Es ist der Schnitt $E^{II}$ einer Ebene E und deren Neigungswinkel $\alpha$ mit der Horizontalebene gegeben, es soll der Schnitt $E^I$ konstruirt werden. Fig. 53.

**Auflösung.** Dieselbe ist ähnlich wie in Fig. 52 auszuführen.

**6. Aufgabe.** Die Projektionen eines Dreiecks a b c zu konstruiren, welches mit der ersten Projektionsebene den Winkel $\alpha$ bildet.

**Auflösung.** Man schlage das Dreieck a b c in die Ebene E zurück, welche mit P' den $\sphericalangle\ \alpha$ bildet. Hierbei sind folgende 3 Fälle möglich.

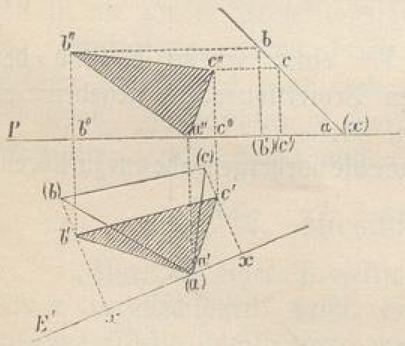

Fig. 55.

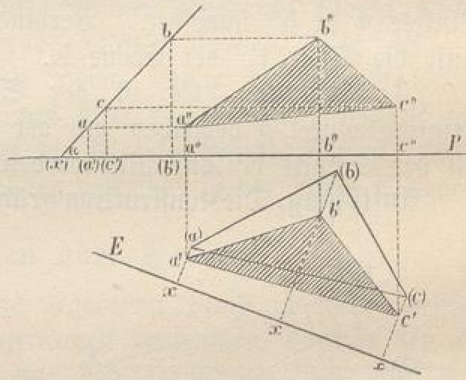

Fig. 56.

**1.** Fig. 54. Das zurückgeschlagene Dreieck liegt mit einer Seite, z. B. bc, in der ersten Projektionsebene. Der Schnitt $E^I$ fällt daher mit (b) (c) zusammen und es ist nur der Punkt (a) mit der Ebene E zurückzuschlagen, um beide Projektionen des Dreiecks zeichnen zu können.

**2.** Fig. 55. Das Dreieck a b c berührt mit einer Ecke, z. B. a, die erste Projektionsebene; dieselbe bleibt also beim Heben in P' liegen und es sind nur die Eckpunkte (b) und (c) in die Ebene E zurückzuschlagen.

**3.** Das Dreieck abc liegt mit keiner Ecke in einer der Projektionsebenen und müssen demnach alle drei Eckpunkte in die Ebene E zurückgeschlagen werden. Fig. 56.

**7. Aufgabe.** Die Projektionen eines Vierecks abcd zu konstruiren, welches mit der ersten Projektionsebene den Winkel $\alpha$ bildet.

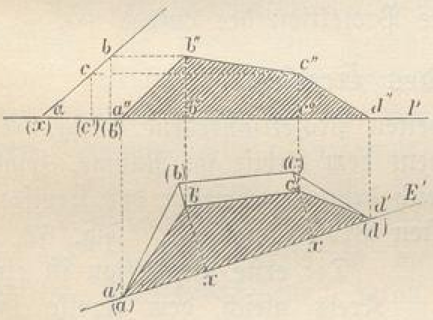

Fig. 57.

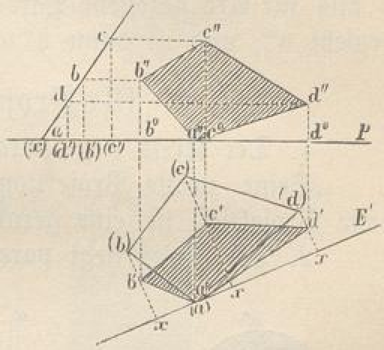

Fig. 58.

**Auflösung.** Das Viereck abcd ist mit der Ebene E, welche mit P′ den Winkel $\alpha$ bildet, zu heben. Es ergeben sich hier dieselben drei Fälle wie in der vorigen Aufgabe, und ist die Lösung diesen analog auszuführen.

1. Fig. 57. Die eine Seite ad des gehobenen Vierecks abcd liegt in E′ und P′.

2. Fig. 58. Die eine Ecke a des Vierecks abcd liegt in P, und E′.

3. Fig. 59. Das gehobene Viereck abcd berührt keine der Projektionsebenen.

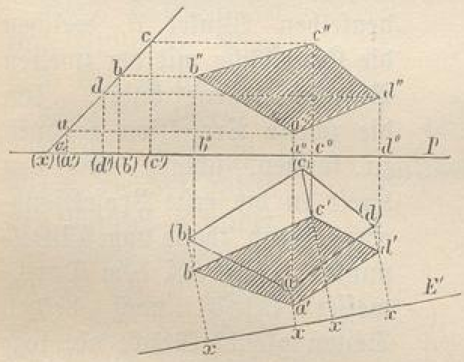

Fig. 59.

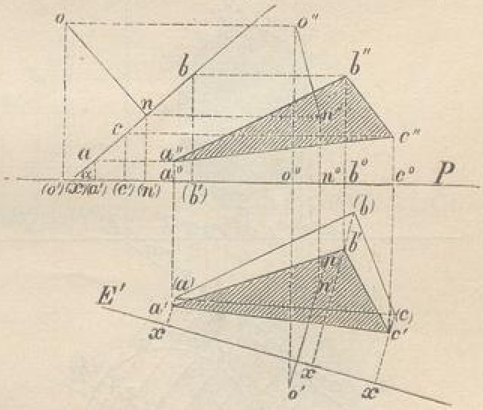

Fig. 60.

**8. Aufgabe.** Ein Dreieck abc, welches mit der Horizontalebene den Winkel $\alpha$ bildet, ist in diese Ebene herabgeschlagen; auf dem Dreiecke steht im Punkte n ein Loth no; es sollen die Projektionen des Dreiecks und des Lothes konstruirt werden. Fig. 60.

**Auflösung.** Man schkage das Dreieck $abc$ mit dem Punkte $n$ in die Ebene $E$ zurück, welche mit $P'$ den $\sphericalangle\ \alpha$ bildet. Die Projektionen des Punktes $o$ findet man, indem man $(x)n = x(n)$ macht, in $n$ auf der Neigungslinie ein Loth errichtet, welches $= no$ wird, und von $o$ ein Loth auf die Axe fällt. Macht man nun $n'o'$, welche senkrecht auf $E'$ steht, gleich $(n')(o')$, so ist $n'o'$ die erste Projektion des Lothes; die zweite Projektion ergiebt sich, wenn man von $o'$ ein Loth auf die Axe fällt und dasselbe bis an eine von $o$ aus zur Axe gezogene Parallele verlängert. Der Schnittpunkt mit dieser ergiebt $o''$, und ist dann $n''o''$ die zweite Projektion des Lothes $no$.

## 13. Projektionen des Kreises.

1. Der Kreis liegt parallel zur zweiten Projektionsebene. Fig. 61.

Seine zweite Projektion ist kongruent dem Kreise im Raume, seine erste Projektion ist eine gerade Linie gleich dem Durchmesser des Kreises.

2. Der Kreis liegt parallel zur ersten Projektionsebene. Fig. 62.

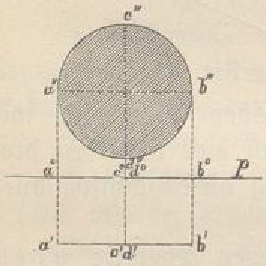

Fig. 61.

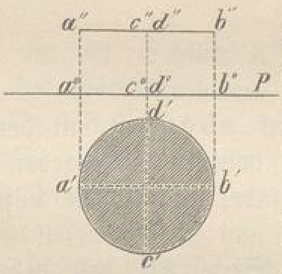

Fig. 62.

Die erste Projektion ist ein Kreis gleich dem Kreise im Raume; die zweite Projektion ist eine gerade Linie gleich dem Durchmesser des Kreises.

3. Die Ebene des Kreises steht senkrecht auf der ersten Projektionsebene und schneidet die zweite. Fig. 63.

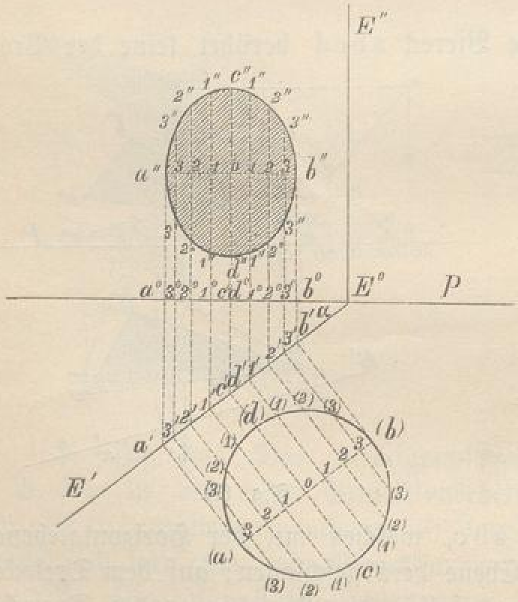

Fig. 63.

Die zweite Projektion ist eine Ellipse, die erste eine gerade Linie, welche gleich dem Durchmesser des Kreises ist; dieselbe bildet mit der Axe denselben Winkel $\alpha$, welchen die Kreisfläche mit der zweiten Projektionsebene bildet. Um die zweite Projektion zeichnen zu können, schlage man den Kreis in die erste Projektionsebene herab, theile vom Mittelpunkte $o$ aus auf dem Durchmesser $(a)(b)$ nach beiden Seiten gleiche Stücke ab, lege durch die Theilpunkte 1, 2, 3 2c. Senkrechte zu $(a)(b)$ bis $a'\,b'$, und fälle von den Punkten $1'$, $2'$, $3'$ 2c. Lothe auf die Axe, welche in die