



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Lehrbuch der Experimentalphysik**

**Lommel, Eugen von**

**Leipzig, 1908**

325. Kugelspiegel. (Sphärische Spiegel)

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83789](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83789)

zu können, macht man den Spiegel *A* drehbar um den Mittelpunkt eines getheilten Kreisbogens *MN* und verbindet ihn mit einem auf die Teilung weisenden Zeiger (Alhidade) *AZ*. Den Spiegel *B* befestigt man auf der Ebene des Kreises parallel mit dem Radius *AM*, welcher nach dem Nullpunkt der Teilung geht. Schaut man nun in der Richtung *OL*, etwa durch ein an dem Instrument befestigtes Fernrohr, nach dem Gegenstand *L*, und dreht die Alhidade und mit ihr den Spiegel *A* so lange, bis auch das Spiegelbild von *R* in dieser Richtung gesehen wird, so gibt der doppelte Wert des an der Alhidade abgelesenen Winkels  $\beta$  sofort auch den Winkel  $\alpha$  an. Dieses sinnreiche Winkelmeßinstrument, von Newton erdacht und von Hadley (1731) zuerst ausgeführt, heißt Spiegelsextant, weil, um Winkel bis zu  $120^\circ$  zu messen, der Bogen *MN* nur  $\frac{1}{8}$ -Kreis (Sextant) zu sein braucht. Vor anderen Winkelinstrumenten zeichnet sich der Sextant dadurch aus, daß er keine feste Aufstellung erfordert, sondern während der Messung frei in der Hand gehalten wird. Er ist deshalb zur See der einzige brauchbare Apparat zur Ausföhrung derjenigen Messungen, aus denen der Seefahrer den Ort seines Schiffes nach geographischer Länge und Breite bestimmt.

325. **Kugelspiegel. (Sphärische Spiegel.)** Eine kugelförmig gekrümmte Schale, welche auf ihrer Innenseite glatt poliert ist, bildet einen Hohlspiegel (Konkavspiegel). Der Mittelpunkt der Hohlkugel, von welcher die Schale ein Abschnitt ist, heißt der Krümmungsmittelpunkt, und jede durch ihn gezogene gerade Linie eine Achse des Spiegels; unter ihnen wird diejenige, welche die Schale in ihrem mittelsten tiefsten Punkte oder Scheitel (*O*, Fig. 308) trifft, als Hauptachse bezeichnet. Der Winkel *MCM'*, welchen die vom Kugelzentrum nach zwei diametral gegenüberliegenden Punkten des Spiegelrandes gezogenen Linien miteinander bilden, heißt die Öffnung des Spiegels.

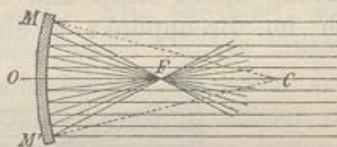


Fig. 308.

Brennpunkt eines Hohlspiegels.

Jeder längs einer Achse sich fortpflanzende Strahl (Achsenstrahl) trifft senkrecht auf den Spiegel und wird daher in sich selbst zurückgeworfen. Läßt man ein Bündel paralleler Sonnenstrahlen (Fig. 308) auf einen Hohlspiegel von kleiner Öffnung unter geringer Neigung zur Hauptachse fallen, so werden die Strahlen in Form eines Lichtkegels zurückgeworfen, dessen Spitze *F* vor dem Spiegel auf der mit den einfallenden Strahlen parallelen Achse liegt. Dieser Punkt *F*, durch welchen sämtliche auf den Spiegel parallel mit der Achse treffenden Strahlen nach der Reflexion hindurchgehen, heißt der zu dieser Achse gehörige Brennpunkt, der auf der Hauptachse gelegene heißt der Hauptbrennpunkt. Auf einem Papierblättchen, welches man an seine Stelle bringt, erscheint er als weißer Fleck von blendender Helligkeit, bis das Papier unter der kräftigen Wärmewirkung der vereinigten Strahlen Feuer fängt und dadurch zeigt, daß der Name „Brennpunkt“ ein wohlverdienter ist. Wegen dieser Wirkung nennt man den Hohlspiegel auch Brennspiegel. Der Brennpunkt liegt auf der Achse gerade in der Mitte zwischen dem Spiegel und dessen Krümmungsmittelpunkt, oder die Brennweite ist die Hälfte des Kugelhalbmessers. Sämtliche Brennpunkte für die verschieden geneigten Achsen liegen auf einer zur Hauptachse senkrechten Fläche,

welche, wenn die Einfallswinkel sehr klein sind, als eine Ebene angesehen werden kann und Brennebene heißt.

Jeder Strahl, welcher nicht durch den Kugelmittelpunkt (Fig. 308 *C*) geht, trifft schräg auf die Spiegelfläche und wird so zurückgeworfen, daß er mit dem an seinem Einfallspunkt an der Spiegelfläche errichteten Einfallslot beiderseits gleiche Winkel bildet. Das Einfallslot ist aber jedesmal der vom Krümmungsmittelpunkt zum Einfallspunkt gezogene Kugelhalbmesser. Sind die Einfallswinkel sehr klein, so sind die Kugelhalbmesser, d. h. die Einfallslote, in demselben Maße stärker zur Achse geneigt, als die Punkte des Spiegels, zu denen sie gehören, weiter von der Achse absteigen. Deshalb muß auch jeder mit der Achse parallele Strahl in dem Maße stärker gegen die Achse zu aus seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt werden, als er weiter entfernt von der Achse auf den Spiegel trifft. Aus diesem Verhalten erklärt es sich, warum sämtliche auf den Hohlspiegel parallel zur Achse treffenden Strahlen nach der Zurückwerfung durch einen und denselben Punkt gehen müssen. Befindet sich im Brennpunkt *F* eine Lichtquelle, so werden ihre auf den



Fig. 309.  
Konjugierte Punkte.

Spiegel treffenden Strahlen, indem sie dieselben Wege in entgegengesetzter Richtung einschlagen, parallel zu der Achse zurückgeworfen. Fällt von einem Lichtpunkte *a* (Fig. 309), der zwischen dem Brennpunkt *F* und dem Kugelmittelpunkt *C* liegt, ein Strahlenbündel auf den Spiegel, so treffen die einzelnen Strahlen jetzt minder schräg auf den Spiegel, als wenn sie aus dem Brennpunkt kämen, und werden daher auch weniger stark von der Achse weggelenkt; sie laufen daher nach der Zurückwerfung nicht mit der Achse parallel, sondern schneiden sie jenseits des Mittelpunktes *C*, und zwar, da ihre Ablenkung um so größer ist, je weiter der getroffene Spiegelpunkt von der Achse absteht, in einem einzigen Punkt *A*, welchen man das Bild des Punktes *a* nennt. Bringt man nach *A* einen Lichtpunkt, so müssen seine Strahlen, indem sie sich auf denselben Bahnen in entgegengesetzter Richtung bewegen, im Punkt *a* zusammentreffen. Die Punkte *a* und *A* gehören also in der Weise zusammen, daß jeder das Bild des andern ist, und heißen deshalb zugeordnete oder konjugierte Punkte. Der Brennpunkt ist zum unendlich fernen Punkte der Achse, der Krümmungsmittelpunkt zu sich selbst konjugiert.

Ist ein Lichtpunkt (Fig. 310 *A*) um weniger als die Brennweite vom Spiegel entfernt, so vermag dieser die zu stark auseinander-

fahrenden Strahlen nicht mehr in einem vor dem Spiegel gelegenen Punkt zu vereinigen, sondern die zurückgeworfenen Strahlen gehen jetzt auseinander, so, als ob sie von einem hinter dem Spiegel gelegenen Punkt  $a$  ausgingen. Da umgekehrt Strahlen, die nach dem hinter dem Spiegel gelegenen Punkte  $a$  hinzielen, im Punkt  $A$  vor dem Spiegel vereinigt werden, so sind auch in diesem Falle die Punkte  $A$  und  $a$  als zugeordnete (konjugierte) zu betrachten.

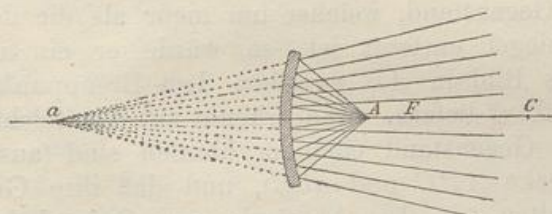


Fig. 310.  
Konjugierte Punkte.

Man kann also ganz allgemein sagen: Alle Strahlen, welche von einem Punkte herkommend oder nach einem Punkte hinzielend (homozentrisch) unter kleinen Einfallswinkeln auf einen Kugelspiegel treffen, gehen auch nach der Zurückwerfung wieder durch einen einzigen Punkt (entweder wirklich oder rückwärts verlängert), welcher auf der zu jenem ersten Punkt gehörigen Achse liegt; sie bleiben also auch nach der Zurückwerfung homozentrisch.

Um zu einem Lichtpunkt  $B$  (Fig. 311) den konjugierten Bildpunkt  $b$  durch Konstruktion zu finden, braucht man daher nur zwei

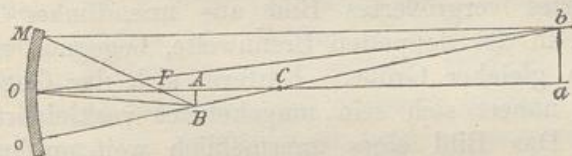


Fig. 311.  
Konjugierte Punkte und Ebenen.

reflektierte Strahlen zu zeichnen, die man so wählen kann, daß die Zeichnung möglichst bequem wird; denn, wo diese beiden Strahlen sich schneiden, müssen auch alle übrigen zusammentreffen. Man wählt z. B. wie in Fig. 311 den Achsenstrahl  $BC$ , der in sich selbst zurückkehrt, und den durch den Hauptbrennpunkt gehenden Strahl  $BFM$ , der parallel zur Hauptachse nach  $Mb$  zurückgeworfen wird. Legt man durch die Punkte  $B$  und  $b$  Ebenen senkrecht zur Hauptachse, welche diese in  $A$  und  $a$  treffen, so sind auch  $A$  und  $a$  konjugierte Punkte, weil wegen der Kleinheit des Winkels  $ABC$  die Strecke  $AO$  von  $Bo$  und  $aO$  von  $bo$  nicht merklich verschieden ist. Diese Ebenen heißen ebenfalls konjugiert.

Da jedem Punkt eines leuchtenden oder beleuchteten Gegenstandes, der sich vor einem Hohlspiegel befindet, ein auf der

zugehörigen Achse in der konjugierten Ebene gelegener Bildpunkt entspricht, so entsteht aus der Gruppierung sämtlicher Bildpunkte ein Bild des Gegenstandes. Befindet sich z. B. ein Gegenstand  $AB$  (Fig. 312) zwischen dem Brennpunkt  $F$  und dem Krümmungsmittelpunkt  $C$ , so liegt das Bild des Punktes  $B$  auf der Achse  $BC$  in  $b$ , dasjenige des Punktes  $A$  auf der Achse  $AC$  in  $a$ , usf. Es entsteht daher jenseits  $C$  ein umgekehrtes vergrößertes Bild  $ab$ . Wäre  $ab$  ein Gegenstand, welcher um mehr als die doppelte Brennweite vom Spiegel entfernt ist, so würde er ein umgekehrtes verkleinertes Bild in  $AB$  zwischen dem Brennpunkt  $F$  und dem Kugelmittelpunkt  $C$  liefern. Man erkennt aus der Zeichnung Fig. 311, daß Bild und Gegenstand einander ähnlich sind (aus der Ähnlichkeit der Dreiecke  $ABC$  und  $abC$ ), und daß ihre Größen sich zu einander verhalten wie ihre Abstände vom Spiegel (weil die Dreiecke  $AOB$  und  $aOb$  einander ähnlich sind). Bild und Gegenstand bewegen sich in entgegengesetzter Richtung. Rückt der Gegenstand

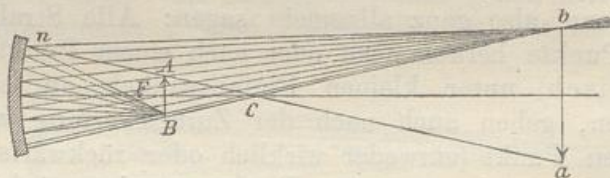


Fig. 312.

Entstehung eines reellen Bildes.

vom Brennpunkt weg gegen den Krümmungsmittelpunkt  $C$ , so kommt sein umgekehrtes vergrößertes Bild aus unendlicher Ferne heran gegen  $C$ ; hier, in der doppelten Brennweite, begegnen sich Bild und Gegenstand in gleicher Größe. Entfernt sich der Gegenstand über  $C$  hinaus, so nähert sich sein umgekehrtes verkleinertes Bild dem Brennpunkt. Das Bild eines unermesslich weit entfernten Gegenstandes, z. B. der Sonne oder eines Gestirns, entsteht im Brennpunkt selbst.

Diese Bilder unterscheiden sich nun sehr wesentlich von den Bildern, welche von ebenen Spiegeln geliefert werden. Sie entstehen nämlich dadurch, daß die von einem jeden Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen in einem Punkt vor dem Spiegel wirklich vereinigt oder gesammelt werden; ein solches Bild kann daher auf einem Schirm aufgefangen werden und erscheint auf ihm nach allen Seiten hin sichtbar. Bilder dieser Art nennt man deswegen wirkliche (reelle) oder Sammelbilder. Die Bilder der ebenen Spiegel dagegen entstehen durch Strahlen, welche nach der Zurückwerfung so auseinandergehen, daß sie von hinter der Spiegelfläche liegenden Punkten auszugehen scheinen, und werden nur gesehen, wenn diese Strahlen ins Auge dringen; sie heißen daher scheinbare (virtuelle) oder Zerstreuungsbilder. Auch die reellen Bilder der Sammelspiegel (so nennt man häufig die Hohlspiegel) können

ohne Auffangschirm unmittelbar wahrgenommen werden, wenn man das Auge in den Weg der Strahlen bringt, welche nach der Vereinigung von den Punkten des Bildes aus wieder auseinandergehen (Fig. 312 bei *b*). Das Bild scheint alsdann vor dem Spiegel in der Luft zu schweben.

Sammelbilder liefert ein Hohlspiegel nur von Gegenständen, welche um mehr als die Brennweite von ihm abstehen. Von einem dem Spiegel näheren Gegenstand (Fig. 312 *AB*)

kann er, weil die von jedem Punkt kommenden Lichtstrahlen nach der

Zurückwerfung auseinandergehen, nur noch ein virtuelles Bild (*ab*) entwerfen, welches einem in den Spiegel blickenden Auge aufrecht hinter

der Spiegelfläche und größer als der Gegenstand erscheint. Die Figur zeigt den Gang der Lichtstrahlen im gegenwärtigen Fall. Wegen dieser vergrößernden Wirkung werden die Hohlspiegel auch Vergrößerungsspiegel genannt und zu Zwecken der Toilette (als Rasierspiegel) verwendet.

Jede auf der äußern gewölbten Seite polierte Kugelfläche bildet einen Konvexspiegel oder Zerstreuungsspiegel. Da ein Konvexspiegel die von einem Punkt (Fig. 314 *B*) ausgehenden Strahlen stets so zurückwirft, daß sie von einem hinter dem Spiegel liegenden Punkt *b* noch stärker als vorher divergieren, so kann er von einem Gegenstand *AB* nur ein virtuelles Bild *ab* liefern, welches hinter dem Spiegel in aufrechter Stellung gesehen wird. Da das Bild stets kleiner ist als der Gegenstand, so nennt man die Konvexspiegel auch Verkleinerungsspiegel und verwendet sie ihrer niedlichen Bilder wegen als Taschentoilettespiegel. Strahlen, welche auf einen solchen Spiegel parallel mit einer Achse treffen, gehen von ihm so zurück, als kämen sie von einem Punkte *F*, der auf der Achse um den halben Kugelradius hinter dem Spiegel liegt; dieser Punkt heißt der virtuelle Brennpunkt oder Zerstreuungspunkt, und spielt bei der Konstruktion der Bilder dieselbe Rolle wie der reelle Brennpunkt des Hohlspiegels (Fig. 314).

Die Lage der konjugierten Punkte läßt sich auch leicht durch Rechnung finden. Ein beliebiger von *A* (Fig. 315) ausgehender Strahl *AM*, der mit der zugehörigen Achse den Winkel  $\alpha$  macht, wird im Punkte *M* so reflektiert,

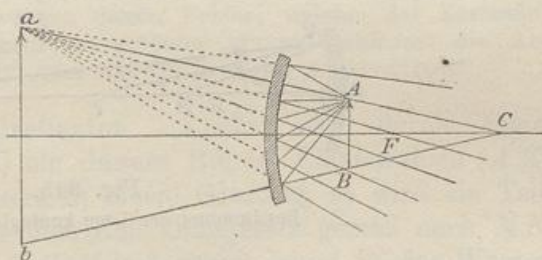


Fig. 313.  
Entstehung eines virtuellen Bildes.

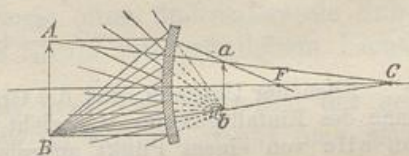


Fig. 314.  
Entstehung des virtuellen Bildes bei einem Konvexspiegel.

daß Einfallswinkel und Reflexionswinkel einander gleich (beide =  $\delta$ ) sind, und der zurückgeworfene Strahl schneidet die Achse im Punkte  $B$  unter dem Winkel  $\beta$ . Wird noch der Winkel, welchen das von  $C$  nach  $M$  gezogene Einfallslot mit der Achse bildet, durch  $\gamma$  bezeichnet, so ist ersichtlich  $\beta = \gamma + \delta$  und  $\alpha = \gamma - \delta$ . Diese beiden Gleichungen zueinander addiert geben  $\alpha + \beta = 2\gamma$ . Sind alle genannten Winkel sehr klein, so ist die von  $M$  auf die Achse gefällte Senkrechte  $Md = k$  von dem Bogen  $MO$  nicht merklich verschieden. Bezeichnet man nun den Radius des Spiegels mit  $r$ , die Entfernung des Lichtpunktes  $OA$  (welche wegen der Kleinheit der Winkel nahezu =  $dA$  und =  $MA$  ist) mit  $a$ ,

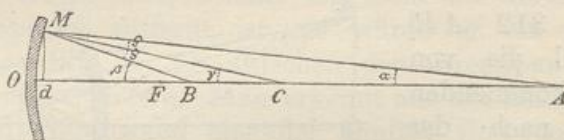


Fig. 315.

Bestimmung der Lage konjugierter Punkte.

die Entfernung des Bildpunktes  $OB$  (nahezu =  $dB$  und  $MB$ ) mit  $b$ , so kann man, indem man  $Md = k$  als kleinen Bogen betrachtet, der nach der Reihe zu den Radien  $a$ ,  $b$ ,  $r$  gehört, die Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  so ausdrücken:

$$\alpha = \frac{k}{a}, \quad \beta = \frac{k}{b}, \quad \gamma = \frac{k}{r}.$$

Die obige Gleichung  $\alpha + \beta = 2\gamma$  wird alsdann, wenn man diese Werte in sie einsetzt, zunächst

$$\frac{k}{a} + \frac{k}{b} = \frac{2k}{r},$$

oder, weil der gemeinschaftliche Faktor  $k$  sich weghebt:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r}.$$

Ist der Strahl  $AM$  parallel zur Achse, d. i. liegt  $A$  in unendlicher Ferne ( $a = \infty$ ), so wird  $1/a = 0$ ,  $1/b = 2/r$ , oder  $b = \frac{1}{2}r$ , d. h. der Vereinigungspunkt der mit der Achse parallel einfallenden Strahlen ist vom Spiegel um dessen halben Radius entfernt, oder die Brennweite  $f$  ist gleich dem halben Radius. Setzen wir daher in vorstehender Gleichung  $\frac{1}{2}r = f$ , so wird sie

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Eben der Umstand, daß die Größe  $k$ , welche sich allein auf die jedesmalige Lage des Einfallspunktes  $M$  bezieht, aus der Gleichung herausfällt, drückt aus, daß alle von einem Punkt ausgehenden Strahlen, wo sie auch den Spiegel treffen mögen, in einem und demselben Punkt wieder zusammentreffen.

Man erkennt ferner, daß die Gleichung durch Vertauschung von  $a$  (Gegenstandsweite) und  $b$  (Bildweite) nicht geändert wird, oder daß Lichtpunkt und Bildpunkt miteinander vertauscht werden können.

Die Gleichung, welche zunächst für Hohlspiegel abgeleitet wurde, gilt übrigens auch für Konvexspiegel, wenn man die virtuelle Brennweite als negativ auffaßt, d. h.  $-f$  statt  $f$  setzt.

Alles von den sphärischen Spiegeln bisher Gesagte gilt jedoch nur, wenn ihre Öffnung klein ist und die einfallenden Strahlen mit der Achse nur kleine Winkel bilden. Bei Hohlspiegeln von größerer Öffnung werden z. B. die parallel zur Achse nahe dem Rande auffallenden Strahlen nach einem Punkte der Achse gelenkt, welcher dem Spiegel näher liegt als der für die zunächst der Mitte auffallenden Strahlen gültige Brennpunkt. Die an den verschiedenen

Punkten der Spiegelfläche zurückgeworfenen Strahlen schneiden sich daher nicht mehr in einem einzigen, sondern in unendlich vielen verschiedenen Punkten, deren stetige Aufeinanderfolge eine Brennfläche (kaustische Fläche) oder in einer durch die Achse gelegt gedachten Ebene eine Brennnlinie (Kauistik) bildet. Man nimmt sie wahr im Innern von Serviettenringen, Tassen und anderen hohlen spiegelnden Flächen in Form von zwei hellen Bogen, die sich beiderseits vom Brennpunkt aus nach der Spiegelfläche hin erstrecken. Um die Randstrahlen eines Bündels von parallelen Strahlen mit den Zentralstrahlen in einem Punkte zu vereinen, müßte man dem Spiegel statt der sphärischen eine parabolische Gestalt geben. Man nennt deswegen diesen Fehler, welcher das Zustandekommen scharfer Bilder bei Spiegeln von größerer Öffnung verhindert, die „Abweichung wegen der Kugelgestalt“ oder die sphärische Aberration.

**326. Brechung. Totalreflexion.** Lenkt man durch einen kleinen Spiegel *A* (Fig. 316) ein dünnes Bündel Lichtstrahlen (*AM*) auf die Oberfläche des Wassers in einem Glastrog, so wird ein Teil des einfallenden Lichtbündels dem Reflexionsgesetz gemäß nach *MN* zurückgeworfen, ein anderer Teil *MP* dagegen dringt in das Wasser ein, bildet aber nicht die direkte Fortsetzung des einfallenden Bündels, sondern verfolgt eine steilere, jedoch noch immer geradlinige Bahn. Da das eindringende Lichtbündel sonach am Einfallspunkte eine Knickung oder Brechung (Refraktion) erleidet, so bezeichnet man die Erscheinung mit letzterem Ausdruck. Die Abweichung des gebrochenen Strahlenbündels von der Richtung des einfallenden wird geringer, wenn man das letztere durch Drehung des Spiegels *A* immer steiler auf die Wasseroberfläche fallen läßt; bei senkrechtem Einfallen erfolgt gar keine Richtungsänderung mehr, sondern die in das Wasser eingedrungenen Strahlen bilden die geradlinige Fortsetzung der einfallenden. Trifft das eingedrungene Bündel senkrecht auf einen kleinen unter das Wasser gebrachten Spiegel *B*, so kehrt es auf dem gleichen Wege *BMA* zurück. In reiner Luft und in reinem Wasser würden die Strahlenbündel unsichtbar bleiben, sie werden aber wahrnehmbar durch die Erleuchtung von Rauch- oder Staubeilchen, mit welchen man die Luft und die Flüssigkeit absichtlich trübt. Löst man im Wasser eine kleine Menge Eosin (eine fluoreszierende Substanz) auf, so leuchtet der gebrochene Strahl mit grünlichem Licht.

Um den Verlauf des einfallenden (*am* Fig. 317) und des gebrochenen Strahles (*mb*) genau angeben zu können, denkt man sich in dem Einfallspunkt *m* eine Senkrechte *mc* errichtet und auch in das Wasser hinein (nach *md*) fortgesetzt; man nennt sie das Einfallslot. Man bemerkt nun zunächst, daß die Ebene, welche den einfallenden Strahl und das Einfallslot enthält (die Ebene der Zeichnung), stets auch den gebrochenen Strahl in sich aufnimmt. Sie heißt deshalb die Brechungsebene. Die Richtung der Strahlen selbst wird durch den Winkel bestimmt, welchen sie mit dem Einfallslot bilden, nämlich durch den Einfallswinkel *i* und den Brechungswinkel *r*. Jedem Einfallswinkel entspricht ein Brechungswinkel von bestimmter Größe. Indem man die zusammengehörigen Winkel mißt, findet man z. B. zu dem