



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Darstellende Geometrie**

**Diesener, Heinrich**

**Halle a. S., 1898**

IV. Schatten-Konstruktionen.

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84041](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84041)

## IV. Schatten-Konstruktion.

### 1. Allgemeines.

Bei der Beleuchtung und Schattirung der Körper ist im Allgemeinen Rücksicht zu nehmen auf die Lichtquelle oder den leuchtenden Körper, auf die Form, Lage und Beschaffenheit des beleuchteten Körpers und auf den Standpunkt des Beobachters.

Das Licht verbreitet sich von einem leuchtenden Punkte aus gleichmäßig nach allen Seiten. Denkt man sich von demselben aus eine unendlich große Anzahl Linien wie die Radien einer Kugel gezogen, so nennt man eine jede dieser Linien einen Lichtstrahl und sagt, das Licht pflanze sich in Strahlen fort. Diese Strahlen entfernen sich immer weiter von einander, je länger sie werden. Dasselbe ist der Fall, wenn sie nicht von einem Punkte, sondern von einem Körper, z. B. von der Sonne ausgehen. Wegen der ungeheueren Entfernung der Sonne von der Erde ist diese Entfernung der Sonnenstrahlen von einander so ungemein gering, daß man dieselben als parallel ansieht. Treffen die Sonnenstrahlen auf einen Körper, so ist die der Sonne zugekehrte Oberfläche desselben beleuchtet, während die der Sonne abgewendete Oberfläche sich im Schatten befindet. Die Grenze zwischen Licht und Schatten heißt Dämmerungslinie.

Auf der Schattenseite eines undurchsichtigen beleuchteten Körpers befindet sich ein Luftraum, welcher unbeleuchtet ist, und der von zwei parallelen Lichtstrahlen begrenzt wird, welche unmittelbar an der Oberfläche des Körpers vorbeigehen; dieser Luftraum heißt der Schattenraum des Körpers, dessen Form also abhängig von der Form des Körpers ist. Bringt man in den Schattenraum eines Körpers einen Gegenstand, z. B. eine Platte, so zeichnet sich auf dieser ein Schatten ab, der ebenfalls von der Form des Körpers abhängig ist, und den man den Schlagschatten desselben nennt. Den Schatten, den der Körper auf seiner eigenen Oberfläche erhält, nennt man seinen Eigenschatten. Der Schlagschatten eines Körpers kann konstruiert werden, wie an einer Anzahl von Beispielen gezeigt werden wird.

Alle Gegenstände kann man nur dann sehen, wenn von denselben Licht in das Auge gelangt. Die wenigsten Körper leuchten aber selbst, und da wir sie trotzdem sehen, so muß das von irgend einer Lichtquelle erhaltene Licht von ihnen zurückgeworfen oder reflektiert werden. Steht nun in der Nähe eines direkt beleuchteten Körpers ein anderer ebenfalls beleuchteter, so können durch Reflex die Schattenverhältnisse des ersten wesentlich verändert werden, so daß Stellen desselben, die gar kein direktes Licht erhalten, dennoch



mehr oder weniger beleuchtet sein können. Auf diese Reflexverhältnisse wird aber beim konstruktiven Zeichnen keine Rücksicht genommen.

Die verschiedene Stellung der Sonne bedingt auch eine stets veränderte Lage des Schattens. Beim technischen Zeichnen kann aber hierauf ebenfalls keine Rücksicht genommen werden, sondern man nimmt die Beleuchtung stets in ein und derselben ganz bestimmten Richtung an. Diese Richtung ist derartig festgestellt, daß die Lichtstrahlen schräg von links vorn und oben, nach rechts unten und hinten fallen, und zwar so, daß die Projektionen der Strahlen auf der ersten und zweiten Projektionsebene stets mit der Aze einen Winkel von  $45^\circ$  bilden.

Eine Ebene muß überall gleichmäßig beleuchtet sein, weil die Sonnenstrahlen parallel laufend angenommen werden. Stellt man mehrere Flächen parallel hintereinander auf, so müssen dieselben ebenfalls sämtlich gleichmäßig beleuchtet sein, wenn die hinteren kein Schlagschatten der vorderen trifft. Bei der Betrachtung solcher Flächen erscheinen jedoch dem Beschauer die weiter zurückliegenden schwächer beleuchtet, als die vorderen. Der Grund für diese Erscheinung ist der, daß von den hinteren weniger Licht in das Auge des Beschauers gelangt, als von den vorderen. Dieselbe Beobachtung macht man an einer Ebene, welche senkrecht aufgestellt ist und von der vordersten bis zur hintersten der vorerwähnten Flächen reicht. Beim Tuschen ist hierauf Rücksicht zu nehmen, und außerdem zu beachten, daß alle Linien dieser Flächen, welche mit der zweiten Projektionsebene parallel laufen, oder, was dasselbe ist, den Sehstrahl des Beschauers rechtwinklig kreuzen, gleiche Beleuchtung haben.

Da beim Zeichnen des Grundrisses das Auge über, beim Zeichnen des Aufrisses dagegen vor den zu zeichnenden Gegenstand gebracht werden muß, so ist eine Fläche, welche gegen beide Projektionsebenen geneigt ist, und zwar so, daß der gegen die zweite Projektionsebene gefehrte Theil höher liegt als der entgegengesetzte, im Grundriß nach vorn und im Aufriß nach oben dunkler zu schattiren.

Eine Ebene, welche lothrecht vor dem Beschauer und parallel zur zweiten Projektionsebene steht, ist überall gleichmäßig zu schattiren.

Bei denjenigen Flächen, welche im Schatten liegen, finden dieselben Verhältnisse, nur entgegengesetzt, statt, so daß die dem Auge näher liegenden Theile dunkler zu schattiren sind.

Zu beachten ist ferner, daß, wenn eine beleuchtete Fläche an eine Schattenfläche stößt, in der Nähe der Trennungslinie die erstere heller und die letztere dunkler erscheint, als sie wirklich sind. Es ist dies eine Wirkung des Kontrastes, die beim Tuschen berücksichtigt werden muß.

Alles, was über ebene Flächen gesagt ist, gilt auch für gekrümmte Flächen. Speziell sei noch folgendes angeführt. Eine cylindrische Fläche, welche dem Sonnenlichte ausgesetzt ist, ist stets zur Hälfte beleuchtet und zur Hälfte im Schatten. Die verschiedenen Seitenkanten der beleuchteten Hälfte sind verschieden beleuchtet, und zwar nimmt die Beleuchtung von der hellsten



Seitenkante an nach beiden Seiten hin gleichmäßig ab, bis zu den Dämmerungskanten, welche Gegenkanten sein müssen.

Eine Kegelfläche, welche dem Sonnenlichte zugeteilt ist, muß wenigstens zur Hälfte beleuchtet sein. Bei einer dem Sonnenlichte ausgesetzten Kugel ist stets die eine Hälfte beleuchtet, die andere unbeleuchtet. Die Dämmerungslinie ist daher ein größter Kreis, dessen Ebene senkrecht auf den Sonnenstrahlen steht. Das stärkste Licht hat derjenige Punkt, welcher von allen Punkten der Dämmerungslinie gleich weit entfernt ist. Alle anderen Punkte der beleuchteten Fläche besitzen um so schwächeres Licht, je näher sie der Dämmerungslinie liegen. Die gleich stark beleuchteten Punkte liegen daher in Kugelflächen, welche der Dämmerungslinie parallel laufen.

## 2. Aufgaben.

1. Den Schlagschatten eines materiellen Punktes zu bestimmen, wenn beide Projektionen desselben gegeben sind. Fig. 172 und 173.

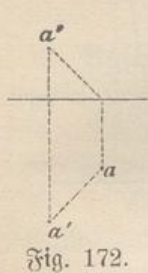


Fig. 172.

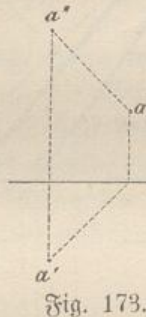


Fig. 173.

**Auflösung.** Man ziehe unter  $45^\circ$  gegen die Axe geneigt, eine Linie bis an diese von der der Axe zunächst liegenden Projektion, errichte in dem Punkte, in welchem diese Linie die Axe schneidet, auf dieser ein Loth in der anderen Projektionsebene und lege an die Verbindungslinie der beiden Projektionen unter  $45^\circ$  eine Linie in der letzten Projektionsebene. Diese schneidet das auf der Axe errichtete Loth

in einem Punkte — hier  $a$  —, welcher der Schlagschatten des betreffenden Punktes ist.

2. Den Schlagschatten einer auf einer der Projektionsebenen senkrecht stehenden geraden Linie  $ab$  zu zeichnen. Fig. 174 und 175.

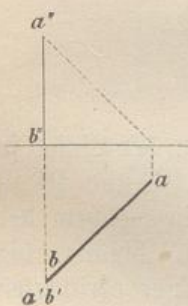


Fig. 174.

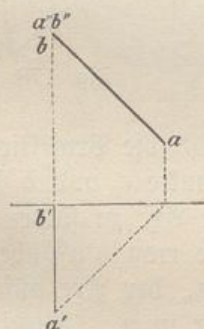


Fig. 175.

**Auflösung.** Die eine Projektion ist ein Punkt, von welchem der Schlagschatten ausgehen muß. Verbindet man diesen Punkt mit dem Schlagschatten des freien Endpunktes der Linie, so erhält man den Schlagschatten der Linie.

3. Den Schlagschatten einer geraden Linie zu konstruieren, welche senkrecht über einer der Projektionsebenen steht, ohne dieselbe zu berühren. Fig. 176 und 177.

**Auflösung.** Die Lage der Linie ist so angenommen, daß die Schlagschatten der Endpunkte der Linie auf verschiedene Projektionsebenen fallen,



Der Schlagschatten kann nun nicht durch direkte Verbindung der Schlagschatten der Endpunkte erhalten werden, sondern er läuft in der einen Projektionsebene in der Richtung des Lichtstrahls bis zur Aze und von diesem Punkte in der Aze in einem Lothe auf dieser bis zum Schlagschatten des anderen Endpunktes der Linie. Er erscheint also als eine in der Aze gebrochene Linie.

4. Den Schlagschatten einer geraden Linie zu konstruiren, welche geneigt zu beiden Projektionsebenen ist und deren Schatten in beide Projektionsebenen fällt. Fig. 178.

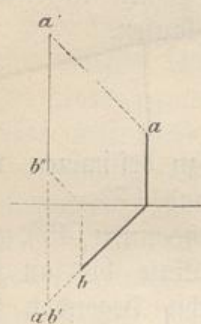


Fig. 176.

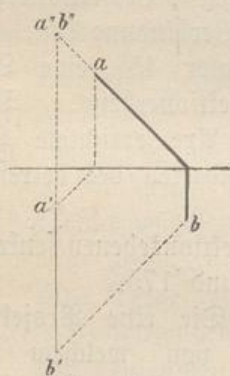


Fig. 177.

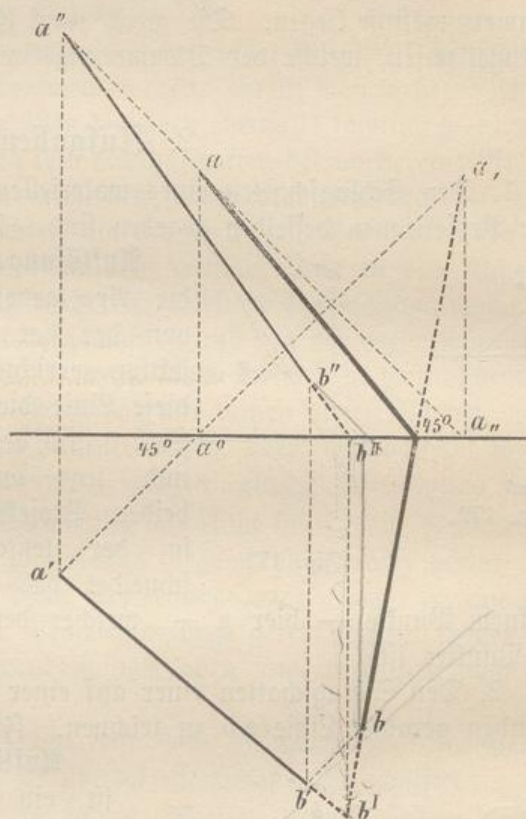


Fig. 178.

**Auflösung.** Es seien  $a'b'$  und  $a''b''$  die Projektionen der Linie, so ist es leicht, den Schlagschatten der Punkte  $a$  und  $b$  in  $P''$  und  $P'$  zu bestimmen. Um aber den Punkt  $b^0$  der Aze zu finden, in welchem der Schlagschatten gebrochen wird, verlängere man  $a'a^0$  über  $a^0$  hinaus, bis diese Verlängerung von dem im Punkte  $a''$  der Aze auf dieser errichteten Lothe in  $P'$  geschnitten wird, und zwar in  $a_1$ . Verbindet man nun  $a_1$  mit  $b'$ , so schneidet diese Linie die Aze in  $b^0$  und ist dann  $ab^0b$  der Schlagschatten der Linie  $ab$ .

5. Den Schlagschatten eines Dreiecks zu konstruiren, wenn die Projektionen desselben gegeben sind. Die Ebene des Dreiecks steht senkrecht auf  $P'$ . Fig. 179



**Auflösung.** Die Lage des Dreiecks ist so angenommen, daß der Schlag Schatten ganz in die zweite Projektionsebene fällt; es ist also nur nöthig, die Schlag Schatten der drei Eckpunkte in  $P''$  zu bestimmen und diese miteinander zu verbinden.

6. Den Schlag Schatten eines Rechtecks zu konstruiren, welches senkrecht auf der ersten und parallel zur zweiten Projektionsebene steht. Fig. 180.

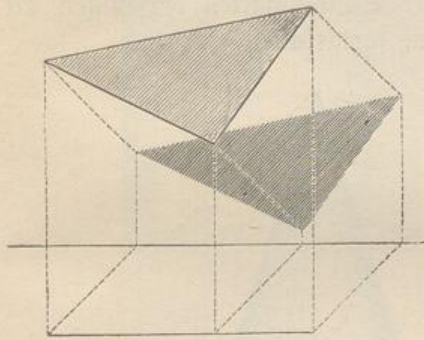


Fig. 179.

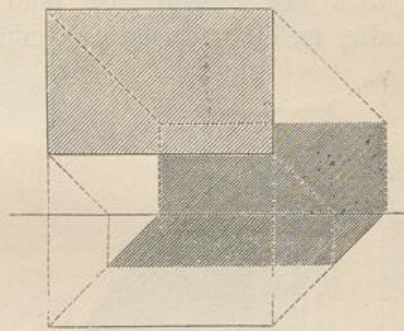


Fig. 180.

**Auflösung.** Man konstruirt die Schlag Schatten der vier Eckpunkte, so ergibt sich durch die Verbindung derselben der Schlag Schatten des Rechtecks. Da zwei Seiten des Rechtecks parallel zur Aze sind, so müssen auch zwei Seiten des Schlag Schattens parallel zur Aze laufen.

7. Den Schlag Schatten eines Kreises zu konstruiren, dessen Ebene parallel zur ersten und senkrecht zur zweiten Projektionsebene liegt. Fig. 181.

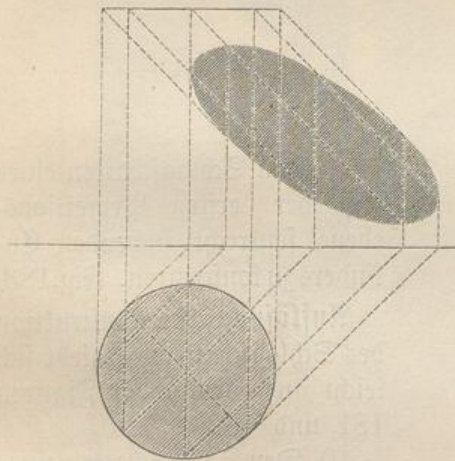


Fig. 181.

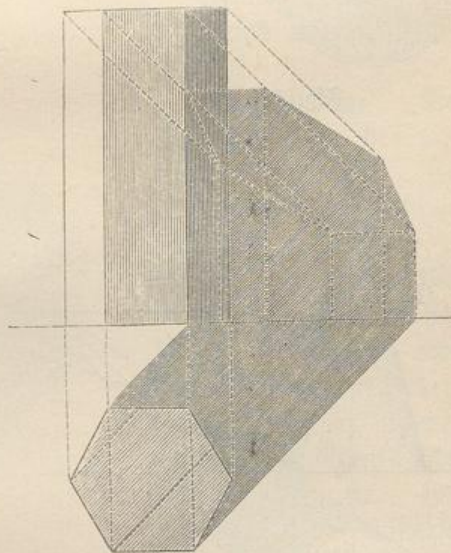


Fig. 182.

**Auflösung.** Man konstruirt den Schlag Schatten einer Anzahl Punkte der Kreis peripherie und verbinde dieselben durch eine fortlaufende Kurve, welche eine Ellipse geben muß.



8. Den Schlagschatten eines regulären sechsseitigen Prisma zu konstruiren, welches senkrecht auf der ersten Projektionsebene steht. Fig. 182.

**Auflösung.** Der Schlagschatten in der ersten Projektionsebene bis zur Ase ergibt sich unter  $45^\circ$  von den beiden äußersten Eckpunkten aus. Konstruirt man nun die Schlagschatten der Eckpunkte der oberen Begrenzungsfläche des Prisma, so ergibt sich leicht der vollständige Schlagschatten des Prisma. Es kann hierbei der Schlagschatten derjenigen Eckpunkte, welche in voller Beleuchtung liegen, fortgelassen werden.

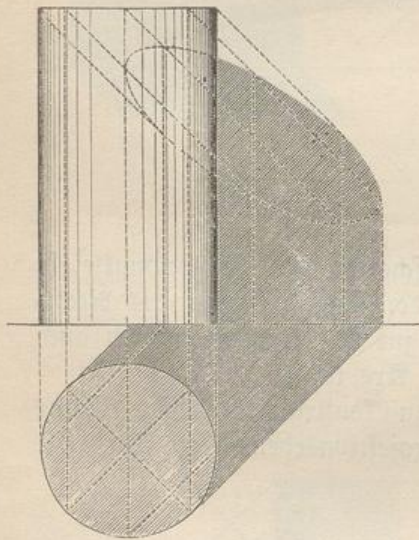


Fig. 183.

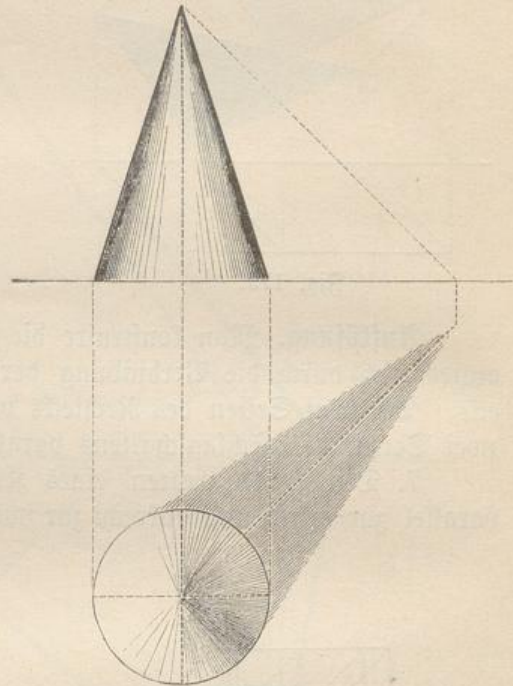


Fig. 184.

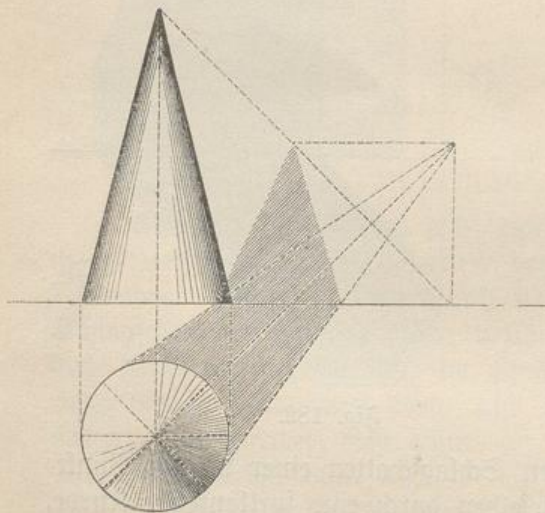


Fig. 185.

9. Den Schlagschatten eines auf der ersten Projektionsebene senkrecht stehenden Cylinders zu konstruiren. Fig. 183.

**Auflösung.** Die Konstruktion des Schlagschattens ergibt sich leicht auf Grund der Figuren 181 und 182.

10. Den Schlagschatten eines auf der ersten Projektionsebene senkrecht stehenden normalen Kegels zu konstruiren. Fig. 184 und 185.



**Auflösung.** Fällt der Schatten des Kegels ganz in die erste Projektionsebene, so hat man nur den Schlagschatten der Spitze in dieser zu konstruieren, wie Fig. 184. Fällt der Schatten jedoch in beide Projektionsebenen,

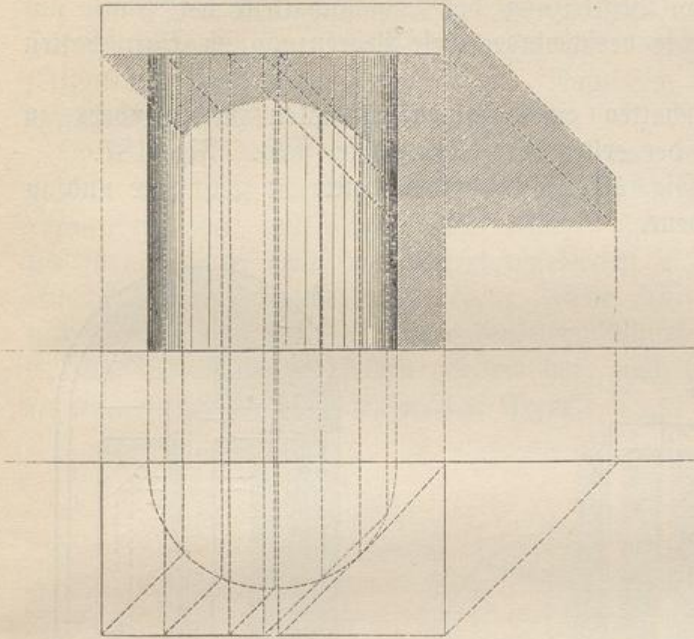


Fig. 186.

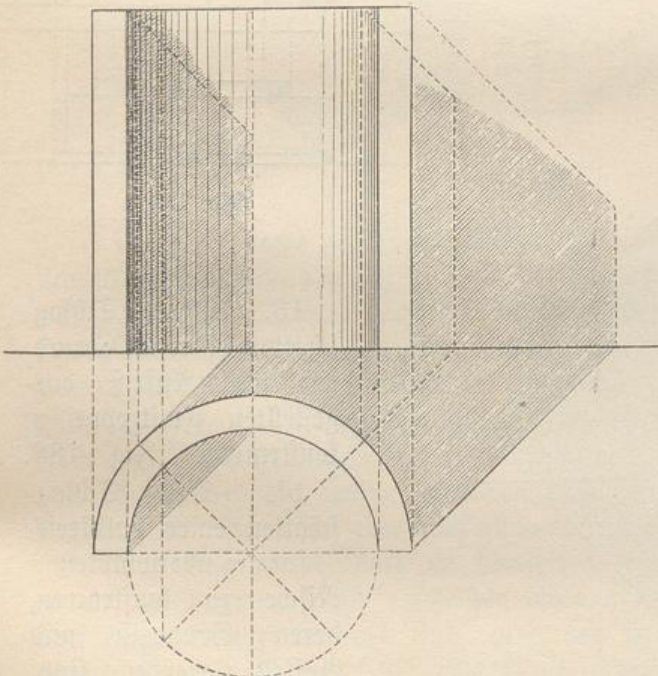


Fig. 187.

so ist die Konstruktion etwas schwieriger; Fig. 185. Den Schlagschatten der Spitze hat man nach Fig. 173, die Punkte aber, in denen die Begrenzungslinien des Schlagschattens des Kegels die Axe schneiden, nach Anleitung der Fig. 178 zu konstruieren.

11. Es sind die beiden Projektionen eines halben Cylinders gegeben, welcher eine horizontal liegende Platte trägt; es soll der Schlagschatten dieser Figur konstruiert werden. Fig. 186.

**Auflösung.** Der Schlagschatten des Cylinders ergibt sich leicht. Um den Schlagschatten der Platte zu konstruieren, namentlich so weit er auf den Cylinder fällt, muß man den Schlagschatten mehrerer an der unteren Seite der Platte gelegenen Punkte aufsuchen. Der äußerste dieser Punkte wird derjenige sein, dessen Lichtstrahl den Cylinder berührt. Zieht man in der ersten Projektionsebene



durch die angenommenen Punkte Linien unter  $45^\circ$  gegen die Aze, bis sie den Halbkreis treffen, zieht von hier aus Lothe bis an die unter  $45^\circ$  gezogenen Linien von der zweiten Projektion derselben Punkte aus, so ergeben diese Schnittpunkte die untere Begrenzung des Schlagschattens der Platte auf dem Cylinder. Nach rechts verschwindet diese Begrenzung im Eigenschatten des Cylinders.

12. Den Schlagschatten eines halben normalen Halbcylinders zu konstruiren, welcher auf der ersten Projektionsebene steht. Fig. 187.

**Auflösung.** In Fig. 187 fällt der Schatten in die erste und in die zweite Projektionsebene.

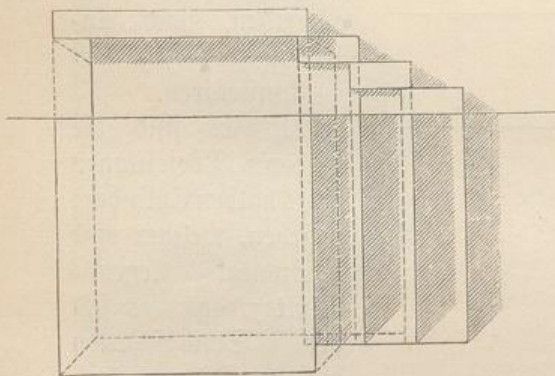


Fig. 188.

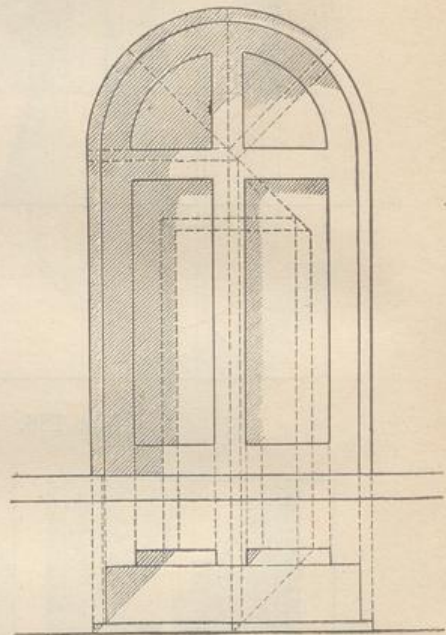


Fig. 189.

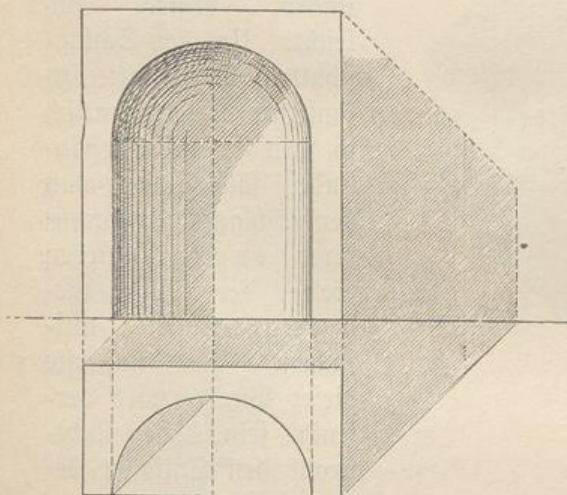


Fig. 190.

13. Den Schlag-  
schatten einer im Grund-  
riß und Aufriß dar-  
gestellten Freitreppe zu  
konstruiren. Fig. 188.

14. Den Schlag-  
schatten einer halbkreis-  
förmig überwölbten  
Nische zu konstruiren,  
deren Grundriß und  
Ansicht gegeben sind.  
Fig. 189,



15. Den Schlagschatten eines im Grundriß und Aufriß gegebenen Mauerkörpers mit der Form eines halben Hohlzylinders, dessen Nische viertelkugelförmig überdeckt ist, zu konstruiren. Fig. 190.

16. Den Schlagschatten einer vierseitigen Pyramide und eines Körpers mit fünfeckigem Querschnitt zu konstruiren, welche in isometrischer Projektion dargestellt sind. Fig. 191. — Nach dem Vorhergehenden sind die letzten Aufgaben mit Leichtigkeit zu lösen. —

Körper, welche selbst nicht leuchten, sind uns nur dadurch sichtbar, daß sie das Licht, welches von einem leuchtenden Körper auf sie fällt, zurückwerfen oder reflektiren. Eine Fläche oder ein Körper erscheint uns um so heller, je mehr von diesem reflektirten Lichte in unser Auge fällt. Ein Lichtstrahl, welcher eine ebene Fläche trifft, wird derartig zurückgeworfen, daß er mit der Ebene denselben Winkel bildet, welchen der einfallende Strahl mit derselben gebildet hat; auch liegen beide Lichtstrahlen in einer auf der Ebene senkrechten Ebene.

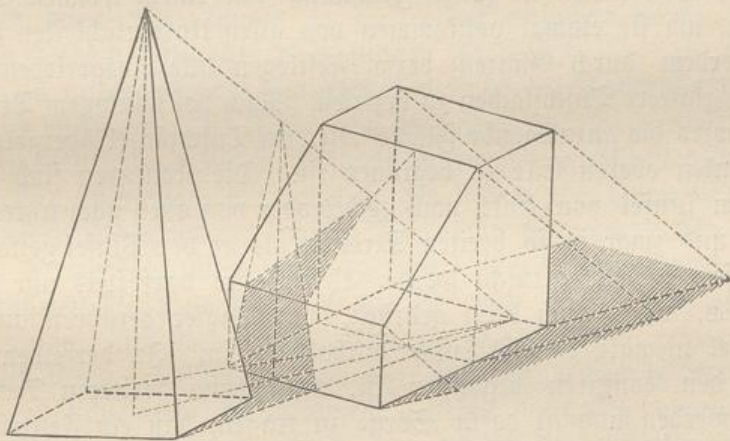


Fig. 191.

Da eine Fläche aber selten oder fast nie ganz eben ist, so werden die Lichtstrahlen auch in den meisten Fällen unregelmäßig reflektirt. Diese unregelmäßig zurückgeworfenen Strahlen bewirken es, daß die Fläche auch von anderen Beobachtungspunkten aus gesehen werden kann. Bei einer Spiegelfläche wird man dieselbe von diesen Punkten aus ohne Glanz sehen. Bei rauhen Flächen kann von einem regelmäßigen Zurückwerfen der Lichtstrahlen überhaupt keine Rede sein. Sie erscheinen aber im Ganzen doch heller als eine Spiegelfläche, weil bei letzterer die meisten Strahlen nach der spiegelnden Seite geworfen werden, bei ersterer sich aber nach allen Seiten hin zerstreuen und vertheilen.

Das Auge wird stets in demselben Abstände von der Projektionsebene angenommen, und erscheinen dann also diejenigen Flächen, welche vom Auge weiter entfernt sind, also der Projektionsebene näher liegen, dunkler als die Flächen, die dem Auge näher liegen, also von der Projektionsebene weiter entfernt sind.



Beim Schattiren von Fassaden empfiehlt es sich, wenn mehrere hintereinander liegende Flächen verschiedene Töne erhalten sollen, weil sie sich in verschiedener Entfernung vom Auge befinden, dieselben zunächst sämtlich mit einem hellen Ton anzulegen und denselben wiederholt auf diejenigen Flächen zu legen, welche dunkler werden sollen. Auf diese Weise kann die Abstufung vollkommen erreicht werden und außerdem wird die Zeichnung weniger leicht fleckig werden. Nur diejenigen Flächen, welche im Schatten liegen, wird man mit einem dunkleren Tone, dem sogenannten Schattentone, nachdem sie einmal mit dem hellen Tone übergelegt waren, anlegen können.

Je nachdem eine Fläche ein-, zwei-, dreimal u. mit Tusche gleichmäßig angelegt wird, sagt man, sie hat einen, zwei, drei u. Töne erhalten. Selbstverständlich werden diejenigen Flächen die dunkelsten, welche die meisten Töne erhalten haben.

Beim Tuschen selbst ist in folgender Weise zu verfahren. Nachdem alle Konturen mit Tusche ausgezogen und alle Bleistiftlinien vollständig entfernt sind, kann man die ganze Zeichnung mit einem weichen Schwamme abwaschen, um sie einmal vollkommen von allen Unreinlichkeiten zu säubern und außerdem durch Glätten bezw. Festlegen aller losgeriebenen kleinen Fäserchen glattere Tuschflächen zu erzielen. Nach vollständigem Trocknen des Papiers wird die anzulegende Fläche mit dem Tuschpinsel übergelegt, wobei an der linken oberen Ecke zu beginnen ist. Die Konturen sind mit scharf angefeuchtem Pinsel von links nach rechts oder von oben nach unten zu überstreichen, und zwar in so breiten Streifen als es der Pinsel gestattet, ohne daß mit seiner Seite getuscht werde. Ueberhaupt darf stets nur die Spitze des Pinsels, wenn auch breit gedrückt, das Papier berühren und darf in dem Pinsel niemals zu viel Tusche enthalten sein. In derselben Richtung, wie bei den Konturen begonnen ist, muß beim weiteren Tuschen fortgefahren werden und ist dafür Sorge zu tragen, daß ein Festtrocknen der Tusche an irgend einer Stelle der angefangenen Fläche vermieden wird, da sonst Flecke entstehen, die nur mit großer Mühe wieder zu beseitigen sind. Langt eine Füllung des Pinsels nicht zur vollständigen Anlegung einer Fläche, so darf die Wiederfüllung nicht so lange aufgeschoben werden, bis der Pinsel ziemlich trocken ist, da das Antrocknen der Tusche um so rascher vor sich geht, je weniger Farbe im Pinsel vorhanden ist.

Andererseits ist es auch nicht zu empfehlen, den Pinsel zu sehr mit Tusche zu füllen, da das Papier dadurch zu leicht wellig wird. Ist ein solcher Fall aber vorgekommen, so ist die auf dem Papier stehende überflüssige Tusche mit dem zweiten Pinsel möglichst schnell aufzunehmen. Dieser zweite Pinsel muß jedoch durchaus rein und sauber sein, auch darf er kein Wasser enthalten, sondern muß nur wenig feucht sein, um die Tusche aufsaugen zu können. Auch hierbei darf das Papier nur mit der Spitze des Pinsels berührt werden. — Bevor eine Fläche zum zweiten u. Male übergelegt wird, muß der vorhergehende Ton vollkommen trocken und das Papier wieder glatt geworden sein.