Darstellende Geometrie

Diesener, Heinrich

Halle a. S., 1898

Die Kugel

beide Projektionen, die Durchschnittsfigur und die Abwickelung des abgeschnittenen Kegels zu zeichnen. Fig. 133.

Auflösung. Man ziehe eine Anzahl Seiten des vervollständigten normalen Kegels, zeichne dann die erste Projektion und schlage die Durchschnittsfigur in die zweite Projektionsebene herab. Um die Abwickelung zeichnen zu können, konstruire man zunächst die Abwickelung des vervollständigten normalen Kegels, welche ein Kreisausschnitt mit der Seite des Kegels als Radius und mit der Peripherie des Grundkreises als Bogen ist. Auf dieses Netz übertrage man die Mantellinien und bestimme deren Länge aus dem vervollständigten Kegel, oder man bestimme die Länge der Seiten als Hypothenuse von Dreiecken, deren eine Kathete die betreffende erste Projektion der Seite und deren andere Kathete die Ordinate in der zweiten Projektionsebene ist.

c. Umdrehungskörper.

Nimmt man eine gerade Linie in vollständig unverrückbarer Lage an und bewegt eine zweite gerade oder krumme Linie derartig um die erste, daß die Lage beider Linien zu einander stets genau dieselbe bleibt, bis die zweite Linie an ihrem Ausgange angelangt ist, so beschreibt diese eine krumme Fläche, welche „Umdrehungsfläche" heißt; der von derselben eingeschlossene Raum heißt ein „Umdrehungskörper". Die feste gerade Linie heißt die „Umdrehungsaxe", die sich bewegende Linie die „Erzeugungslinie". Jeder Punkt der Erzeugungslinie beschreibt bei der Drehung einen Kreis, dessen Ebene senkrecht zur Umdrehungsaxe steht und „Parallelkreis" genannt wird. Jeder Punkt einer Umdrehungsfläche liegt in der Peripherie eines Parallelkreises.

Wird die Erzeugungslinie gerade und parallel zu der Umdrehungsaxe angenommen, so ist die Umdrehungsfläche der Mantel eines Cylinders. Schneidet die gerade Erzeugungslinie die Umdrehungsaxe, so ist die Umdrehungsfläche der Mantel eines Kegels. Ist die Erzeugungslinie ein Halbkreis, dessen Durchmesser in der Umdrehungsaxe liegt, so ist die Umdrehungsfläche der Mantel einer Kugel. Alle auf der Drehbank gebildeten Körper sind Umdrehungskörper. Jeder Umdrehungskörper wird durch Ebenen, welche durch seine Umdrehungsaxe derartig gehen, daß diese in den Ebenen liegt, in kongruenten Durchschnittsfiguren geschnitten.

Die Kugel.

Die Kugel hat eine nicht abwickelbare Oberfläche, d. h. sie läßt sich nicht ohne Risse oder Falten in eine Ebene ausbreiten. Aus diesem Grunde kann dieselbe auch nur näherungsweise abgewickelt werden. Gewöhnlich geschieht dies durch eine Anzahl von kongruenten sphärischen Zweiecken — in der Regel 8 oder 16 —, die erhalten werden, wenn die Kugel durch „größte Durchschnittskreise", sogenannte „Meridiankreise", d. h. Kreise, welche durch die Erzeugungsaxe gehen, geschnitten wird. Die Abwickelung geschieht auch durch Zerlegen des Mantels in eine Anzahl von Parallelkreisen, welche jedoch weniger gebräuchlich und auch etwas ungenauer ist.

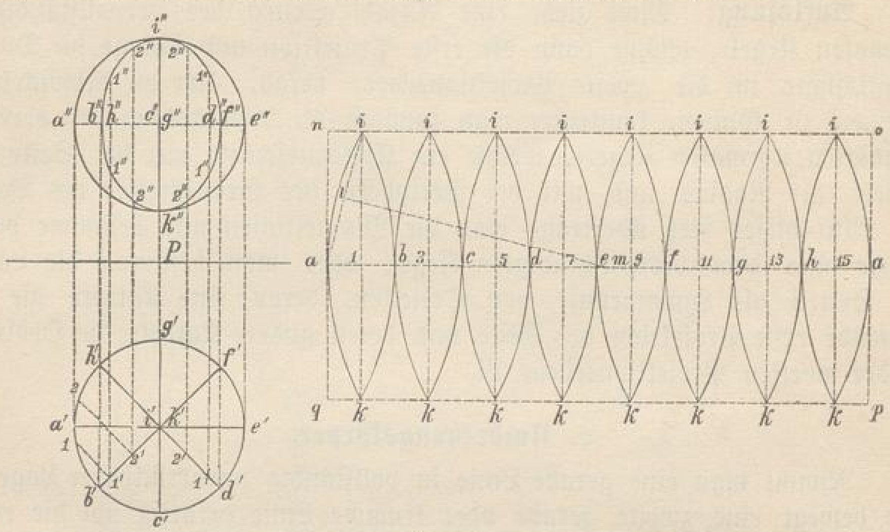

Fig. 134.

1. Aufgabe. Die Abwickelung eines Kugelmantels durch Meridiankreise zu zeichnen. Fig. 134.

Auflösung. Man theile den Kugelmantel zunächst durch Meridiankreise in mindestens 8 kongruente sphärische Zweiecke und zeichne die Meridiankreise in beiden Projektionen. Dann konstruire man ein Rechteck, dessen eine Seite gleich der ganzen und dessen andere Seite gleich der halben Peripherie eines Meridiankreises ist, halbire das Rechteck der Länge nach und theile die Halbirungslinie in 16 gleiche Theile. In den ungeraden Theilpunkten errichte man Lothe auf der Mittellinie, welche die langen Seiten des Rechtecks schneiden. Diese Schnittpunkte und die geraden Theilpunkte sind Punkte, durch welche die Bogenlinien der sphärischen Zweiecke gehen müssen. Es ist $il = al$; $lm \perp ai$; $m =$ dem Mittelpunkt für den Bogen iak; mit demselben Radius sind die übrigen Bögen zu schlagen.

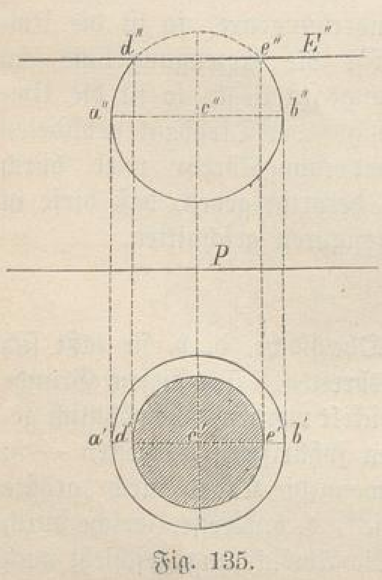

Fig. 135.

2. Aufgabe. Eine Kugel wird durch eine Ebene geschnitten, welche parallel zur Horizontalebene ist. Fig. 135.

Auflösung. Die Durchschnittsfigur ist gleich der ersten Projektion derselben und ist ein Kreis, dessen Durchmesser gleich der zweiten Projektion der Durchschnittsfigur ist welche mit E'' zusammenfällt.

3. Aufgabe. Eine Kugel wird durch eine Ebene geschnitten, welche senkrecht auf der zweiten Projektionsebene steht und mit der ersten einen gegebenen Winkel bildet. Es sind die Projektionen und die Durchschnittsfigur zu zeichnen. Fig. 136.

Auflösung. Die Durchschnittsfigur ist ein Kreis, ihre erste Projektion ist eine Ellipse, die sich aus der Durchschnittsfigur ergiebt. Ihre zweite Projektion ist eine gerade Linie, welche mit E″ zusammenfällt. Die Durchschnittsfigur erhält man, indem man dieselbe in die zweite Projektionsebene herabschlägt.

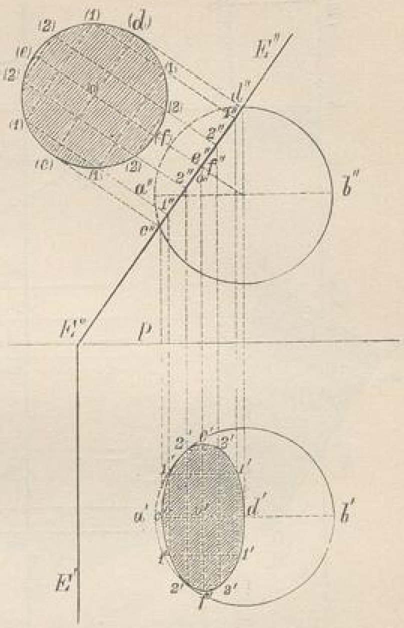

Fig. 136.

17. Durchdringungen von Körpern.

a. Ebene Körper.

Sind die Projektionen zweier sich durchdringender Körper gegeben, so erhält man die Projektionen der Durchschnittsfiguren, wenn man entweder die Durchschnittslinien der sich schneidenden Seitenebenen bestimmt, oder wenn man die Punkte konstruirt, in denen die Kanten des einen Körpers die Flächen des anderen durchdringen; die Verbindung dieser Schnittpunkte ergiebt dann die Durchschnittsfigur. Man hat in jedem gegebenen Falle darauf zu achten, in möglichst einfacher Weise die Aufgabe zu lösen und demgemäß seine Wahl zu treffen.

1. Aufgabe. Ein vierseitiges Prisma, welches senkrecht auf der ersten Projektionsebene steht, wird von einem anderen vierseitigen Prisma, dessen Seitenkanten parallel zur zweiten Projektionsebene sind, durchdrungen. Es sind beide Projektionen und die Durchschnittsfiguren zu zeichnen. Fig. 137.

Auflösung. Das durchdrungene Prisma zeigt seinen Querschnitt in der ersten Projektion; der Querschnitt des anderen Prisma ist in die erste Projektionsebene herabgeschlagen anzunehmen und demnächst zu heben. Die Projektionen der Durchschnittsfigur erhält man in der dritten Projektionsebene. Demnächst schlägt man dieselben in eine der Projektionsebenen herab.

2. Aufgabe. Ein vierseitiges Prisma, welches senkrecht auf der ersten Projektionsebene steht, dessen Seitenebenen aber geneigt zur zweiten Projektionsebene sind, wird von einem anderen vierseitigen Prisma,