UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

# Darstellende Geometrie

**Diesener, Heinrich**

**Halle a. S., 1898**

b. Krummflächige Körper

urn:nbn:de:hbz:466:1-84041

Visual Library

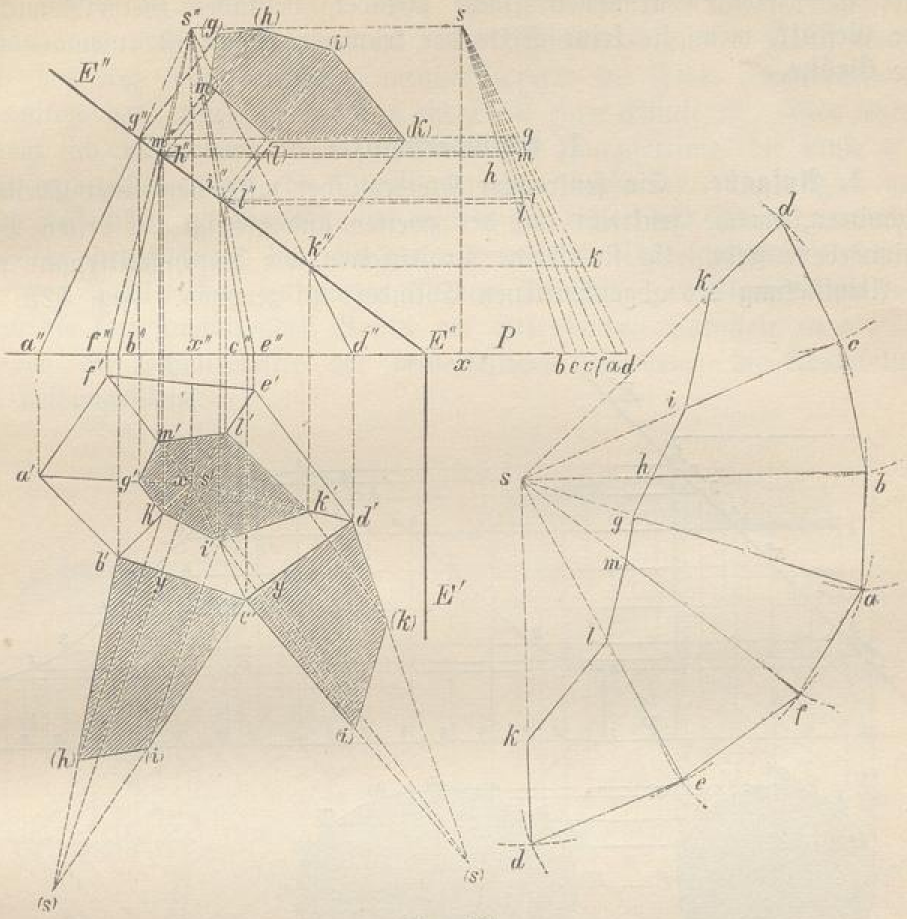

Fig. 121.

den Mantel in ähnlicher Weise wie in Fig. 120, oder durch Herabschlagen der Seitenflächen in die erste Projektionsebene.

## b. Krummflächige Körper.

Die Durchschnittsfigur einer Ebene E mit einem von krummen Flächen begrenzten Körper wird gefunden, indem man eine Ebene F so durch den Körper legt, daß die Durchschnittsfigur eine leicht zu konstruirende krumme Linie giebt. Die Ebenen E und F schneiden sich dann in einer geraden Linie, deren Schnittpunkte mit der durch F und den Körper gebildeten Durchschnittsfigur Punkte der durch E und den Körper gebildeten Durchschnittsfigur sind.

Ist der Körper von Seiten begrenzt, wie Cylinder und Kegel, so konstruirt man die Durchschnittspunkte einer Anzahl von Seiten mit der Ebene und ergeben diese dann Punkte der Durchschnittsfigur.

Eine krumme Fläche, welche Seiten hat, ist abwickelbar, d. h. sie kann in eine Ebene ausgebreitet werden. Eine Linie, welche sich in einer abwickelbaren krummen Fläche befindet, verändert beim Abwickeln ihre **Gestalt**, wenn sie **keine** Seite der krummen Fläche ist, niemals aber ihre **Größe**.

## 1. Cylinderschnitte.

**1. Aufgabe.** Ein senkrechter Kreiscylinder wird von einer Ebene E geschnitten, welche senkrecht auf der zweiten und geneigt zur ersten Projektionsebene steht. Es sind beide Projektionen, die Durchschnittsfigur und die Abwickelung des abgeschnittenen Cylinders zu zeichnen. Fig. 122.

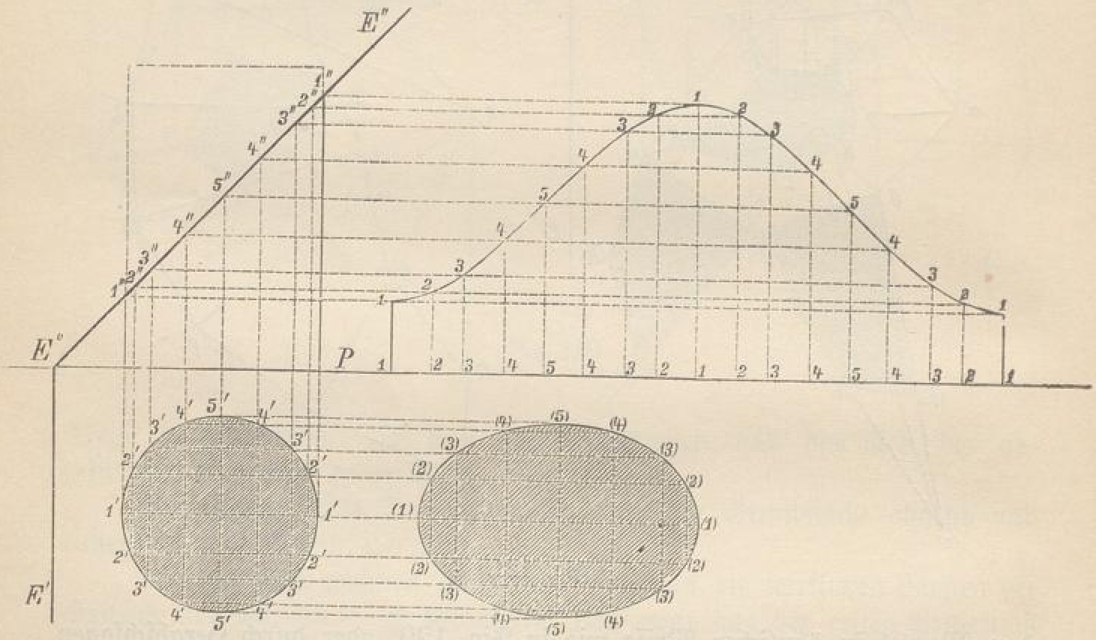


Fig. 122.

**Auflösung.** Die erste Projektion ist ein Kreis gleich dem Grundkreise des Cylinders; die zweite Projektion ergiebt sich durch E″. Die Durchschnittsfigur ist eine Ellipse, deren kleine Axe gleich dem Durchmesser des Grundkreises und deren große Axe gleich der zweiten Projektion der Durchschnittsfigur ist. Das Zeichnen der Durchschnittsfigur geschieht am einfachsten durch Herabschlagen in eine der Projektionsebenen, hier z. B. in die erste. Um das Netz zu zeichnen, wickele man den Umfang des Grundkreises auf einer geraden Linie ab, errichte auf dieser eine Anzahl Lothe und mache dieselben gleich den korrespondirenden Seiten des Cylinders.

**2. Aufgabe.** Die Abwickelung der Leibungsfläche eines schiefen Gewölbes zu zeichnen, dessen Stirnflächen Segmentbögen, wenn die beiden Projektionen gegeben sind. Fig. 123.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

**Auflösung.** Man lege durch das Gewölbe eine Anzahl senkrechter Ebenen und projicire dieselben in beide Projektionsebenen. Dann zeichne man das Netz des Gewölbes, welches letztere die Form eines Cylinderabschnittes hat, dessen Querschnitt ein Stück einer Ellipse ist. Dies letztere ergiebt sich, wenn man von a', senkrecht zur Kämpferlinie, die Linie a' e' zieht und über dieser die Querschnittslinie konstruirt. Verlängert man nun a'e' über e' hinaus und wickelt auf dieser den Querschnittsbogen ab, legt dann durch die auf der abgewickelten Querschnittslinie sich ergebenden Punkte der senkrechten Ebenen Parallele zur Kämpferlinie und durch die korrespondirenden Punkte der Stirnflächen Parallele zu a'e', so ergeben die Schnittpunkte der beiderseitigen Parallelen die Abwickelung der Leibungsfläche.

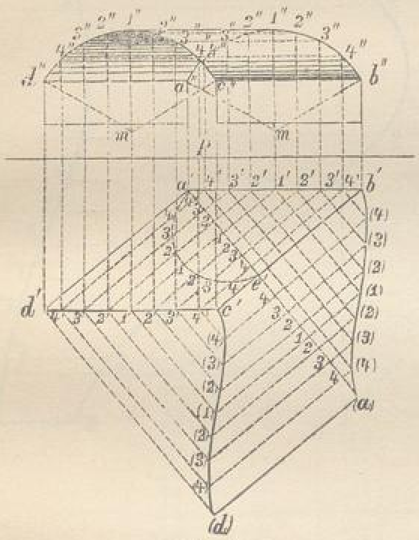

Fig. 123.

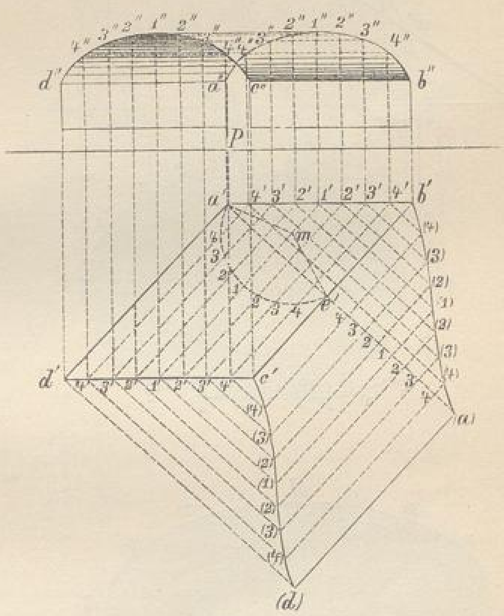

Fig. 124.

**3. Aufgabe.** Die Abwickelung der Leibungsfläche eines schiefen Gewölbes zu zeichnen, dessen senkrecht zu den Kämpferlinien stehender Querschnitt einen Segmentbogen mit einer Pfeilhöhe von 1 : 3 bildet, wenn die erste Projektion gegeben ist. Fig. 124.

**Auflösung.** Senkrecht zur Kämpferlinie ist zunächst der Bogen des Querschnittes zu konstruiren und hieraus die zweite Projektion zu entwickeln. Demnächst ist die Abwickelung des Querschnittbogens auszuführen und die Konstruktion analog der in der vorigen Aufgabe zu vollenden.

**4. Aufgabe.** Ein schiefer elliptischer Cylinder, dessen Grundflächen Kreise sind, wird von einer auf der zweiten Projektionsebene senkrecht stehenden Ebene E geschnitten; es sind beide Projektionen, die Schnitt-

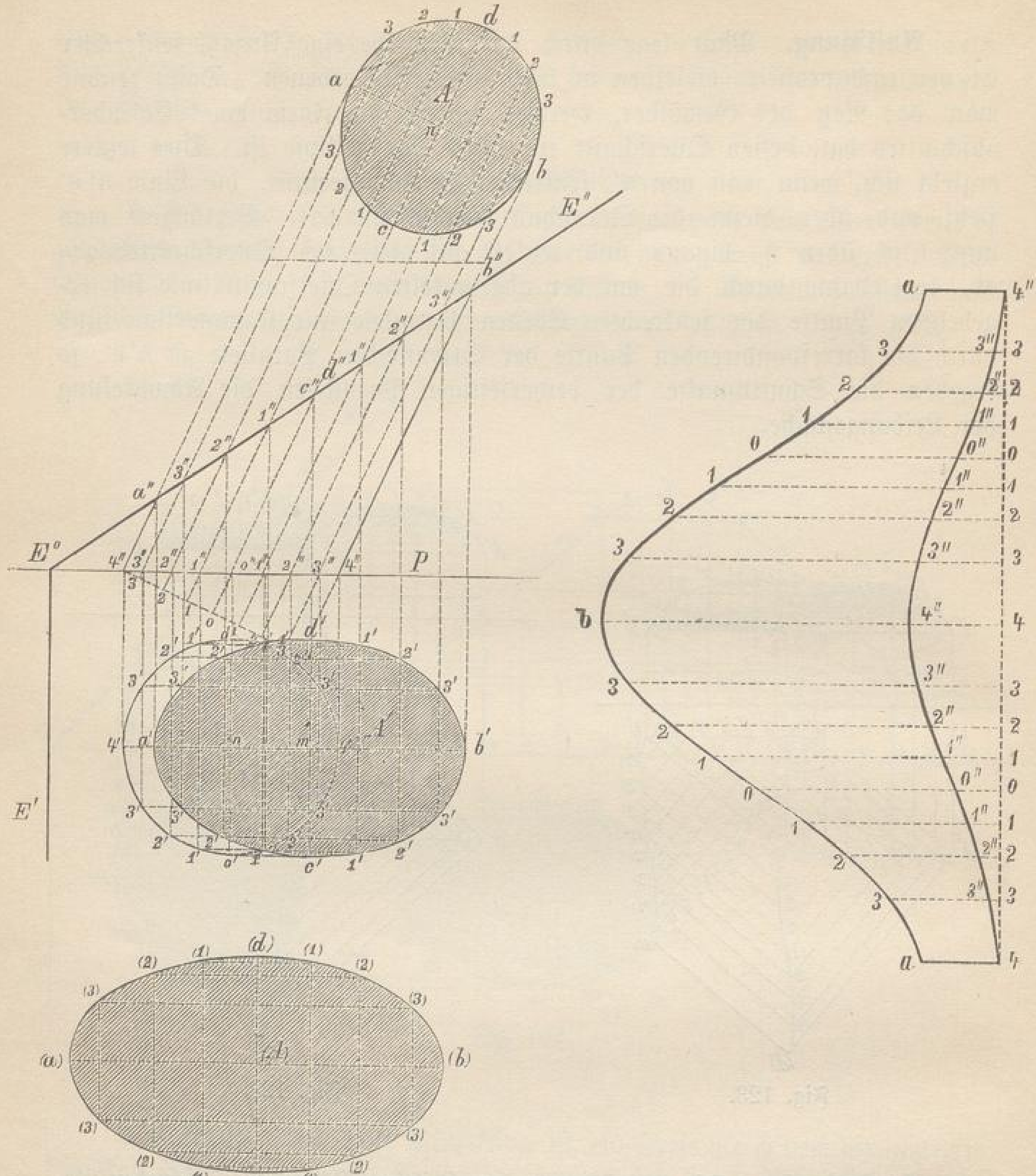


Fig. 125.

fläche und die Abwickelung des abgeschnittenen Cylinders zu zeichnen. Fig. 125.

**Auflösung.** Aus dem Grundkreise ist zunächst der ellipsenförmige Normal-Querschnitt durch Herabschlagen in die zweite Projektionsebene zu konstruiren, und dann die erste Projektion zu zeichnen. Die Durchschnittsfigur ist eine Ellipse, deren große Axe die Linie (a)(b) = a'' b'' und deren kleine Axe (c)(d) der Durchmesser des Grundkreises ist. Um das Netz zeichnen zu können, vervollständige man den Cylinder nach unten zu einem lothrechten, wickele den Normal-Querschnitt des Cylinders auf eine gerade Linie ab, und errichte auf dieser Senkrechte, welche gleich den betreffenden Seiten des Cylinders zu machen sind.

**5. Aufgabe.** Ein schiefer Kreiscylinder, dessen Axe parallel zur zweiten Projektionsebene ist, wird von einer parallel zur zweiten Projektionsebene stehenden Ebene geschnitten; es sind beide Projektionen zu zeichnen. Fig. 126.

**Auflösung.** Aus dem kreisförmigen Normal-Querschnitt sind beide Projektionen zu konstruiren. Die Schnittfigur ist in der zweiten Projektion ein Parallelogramm a″b″c″d″, welches auch ihre wirkliche Größe ist, in der ersten Projektion eine gerade Linie a′c′, welche in E′ liegt.

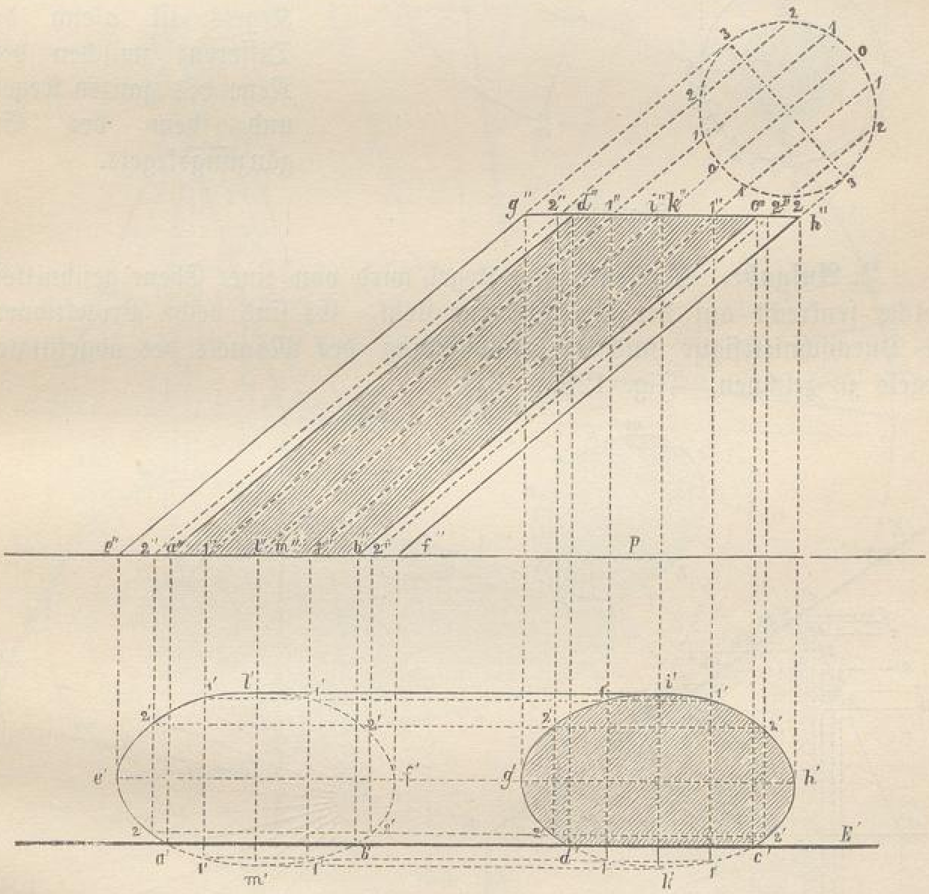

Fig. 126.

## 2. Kegelschnitte.

**1. Aufgabe.** Ein senkrechter Kreiskegel wird von einer Ebene, welche parallel zur ersten Projektionsebene ist, geschnitten; es sind beide Projektionen und die Abwickelung des Mantels des abgekürzten Kegels zu zeichnen. Fig. 127.

**Auflösung.** Die zweite Projektion der Durchschnittsfigur ist eine gerade Linie e″f″, die erste Projektion ist ein Kreis mit dem Durchmesser e′f′, welcher auch die wirkliche Größe der Durchschnittsfigur darstellt.

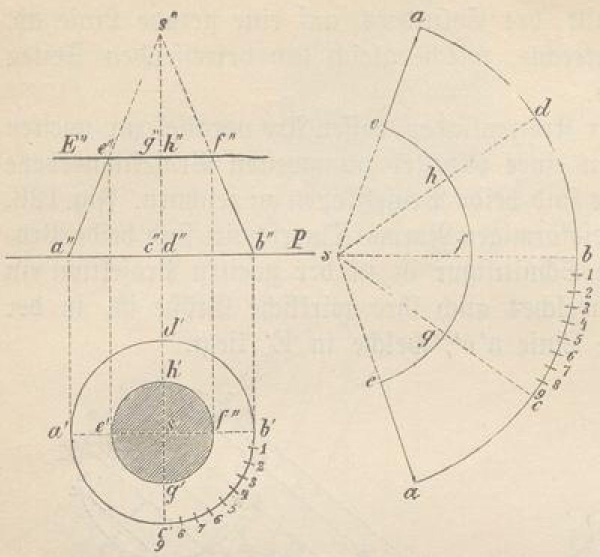

Fig. 127.

Der Mantel des ganzen Kegels ist abgewickelt ein Kreisausschnitt, dessen Radius die Seite des Kegels und dessen Bogen gleich der Peripherie des Grundkreises ist. Das Netz des abgekürzten Kegels ist gleich der Differenz zwischen dem Netze des ganzen Kegels und dem des Ergänzungskegels.

**2. Aufgabe.** Ein senkrechter Kegel wird von einer Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der Vertikalebene steht. Es sind beide Projektionen, die Durchschnittsfigur und die Abwickelung des Mantels des abgekürzten Kegels zu zeichnen. Fig. 128.

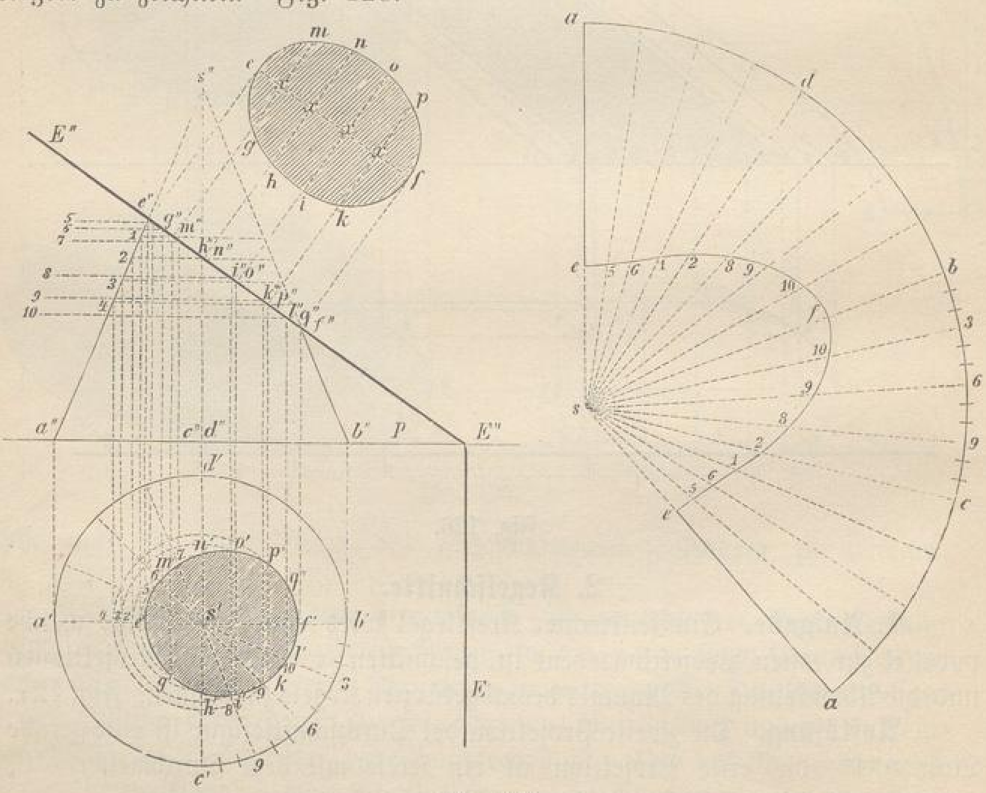

Fig. 128.

**Auflösung.** Die erste Projektion ergiebt sich, indem man durch die zweite Projektion, innerhalb der Durchschnittsfigur, eine Anzahl von Parallelkreisen zur Grundebene legt und deren Schnittpunkte mit E″ in die erste Projektionsebene projicirt.

Die Abwickelung des ganzen Kegels ist wiederum ein Kreisausschnitt. Die Abwickelung des abgeschnittenen Kegels erhält man, indem man auf der des ganzen Kegels eine Anzahl Seiten zieht und die Längen derselben aus der zweiten Projektion entnimmt. Die Durchschnittsfigur wird mit der Ebene E in die zweite Projektionsebene herabgeschlagen.

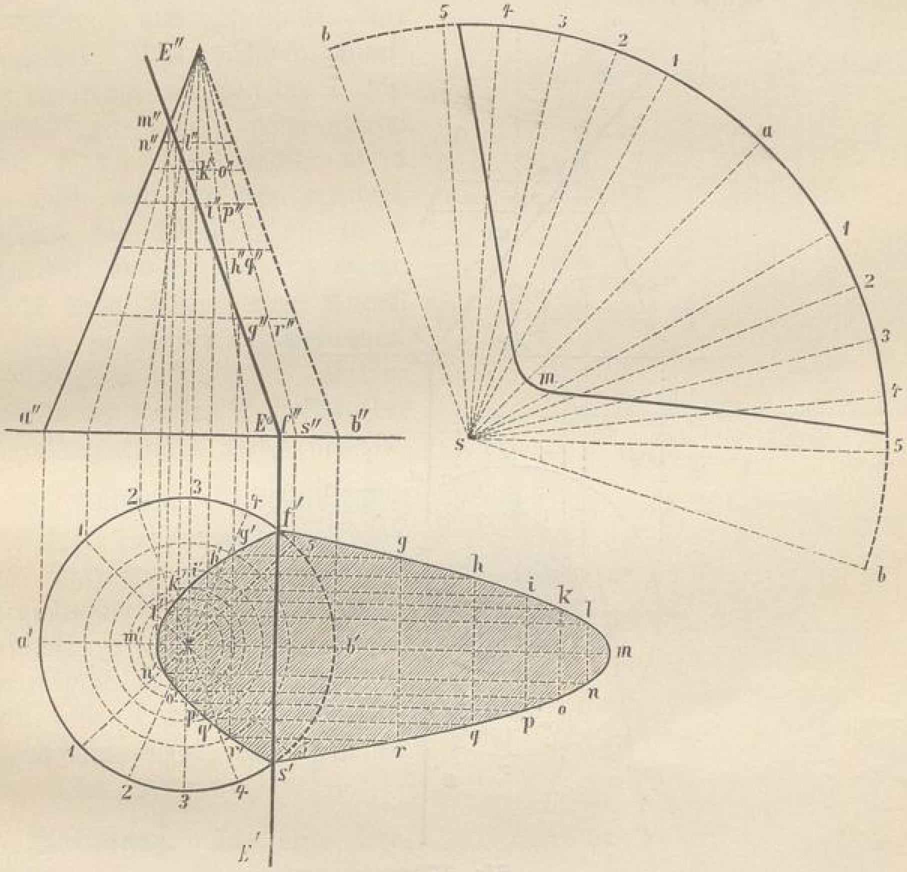

Fig. 129.

**3. Aufgabe.** Ein senkrechter Kreiskegel ist durch eine Ebene, welche lothrecht auf der zweiten Projektionsebene steht und parallel zu einer Seite des Kegels ist, geschnitten. Es sind beide Projektionen und die Abwickelung des abgeschnittenen Kegels zu zeichnen und die Durchschnittsfigur in die erste Projektionsebene herabzuschlagen. Fig. 129. Die Durchschnittsfigur ist in diesem Falle eine **Parabel.**

**Auflösung.** Die erste Projektion ergiebt sich, indem man in der zweiten Projektion, innerhalb der Schnittebene, Ebenen parallel zur Grundebene durch den Kegel legt und die Schnittpunkte dieser Ebenen mit der Ebene E in die erste Projektionsebene projicirt. Die Durchschnittsfigur wird durch Herabschlagen in die erste Projektionsebene erhalten. Die Abwickelung des ganzen Kegels ist wieder ein Kreisausschnitt mit der Seite des Kegels als Radius und der Peripherie des Grundkreises als Bogen. Zieht man nun auf dem Mantel des ganzen Kegels eine Anzahl Seiten und überträgt auf diese die Längen des abgeschnittenen Kegels, so ergiebt sich der Mantel des letzteren (am = a″ m″, 1 = 1″ h″, 2 = 2″ 1″).

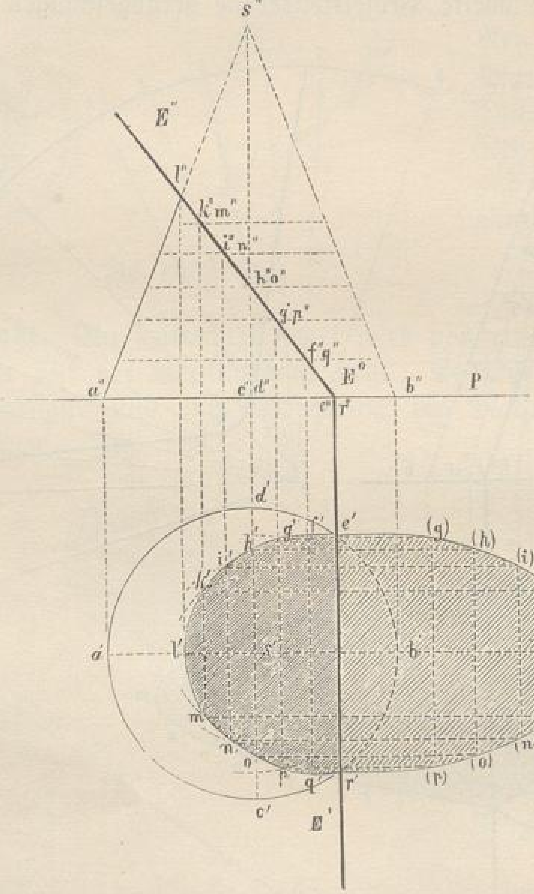

Fig. 130.

**4. Aufgabe.** Eine auf der zweiten Projektionsebene senkrecht stehende Ebene schneidet einen senkrechten Kreiskegel derart, daß die Grundebene geschnitten wird, aber der Schnitt E″ nicht parallel zu einer Seite des Kegels geht. Es sind beide Projektionen und die Durchschnittsfigur des abgeschnittenen Kegels zu zeichnen. Fig. 130. Die Durchschnittsfigur ist in diesem Falle eine **Hyperbel.**

**Auflösung.** Die beiden Projektionen ergeben sich in derselben Weise wie in der vorigen Aufgabe. Die Durchschnittsfigur erhält man, wenn man dieselbe mit der Ebene E in die erste Projektionsebene herabschlägt.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

**5. Aufgabe.** Ein normaler Kreiskegel wird durch eine Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der ersten Projektionsebene und parallel zur zweiten steht. Fig. 131. Es sind beide Projektionen zu zeichnen.

**Auflösung.** Die Durchschnittsfigur ist gleich ihrer zweiten Projektion und ebenfalls eine Hyperbel. Den höchsten Punkt der zweiten Projektion der Durchschnittsfigur erhält man, wenn man g″x = a′f′ macht, in x ein Loth auf der Axe errichtet, welches die Seite g″s″ in y schneidet, und m″f″ = xy macht. Zieht man ferner eine Anzahl Seiten in beiden Projektionen, so ergeben sich die übrigen Punkte der zweiten Projektion der Durchschnittsfigur leicht aus E′.

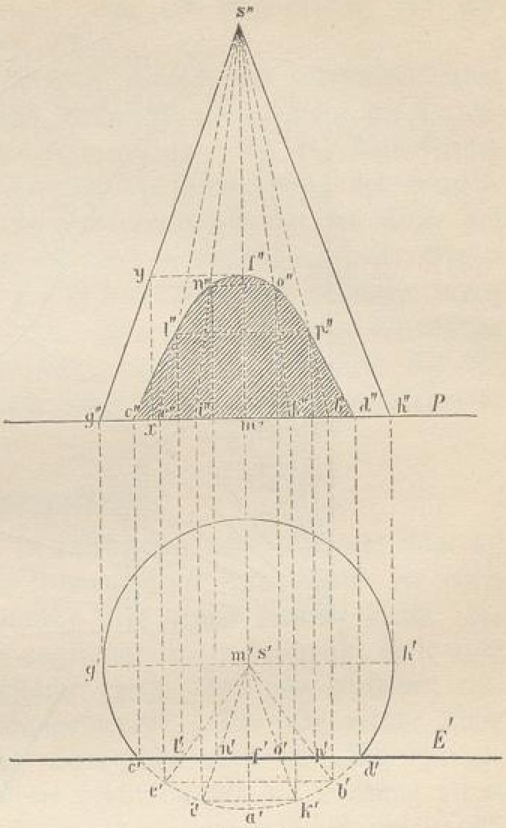

Fig. 131.

**6. Aufgabe.** Ein lothrechter Kreiskegel wird von einer Ebene, die senkrecht auf der zweiten Projektionsebene steht, derartig geschnitten, daß die Ebene durch die Spitze des Kegels geht; es sind beide Projektionen und die Durchschnittsfigur zu zeichnen. Fig. 132.

**Auflösung.** Die erste Projektion der Durchschnittsfigur ist ein Dreieck. Die Durchschnittsfigur selbst ist ebenfalls ein Dreieck und wird erhalten, indem man sie in die erste Projektionsebene herabschlägt.

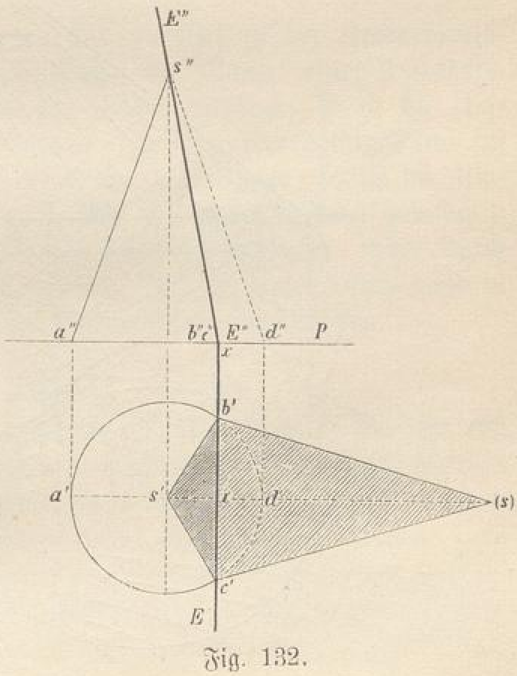

Fig. 132.

**7. Aufgabe.** Ein schiefer Kreiskegel wird von einer Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der Vertikalebene steht. Es sind

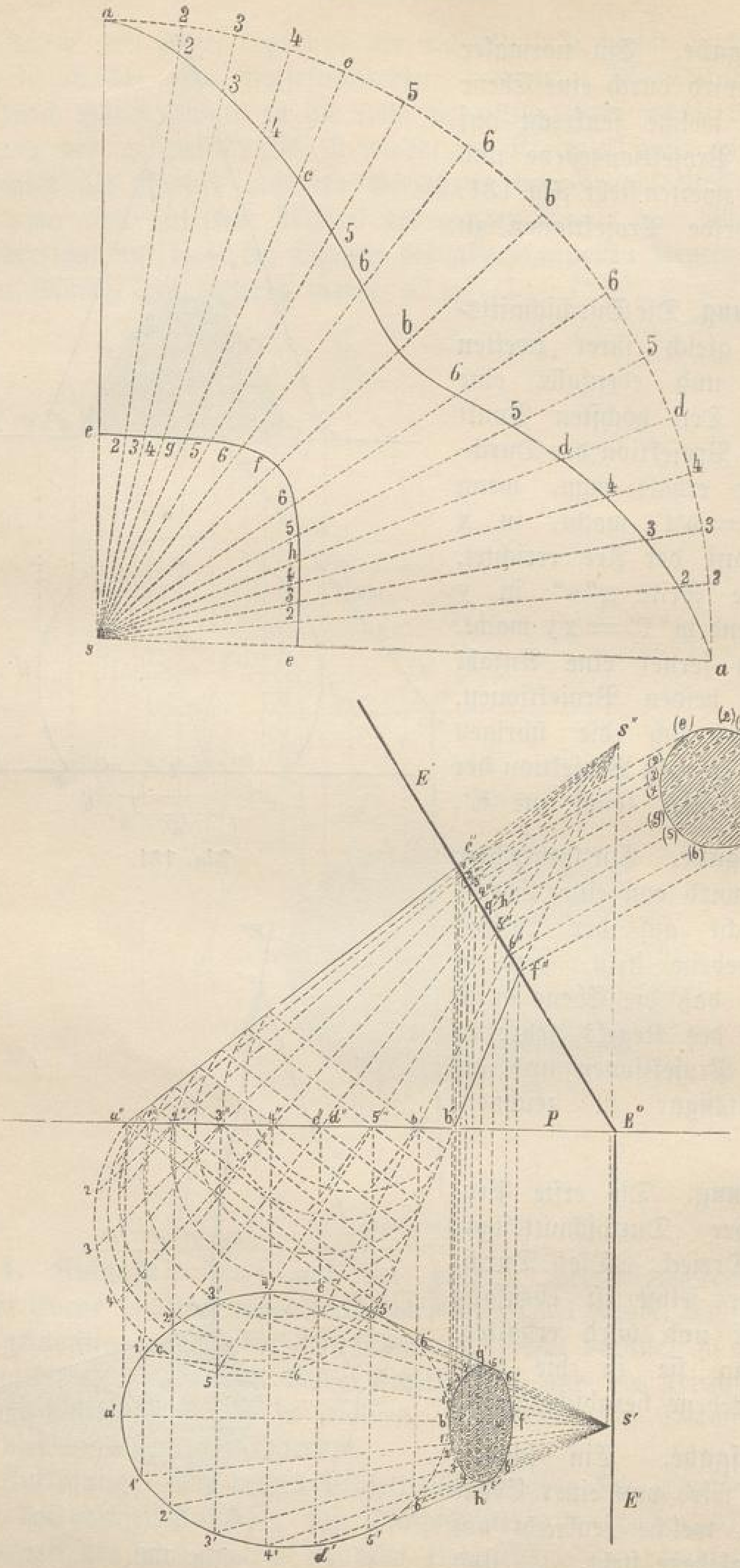


Fig. 133.

beide Projektionen, die Durchschnittsfigur und die Abwickelung des abgeschnittenen Kegels zu zeichnen. Fig. 133.

**Auflösung.** Man ziehe eine Anzahl Seiten des vervollständigten normalen Kegels, zeichne dann die erste Projektion und schlage die Durchschnittsfigur in die zweite Projektionsebene herab. Um die Abwickelung zeichnen zu können, konstruire man zunächst die Abwickelung des vervollständigten normalen Kegels, welche ein Kreisausschnitt mit der Seite des Kegels als Radius und mit der Peripherie des Grundkreises als Bogen ist. Auf dieses Netz übertrage man die Mantellinien und bestimme deren Länge aus dem vervollständigten Kegel, oder man bestimme die Länge der Seiten als Hypothenuse von Dreiecken, deren eine Kathete die betreffende erste Projektion der Seite und deren andere Kathete die Ordinate in der zweiten Projektionsebene ist.

### c. Umdrehungskörper.

Nimmt man eine gerade Linie in vollständig unverrückbarer Lage an und bewegt eine zweite gerade oder krumme Linie derartig um die erste, daß die Lage beider Linien zu einander stets genau dieselbe bleibt, bis die zweite Linie an ihrem Ausgange angelangt ist, so beschreibt diese eine krumme Fläche, welche „Umdrehungsfläche" heißt; der von derselben eingeschlossene Raum heißt ein „Umdrehungskörper". Die feste gerade Linie heißt die „Umdrehungsaxe", die sich bewegende Linie die „**Erzeugungslinie**". Jeder Punkt der Erzeugungslinie beschreibt bei der Drehung einen Kreis, dessen Ebene senkrecht zur Umdrehungsaxe steht und „Parallelkreis" genannt wird. Jeder Punkt einer Umdrehungsfläche liegt in der Peripherie eines Parallelkreises.

Wird die Erzeugungslinie gerade und parallel zu der Umdrehungsaxe angenommen, so ist die Umdrehungsfläche der Mantel eines Cylinders. Schneidet die gerade Erzeugungslinie die Umdrehungsaxe, so ist die Umdrehungsfläche der Mantel eines Kegels. Ist die Erzeugungslinie ein Halbkreis, dessen Durchmesser in der Umdrehungsaxe liegt, so ist die Umdrehungsfläche der Mantel einer Kugel. Alle auf der Drehbank gebildeten Körper sind Umdrehungskörper. Jeder Umdrehungskörper wird durch Ebenen, welche durch seine Umdrehungsaxe derartig gehen, daß diese in den Ebenen liegt, in kongruenten Durchschnittsfiguren geschnitten.

### Die Kugel.

Die Kugel hat eine nicht abwickelbare Oberfläche, d. h. sie läßt sich nicht ohne Risse oder Falten in eine Ebene ausbreiten. Aus diesem Grunde kann dieselbe auch nur näherungsweise abgewickelt werden. Gewöhnlich geschieht dies durch eine Anzahl von kongruenten sphärischen Zweiecken — in der Regel 8 oder 16 —, die erhalten werden, wenn die Kugel durch „größte Durchschnittskreise", sogenannte „Meridiankreise", d. h. Kreise, welche durch die Erzeugungsaxe gehen, geschnitten wird. Die Abwickelung geschieht auch

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN