



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Experimentalphysik

Lommel, Eugen von

Leipzig, 1908

330. Linsen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83789](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83789)

onstruktion des Brechungsgesetzes $A'BD$ und $C'BD$ die zu r und r' gehörigen Winkel i und i' , und $A'BC' = i + i'$. Die Ablenkung $D = i + i' - b$ ändert sich aber nur mit der Winkelsumme $i + i'$ und wird daher ein Minimum, wenn der Winkel $A'BC'$ seinen kleinsten Wert erreicht. Sind die Winkel r und r' ungleich, so ist die Sehne $A'C'$, welche den Winkel $i + i'$ im Kreise 1 spannt, stets größer als die unveränderliche Sehne AC , welche den Winkel $r + r' = b$ im Kreise n spannt, und wird der letzteren nur dann gleich, wenn $r = r'$ und deshalb auch $i = i'$ wird. Die Winkelsumme $i + i'$ und mit ihr die Ablenkung ist demnach am kleinsten bei symmetrischem Durchgang des Strahles. Mittels derselben Konstruktion lassen sich überhaupt alle möglichen Fälle der Brechung im Prisma verfolgen.

Bei einem Prisma mit sehr kleinem brechenden Winkel ist für Strahlen, die unter kleinen Einfallswinkeln auftreten, die Ablenkung immer die nämliche und dem brechenden Winkel proportional. Sind nämlich die Winkel i und i' und dann um so mehr die Winkel r und r' sehr klein, so sind die Kreisbogen, welche diesen Winkeln entsprechen, von dem Sinus nicht merklich verschieden und können statt dieser gesetzt werden. Dadurch erlangt das Brechungsgesetz die einfachere Gestalt $i = nr$ und $i' = nr'$ (Kepler). Dann aber ergibt sich die Ablenkung $D = i + i' - b = n(r + r') - b = nb - b$ oder $D = (n - 1)b$.

330. **Linsen.** Ein durchsichtiges Glasstück, an welches zwei kugelförmig gekrümmte Flächen (oder eine kugelförmige und eine ebene Fläche) angeschliffen sind, nennt man eine Linse. Von der Fläche gesehen, erscheint ein solches Glasstück kreisrund; in der Mitte quer durchgeschnitten, würde es eine der in Fig. 328 dargestellten Formen zeigen. Konvex (erhaben oder gewölbt) heißen

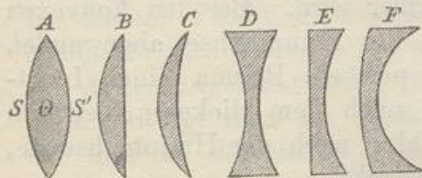


Fig. 328.
Linsenformen.

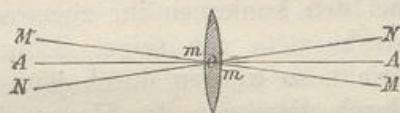


Fig. 329.
Achsen einer Linse.

solche Linsen, deren Dicke von der Mitte nach dem Rand hin abnimmt; unter ihnen hat die doppelt gewölbte oder bikonvexe Linse (A, Fig. 328) in der Tat die Gestalt des Samens, von welchem diese Gläser ihren Namen erhielten; die plankonvexe Linse (B) ist auf der einen Seite gewölbt, auf der anderen Seite eben, die konkavkonvexe (C), welche auch Meniskus („Möndchen“) genannt wird, ist einerseits gewölbt, andererseits, jedoch weniger stark, hohl geschliffen. Die konkaven oder Hohlinsen sind in der Mitte dünner als am Rand und umfassen ebenfalls drei Formen: die doppelthohle oder bikonkave (D), die plankonkave (E) und die konvexkonkave (F) Linse.

Wir beschränken unsere Betrachtung zunächst auf Linsen, deren Dicke so gering ist, daß man die Scheitel S und S' als mit einem

Punkt O im Innern der Linse, welcher ihr optischer Mittelpunkt heißt, zusammenfallend ansehen kann, und nehmen ferner an, daß alle vorkommenden Einfallswinkel und Brechungswinkel sehr klein seien. Jede gerade Linie MM , NN (Fig. 329), welche durch die Mitte O einer Linse geht, heißt eine Achse der Linse und unter ihnen diejenige (AA), welche zu den beiden Flächen der Linse senkrecht steht und daher durch die Krümmungsmittelpunkte der beiden Kugelflächen geht, die Hauptachse. Ein Lichtstrahl, welcher durch die Mitte O geht, erleidet keine Ablenkung, weil er den beiden Linsenflächen an Stellen begegnet, wo sie miteinander parallel sind; er durchläuft die Linse längs einer Achse und wird deswegen Achsenstrahl genannt. Jeder andere Strahl schlägt jenseits eine andere Richtung ein als diesseits, er wird durch die Linse abgelenkt, und zwar in demselben Maße stärker, als die Stelle, wo er die Linse durchdringt, weiter von der Mitte der Linse entfernt ist. Ihm gegenüber verhält sich die Linse nämlich wie ein Prisma mit kleinem brechenden

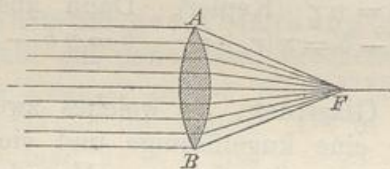


Fig. 330.

Parallele Strahlen gehen nach dem Brennpunkt.

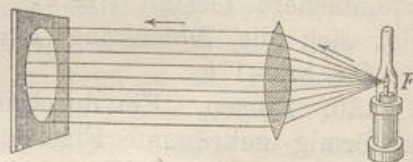


Fig. 331.

Vom Brennpunkt kommende Strahlen werden parallel.

Winkel, dessen Winkel und daher auch seine ablenkende Wirkung nach dem Rande der Linse immer größer wird. Bei den konvexen Linsen ist der Winkel des Keils von der Hauptachse abgewendet, bei den konkaven ihr zugewendet; da nun ein Prisma einen Lichtstrahl stets von seiner Schneide weg nach dem dickeren Teil hin bricht, so werden durch jene die Strahlen nach der Hauptachse zu, durch diese von der Hauptachse weggelenkt.

Läßt man auf eine konvexe Linse (AB , Fig. 330) ein Bündel paralleler Sonnenstrahlen fallen, so werden sie so gebrochen, daß sie alle durch einen und denselben jenseits auf der Achse gelegenen Punkt F hindurchgehen, weil jeder Strahl, je weiter von der Mitte er auf die Linse trifft, um so stärker zur Achse gelenkt wird. Hält man ein Blatt Papier an diesen Punkt, so erscheint er auf ihm als blendend heller Fleck, in welchem nicht nur die erleuchtende, sondern auch die erwärmende Wirkung der auf der Linse aufgefangenen Sonnenstrahlen gesammelt ist; das Papier wird daher bald an dieser Stelle so heiß, daß es sich entzündet und verbrennt. Aus diesem Grunde nennt man den Punkt F den Brennpunkt (focus) der Linse und die Linse selbst ein Brennglas. Fällt das parallele Strahlenbündel von der anderen Seite her auf die Linse, so erfahren seine Strahlen genau dieselben Ablenkungen und vereinigen sich diesseits in demselben Abstand von der Linse; eine Linse

besitzt daher auf jeder Achse zwei Brennpunkte, welche diesseits und jenseits um die gleiche Strecke, die man Brennweite nennt, von ihr abstehen. Lichtstrahlen, die von einem Brennpunkt ausgehen, laufen jenseits mit der zugehörigen Achse parallel (Fig. 331).

Kennt man die Brennweite einer Linse, so ist dadurch auch die Ablenkung bekannt, welche jeder vom Brennpunkt auf eine Stelle der Linse fallende Strahl daselbst erleidet; an derselben Stelle erfährt aber jeder andere Strahl, aus welcher Richtung er auch kommen mag, die nämliche Ablenkung (vorausgesetzt, daß seine Richtung nicht zu sehr von derjenigen der Hauptachse abweicht). Befindet sich z. B. ein leuchtender Punkt R (Fig. 332) um mehr als die Brennweite von der Linse entfernt, so erleidet der nach dem Rande der Linse gehende Strahl RA die nämliche Ablenkung, welche der vom Brennpunkt F auf dieselbe Stelle A treffende Strahl FA erleiden würde; seine durch den Winkel RAS ausgedrückte Richtungsänderung ist daher gleich dem Winkel FAN , und er begegnet jenseits

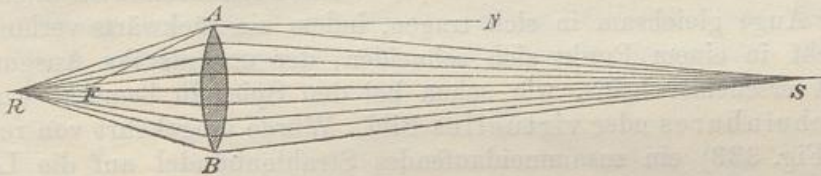


Fig. 332.
Konjugierte Punkte.

dem ohne Ablenkung durchgehenden Achsenstrahl RS in dem Punkt S . In diesem Punkt S müssen sich alle von R aus auf die Linse treffenden Strahlen vereinigen, weil jeder in demselben Maße stärker der Achse zugelenkt wird, je weiter von der Mitte er auf die Linse trifft. Bringt man ein Blatt Papier an diesen Punkt, so sieht man auf ihm an der Stelle S einen hellen Punkt als Bild des Lichtpunktes R . Ein solches Bild, welches durch das Zusammenlaufen der Lichtstrahlen entsteht und auf einem Schirm aufgefangen werden kann, nennt man bekanntlich ein wirkliches oder reelles Bild. Versetzen wir den Lichtpunkt nach S , so müssen seine Strahlen, weil sie an denselben Stellen der Linse genau ebenso stark abgelenkt werden wie vorhin, in dem Punkt R zusammenlaufen, wo vorher der Lichtpunkt war. Die Punkte R und S gehören daher in der Weise zusammen, daß der eine als Bild erscheint, wenn der andere Lichtquelle ist; man bezeichnet sie daher als zugeordnet oder „zueinander konjugiert“. Wenn der eine um mehr als die doppelte Brennweite von der Linse absteht, so ist der andere jenseits um weniger als die doppelte, aber um mehr als die einfache Brennweite von ihr entfernt, und wenn ein Lichtpunkt genau um die doppelte Brennweite von der Linse absteht, so befindet sich auch sein Bild jenseits in der doppelten Brennweite. Die Brennpunkte sind zu den unendlich fernen Punkten der Achse konjugiert.

Befindet sich der Lichtpunkt T (Fig. 333) zwischen dem Brennpunkt F und der Linse AB , so reicht ihr Ablenkungsvermögen nicht mehr hin, die stark auseinanderlaufenden Strahlen (TA, TB), zusammenlaufend oder auch nur gleichlaufend zu machen; sie vermag nur ihr Auseinanderlaufen zu vermindern. Eine Vereinigung der gebrochenen Strahlen jenseits der Linse findet nicht statt; sie gehen vielmehr derart auseinander, daß sie von einem Punkt V der Achse herzukommen scheinen, welcher auf derselben Seite der Linse liegt wie

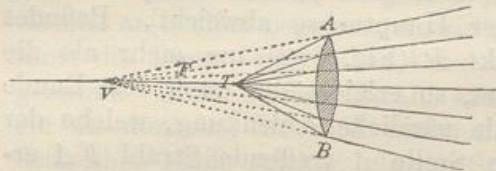


Fig. 333.

Konjugierte Punkte.

der Lichtpunkt, aber weiter als dieser von ihr absteht. Ein von jenseits durch die Linse blickendes Auge sieht also statt des Lichtpunktes T einen weiter entfernten Lichtpunkt V als Bild desselben. Ein solches Bild, welches auseinanderfahrende Strahlen für

unser Auge gleichsam in sich tragen, indem sie rückwärts verlängert gedacht in einem Punkt sich schneiden, der uns als ihr Ausgangspunkt erscheint, heißt, wie schon bei den Spiegeln bemerkt wurde, ein scheinbares oder virtuelles Bild. Würde umgekehrt von rechts her (Fig. 333) ein zusammenlaufendes Strahlenbündel auf die Linse fallen, welches nach dem Punkte V hinzielt, so bewirkt die Linse, daß die Strahlen noch stärker zusammengehen und in dem Punkte T sich vereinigen; zu dem Punkte V , welchen man als „virtuellen“ Lichtpunkt auffassen kann, gehört sonach der Punkt T als reelles Bild. Die beiden Punkte T und V sind also auch in diesem Fall derart einander zugeordnet (konjugiert), daß der eine das Bild des anderen ist. Die Lage konjugierter Punkte läßt sich in einer Zeichnung, wie in Fig. 332 und 333, sehr leicht ermitteln, wenn man den Winkel FAN (Fig. 332), welcher die Ablenkung darstellt, die der vom Brennpunkt kommende und somit auch jeder andere Strahl am Rand A der Linse erfährt, aus einem Kartenblatt ausschneidet, ihn mit seiner Spitze auf den Punkt A legt und um diesen Punkt dreht; die Schenkel des Winkels schneiden dann jede Achse in zwei zusammengehörigen Punkten, deren einer das Bild des anderen ist. Hierdurch wird auch anschaulich, daß Lichtpunkt und Bildpunkt auf der zugehörigen Achse sich stets im gleichen Sinne verschieben.

Von den Linsen gilt hiernach ähnlich, wie von den Spiegeln, daß durch einen Punkt gehende (homozentrische) Strahlen auch nach der Brechung durch einen Punkt gehen (homozentrisch bleiben), und daß daher zur Auffindung des Bildpunktes zwei bequem zu zeichnende Strahlen ausreichen, z. B. nebst dem Achsenstrahl noch der zur Achse parallele Strahl, der nach der Brechung jenseits durch den Brennpunkt geht.

Indem eine Linse von jedem Punkt (a) eines Gegenstandes, welcher in der zur Hauptachse senkrechten Ebene ab (Fig. 334) liegt,

in der konjugierten Ebene (vgl. 326) AB einen Bildpunkt A erzeugt da, wo die zu a gehörige Achse aOA diese Ebene trifft, entwirft sie von dem Gegenstand ab ein Bild AB , welches jenem ähnlich ist, und dessen Durchmesser zu demjenigen des Gegenstandes sich verhält wie die entsprechenden Entfernungen von der Linse. Ist der Gegenstand um mehr als die Brennweite von einer konvexen Linse entfernt, so entsteht das Bild jenseits der Linse durch wirkliche Vereinigung der von jedem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Lichtstrahlen; es kann daher auf einem Schirm aufgefangen werden und hat die umgekehrte Lage wie der Gegenstand. Wenn der Gegenstand (ab , Fig. 334) diesseits um weniger als die doppelte Brennweite von der Linse absteht, so erscheint sein Bild jenseits umgekehrt und vergrößert außerhalb der doppelten Brennweite; bringt man z. B. an die Stelle ab ein gut beleuchtetes durchscheinendes kleines Glasgemälde (oder eine Photographie) in umgekehrter Lage, so bildet es sich auf einem bei AB aufgestellten Schirm in aufrechter Stellung vergrößert ab (Zauberlaterne, Skioptikon). Derselbe Fall findet Anwendung bei dem Sonnenmikroskop, wo eine kleine Konvexlinse von kurzer Brennweite von einem kleinen, gewöhnlich zwischen

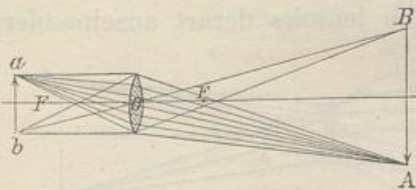


Fig. 334.
Entstehung eines reellen Bildes.

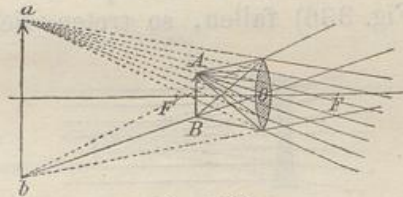


Fig. 335.
Entstehung eines virtuellen Bildes.

zwei Glasplatten gefaßten Gegenstand, der etwas außerhalb der Brennweite der Linse aufgestellt und durch Sonnenlicht, das durch eine große Linse auf ihm konzentriert wird, stark beleuchtet ist, auf einem Schirm ein riesiges Bild entwirft.

Befindet sich der Gegenstand bei AB um mehr als die doppelte Brennweite von der Linse entfernt, so entwirft diese jenseits ein umgekehrtes verkleinertes Bild (ab). Um diese zierlichen Bilder ungestört von fremdem Licht zu entwerfen, dient ein innen geschwärzter Kasten, die Dunkelkammer oder Camera obscura, in welchen vorn die Linse O , hinten bei ab ein Schieber von mattem Glas eingesetzt ist.

Wenn ein Gegenstand (AB , Fig. 335) um weniger als die Brennweite von der Linse entfernt ist, so werden die von einem seiner Punkte (A) ausgehenden Strahlen nicht mehr in einem jenseitigen Punkt gesammelt, sondern sie treten so aus der Linse, als ob sie von einem diesseitigen Punkt a herkämen, der weiter von der Linse absteht als der Punkt A . Ein von jenseits durch die Linse blickendes Auge sieht daher statt des kleinen Gegenstandes AB dessen ver-

größtens virtuelles Bild ab , welches in Beziehung auf den Gegenstand aufrecht steht. Wegen dieser allbekannten Wirkung heißen die konvexen Linsen auch Vergrößerungsgläser. Eine Linse, welche besonders zu dem Zweck bestimmt ist, kleine nahe Gegenstände vergrößert zu zeigen, wird Lupe genannt. Man hält die Lupe dicht vors Auge in einer solchen Entfernung vom Gegenstand, daß dieser sehr nahe am Brennpunkt, aber noch innerhalb der Brennweite und sein Bild in der bequemen Sehweite liegt. Die erreichte Vergrößerung ist alsdann sehr nahe gleich dem Verhältnis der Sehweite zur Brennweite.

Je kleiner daher die Brennweite der Linse ist, um so stärker nennen wir die Linse. Man nimmt als Maß der Stärke einer Linse den umgekehrten Wert der Brennweite und nimmt als Einheit dieses Maßes die Stärke einer Linse, deren Brennweite ein Meter ist. Diese Einheit nennt man Dioptrie. Eine Linse von 20 cm Brennweite hat also eine Stärke von 5 Dioptrien.

Die Hohlinsen wirken gerade entgegengesetzt wie die gewölbten; sie lenken die Strahlen von der Achse weg und zwar um so mehr, je weiter von der Mitte der Linse der Strahl auffällt. Läßt man ein Bündel paralleler Sonnenstrahlen auf eine solche Linse (Fig. 336) fallen, so treten die Strahlen jenseits derart auseinander,

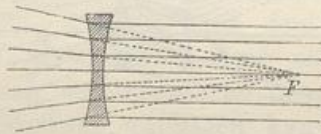


Fig. 336.

Virtueller Brennpunkt einer konkaven Linse.

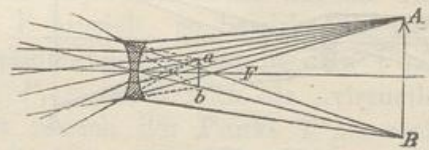


Fig. 337.

Virtuelles Bild durch eine konkave Linse.

daß sie von einem diesseits auf der zugehörigen Achse gelegenen Punkt F auszugehen scheinen, welchen man als scheinbaren oder virtuellen Brennpunkt (Zerstreuungspunkt) bezeichnen kann. Jede Hohllinse besitzt auf jeder Achse zwei solche Brennpunkte, welche diesseits und jenseits gleichweit von ihr entfernt sind und für sie dieselbe Bedeutung haben wie die „reellen“ Brennpunkte für eine konvexe Linse. Die Brennweite ist nämlich auch hier maßgebend für die Ablenkung, welche die Lichtstrahlen an jedem Punkte der Hohllinse von der Achse weg erleiden.

Strahlen, welche von einem Punkt A (Fig. 337) eines Gegenstandes auf eine Hohllinse treffen, werden durch diese so gebrochen, als kämen sie von dem auf derselben Seite der Linse näher gelegenen Punkt a . Ein von der anderen Seite her durch die Linse blickendes Auge empfängt daher die von dem Gegenstand AB ausgehenden Strahlen so, als kämen sie von dem verkleinerten, aufrechten virtuellen Bild ab . Wegen dieser verkleinernden Wirkung nennt man die Hohlinsen auch wohl Verkleinerungsgläser. Hohlinsen können von Gegenständen niemals andere als virtuelle Bilder liefern,

weil sie die von jedem Punkt ausgehenden Strahlen noch stärker auseinanderlenken oder „zerstreuen“; man nennt sie aus diesem Grund auch Zerstreuungslinsen. Nur die gewölbten (konvexen) Linsen vermögen die von einem Punkt ausfahrenden Strahlen, falls dieser Punkt um mehr als die Brennweite von der Linse entfernt ist, jenseits in einem Punkt zu vereinigen oder zu „sammeln“ und werden deshalb auch Sammellinsen genannt. Aus denselben Gründen kann man die virtuellen Bilder Zerstreuungs-, die reellen Sammelbilder nennen.

Der Winkel, welchen die Vorderfläche einer Linse (Fig. 338) im Punkte K , der um $KP = k$ von der Achse entfernt ist, mit der gegenüberliegenden Stelle K' der hinteren Linsenfläche bildet, oder der zum Punkte K gehörige brechende Winkel ist gleich dem Winkel CKL , welchen die nach K von den Krümmungsmittelpunkten C und C' aus gezogenen Radien $CK = r$ und $C'K' = r'$ miteinander bilden. Der Winkel CKL ist aber, als Außenwinkel am Dreieck CKC' , gleich $\gamma + \gamma'$. Wenn diese (sowie alle übrigen vorkommenden) Winkel sehr klein und die Dicke der Linse im Vergleich mit ihren Krümmungsradien sehr unbedeutend ist, so kann man (wie oben 325) diese Winkel folgendermaßen



Fig. 338.

Berechnung der Brennweite.

ausdrücken: $\gamma = k/r$ und $\gamma' = k/r'$. Der im Punkte K wirksame brechende Winkel ist daher $k(1/r + 1/r')$. Nun ist die Ablenkung, welche ein scharfkantiges Prisma hervorbringt, gleich dem $(n-1)$ fachen seines brechenden Winkels (329). Jeder im Punkte K auf die Linse treffende Strahl erleidet daher die der Entfernung k von der Achse proportionale Ablenkung

$$k(n-1) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right).$$

Der mit der Hauptachse parallele Strahl SK z. B. erfährt, indem er nach dem Brennpunkt F gelenkt wird, die Ablenkung $\varphi = k/FK$ oder $\varphi = k/FM'$ oder $\varphi = k/f$, da man wegen der Kleinheit der Winkel und der geringen Dicke der Linse die Brennweite $FM' = f$ statt FK setzen kann. Man hat daher

$$\frac{k}{f} = k(n-1) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right)$$

und erhält zur Berechnung der Brennweite die Gleichung

$$1) \quad \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right),$$

welche sich nicht ändert, wenn r mit r' vertauscht wird, und dadurch zeigt, daß die Brennweite zu beiden Seiten der Linse die gleiche ist.

Die Formel zeigt ferner, daß die Brennweite nicht bloß von der Gestalt, sondern auch von dem Brechungsverhältnis der Linsensubstanz abhängt. Für eine gleichseitige bikonvexe Linse ($r' = r$) aus gewöhnlichem Glas ($n = 1,5$) z. B. findet man daraus $f = r$, für eine plankonvexe Linse ($r' = \infty$) dagegen $f = 2r$.

Ein von dem Punkte R (Fig. 339) der Achse ausgehender und nach dem konjugierten Punkte S gehender Strahl erleidet im Punkte A der Linse die Ablenkung $\gamma = \alpha + \beta$, welche gleich ist der Ablenkung φ , welche der zur Achse parallele Strahl NA , der jenseits durch den Brennpunkt F geht, in demselben Punkte A erleidet. Es ergibt sich sonach $\alpha + \beta = \varphi$. Bezeichnet man nun die Entfernung des Punktes R von der Linse mit a , diejenige des Punktes S mit b , die Brennweite mit f , endlich wie vorhin den Abstand des Punktes A

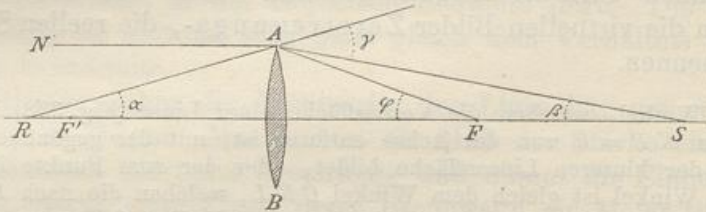


Fig. 339.

Bestimmung der Lage konjugierter Punkte.

von der Achse mit k , so ist $\alpha = k/a$, $\beta = k/b$, $\varphi = k/f$, folglich $k/a + k/b = k/f$, und man erhält als Beziehung zwischen den konjugierten Punkten die Gleichung:

$$2) \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

welche genau dieselbe ist, wie die früher (325) für die sphärischen Spiegel gefundene, und damit die Analogie ausspricht, welche zwischen diesen und den Linsen besteht.

Die Gleichungen 1) und 2) gelten nicht nur für konvexe Linsen, sondern für jede Linsenform, wenn man darin den Krümmungsradius für eine ebene Fläche unendlich groß (∞), für eine konkave Fläche negativ, für eine konvexe Fläche positiv nimmt. Je nachdem sich aus der Formel 1) der Wert von f positiv oder negativ ergibt, besitzt die Linse reelle oder virtuelle Brennpunkte.

331. Brechung durch eine Kugelfläche. Der Satz, daß homozentrische (durch einen einzigen Punkt gehende) Strahlen auch nach der Brechung homozentrisch bleiben, gilt nicht nur für die von je zwei Kugelflächen begrenzten Linsen, sondern schon für jede einzelne schwach gekrümmte Kugelfläche für sich.

Denn sind zwei verschiedene durchsichtige Mittel mit den zugehörigen Brechungskoeffizienten n und n' durch eine Kugelfläche MS (Fig. 340) mit dem

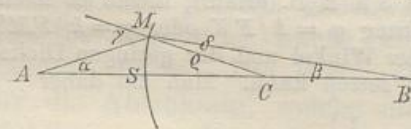


Fig. 340.

Brechung durch eine Kugelfläche.

Mittelpunkt C und Radius $CS = r$ voneinander getrennt, so trifft der vom Lichtpunkt A ausgehende Zentralstrahl AC im „Scheitel“ S senkrecht auf die Kugelfläche und erleidet keine Ablenkung; der unter dem Winkel α zur Achse AC geneigte Strahl AM dagegen wird im Punkt M nach MB gebrochen und schneidet den Zentralstrahl (die Achse) in B unter dem Winkel β ; sein Weg ergibt sich, wenn man zu dem Einfallswinkel γ , den AM mit dem unter dem Winkel ϱ zur Achse geneigten Lote CM macht, den zugehörigen Brechungswinkel δ aus dem Brechungsgesetz $n \sin \gamma = n' \sin \delta$ bestimmt. Sind diese sämtlichen Winkel sehr klein, so genügt das vereinfachte Brechungsgesetz $n\gamma = n'\delta$. Aus der Figur aber ergibt sich $\gamma = \alpha + \varrho$ und $\delta = \varrho - \beta$, folglich $n\alpha + n\varrho = n'\varrho - n'\beta$ oder $n\alpha + n'\beta = (n' - n)\varrho$. Bezeichnet man AS mit a , BS mit b und den kleinen Bogen MS , der als eine zur Achse senkrechte Gerade angesehen werden kann und die Entfernung des Punktes M von der Achse oder dem Scheitel S angibt, mit k , so können (wie oben) jene kleinen