



Darstellende Geometrie

Diesener, Heinrich

Halle a. S., 1898

a. Ebene Körper

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84041](https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:466:1-84041)

Die erste Projektion giebt im Umriß ein reguläres Zehneck, welches man durch zwei symmetrisch zu einander gestellte, mit der Seite s konstruierte reguläre Fünfsecke erhält. Um die zweite Projektion zu erhalten, ist zunächst die Höhenlage der Eckpunkte durch Herabschläge zweier Dreiecke in die erste Projektionsebene zu bestimmen, dann ergiebt sich dieselbe sehr leicht.

h. Die Projektionen eines Ikosaeders zu zeichnen, wenn von zwei parallelen Flächen die eine auf der ersten Projektionsebene liegt und die Seite s gegeben ist. Fig. 116.

Der Umriß der ersten Projektion ist ein regelmäßiges Sechseck, welches wie folgt erhalten wird. Man konstruiert zunächst die beiden parallel zur ersten Projektionsebene liegenden regulären Dreiecke mit der Seite s , symmetrisch zu einander gestellt, und konstruiert an einer Seite dieser Dreiecke ein reguläres Fünfseck. Wird dieses Fünfseck um die Axe xy zurückgeschlagen, so beschreiben die Punkte (i) und (h) Kreisbögen, die sich als Senkrechte zur Axe xy projiciren und die Mittellinie $h'f'$ schneiden. Die Punkte h' und f' sind Eckpunkte des äußeren Sechsecks und ergiebt sich nun die erste Projektion sehr leicht.

Um die zweite Projektion zeichnen zu können, sind die Höhen der Eckpunkte durch Herabschläge zweier Dreiecke in die erste Projektionsebene zu bestimmen, woraus sich dann leicht das Uebrige ergiebt.

16. Konstruktion der Durchschnittsfiguren von Ebenen mit Körpern und Abwicklung der Körper.

a. Ebene Körper.

Die Durchschnittsfigur, welche entsteht, wenn ein ebener Körper von einer Ebene geschnitten wird, erhält man, indem man die Punkte konstruiert, in welchen die Ebene von den Kanten des Körpers geschnitten wird, und diese Punkte miteinander verbindet.

Soll die Oberfläche eines Körpers in eine Ebene ausgebretet werden, so sagt man, der Körper soll abgewickelt oder es soll sein Netz bestimmt werden. Bei ebenen Körpern hat diese Abwicklung keine Schwierigkeiten, da man nur die wirkliche Größe der begrenzenden Flächen zu bestimmen und diese in eine Ebene nebeneinander zu legen hat.

1. Aufgabe. Fig. 117. Ein senfrechtes fünfeckiges Prisma wird von einer Ebene geschnitten, welche senrecht auf der Vertikalebene steht und mit der Horizontalebene einen gegebenen Winkel bildet. Es sind beide Projektionen

Diesener I.

5

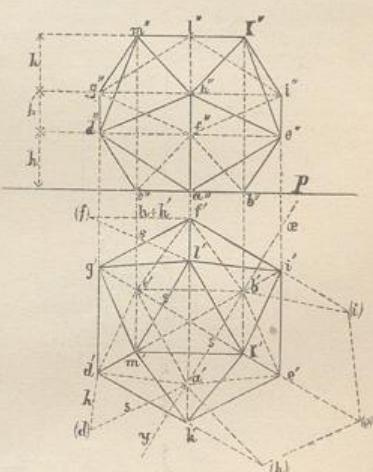


Fig. 116.

zu zeichnen, die Durchschnittsfigur ist in die Vertikalebene herabzuschlagen und das abgeschnittene Prisma abzuwickeln.

Auflösung. Die erste Projektion ist gleich dem normalen Querschnitt des Prismas. Die Seitenkanten stehen in der zweiten Projektion senkrecht auf der Axe. Die Durchschnittsfigur ergibt sich leicht durch Herabschlagen in die zweite Projektionsebene und zwar mit der Ebene E.

Um das Netz zu erhalten, trage man die fünf Seiten der Grundebene

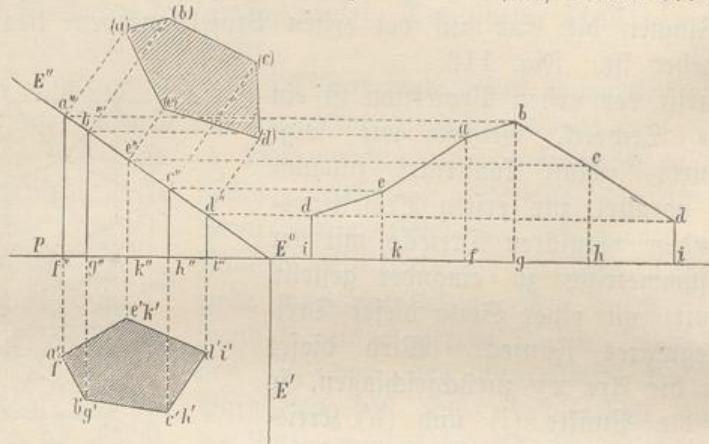


Fig. 117.

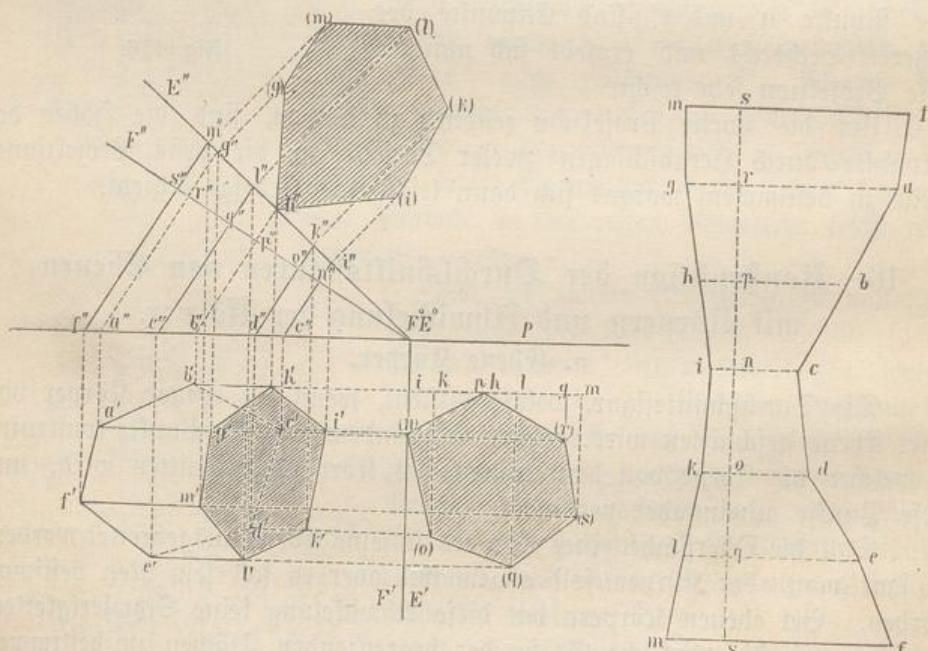


Fig. 118.

auf einer geraden Linie nebeneinander ab, ziehe senkrecht zu dieser Linie die Kantenlinien und mache diese gleich ihrer Vertikalprojektion. Verbindet man die Endpunkte der Kanten durch gerade Linien, so ist die Abwicklung fertig.

2. Aufgabe. Fig. 118. Ein schiefes sechsseitiges Prisma, von dem der Normal-Querschnitt gegeben ist, wird von einer Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der zweiten Projektionsebene steht und mit der ersten einen gegebenen Winkel bildet. Es sind beide Projektionen, die Durchschnittsfigur und das Neß zu zeichnen.

Auflösung. Die Durchschnittsfigur ist in die zweite Projektionsebene herabzuschlagen. Um das Neß zu erhalten, ist der zu den Seiten rechtwinklige Querschnitt, der Normal-Querschnitt, abzuwickeln, und lotrecht zu dieser Linie sind die Längen der Kanten ähnlich wie vor aufzutragen.

3. Aufgabe. Ein senfrechtes vierseitiges Prisma wird von einer Ebene E geschnitten, welche geneigt zu beiden Projektionsebenen ist. Es sind beide Projektionen zu zeichnen, und die Durchschnittsfigur ist in die erste Projektionsebene herabzuschlagen. Fig. 119.

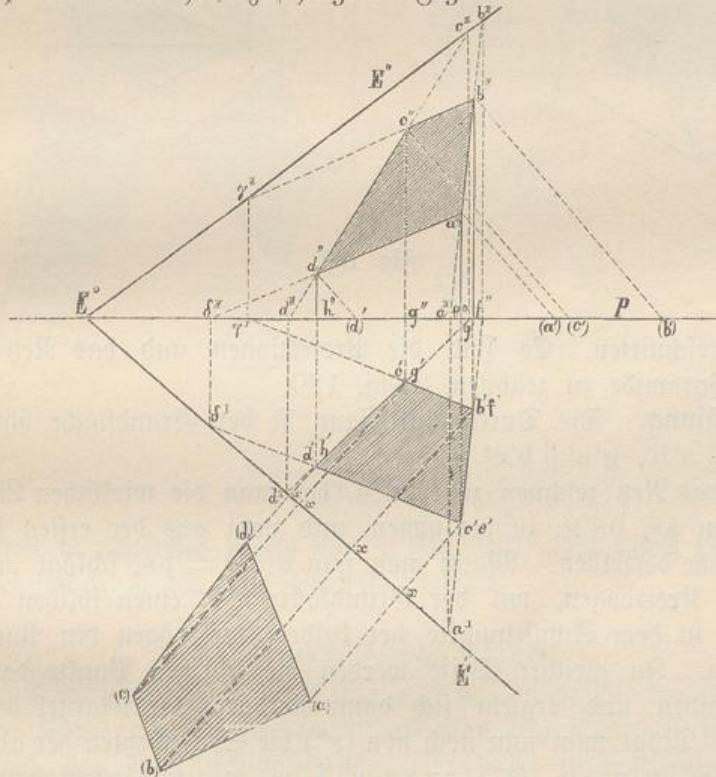


Fig. 119.

Auflösung. Es sind die Schnitte E' und E'' der Ebene E gegeben. Die erste Projektion ist gleich der Grundebene des Prismas. Die zweite Projektion erhält man, indem man die Punkte konstruiert, in denen die Seitenkanten des Prismas die Ebene E schneiden.

Um die Durchschnittsfigur herabzuschlagen, schlägt man die Punkte a, b, c und d mit der Ebene E in die erste Projektionsebene herab.

4. Aufgabe. Eine auf der ersten Projektionsebene stehende fünfsseitige Pyramide wird von einer parallel zur ersten Projektionsebene laufenden

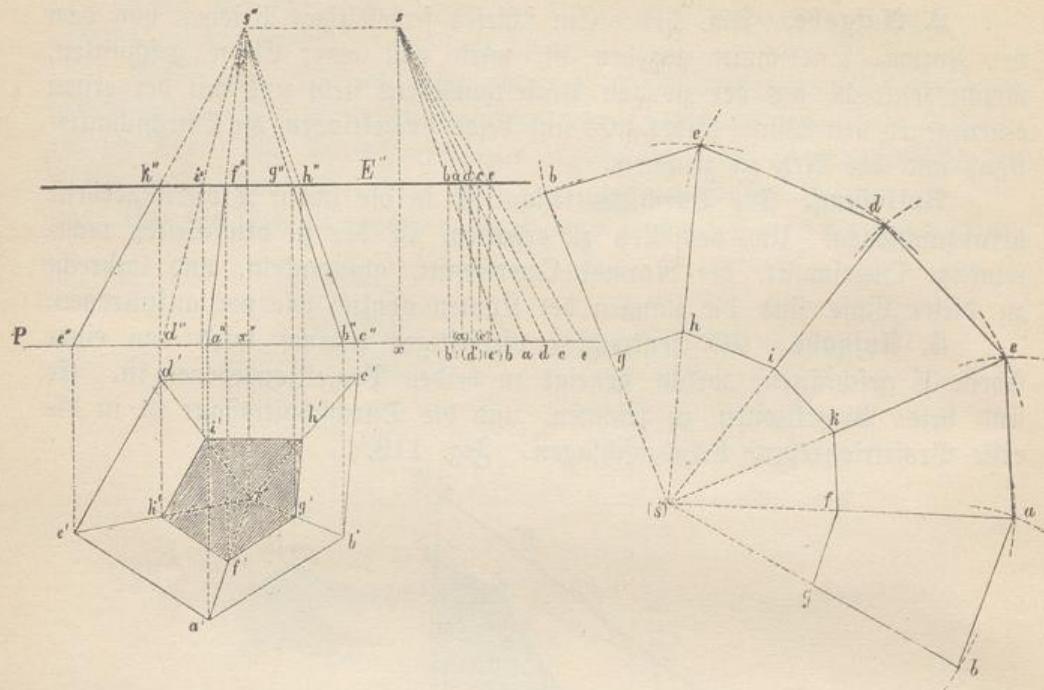


Fig. 120.

Ebene E geschnitten. Es sind die Projektionen und das Netz der abgekürzten Pyramide zu zeichnen. Fig. 120.

Auflösung. Die Durchschnittsfigur ist der Grundfläche ähnlich und daher $f'g' \parallel a'b'$, $g'h' \parallel b'c' \text{ us.}$

Um das Netz zeichnen zu können, hat man die wirklichen Längen der Seitenkanten as , bs us. zu bestimmen, und zwar aus der ersten Projektion und der Höhe derselben. Macht man nun $b(s'') = bs$, schlägt mit as um (s'') einen Kreisbogen, mit der Grundkante $a'b'$ einen solchen um b , so findet man in dem Schnittpunkte der beiden Kreisbögen den Punkt a der Abwicklung. In gleicher Weise werden die übrigen Punkte der Grundebene gefunden und ergibt sich dann hierdurch der Mantel der ganzen Pyramide. Trägt man nun noch von (s'') die Seitenkanten der abgekürzten Pyramide $(s'')g = sb$, $(s'')f = sa$ u. s. w. ab und verbindet g mit f , f mit k u. s. f., so erhält man das Netz der abgekürzten Pyramide.

5. Aufgabe. Eine sechseitige Pyramide wird von einer Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der Vertikalebene steht und mit der Horizontalebene einen gegebenen Winkel bildet. Es sind beide Projektionen und das Netz der abgeschnittenen Pyramide zu zeichnen und die Durchschnittsfigur in die zweite Projektionsebene herabzuschlagen. Fig. 121.

Auflösung. Man zeichne zunächst beide Projektionen der ganzen Pyramide und dann die der abgeschnittenen; demnächst schlage man die Durchschnittsfigur in die zweite Projektionsebene herab, $g''(g) = g'g^0$ us., und zeichne

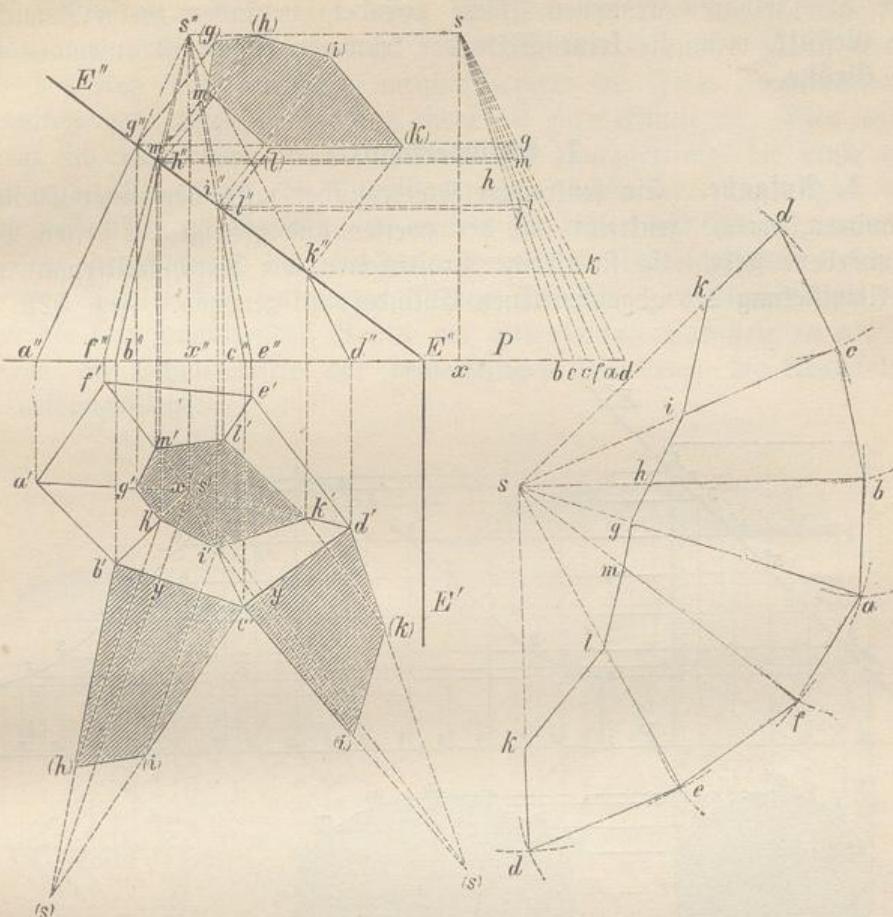


Fig. 121.

den Mantel in ähnlicher Weise wie in Fig. 120, oder durch Herabschlagen der Seitenflächen in die erste Projektionsebene.

b. Krummflächige Körper.

Die Durchschnittsfigur einer Ebene E mit einem von krummen Flächen begrenzten Körper wird gefunden, indem man eine Ebene F so durch den Körper legt, daß die Durchschnittsfigur eine leicht zu konstruierende krumme Linie giebt. Die Ebenen E und F schneiden sich dann in einer geraden Linie, deren Schnittpunkte mit der durch F und den Körper gebildeten Durchschnittsfigur Punkte der durch E und den Körper gebildeten Durchschnittsfigur sind.

Ist der Körper von Seiten begrenzt, wie Cylinder und Regel, so konstruirt man die Durchschnittspunkte einer Anzahl von Seiten mit der Ebene und ergeben diese dann Punkte der Durchschnittsfigur.

Eine krumme Fläche, welche Seiten hat, ist abwickelbar, d. h. sie kann in eine Ebene ausgebreitet werden. Eine Linie, welche sich in