



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Experimentalphysik

Lommel, Eugen von

Leipzig, 1908

332. Linsensysteme

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83789](https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:466:1-83789)

Winkel wie folgt ausgedrückt werden: $\alpha = k/a$, $\beta = k/b$, $\varrho = k/r$, und man erhält $n k/a + n' k/b = (n' - n) k/r$, oder

$$\frac{n}{a} + \frac{n'}{b} = \frac{n' - n}{r}.$$

Der Umstand, daß der Bogen k aus der Gleichung herausfällt, besagt, daß alle durch den Punkt A gehenden Strahlen nach der Brechung durch den Punkt B gehen, unter der Voraussetzung, daß jener Bogen klein genug ist.

Man kann letztere Gleichung auch so schreiben:

$$\frac{n r}{(n' - n) a} + \frac{n' r}{(n' - n) b} = 1,$$

oder, wenn man zur Abkürzung die konstanten Größen

$$\frac{n r}{n' - n} = f \quad \text{und} \quad \frac{n' r}{n' - n} = f'$$

setzt:

$$\frac{f}{a} + \frac{f'}{b} = 1.$$

Für $a = \infty$ folgt hieraus $b = f'$, für $b = \infty$ folgt $a = f$, d. h. der Sammelpunkt für achsenparallele Strahlen, die vom unendlich fernen Achsenpunkte links kommen, liegt rechts im Abstande f' vom Scheitel, und ebenso liegt links im Abstande f der zum unendlich fernen Achsenpunkte rechts konjugierte Punkt. Die Strecken f und f' heißen die erste und die zweite Brennweite. Sie verhalten sich, wie die Brechungsexponenten der Mittel, in denen sie liegen $f/f' = n/n'$.

332. Linsensysteme. Beliebig viele Kugelflächen, deren Mittelpunkte auf einer Geraden, der Achse, liegen, und deren Zwischenräume mit beliebigen brechenden Mitteln ausgefüllt sind, bilden ein Linsensystem; denn jede von zwei aufeinander folgenden Kugelflächen eingeschlossene Abteilung kann als eine Linse (von beliebiger Dicke) angesehen werden. Im gewöhnlichen Fall

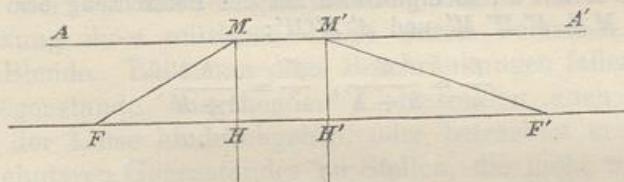


Fig. 341.
Hauptpunkte.

unserer optischen Instrumente (Mikroskop, Fernrohr usw.), welche aus Glaslinsen mit gemeinschaftlicher Hauptachse zusammengesetzt sind, bestehen die brechenden Mittel abwechselnd aus Luft und Glas. Unter der Voraussetzung, daß alle Strahlen nur kleine Winkel mit der Achse bilden, tritt ein im ersten Mittel homozentrisches Strahlenbündel in das letzte Mittel homozentrisch aus, da es ja bei jeder Brechung an den aufeinander folgenden Kugelflächen homozentrisch bleibt. Zu dem im ersten Mittel parallel zur Achse einfallenden Strahl $A M$ (Fig. 341) gehört im letzten Mittel der konjugierte Strahl $M' F'$, und dem aus dem letzten Mittel auf entgegengesetztem Wege kommenden achsenparallelen Strahl $A' M'$ entspricht im ersten Mittel $M F$ als konjugierter Strahl. Da jeder Strahl auch in umgekehrter Richtung notwendig denselben Weg einschlägt, so kann man auch sagen, die beiden Strahlen $A M$ und $M F$, welche im ersten Mittel durch den Punkt M gehen, gehen im letzten Mittel durch den Punkt M' ; M und M' sind also konjugierte Punkte, und die durch sie senkrecht

zur Achse gelegten Ebenen MH und $M'H'$ konjugierte Ebenen. Es gibt demnach in jedem Linsensystem zwei zur Achse senkrechte konjugierte Ebenen derart, daß der zu einem Punkte M der einen in der anderen Ebene konjugierte Punkt M' in einer durch M parallel zur Achse gezogenen Geraden MM' liegt, so daß von einer in der einen Ebene befindlichen Figur in der anderen ein kongruentes gleichliegendes Bild entsteht. Gauß (1840) nannte diese Ebenen Hauptebenen und ihre Schnittpunkte mit der Achse (H und H') Hauptpunkte. Die Entferungen $FH = f$ und $F'H' = f'$ der Brennpunkte F und F' von den zugehörigen Hauptpunkten sind die erste und zweite Brennweite des Linsensystems. Bei einer gleichseitigen Bikonvexlinse mit dem Brechungsindex 1,5 liegen die Hauptpunkte im Innern des Glases etwa um $\frac{1}{3}$ der Linsendicke von den Scheiteln entfernt.

Sind die Haupt- und Brennpunkte eines Linsensystems gegeben, so ist es leicht, zu einem Punkte A (Fig. 342) im ersten Mittel den konjugierten Punkt A' im letzten Mittel zu finden; denn der zur Achse parallele Strahl AMM' geht von M' durch den Punkt F' , der durch den Brennpunkt gehende Strahl AFN läuft von N aus parallel zur Achse und schneidet den Strahl $M'F'$ im gesuchten konjugierten Punkt A' . Bezeichnen wir nun die Entferungen AM und $A'N'$ der Punkte A und A' von den zugehörigen Hauptebenen mit a und a' , ferner

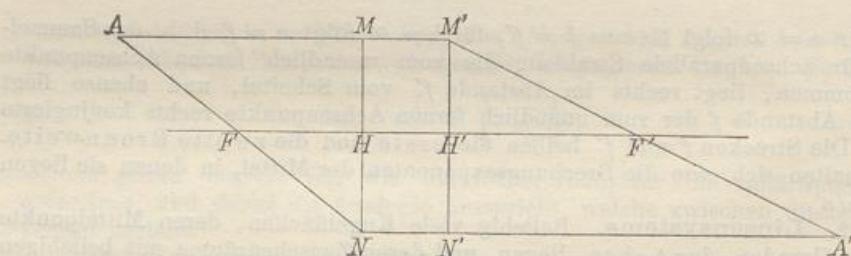


Fig. 342.
Konjugierte Punkte bei einem Linsensystem.

MH mit h , NH mit h' , so ergibt sich aus der Betrachtung der Dreieckpaare FHN und AMN , $F'H'M'$ und $A'N'M'$:

$$\frac{f}{a} = \frac{h'}{h+h'}, \quad \frac{f'}{a'} = \frac{h}{h+h'},$$

folglich:

$$\frac{f}{a} + \frac{f'}{a'} = 1.$$

Sind das erste und das letzte Mittel gleichbeschaffen (z. B. Luft), so ist $f' = f$, und die vorstehende Gleichung wird:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}.$$

Für ein solches Linsensystem (und demnach auch für eine Linse von beliebiger Dicke) gilt also hinsichtlich der konjugierten Punkte dieselbe Gleichung, welche oben für sehr dünne Linsen abgeleitet wurde, wenn man nur die Strecken a , a' und f von den Hauptpunkten oder von den Hauptebenen aus zählt.

In der Fig. 343 sei wie in der vorigen zum Punkte A der konjugierte A' gefunden. Man ziehe MA'' parallel $M'A'$, und im Viereck $AM A''N$ die Diagonale AA'' . Zum Punkte m , wo diese die erste Hauptebene trifft, ist in der zweiten der Punkt m' konjugiert, wenn man mm' parallel zur Achse zieht. Da aber auch A' zu A konjugiert ist, so ist $m'A'$ der austretende Strahl, welcher dem eintretenden Strahl Am entspricht. Da mm' parallel und gleich $A'A''$ (oder MM'), so ist $mm'A'A''$ ein Parallelogramm, folglich $m'A'$ parallel Am . Die

Punkte K und K' , in welchen die konjugierten Strahlen Am und $m'A'$ die Achse schneiden, heißen Knotenpunkte; sie haben die Eigenschaft, daß einem einfallenden Strahl, der durch den ersten Knotenpunkt geht, ein austretender Strahl zugehört, der dem einfallenden parallel ist und durch den zweiten Knotenpunkt geht. Aus der Figur ist ersichtlich, daß $KK' = HH'$ und $HK = H'K'$

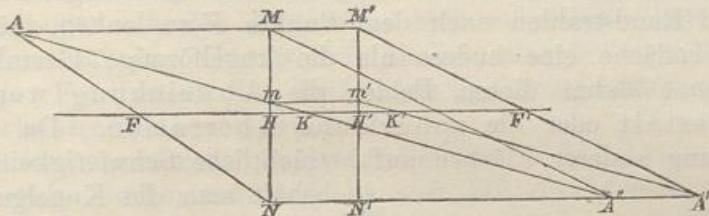


Fig. 343.
Knotenpunkte.

ist. Sind das erste und letzte Mittel von gleicher Beschaffenheit, so fallen die Knotenpunkte mit den Hauptpunkten zusammen. Brennpunkte, Hauptpunkte und Knotenpunkte heißen die Kardinalpunkte des Linsensystems.

333. Die Fehler der Abbildung. Sphärische Abweichung (Aberration). Astigmatismus. Alles bisher Gesagte gilt nur unter der Voraussetzung, daß für alle Strahlen die Winkel, welche sie mit den Einfallsrichtungen an den Oberflächen der Linsen bilden, sehr klein sind. Diese Bedingung ist im allgemeinen nur erfüllt, wenn die Strahlen die Linse nur in der Nähe ihrer Mitte und nur mit sehr geringer Neigung gegen die Achse durchsetzen. Die entwickelten einfachen Gesetze gelten also nur für die Abbildung eines in der Achse gelegenen sehr kleinen Objektes durch Linsen von sehr geringer Krümmung oder bei stärker gekrümmten Linsen unter ausschließlicher Benutzung ihres mittleren Teiles durch Vorsetzen einer entsprechenden Blende. Läßt man diese Beschränkungen fallen, läßt man die vom Gegenstande ausgehenden Lichtstrahlen auch durch die Randpartien der Linse hindurchgehen, oder betrachtet man das Bild eines ausgedehnteren Gegenstandes an Stellen, die nicht mehr in der unmittelbaren Nähe der Achse liegen, so findet man, daß das Bild nicht mehr scharf, sondern verwaschen ist. Unter diesen Umständen besitzt die Linse nicht mehr die für eine vollkommene Abbildung erforderliche Eigenschaft, alle Strahlen, die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehen, wieder in einem Punkte zu vereinigen; das Lichtbündel ist nach dem Durchgang durch die Linse nicht mehr „homozentrisch“. An dem Zustandekommen dieser Erscheinung sind eine Reihe verschiedener Ursachen beteiligt. Wir betrachten von diesen Abbildungsfehlern nur die beiden wichtigsten, die sphärische Abweichung und den Astigmatismus.

Gehen die von einem Lichtpunkt auf der Achse ausgehenden Strahlen nicht bloß durch die Mitte, sondern auch durch den seitlichen Teil der Linse, so werden die am Rande der Linse (VW , Fig. 344) einfallenden Strahlen stärker abgelenkt als die auf die Mitte treffenden, und schneiden daher die Achse in einem Punkte G ,