



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Elemente der Mineralogie

Naumann, Carl Friedrich

Leipzig, 1901

I. Abtheilung. Krystallographie.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84232](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84232)

Allgemeiner Theil.

Erster Abschnitt.

Von den morphologischen Eigenschaften der Mineralien.

§ 7. **Eintheilung.** Die krystallinischen Mineralien zeigen in ihren frei ausgebildeten Varietäten die streng gesetzlichen Gestalten der Krystalle, deren genaue Auffassung von grösster Wichtigkeit ist. In den aggregirten oder zusammengesetzten Varietäten dagegen treten eigenthümliche, durch die Aggregation selbst bedingte Formen auf, welche zum Theil mit denen der amorphen Mineralien übereinstimmen. Demgemäss zerfällt dieser Abschnitt in Krystallographie oder Morphologie der Krystalle, und in Morphologie der krystallinischen Aggregate und der nichtkrystallinischen Mineralien, an welche sich eine kurze Betrachtung der secundären Formen anschliesst, in welchen gewisse Mineralien recht häufig vorkommen.

I. Abtheilung. Krystallographie.

§ 8. **Begrenzungselemente der Krystalle.** Die Krystalle sind die ebenflächigen, mehr oder weniger regelmässig gebildeten Gestalten der vollkommenen unorganisirten Individuen. Flächen sind diejenigen Ebenen, welche den Krystall äusserlich begrenzen, Kanten diejenigen Linien, welche durch das Zusammentreffen zweier Flächen gebildet werden, Ecken diejenigen Punkte, in denen drei oder mehr Kanten oder Flächen zusammenstossen.

Betreffs der Anzahl der Flächen (F), Ecken (E) und Kanten (K) gilt der Satz: $F + E = K + 2$, woraus $K = E + F - 2$, oder $F = K - E + 2$.

An fast allen vollflächig ausgebildeten Krystallen wird beobachtet, dass für jede Fläche auf der entgegengesetzten Seite des Krystalls eine mit ihr parallele Fläche zugegen ist, so dass es hier lauter Flächenpaare sind, welche den Krystall begrenzen. Ist dann von einer Fläche die Rede, so wird im Allgemeinen die ihr parallele Gegenfläche mit einbegriffen.

Eine Krystallfläche erleidet keine Veränderung ihres krystallographischen Charakters, wenn dieselbe parallel mit sich selbst verschoben gedacht wird; es kommt also nicht auf die absolute, sondern nur auf die relative Lage derselben an.

Unter einer Zone versteht man den Inbegriff von mindestens drei Flächen, welche unter einander lauter parallele Kanten an dem Krystall bilden, oder welche einer und derselben Linie im Raum parallel sind; diese in einer Zone liegenden Flächen heissen tautozonal, und die gerade Linie, mit Bezug auf welche solcher Parallelismus stattfindet, wird Zonenlinie oder Zonenaxe genannt. Die Lage einer Zone ist bestimmt durch Angabe zweier Flächen derselben, welche einander nicht parallel sind. Durch Erhöhung oder Verminderung der Temperatur erleidet der Zonenverband keine Störung oder Beeinträchtigung; die Krystallflächen, welche bei irgend einer Temperatur eine Zone bilden, fahren auch bei jeder anderen Temperatur fort, einander in parallelen Kanten zu schneiden.

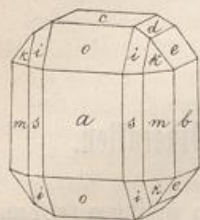


Fig. 1.

An dem Krystall von Olivin in Fig. 1 bilden einerseits die Flächen $asmb$, anderseits die Flächen aoc , ferner $cdeb$ je eine Zone. Die Zonenaxe für die erstere steht vertical (parallel der Kante zwischen a und s), die für die zweite geht horizontal von links nach rechts (parallel der Kante zwischen a und o), die für die dritte horizontal von vorne nach hinten (parallel der Kante zwischen c und b).

Gleiche Ecken eines Krystalls werden durch gleich viele einander beziehungsweise gleiche Flächen und Kanten gebildet, die in der gleichen Ordnung auf einander folgen. Gleiche Kanten heissen diejenigen, in denen sich beziehungsweise gleiche Flächen unter gleichen Winkeln schneiden.

Gleichwerthige Flächen eines Krystalls sind solche, von denen bei einer vollkommenen Ausbildung desselben (auf Grund seiner Symmetrie) niemals die eine ohne die anderen auftreten kann. Sind alle gleichwerthigen Flächen von dem Mittelpunkt des Krystalls gleich weit entfernt, so schneiden sie sich so, dass sie alle die gleiche Form und Grösse besitzen. Da aber wegen der Möglichkeit einer parallelen Verschiebung die gleichwerthigen Flächen nicht denselben Abstand von dem Mittelpunkt des Krystalls zu haben brauchen, so können sie unter einander sehr verschiedene Grösse und Gestalt besitzen, bedingt durch die zufälligen Umstände, welche die Ausbildung des Krystalls begleiteten. Die gegenseitige Richtung indessen, unter welcher sich die gleichwerthigen Flächen einer krystallisirten Substanz schneiden, ist, so lange keine Aenderung der Temperatur eintritt, allemal constant, die Winkel, welche sie mit einander einschliessen, sind stets dieselben. Es ist dies das Gesetz von der Constanz der Kantenwinkel.

Die an einem Krystall vorhandenen unter einander gleichwerthigen Flächen denkt man sich, sofern dies nicht schon der Fall ist, zu einer selbständigen Gestalt vereinigt, welche eine einfache Krystallform genannt wird; eine einfache Krystallform wird also blos von gleichwerthigen Flächen begrenzt, deren Gesamtheit durch die Existenz irgend einer derselben vermöge der Symmetrie bedingt ist. Diese einfachen Krystallformen sind theils geschlossene (z. B. der Würfel, das Oktaëder), deren Flächen den Raum ringsum allseitig abschliessen, theils offene, welche als solche den Raum nach gewissen Richtungen hin offen lassen (z. B. das vierseitige, das sechsseitige Prisma, das die Basis genannte horizontale Flächenpaar). Derlei offene Formen können natürlich isolirt oder selbständig für

sich nicht vorkommen. Die Zahl der Flächen einer einfachen Form beträgt höchstens 48, in der Regel¹⁾ mindestens 2. — Eine Krystallgestalt, welche von den Flächen mehrerer, neben einander ausgebildeter einfacher Formen begrenzt wird, nennt man eine Combination dieser Formen; eine solche weist daher ungleichwerthige Flächen auf. Die Durchschnittslinien zweier Flächen, welche zwei verschiedenen einfachen Formen angehören, heissen Combinationskanten. Offene Formen bedürfen zu ihrer Existenz immer der Combination mit anderen offenen oder geschlossenen Formen.

In Combinationen erleiden gleiche Begrenzungselemente der Krystalle — gleiche Flächen, Kanten und Ecken — auch gleiche Veränderungen (Modificationen) durch die dazutretenden Flächen. Eine von 2 gleichwerthigen Flächen gebildete Kante eines vollflächigen Krystalls kann daher von einer einzeln hinzutretenden Fläche nie anders als gerade abgestumpft werden. Wenn eine solche Kante durch eine Fläche schief abgestumpft wird, so erfordert dies allemal das Dasein noch einer zweiten Fläche, welche dieselbe Kante nach der anderen Seite hin ebenso schief abstumpft, d. h. diese beiden hinzutretenden Flächen schärfen dann zusammen die Kante gleichmässig zu. Kanten zwischen zwei ungleichwerthigen Flächen können aber auch von einer einzelnen Fläche schief abgestumpft werden. Ist an einer vollflächigen Krystallform eine Kante so abgestumpft oder zugeschärft, so müssen auch alle anderen ihr gleichwerthigen Kanten in genau derselben Weise eine Abstumpfung oder Zuschärfung erleiden. Die an den Ecken erfolgenden Modificationen stehen unter demselben Gesetz.

Um nun überhaupt die Krystalle einer mathematischen Untersuchung unterwerfen zu können, bezieht man ihre Gestalt auf krystallographische Axen, d. h. auf Linien, welche durch den Mittelpunkt der Krystalle gezogen gedacht werden und welche in zwei gegenüberliegenden gleichartigen Flächen, Kanten oder Ecken übereinstimmend endigen. Die Axen sind ein Coordinatensystem, welches man den Gestalten im Raum zu Grunde legt, um, in ganz ähnlicher Weise, wie dies in der analytischen Geometrie geschieht, die Lage der Flächen darauf zu beziehen und einen mathematischen Ausdruck für die Bezeichnung derselben zu gewinnen. Alle Theile des Krystalls liegen regelmässig oder symmetrisch um dieses Kreuz von idealen, einander durchschneidenden Linien vertheilt.

Die krystallographischen Axen sind im Allgemeinen die Durchschnittslinien dreier Ebenen (Axenebenen), welche parallel gedacht werden zu drei Krystallflächen, die ihrerseits entweder unmittelbar oder nach ihrer Verlängerung eine Ecke bilden und, wenn sie auch nicht an dem Krystall auftreten, wenigstens daran möglich sein müssen. Auf dieselben Axenrichtungen gelangt man, wenn man die drei, einander nicht parallelen Kanten, welche von den drei ausgewählten Flächen gebildet werden, parallel mit sich in den Krystall versetzt, so dass sie dort durch einen gemeinsamen Durchschnittspunkt gehen. Aus praktischen Gründen wird stets ein solches Axensystem gewählt, welches bestimmte Vortheile für die Berechnung und für die Angabe der gegenseitigen Lage der Flächen zu einander bietet.

§ 9. Krystallsysteme. Symmetrie. Mit Rücksicht auf den durch die verhältnissmässige Länge gegebenen Werth, auf die Anzahl und gegenseitige Lage der krystallographischen Axen lassen sich die Krystalle in sechs verschiedene Abtheilungen oder Systeme bringen, wie folgt²⁾:

¹⁾ In gewissen Fällen kann eine »einfache Krystallform« sogar nur aus einer einzelnen Fläche bestehen, indem eine damit parallele Gegenfläche nicht vorhanden, oder wenn sie auftritt, mit ersterer streng genommen nicht äquivalent ist.

²⁾ V. v. Lang (Lehrb. d. Krystallogr. S. 99) und Sohncke (Ann. d. Phys. u. Chem. Bd. 132)

Die verschiedenen Krystallformen werden bezogen:

- I. Auf gleichwerthige Axen: drei Axen von gleicher Länge schneiden sich unter rechten Winkeln: 1) Reguläres System.
- II. Auf Axen von zweifach verschiedenem Werth:
 - a) zwei gleichwerthige Axen schneiden sich in einer Ebene unter rechtem Winkel, eine dritte von abweichendem Werth steht rechtwinkelig darauf: 2) Tetragonales System.
 - b) drei gleichwerthige Axen schneiden sich in einer Ebene unter 60° , eine vierte von abweichendem Werth steht rechtwinkelig darauf: 3) Hexagonales System.
- III. Auf Axen von dreifach verschiedenem Werth:
 - a) drei Axen, alle von abweichendem Werth, kreuzen sich rechtwinkelig: 4) Rhombisches System.
 - b) zwei ungleichwerthige Axen schneiden sich unter schiefe Winkel, eine dritte von verschiedenem Werth kreuzt beide rechtwinkelig: 5) Monoklines System.
 - c) drei Axen von verschiedenem Werth kreuzen sich schiefwinkelig: 6) Triklines System.

Ein Krystallsystem ist die Vereinigung aller Gruppen krystallisirter Körper, welche auf ein übereinstimmendes krystallographisches Axensystem zu beziehen sind. Das reguläre System begreift nur geschlossene Formen, in den übrigen Krystallsystemen spielen offene Formen eine mehr oder weniger wichtige Rolle.

Durch Erhöhung oder Verminderung der Temperatur wird die Zugehörigkeit eines Krystalls zu einem dieser sechs Systeme nicht verändert, sofern sein Moleculargefüge bei jenen Temperaturänderungen dasselbe bleibt.

Man kann auch den Begriff eines Krystallsystems so definiren, dass man dasselbe als die Gesamtheit aller Krystallformen bezeichnet, welche bei vorhandener Vollflächigkeit denselben Grad von Symmetrie besitzen. Eine gewöhnliche Symmetrie-Ebene (oder ein Hauptschnitt, im Folgenden der Kürze halber als S.-E. bezeichnet) ist diejenige Ebene, nach welcher ein Krystall symmetrisch ist, d. h. die den Complex aller möglichen Flächen des Krystalls in zwei Hälften zerlegt, welche unter sich genau gleich und entgegengesetzt sind, von welchen die eine das Spiegelbild der anderen mit Bezug auf diese S.-E. darstellt. Wenn von einer Seite her eine Fläche unter einem bestimmten Winkel auf die S.-E. stösst, so gehört zu dieser Fläche auf der entgegengesetzten Seite der S.-E. eine zweite Fläche, welche die letztere unter demselben Winkel schneidet. Dabei brauchen die entsprechenden Flächen beiderseits nicht in gleichen Entfernungen von der S.-E. vorhanden zu sein; sie müssen nur Gleichheit der Lage gegen die letztere aufweisen, womit alsdann zusammenhängt, dass zu beiden Seiten derselben die entsprechenden Kanten und Ecken gleiche Winkel besitzen, und die gleichwerthigen Begrenzungselemente übereinstimmend auf einander folgen. Schliesst eine Fläche

haben auf verschiedenem Wege den Beweis erbracht, dass in der That nur sechs Krystallsysteme möglich sind. Vgl. auch *Sohneke*, Entwicklung einer Theorie der Krystallstructur. Leipzig, 1879. In den Fällen der Hemimorphie (§ 44) gewinnen einzelne Axen eine polare Entwicklung.

mit einer S.-E. einen Winkel von 90° ein, so fällt die entsprechende Fläche auf der anderen Seite der S.-E. natürlich in der Richtung mit ihr zusammen. Eine Linie, welche von irgend einem Punkt auf der einen Seite des Krystalls senkrecht zu der durch den Mittelpunkt gelegten S.-E. gezogen und jenseits derselben um ihre eigene Erstreckung verlängert wird, trifft bei normaler Ausbildung stets einen gleichartigen entsprechenden Punkt auf der anderen Seite des Krystalls. Eine S.-E. hat stets die Richtung einer vorhandenen oder möglichen Krystallfläche, weil sie mit jedem einzelnen Flächenpaar in einer Zone liegt. Schon die Beobachtung, dass nur ein Paar von Flächen, Kanten oder Ecken eines Krystalls symmetrisch zu einer Ebene gelegen ist, gestattet den Schluss, dass diese letztere auch für alle anderen Begrenzungselemente des Krystalls — mithin für diesen überhaupt — eine S.-E. ist. — Bei einem vollflächigen Krystall kann die Anzahl der S.-E.n nur 9, 7, 5, 3, 1 oder 0 betragen.

Durch das Auftreten von 3 sich rechtwinkelig kreuzenden S.-E.n wird der Raum in 8 gleiche Theile (Oktanten) getheilt; eine Fläche, die in einem dieser Oktanten alle 3 S.-E.n gleichzeitig schneidet, muss in jedem der übrigen 7 Oktanten übereinstimmend auftreten und diese 8 Flächen bilden dann eine einfache Krystallform (S. 12).

Ebenen der Symmetrie heissen gleiche, wenn es gleiche Hälften sind, in welche durch sie der Krystall getheilt wird. Als Haupt-Symmetrie-Ebene (H.-S.-E.) gilt diejenige, auf welcher mehre der gewöhnlichen S.-E.n von unter einander gleichem Werth senkrecht stehen; das Vorhandensein einer oder mehrer H.-S.-E.n bedingt natürlich einen höheren Grad der Regelmässigkeit in der Ausbildung der betreffenden Krystallgestalt.

Lässt sich ein Krystall durch eine bestimmte, von 360° abweichende Drehung mit sich selbst wieder zur Deckung bringen, indem dadurch jede Fläche und jede Richtung in eine gleichwerthige Fläche und gleichwerthige Richtung übergeführt wird, so liegt Symmetrie nach einer Axe vor und die betreffende, als Drehungsaxe dienende gerade Linie wird Symmetrie-Axe (S.-A.) genannt. Eine solche S.-A. hat stets die Lage einer an dem Krystall möglichen Kante, oder diejenige der Axe einer daran möglichen Zone; sie ist auch allemal die Normale einer möglichen Fläche. Stets ist der Durchschnitt zweier S.-E.n auch eine S.-A. Die Normale auf einer S.-E. ist immer auch eine S.-A., aber es braucht nicht umgekehrt jede auf einer S.-A. senkrecht stehende Ebene auch eine S.-E. zu sein (wie z. B. zwar die Normale auf einer Oktaëderfläche eine S.-A., die Oktaëderfläche selbst aber keine S.-E. ist).

Die Krystalle können nur durch eine Drehung um 180° , durch eine solche um 120° , um 90° oder um 60° mit sich selbst zu einer derartigen Deckung gebracht werden, dass sie in allen ihren Punkten mit Punkten der Anfangslage zusammenfallen. Darnach unterscheidet man je nach dem aliquoten Theil von 360° die S.-A.n beziehungsweise als zweizählige (digonale, 180°), dreizählige (trigonale, 120°), vierzählige (tetragonale, 90°), sechszählige (hexagonale, 60°). Andere S.-A.n kommen in der Krystallwelt nicht vor. Der Anblick des Krystalls wird also bei einer vollkommenen Umdrehung um eine zweizählige S.-A. zweimal wiederhergestellt, bei einer solchen um eine vierzählige S.-A. viermal u. s. w. Zweizählig ist z. B. die

Verticalaxe in Fig. 4, dreizählig die in Fig. 465 oder 466, vierzählig die in Fig. 20 oder 444, sechszählig die in Fig. 436 oder 454.

Die Normale auf einer Haupt-Symmetrie-Ebene bezeichnet man als Haupt-Symmetrie-Axe (H.-S.-A.) oder Hauptaxe. In ihr schneiden sich daher zwei oder mehr gleichwerthige gewöhnliche S.-E.n. Eine zweizählige S.-A. kann keine H.-S.-A. sein.

Sind 3 oder mehr S.-A.n vorhanden, so werden aus ihnen stets die krystallographischen Axen gewählt, wobei immer die H.-S.-A.n, auch wenn deren nur eine vorhanden ist, vor den gewöhnlichen den Vorzug erhalten. Existirt überhaupt nur 1 gewöhnliche S.-A., dann werden als fernere krystallographische Axen andere, an sich beliebige Linien genommen.

Abgesehen von den vorstehend betrachteten Erscheinungen der Symmetrie, bei welchen die Deckung einerseits blos durch Spiegelung nach einer Ebene, anderseits blos durch Drehung um eine Axe erfolgt, können in gewissen Fällen Krystalle aber auch noch durch ein drittes Verfahren mit sich selbst zur Deckung gebracht werden, indem nämlich eine Zerlegung des Krystalls nach einer Ebene in zwei Hälften und sodann noch eine Drehung um die zu dieser Ebene senkrechte Axe ausgeführt wird. Diese Vereinigung der oben getrennt erwähnten Vornahmen heisst die Drehspiegelung. Wo die Symmetrie nur vermöge dieser combinirten Operation zur Anschauung gebracht werden kann, ist sie keine unmittelbar sich kundgebende Erscheinung. Den Krystallen, welche so durch Drehspiegelung mit sich selbst zur Deckung gelangen, schreibt man daher eine Axe und Ebene der zusammengesetzten oder mittelbaren Symmetrie zu. Im Gegensatz dazu würden die obenstehenden Ausführungen sich auf die einfache oder unmittelbare Symmetrie beziehen¹⁾.

Besitzt jede an einem Krystall vorhandene Fläche eine parallele Gegenfläche, so muss es im Inneren desselben einen Punkt geben, welcher sämmtliche, durch ihn gelegten und äusserlich vom Krystall begrenzten geraden Linien halbirt; dieser Punkt ist das sog. Centrum der Symmetrie. Derselbe ist gleichzeitig stets der geometrische Mittelpunkt. Aber nicht umgekehrt ist der geometrische Mittelpunkt eines Krystalls allemal auch ein Centrum der Symmetrie, wie denn z. B. die hemiëdrischen Krystalle, welche keinen Flächenparallelismus aufweisen, zwar einen geometrischen Mittelpunkt, aber kein Centrum der Symmetrie besitzen. Ein Centrum der Symmetrie wird noch von vielen Krystallen aufgewiesen, welche einer Ebene oder einer Axe der Symmetrie entbehren. Bei einer kleinen letzten Abtheilung von Krystallen ist aber überhaupt gar kein Element der Symmetrie mehr vorhanden.

Aus dem durch Ebenen, Axen und Centrum der Symmetrie gegebenen Symmetriegrad eines Krystalls lassen sich unmittelbar die an ihm möglichen einfachen Formen ableiten.

Betrachtet man die vollflächigen Krystalle nach ihrer Symmetrie, nach dem Vorhandensein oder Fehlen der beiden Arten von Symmetrie-Ebenen, so ergeben sich folgende sechs Abtheilungen, welche sich mit den oben genannten sechs Krystallsystemen decken:

¹⁾ Die Verticalaxe ist bei der holoëdrischen hexagonalen Pyramide (Fig. 436) eine sechszählige Axe der einfachen Symmetrie, bei einem Rhomboëder (Fig. 458) eine dreizählige Axe der einfachen Symmetrie. Wenn man dagegen ein Rhomboëder in derselben um 60° dreht, aber gleichzeitig eine Spiegelung nach der zur Drehungsaxe senkrechten Ebene der Basis vornimmt, so kommt eine Fläche ebenfalls wiederum in die Lage einer gleichwerthigen Fläche. Von diesem Gesichtspunkt aus ist dann die Verticalaxe des Rhomboëders zugleich eine sechszählige Axe der zusammengesetzten Symmetrie.

- I. Krystalle mit drei rechtwinkelig auf einander stehenden gleichwerthigen Haupt-Symmetrie-Ebenen (mit drei gleichwerthigen Hauptaxen), und sechs gewöhnlichen Symmetrie-Ebenen, welche die Winkel der letzteren halbiren: 1) Reguläres System.
- II. Krystalle mit einer Haupt-Symmetrie-Ebene (mit einer Hauptaxe):
 - a) ausserdem mit vier gewöhnlichen Symmetrie-Ebenen, senkrecht auf der Hauptebene: 2) Tetragonales System.
 - b) ausserdem mit sechs gewöhnlichen Symmetrie-Ebenen, senkrecht auf der Hauptebene: 3) Hexagonales System.
- III. Krystalle ohne Haupt-Symmetrie-Ebene (ohne Hauptaxe):
 - a) mit drei auf einander senkrechten gewöhnlichen Symmetrie-Ebenen: 4) Rhombisches System.
 - b) mit einer gewöhnlichen Symmetrie-Ebene: 5) Monoklines System.
 - c) ohne Symmetrie-Ebene überhaupt: 6) Triklinen System.

Es muss noch besonders hervorgehoben werden, dass diese Charakteristik der Krystallsysteme sich nur auf die vollflächigen Formen bezieht und die aus den letzteren abgeleiteten theilflächigen Krystalle in den einzelnen Abtheilungen ein minderes Maass der Symmetrie aufweisen. Die auf die krystallographischen Axen gegründete Charakteristik der Systeme (S. 14) ist aber sowohl für die vollflächigen, als für die theilflächigen Formen derselben gültig.

Es ist ein Grundgesetz der Krystallographie, dass mit einer Form nur solche andere in Combination treten, welche denselben Grad der Symmetrie besitzen. Die S.-E.n der Combination fallen dabei mit denjenigen zusammen, welche die einfachen, mit einander combinirten Formen für sich selbst aufweisen.

Mit der Symmetrie der Krystalle steht auch diejenige der daran auftretenden Flächen im Zusammenhang. Eine Linie theilt eine Fläche symmetrisch, wenn zu beiden Seiten der ersteren die Kanten gleich gelegen sind. Eine Fläche wird asymmetrisch genannt, wenn sie keine solche Linie besitzt, also überhaupt nicht in zwei symmetrische Hälften theilbar ist (z. B. ungleichseitiges Dreieck, Rhomboid); monosymmetrisch, wenn nur eine solche Linie vorhanden ist (z. B. gleichschenkeliges Dreieck, Deltoid Fig. 27, symmetrisches Pentagon Fig. 75); disymmetrisch, wenn zwei solcher Linien (z. B. Rhombus, Rechteck); trisymmetrisch, wenn drei (z. B. gleichseitiges Dreieck); tetrasymmetrisch, wenn vier (z. B. Quadrat); hexasymmetrisch, wenn sechs (z. B. regelmässiges Hexagon) derselben zugegen sind. Im Allgemeinen muss nun natürlich eine Fläche einen um so höheren Grad von Symmetrie zeigen, je grösser die Zahl der S.-E.n ist, auf denen sie senkrecht steht: ist sie senkrecht auf einer S.-E., so hat sie monosymmetrischen, senkrecht auf keiner, dann asymmetrischen Charakter. Daraus folgt, dass die triklinen Krystalle lediglich von asymmetrischen Flächen begrenzt werden; die monoklinen besitzen asymmetrische und monosymmetrische; die rhombischen ausser diesen beiden noch disymmetrische; die tetragonalen ausser diesen drei auch tetrasymmetrische; die regulären ausser diesen vier auch trisymmetrische Flächen; die hexagonalen zeigen ausser a-, mono-, di- und trisymmetrischen auch hexasymmetrische Flächen.

§ 10. Lage und Bezeichnung der Flächen. Diejenigen Abschnitte, welche irgend eine Fläche nach entsprechender Vergrösserung an den Axen hervorbringt, werden, gemessen vom Durchschnittspunkt der letzteren, Parameter genannt. OA , OB , OC sind die Parameter der Fläche ABC (Fig. 2); bei ihnen kommt es nicht auf ihre absolute, sondern nur auf die relative gegenseitige Länge an.

Von den sechs Halbaxen eines dreiliniigen Axenkreuzes werden diejenigen drei, welche den vorderen oberen rechten Oktanten begrenzen, als positiv oder (mit ungestrichelten Buchstaben) als X, Y, Z , die drei anderen als negativ, $-X, -Y, -Z$ oder (mit gestrichelten Buchstaben) X', Y', Z' eingeführt (Fig. 2); also die verticale Axe ist oben, die Queraxe rechts, die Längsaxe vorne positiv.

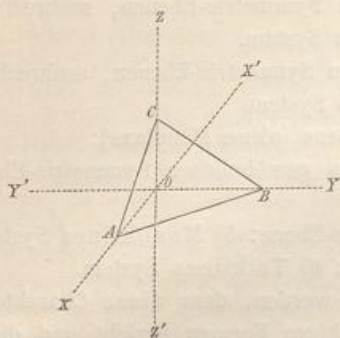


Fig. 2.

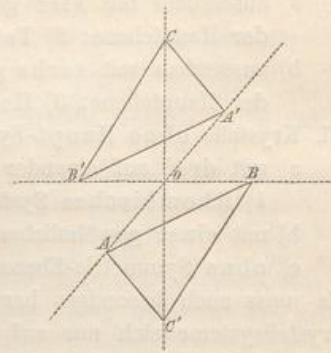


Fig. 3.

Die auf den ersteren positiven Axenästen hervorgebrachten Abschnitte werden bei der Aufzählung der Parameter gleichfalls als positiv oder ungestrichelt, die auf den anderen negativen erzeugten ebenso als negativ oder gestrichelt angegeben. Bezeichnet man abgekürzt OA, OB, OC als a, b, c , so wird die Lage der Fläche ABC (Fig. 2) durch die Parameter $a : b : c$ ausgedrückt; diejenige der Fläche ABC' (vorne unten rechts) durch $a : b : -c$, diejenige der Fläche $A'B'C$ (hinten oben links) durch $-a : -b : c$ (Fig. 3).

Bei einem dreiliniigen Axenkreuz werden diejenigen zwei Oktanten, welche durch eine Axenebene getrennt sind, anliegende genannt (z. B. der vordere obere rechte und der vordere obere linke); diejenigen, die sich nur in einer Axe berühren, gegenüberliegende (z. B. der vordere obere rechte und der vordere untere linke); diejenigen, die nur im Durchkreuzungspunkt der Axen zusammenstossen, entgegengesetzte (z. B. der vordere obere rechte und der hintere untere linke Oktant).

Wenn man die drei Parameter einer Fläche alle mit derselben Zahl multiplicirt oder durch dieselbe dividirt, so erhält man die Parameter keiner neuen anderen Fläche, sondern nur einer solchen, welche mit der vorigen parallel ist, weil dadurch die bezügliche Lage am Axenkreuz sich nicht verändert. So repräsentirt $3a : 3b : 3c$, oder $\frac{1}{3}a : \frac{1}{3}b : \frac{1}{3}c$ keine andere Fläche als $a : b : c$. Jeder Flächenausdruck, in welchem gebrochene Zahlen als Parameter vorkommen, kann durch Multiplication oder Division mit einer Zahl in einen Ausdruck mit ganzen Zahlen verwandelt werden; so ist die Fläche mit dem Parameterverhältniss $\frac{3}{4}a : b : \frac{3}{2}c$ gleich derjenigen mit $3a : 4b : 6c$. — Eine jede Fläche dagegen, welche mit Bezug auf eine gegebene andere abweichende Parameterverhältnisse besitzt, hat auch eine andere Lage als diese, ist mit ihr nicht parallel; so ist $2a : 3b : c$ eine ganz abweichend gerichtete Fläche als $a : b : c$.

Geht eine Fläche einer Axe parallel, kann also für die letztere kein endlicher Parameter angegeben werden, so gelangt dies dadurch zum Ausdruck, dass der betreffende Parameter als unendlich gross (∞) bezeichnet wird.

Jede Fläche liegt an einem dreiliniigen Axenkreuz so, dass sie entweder:

- 1) alle drei Axen schneidet (Pyramidenfläche, z. B. $a:b:c$ oder $a:2b:3c$),
- 2) zwei Axen schneidet, der dritten parallel geht (Prismenfläche, z. B. $a:b:\infty c$ oder $a:\infty b:2c$), oder
- 3) nur eine Axe schneidet, den beiden anderen parallel geht (Pinakoidfläche, z. B. $a:\infty b:\infty c$ oder $\infty a:b:\infty c$). Ein fernerer Fall ist nicht denkbar.

Unter einer Form versteht man (s. S. 12) in der Krystallographie den Inbegriff von solchen Flächen, welchen ein und dasselbe Parameterverhältniss zukommt, also den vollzähligen Complex von lauter isoparametrischen Flächen. Soll nicht jede einzelne Fläche für sich, sondern die Gesamtheit aller gleichen, eine einfache Form bildenden Flächen auf einmal bezeichnet werden, so pflegt man das Zeichen der einzelnen Fläche mit einer Klammer zu umschliessen.

So bedeutet also $(a:b:c)$ gemeinsam die Flächen:

$$\begin{array}{cccc} a:b:c & -a:b:c & a:-b:c & a:b:-c \\ -a:-b:c & a:-b:-c & -a:b:-c & -a:-b:-c. \end{array}$$

$(\infty a:\infty b:c)$ bedeutet die eingeklammerte Fläche und ausserdem noch $\infty a:\infty b:-c$. Doch fallen auch oft, wo kein Missverständniss zu besorgen ist, die Klammern weg.

In jedem Raumabschnitt (Oktanten oder Dodekanten), welcher durch die krystallographischen Axensysteme gebildet wird, müssen auf allen gleichen Axen des Systems durch die vollzählig auftretenden Flächen eines Krystals gleiche Stücke abgeschnitten werden und ferner müssen in allen unter einander gleichen derartigen Raumabschnitten dann stets gleichviel solcher Flächen vorhanden sein.

Bei der Betrachtung der Gestalten eines krystallisirten, nicht dem regulären System angehörenden Minerals geht man von einer ausgewählten Form, der Grundform aus, deren Fläche man das Parameterverhältniss $a:b:c$ zuschreibt, indem dessen einzelne Glieder als Einheit gesetzt werden. Dieses Parameterverhältniss, also das Zahlenverhältniss der Parameterlängen der Grundform, wird gewöhnlich das Axenverhältniss genannt, welches, weil es sich nur um die relativen, nicht um die absoluten Längen handelt, auf die Form gebracht werden kann, dass wenigstens eine der drei Zahlen als 1 erscheint; z. B.: $0,8584 \dots : 1 : 4,3697 \dots$, d. h. wenn die Fläche der Grundform von der einen Axe die Länge 1 abschneidet, so trifft sie die beiden anderen in den Entfernungen $0,8584 \dots$ und $4,3697 \dots$. Diese Werthe sind, mit Ausnahme von 1, irrational.

Die Nothwendigkeit der Irrationalität des Axenverhältnisses ergibt sich z. B. daraus, dass die Winkel des Krystals, aus denen dasselbe berechnet wird, sich mit der Temperatur stetig ändern, also alsdann auch das Axenverhältniss einer bestimmten Temperatur continuirlich in dasjenige einer anderen Temperatur übergehen muss, was nur dann erfolgen kann, wenn dasselbe im Allgemeinen überhaupt irrationale Werthe aufweist. — Bei den Krystallen des regulären Systems mit seinen lediglich gleichwerthigen Axen verliert der Begriff des Axenverhältnisses seine Bedeutung.

Die Lage irgend einer Fläche einer anderen Form, welche an derselben krystallisirten Substanz auftritt, wird nun nicht sowohl durch das Zahlenverhältniss ihrer eigenen Parameterlängen ausgedrückt, als vielmehr durch die Angabe, das Wievielfache ihre Parameter sind von den entsprechenden, auf dieselben Axen bezogenen Parametern der Grundform. Die ganze Krystallwelt ist aber von

dem allgemeinen, zuerst (1785) von *Hailly* angegebenen Grundgesetz beherrscht, dass, wenn an einem Krystall eine Fläche das Parameterverhältniss $a : b : c$ hat, dann an demselben Krystall neben dieser Grundform nur solche ferneren Flächen vorhanden oder möglich sind, in deren allgemeinem Parameterverhältniss $ma : nb : rc$ die Coëfficienten m, n, r wechselnde rationale Zahlen (oder theilweise ∞) und ausserdem insbesondere recht einfache Zahlen sind. Solche Formen, welche nur nach irrationalen Werthen dieser Coëfficienten (z. B. $\sqrt{2}$) abgeleitet werden können, sind also in der Krystallwelt unmöglich; sie lassen sich zwar geometrisch construiren, haben aber keine objective Realität in der Natur. Das Gesetz ist empirisch gefunden, ist aber auch eine Folgerung der Anschauungen über die Molecularstruktur der Krystalle. Man nennt dieses merkwürdige Gesetz, durch welches die Krystalle eine ganz besondere Stellung innerhalb der Fülle der denkbaren stereometrischen Polyëder einnehmen, dasjenige der Rationalität der Ableitungs-Coëfficienten. Dasselbe beschränkt daher die Combinationsfähigkeit von Gestalten noch in dem Falle, wo das Gesetz der Symmetrie sie zuliesse. Bei ihm wird natürlich vorausgesetzt, dass die gewählten Axen parallel sind mit wirklichen oder möglichen Kanten des Krystalls¹⁾.

Hat eine Fläche das Parameterverhältniss $a : b : c$, so hat z. B. eine andere das Verhältniss $2a : b : c$, eine andere $a : 3b : c$, eine weitere $a : 2b : 3c$, eine fernere $2a : \infty b : c$, oder $a : \infty b : \infty c$. Ist das Axenverhältniss für die Fläche $a : b : c$, in Zahlen ausgedrückt, $= 0,8584 \dots : 1 : 1,3697 \dots$, so ist dasjenige für die Fläche mit dem Parameterverhältniss $2a : b : 3c = 1,7168 \dots : 1 : 4,091 \dots$.

Die Flächen, deren Parameter für 2 Axen ein constantes Verhältniss aufweisen, liegen in einer Zone; so bilden z. B. eine Zone die Flächen $a : b : \infty c$, $a : 2b : \infty c$, $a : 3b : \infty c$, $a : \infty b : \infty c$.

Im Allgemeinen ist also die Grundform eines Krystalls bestimmt durch die Kenntniss 1) der drei Axenwinkel (α der Axenwinkel zwischen Z und Y in Fig. 2, β der zwischen X und Z , γ der zwischen X und Y); 2) der Axenlängen ($a = OA$ in Fig. 2, $b = OB$, $c = OC$), von denen, da die eine $= 1$ gesetzt wird, nur zwei zu bestimmen sind. Diese fünf von einander unabhängigen Grössen heissen die Elemente des Krystalls.

Die im Vorstehenden befolgte Methode, die Flächen durch Symbole anzugeben, welche die das Axenverhältniss andeutenden Buchstaben enthalten und nebstdem die rationalen Coëfficienten für die Axenabschnitte aufführen, rührt von *Christian Samuel Weiss* her. Sie empfiehlt sich durch ihre unmittelbare Anschaulichkeit namentlich bei den anfänglichen allgemeinen Darlegungen der Verschiedenheiten der Flächenlage, während sie in Folge ihrer Länge und Umständlichkeit zu wissenschaftlichen Beschreibungen minder geeignet erscheint.

Eine zweite krystallographische Bezeichnungsweise ist die von *Carl Friedrich Naumann* (zuerst angewandt 1826), welche in diesen Elementen in erster Linie zu Grunde gelegt und deshalb später specieller erläutert wird. Im Gegensatz zu der Flächenbezeichnung von *Weiss* unternimmt sie kurz und logisch, den Körper als solchen, also den Inbegriff sämmtlicher seiner Flächen, durch ein Symbol zu

1) Die Gesamtheit aller jener unendlich zahlreichen einfachen Krystallformen, welche mit ihren Flächen in Folge dieses Gesetzes für eine krystallisirte Substanz möglich sind, nennt man den Formencomplex oder die Krystallreihe dieser Substanz.

repräsentiren, wobei natürlich auf die Angabe einer einzelnen von den gleichen Flächen verzichtet werden muss. Auch bei dieser Methode gewähren die Zeichen unmittelbar und ohne Schwierigkeit eine Vorstellung über die Lage der Flächen.

Nach einer dritten, der sog. *Miller'schen*¹⁾ Methode werden anstatt der Coefficienten deren reciproke Werthe in derselben Reihenfolge unmittelbar nebeneinander geschrieben. Letztere werden Indices genannt und allgemein mit h, k, l bezeichnet. Sind für die Axenschnitte a, b, c die Coefficienten m, n, r , so ist

$$m : n : r = \frac{4}{h} : \frac{4}{k} : \frac{4}{l} \text{ sowie } h : k : l = \frac{4}{m} : \frac{4}{n} : \frac{4}{r}.$$

Die drei Zahlen h, k, l sind, als Nenner von Brüchen mit dem Zähler 4, den durch die Coefficienten ausgedrückten Abschnitten der Fläche an den drei Axen umgekehrt proportional, während die Coefficienten der *Weiss'schen* und *Nau- mann'schen* Symbole diesen Abschnitten direct entsprechen.

Ist die Lage der Grundform-Fläche ABC (Fig. 4) durch deren Parameter (Axenlängen) OA, OB, OC bekannt und handelt es sich um Bestimmung der Lage der (nicht parallelen und dem Axenschnittpunkt näher gerückt erscheinenden) Fläche HKL an demselben Axenkreuz, so sei

OH der h -te Theil von OA , OK der k -te Theil von OB , OL der l -te Theil von OC ,

also

$$h = \frac{OA}{OH}, k = \frac{OB}{OK}, l = \frac{OC}{OL}.$$

Alsdann wird durch diese drei Grössen h, k, l die Fläche HKL mit Bezug auf ABC vollkommen bestimmt. Die Grössen h, k, l können mit einer beliebigen Zahl m multiplicirt werden, ohne dass dadurch an dem Verhältniss der beiden Flächen HKL und ABC , d. h. der Richtung derselben etwas geändert wird; denn jene Multiplication von h, k, l mit m ist gleichbedeutend mit einer Multiplication der Parameter OA, OB, OC mit m , wodurch für die Fläche ABC selbst keine Veränderung, sondern nur eine Parallelverschiebung bewirkt wird. Die Indices können also immer auf eine Form gebracht werden, in welcher sie sämtlich ganze rationale Zahlen darstellen und das Gesetz von der Rationalität der Ableitungs-Coefficienten heisst daher auch dasjenige von der Rationalität der Indices.

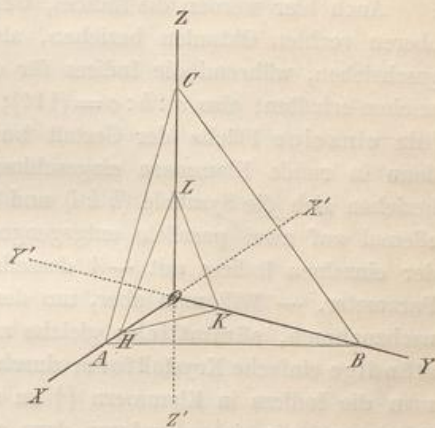


Fig. 4.

Um nun aus den Coefficienten m, n, r die Indices h, k, l zu erhalten, kann man auf zweierlei Weise verfahren: Entweder man nimmt statt der Coefficienten deren reciproke Werthe und bringt das entstehende Verhältniss auf ganze Zahlen, welche dann die Indices darstellen.

In dem Parameterzeichen $a : 2b : 3c$ werden statt der Coefficienten 1, 2, 3 deren reciproke Werthe $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ gesetzt, welche der Multiplication mit 6 bedürfen, um auf

¹⁾ Diese Methode wurde 1825 zuerst von *Whewell*, dann unabhängig davon 1829 von *Grassmann* ersonnen, aber erst durch *W. H. Miller* (*A Treatise on crystallography*, London 1839) allgemeiner eingeführt.

ganze Zahlen gebracht zu werden und dann zuerst $\frac{6}{1}, \frac{6}{2}, \frac{6}{3}$, darauf als Indices (632) liefern.

Oder man bringt die Coëfficienten durch Division mit einer gemeinsamen Zahl auf die Form $\frac{1}{x}$, und schreibt die so erhaltenen drei Nenner als Indices an.

In dem Parameterzeichen $a : 2b : 3c$ werden die Coëfficienten 1, 2, 3 durch Division mit 6 (zuerst auf die Form $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}$ oder) auf die Form $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ gebracht, woraus sich abermals die Indices (632) ergeben.

Das Zeichen $3a : \frac{3}{2}b : c$ wird zuerst in $6a : 3b : 2c$ verwandelt, welches zunächst $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ oder $\frac{6}{6}, \frac{6}{3}, \frac{6}{2}$ und sodann die Indices (123) liefert. — $2a : \frac{3}{2}b : c = 4a : 3b : 2c = (346)$.

Die Indices der Grundform, deren Parameter $= a : b : c$, sind offenbar (111). Dem maximalen Coëfficientenwerth ∞ entspricht hier der Minimalwerth 0. So liefert $a : \infty b : c$ nach dem zuerst angegebenen Verfahren das Verhältniss $\frac{1}{1} : \frac{1}{\infty} : \frac{1}{1}$, d. h. die Indices (101). Ebenso ist $a : \infty b : \infty c = (100)$.

Um umgekehrt die Indices (h, k, l) in die Coëfficienten m, n, r zu verwandeln, hat man nur zu bedenken, dass $h = \frac{1}{m}, k = \frac{1}{n}, l = \frac{1}{r}$ ist; die Indices (224) liefern also zunächst $\frac{1}{2}a : \frac{1}{2}b : \frac{1}{4}c$, was durch Multiplication mit $2 = a : b : 2c$; die Indices (432) ergeben $\frac{1}{4}a : \frac{1}{3}b : \frac{1}{2}c = a : \frac{4}{3}b : 2c$.

Auch hier werden die Indices, welche sich auf die drei Halbaxen im vorderen oberen rechten Oktanten beziehen, als positiv oder ohne weiteres Nebenzeichen geschrieben, während die Indices für die drei anderen Halbaxen oben ein Minuszeichen erhalten; also $a : b : c = (111)$; $a : b : -c = (11\bar{1})$. Dadurch ist es möglich, jede einzelne Fläche der Gestalt besonders zu bezeichnen, deren Indices alsdann in runde Klammern eingeschlossen zu werden pflegen. Auf diese Weise beziehen sich die Symbole ($h k l$) und ($\bar{h} \bar{k} \bar{l}$), oder die Symbole ($h \bar{k} l$) und ($\bar{h} k \bar{l}$) allemal auf zwei parallele entgegengesetzte Krystallflächen, da die Multiplication der einzelnen Indices mit -1 dasselbe liefert, wie die gleiche Multiplication der Parameter. — Will man aber, um den Vorzug der *Naumann'schen* Schreibweise nachzuahmen, sämtliche gleiche zusammengehörende Flächen, also die vollständige einfache Krystallform durch ein einziges Symbol repräsentiren, so pflegt man die Indices in Klammern $\{ \}$ zu setzen; also $(a : b : c) = \{111\}$, d. h. (111) selbst und die sieben anderen dazu gehörigen Flächen ($\bar{1}11$), ($1\bar{1}1$), ($11\bar{1}$), ($\bar{1}\bar{1}\bar{1}$), ($\bar{1}1\bar{1}$), ($1\bar{1}\bar{1}$), ($11\bar{1}$).

§ 11. **Projection.** Um eine Uebersicht über die Formen eines Krystalls zu gewinnen und insbesondere die Zonenverhältnisse desselben hervortreten zu lassen, wird eine sog. Projection seiner Flächen vorgenommen. Man bedient sich dabei namentlich zweier Methoden, der Linearprojection (der *Quenstedt'schen*) und der sphärischen, stereographischen oder Kugelprojection (*Miller'schen*)¹⁾.

Die erstere Methode besteht darin, jede Fläche durch eine gerade Linie darzustellen, und zwar durch diejenige, in welcher sie die Ebene der Zeichnung

¹⁾ Beide Methoden wurden von *F. E. Neumann* ersonnen, die erstere von ihm nur angedeutete aber später von *Quenstedt* ausführlich entwickelte, 1833, die zweite, insbesondere durch *Miller* zur Verbreitung gelangte, schon 1823.

durchschneiden würde, wenn man sich sämtliche Flächen durch einen einzigen Punkt gelegt vorstellt. Man denkt sich den Krystall so gerichtet, dass die zu seiner Verticalaxe senkrechte, also horizontale Ebene parallel wird der Projectionsebene, d. h. der Papierfläche, und verschiebt nun in der Vorstellung alle Flächen des Krystalls parallel mit sich selbst so weit, bis sie sich in einem Punkt schneiden, welcher von dem Mittelpunkt der Zeichnung in verticaler Richtung um die Länge der Verticalaxe der Grundform absteht. Der Endpunkt der Verticalaxe erscheint dann als das Centrum der Projection. Jedes Paar von parallelen Flächen fällt dabei natürlich zu einer einzigen Fläche zusammen, welche dann die Projectionsebene in einer Linie (Sectionslinie) schneidet, die ihrerseits ausgezogen wird. Die Fläche, welche der Projectionsebene parallel gestellt wurde, liefert in der Zeichnung selbstverständlich keine Linie. Schneiden sich zwei oder mehrere Sectionslinien in einem Punkt, so zeigt dies an, dass die denselben entsprechenden Flächen in einer Zone liegen, deren Zonenaxe eben jenen Schnittpunkt (Zonenpunkt) als Projectionspunkt liefert. Wenn es sich aber um einen Zonenverband handelt, zu welchem die Projectionsebene als Krystallfläche selbst gehört, so geht die Zonenaxe der Projectionsebene parallel und alle sonst in solche Zone fallenden Flächen liefern ein System paralleler Sectionslinien, deren gemeinsame Richtung parallel der Zonenaxe ist. — Offenbar kann auch jede andere Krystallfläche als Projectionsebene gewählt werden. Bei einer hinreichend genauen Construction gestattet die Linearprojection, das Symbol einer Fläche zu bestimmen, welche sich an zwei Zonen theiligt.

Die sphärische Projectionsmethode besteht darin, dass die Flächen des Krystalls als Punkte projicirt werden. Man denkt sich um einen Punkt des Krystalls als Centrum eine Kugeloberfläche von beliebigem Radius construirt und darauf, von diesem Mittelpunkt aus, gegen die Krystallflächen senkrechte Linien gezogen, welche verlängert die Kugeloberfläche in Punkten treffen. Jede Krystallfläche liefert so auf der Kugeloberfläche einen Punkt, den Pol der Krystallfläche genannt, durch welchen dieselbe ihrer Lage nach vollständig bestimmt ist. Da die Senkrechten, welche vom Centrum aus auf die Flächen einer Zone gezogen werden, sämmtlich in einer Ebene liegen, die auch ihrerseits durch das Centrum geht, eine so gerichtete Ebene aber allemal die Kugeloberfläche in einem grössten Kreis schneidet, so müssen die Pole aller tautozonalen Flächen auf einem grössten Kreis liegen. Auf der Kugeloberfläche erscheinen die Kantenwinkel des Krystalls als deren Supplemente in der Gestalt der sog. Normalenbögen.

Nun handelt es sich darum, von der Kugeloberfläche mit den darauf gelegenen Flächenpolen durch die Projection ein Bild in der Ebene zu entwerfen. Dies geschieht nicht etwa so, dass die Projection die Kugel aus einer grösseren Entfernung gesehen, bildlich darstellt, sondern in der Weise, dass dieselbe gleichsam die Innenansicht der Kugel ist, welche sich einem in der Kugeloberfläche befindlichen Auge darbietet. Man wählt zur Projectionsebene eine durch den Mittelpunkt gehende Ebene, welche die Kugel in dem sog. Grundkreis schneidet. Nimmt man dazu diejenige Ebene, welche senkrecht steht zu den Flächen der verticalen prismatischen Zone des Krystalls, also der horizontalen Basis parallel geht, so liegen natürlich die Pole aller vertical gerichteten Flächen in dem Grundkreis. Die eine

der beiden durch den Grundkreis getrennten Kugelhälften wird nun so auf dessen Ebene projectirt, dass man sich das Auge in den am weitesten entfernten Punkt der anderen Kugelhälfte versetzt denkt, welcher von allen Punkten des Grundkreises um 90° absteht. Wenn man also vom Mittelpunkt der Kugel aus nach derjenigen Seite, welche ihrer abzubildenden Hälfte entgegengesetzt ist, eine Senkrechte zur Ebene des Grundkreises zieht, und den Punkt, in welchem dieses Loth die Kugeloberfläche trifft, mit allen Flächenpolen jener Hälfte durch gerade Linien verbindet, so sind die Punkte, in denen diese Linien die Grundkreisebene schneiden, die Projectionen der Flächenpole. Der Projectiionspunkt einer Fläche F ist also, um es anders auszudrücken, der Punkt, in welchem eine von dem Südpol der Kugel nach dem Pol der Fläche F gezogene Linie die Aequatorialebene schneidet. Bei dieser Projection der halben Kugeloberfläche auf die Ebene des Grundkreises erscheint jeder auf der Kugel befindliche grösste Kreis, welcher die Pole einer Flächenzone enthält, als Durchmesser des Grundkreises oder als Kreisbogen (Zonenkreis), welcher den Grundkreis in den Enden eines Durchmessers desselben schneidet. Alle Zonen, welche senkrecht zu derjenigen des Grundkreises stehen, deren Pole also in letzteren fallen, stellen sich als Durchmesser dar. Der Pol der horizontalen Basis ist der Mittelpunkt des Grundkreises. Bei der oben angegebenen Wahl des Grundkreises sind die Pole der einzelnen Flächen der Verticalzone unmittelbar durch die Winkel ihrer Normalen gegeben, indem diese letzteren in der Ebene des Grundkreises selbst liegen.

In Fig. 5 ist o der gemeinsame Mittelpunkt des Krystals und der Kugel. Die Normale auf die Fläche b trifft die Kugeloberfläche im Punkt B , die auf b' in B' , die auf d , a , e und c beziehungsweise in D , A , E und C . Diese Pole der eine Zone bildenden Flächen b , d , a , e u. s. w. liegen auf einem grössten Kreis. — Der Bogen BD zwischen den Polen von b und d misst im Centrum einen Winkel BoD , welcher das Supplement des wirklichen, einwärts gerichteten Winkels bnd zwischen jenen beiden Flächen ist.

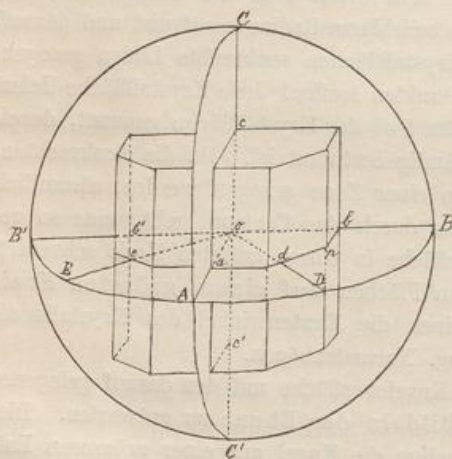


Fig. 5.

Diese sphärische Projectionsmethode ist sehr bequem für die Sichtbarmachung und Ermittlung der Zonenverhältnisse, sowie für die Darstellung des Zusammenhangs zwischen der Form und den physikalischen Eigenschaften der Krystalle, indem z. B. die optischen Elasticitätsachsen, die optischen Axen für die verschiedenen Farben als Punkte markirt werden können, in welchen diese Richtungen die Kugelfläche treffen. Sie gewährt ferner den Vortheil, dass die wichtigsten krystallographischen Rechnungen mit ihrer Hülfe auf einfache Probleme der sphärischen Trigonometrie zurückgeführt werden können. Da es die Normalenwinkel, d. h. die Supplemente der körperlichen Winkel der Flächen sind, welche bei diesen Projectionen gebraucht und den Berechnungen zu Grunde gelegt werden, so hat Müller vorgeschlagen, anstatt der wahren Winkel stets diese, bei der Messung unmittelbar gefundenen Supplemente anzuführen.

Der Olivinkrystall Fig. 7 ist in Fig. 6 in der Linearprojection, in Fig. 8 in der Kugelprojection dargestellt. In der ersteren geht die Projectionsebene horizontal, parallel der Fläche *c*. Die verticale Zone *msab*, ferner diejenigen *aïd*, *eka*, *oikb* liefern Projectiionslinien, welche je durch einen Punkt gehen. Die Zone *bed*, zu welcher auch die Projectionsebene *c* selbst gehört, besitzt aber eine horizontale, auf *b* senkrechte Zonenaxe und deshalb müssen die Sectionslinien ihrer Flächen sämmtlich parallel und zwar senkrecht auf *a* verlaufen; ebenso müssen *o* und *a* horizontale parallele Linien liefern. — In der Kugelprojection Fig. 8 erscheinen die erstgenannten Zonen als Theile je eines Kreises, die verticale *msab* als Peripherie (Grundkreis); die Zonen *aoc* und *bed* stellen sich aber als gerade Linien dar, indem sie auf der Projectionsebene senkrecht stehen.

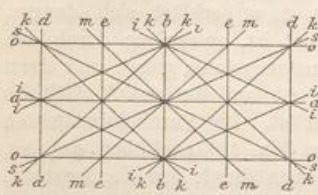


Fig. 6.

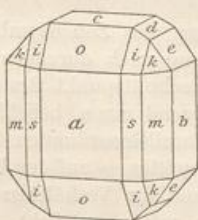


Fig. 7.

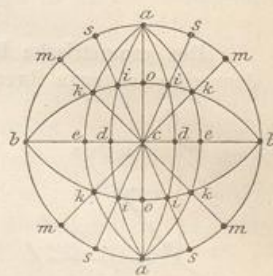


Fig. 8.

Die Symmetrie einer jeden Abtheilung von Krystallformen kann nach dem Vorgang von *A. Gadolin* leicht durch die sphärische Projection ihrer allgemeinsten Form dargestellt werden, wovon im Folgenden bei den einzelnen Gebrauch gemacht ist. Die Schnittpunkte der 2-, 3-, 4- oder 6-zähligen Symmetrie-Axen mit der Kugeloberfläche werden beziehungsweise durch die Zeichen $\bullet$ $\blacktriangle$ $\blacklozenge$ $\bullet$ wiedergegeben; eine Symmetrie-Ebene wird durch eine ausgezogene Linie (Zonenkreis) repräsentirt, wogegen eine punktirte Linie das Fehlen einer S.-E. anzeigt. Die Lage der krystallographischen Axen, soweit sie in der Ebene des Grundkreises liegen, ist durch einen Pfeil an den Enden jener Linien bezeichnet; die nicht gezeichneten Axen stehen (mit Ausnahme des triklinen Systems) senkrecht zu den Grundkreisen. Der Pol einer Fläche in der oberen Hälfte des Krystalls (oberhalb der Projectionsebene) wird durch ein Kreuzchen, ein solcher in der unteren durch ein Kreischen markirt. Fallen zwei Flächenpole zusammen (oder liegen sie auf der Kugel senkrecht über einander), so erscheinen die beiden letzteren Zeichen vereinigt.

Unsere üblichen Kristallbilder sind nicht nach den Regeln der gewöhnlichen Perspektive entworfen (sonst müssten z. B. parallele Linien, wie die Kanten eines Würfels, welche auf den Beschauer zulaufen, nach der vom Beobachter abgewendeten Richtung convergieren) — sondern sie sind nach der Methode der Parallelperspective gezeichnet, d. h. es sind Bilder, welche die Kristalle, wie man sagt, aus unendlicher Entfernung gesehen darstellen, und zwar weil anderenfalls der für die Auffassung der Zonenverhältnisse so wichtige Kantenparallelismus verloren gehen würde.

§ 12. **Zonenvorband.** Eine Krystallfläche, welche zugleich in zwei Zonen, also in der Durchkreuzung derselben gelegen ist, geht sowohl der Zonenaxe der einen als derjenigen der anderen parallel und ist deshalb dadurch vollkommen bestimmt, da überhaupt eine Ebene durch zwei derselben parallele gerade Linien ihrer Richtung nach gegeben ist. Es kann natürlich nur eine einzige Fläche sein, die im Durchschnitt zweier Zonen liegt. Sind daher die zwei Zonen bekannt, so ist die Fläche in ihrer Durchkreuzung auch bekannt.

constant beibehalten, so folgt daraus das S. 12 erwähnte Gesetz von der »Erhaltung der Zonen«.

Sind die Indices von Q und S z. B. (111) und (123), so ist ihr Zonensymbol, wie oben, $[1\bar{2}1]$. Die Fläche R mit den Indices (432) liegt daher auch in dieser Zone, da $(1 \times 4) + (-2 \times 3) + (1 \times 2) = 0$. Ebenso gehört die Fläche (311) in die (z. B. die Flächen 201 und 314 aufweisende) Zone, deren Symbol $[1\bar{3}2]$ ist. — Andererseits erkennt man auf Grund dieser sog. Zonenkontrolle, dass die Fläche (112) dagegen nicht in der Zone $[1\bar{2}1]$ liegen kann, da man bei jener Addition der Producte nicht 0, sondern 1 erhält.

Das Zeichen $[uvw]$ einer Zone liefert daher auch die Gesamtheit aller möglichen zu ihr gehörigen Flächen, indem man für k und l in obiger Bedingungs-gleichung der Tautozonalität nach und nach alle einfachen rationalen Zahlen 0, 1, 2 u. s. w. einsetzt und jedesmal das entsprechende h aus derselben berechnet.

Wie angeführt, ist eine Krystallfläche, welche zugleich in zwei Zonen liegt, dadurch vollkommen bestimmt. Man erhält nun die Indices des Durchschnittspunkts zweier Zonen, d. h. der in beiden liegenden Fläche auf dieselbe Weise, nach welcher man das Zonensymbol aus den Flächen-Indices entwickelt. Sind die Symbole der beiden Zonen $[uvw]$ und $[u'v'w']$, so sind die Indices der in beiden liegenden Fläche hkl :

$$h = vw' - wv'; \quad k = wu' - uw'; \quad l = uv' - vu'.$$

Das Zonensymbol der beiden Flächen (123) und (113) ist $[30\bar{1}]$, dasjenige der beiden Flächen (011) und (122) ist $[01\bar{1}]$. Wird zufolge obigem Schema der nach Abtrennung der ersten und letzten Colonne vorgenommenen kreuzweisen Multiplication u. s. w. nunmehr mit diesen beiden Zonensymbolen selbst verfahren, so erhält man die gesuchten Indices (133) für diejenige Fläche, welche sowohl in der einen als in der anderen Zone liegt, also einerseits mit (123) und (113), anderseits mit (011) und (122) parallele Kanten bildet. Ebenso liegt die Fläche (531) in der Durchkreuzung der beiden Zonen $[1\bar{2}1]$ und $[1\bar{1}2]$.

Da die auf diese Weise berechneten Indices für eine in zwei Zonen liegende Fläche stets rational sind, so ist eine solche Fläche stets am Krystall möglich. Andererseits sind aber auch in einem Krystallsystem nur solche Flächen möglich, welche je zwei Zonen dieses Systems zugleich angehören.

Die Indices einer Fläche, welche die Kante zweier gleichartiger Flächen gleichmässig abstumpft, werden erhalten durch die Addition der Indices der letzteren bezüglich jeder Axe. So ist es eine Fläche mit den Indices (332), welche die Kante der beiden gleichartigen Flächen (211) und (121) gerade abstumpft.

Auch vermittels einfacher Sätze der analytischen Geometrie und an der Hand der Linearprojection können die im Vorstehenden angeführten Ermittlungen vorgenommen werden¹⁾.

Aus dem Vorstehenden sieht man, dass: 1) die Ableitung der Indices einer Zone aus zwei, durch ihre Indices bekannten Flächen; 2) die Ableitung der Indices einer Fläche aus den Indices zweier Zonen, in welchen sie liegt, möglich ist, ohne Verwendung von Winkeln. Diese Operationen heissen Deduction. Geht man von vier beliebigen, an einem Krystall auftretenden Flächen aus, von denen nie je drei in einer Zone liegen, so kann man aus den vorhandenen Durchschnitts-

¹⁾ Vgl. darüber z. B. *Quenstedt*, Grundriss der bestimmenden und rechnenden Krystallographie, 1873. S. 188. — *Klein*, Einleitung in die Krystallberechnung, 1876. S. 39.

kanten fortwährend vermittle solcher Deduction neue Flächen, und alsdann aus den von diesen gebildeten Durchschnittskanten wiederum weitere neue Flächen herleiten. Da zufolge der Deductionsweise ihre Indices allemal rational sein müssen, so sind alle diese deducirten Flächen auch möglich. So kann man auf solchem Wege im Voraus alle möglichen Flächen eines Krystalls ableiten, gerade so, wie wenn man in das allgemeine Flächensymbol $ma:nb:rc$ nach einander alle rationalen Zahlen für die Coefficienten m, n, r einsetzen würde.

In dem monoklinen Krystall Fig. 11 wird $k = (100)$, Orthopinakoid, $M = (010)$, Klinopinakoid, $P = (001)$, Basis, $o = (11\bar{1})$ und $o_1 = (1\bar{1}1)$, Grundpyramiden angenommen. Die Indices sämtlicher übrigen Flächen können nun, ohne trigonometrische Rechnung, bloß durch den Zonenverband, bestimmt werden: Die Fläche x liegt in der Zone kP , deren Zonensymbol (nach dem Vorstehenden aus (100) und (001) berechnet) $= [10\bar{1}]$, und in der Zone Mo , deren Zonensymbol (aus (010) und $(11\bar{1})$ berechnet) $= [\bar{1}0\bar{1}]$; daraus ergeben sich für x die Indices $(10\bar{1})$. — Die Fläche T liegt in der Zone kM und in derjenigen Po ; ihre Indices sind daher (110) ; $T_1 = (1\bar{1}0)$. — y liegt in der Zone kx und To_1 , hat demnach die Indices $(20\bar{1})$. — n liegt in der Zone PM und Ty , besitzt deshalb die Indices (021) ; $n_1 = (0\bar{2}1)$. — Bisweilen erhält man bei diesen Bestimmungen die Indices der Fläche, die mit der gesuchten parallel ist; so hätte man bei einer Wahl zweier anderer Zonen auch für x die Indices $(\bar{1}01)$ finden können, welche sich dann aber auf die mit x parallele Gegenfläche x_1 (auf der hinteren Seite des Krystalls oben gelegen) beziehen; in diesem Falle braucht man die gefundenen Indices nur mit -1 einzeln zu multipliciren, um das Symbol der gesuchten Fläche zu erhalten.

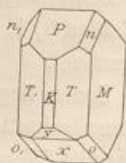


Fig. 11.

§ 13. Vollflächigkeit und Theilflächigkeit. Vollflächige Formen oder Holoëder sind solche einfache Krystallformen, welche diejenigen Symmetrie-Ebenen, die ihnen durch das betreffende Krystallsystem vorgeschrieben werden (S. 17), auch in voller Zahl besitzen. Hälftflächner oder Hemiëder werden zunächst diejenigen, aus den holoëdrischen durch ein bestimmtes Verfahren ableitbaren Krystallformen genannt, für welche man sich vorstellen kann, dass bei ihnen eine oder mehrere Gruppen von gleichwerthigen Symmetrie-Ebenen aus dem Complex ausgetreten und nicht mehr vorhanden sind. Hiermit ist dann auch der Verlust von anderen Symmetrie-Elementen verbunden, jedesmal der von Symmetrie-Axen, möglicherweise auch der des Symmetrie-Centrums.

Die Ableitung der Hemiëder aus den Holoëdern erfolgt in der Weise, dass von jedem Flächenpaar, für welches eine bestimmte Ebene die Bedeutung einer S.-E. einbüßen soll, je eine Fläche unterdrückt wird und zum Verschwinden gelangt, wobei aber die andere Fläche sich soweit ausdehnt, dass sie mit den übrigen verbleibenden Flächen zum Durchschnitt gelangt und Kanten bildet. Dies ergibt sich aus der Erwägung, dass eine Ebene, welche ja in dem Falle den Charakter einer S.-E. besitzt, wenn alle übrigen Krystallflächen paarweise zu ihr auftreten, dann andererseits diese Bedeutung verlieren muss, wenn alle Flächen mit Bezug auf sie nur einmal am Krystall vorhanden sind.

Nach den Symmetriegesetzen muss das Verlorengehen einer S.-E. als solcher zugleich auch das Austreten aller übrigen, mit ihr gleichwerthigen S.-E.n zur Folge haben, so dass, wenn eine S.-E. nicht als einzige ihrer Art vorliegt, es eine

Gruppe derselben ist, welche ausscheidet. Ferner kann der Verlust einer S.-E. es bisweilen nach sich ziehen, dass auch eine darauf senkrecht stehende, sonst ungleichwerthige Ebene ihre Bedeutung als besondere S.-E. einbüsst, in welchem Falle also verschiedenartige S.-E.n gleichzeitig verschwinden (vgl. die sphenoidische Hemiëdrie im tetragonalen, die rhomboëdrische im hexagonalen System).

Die morphologische Wirkung eines Hemiëdrischwerdens ist nun bei den verschiedenen Formen abweichend. Einerseits zeigt es sich sehr vielfach, dass die hemiëdrische Form zwar ihre Flächen in genau derselben Lage am Axenkreuz besitzt, wie eine holoëdrische, aber diese Flächen wirklich auch nur in der halben Anzahl aufweist, weshalb man von der einen Form auf die andere gelangt, wenn man die symmetrisch vertheilte Hälfte ihrer Flächen verschwinden lässt, wobei die übrig bleibende, gewissermassen sich ausdehnende Hälfte der Flächen für sich eine geschlossene, von unter einander gleichen Flächen begrenzte Gestalt bildet (vgl. Fig. 49 in Verbindung mit 50 und 51, oder die drei Formen der Fig. 157). Dies ist stets dann der Fall, wenn die Flächen einer Form schief geneigt liegen gegen die abhanden kommende S.-E. Die Auswahl der zum Verbleiben bestimmten Hälfte der Flächen muss immer so getroffen werden, dass sie die Enden aller gleichwerthigen S.-A.n in derselben Anzahl, unter gleichen Winkeln und unter übereinstimmender Centraldistanz schneiden.

Es leuchtet ein, dass unter diesen Verhältnissen bei jeder Hemiëdrie zwei hemiëdrische Formen entstehen müssen, welche sich gegenseitig zur holoëdrischen Stammform ergänzen, daher sie complementäre oder correlate Formen, oder auch Gegenkörper genannt worden sind. Diese beiden Gegenkörper sind entweder congruent, wenn sie durch einfache Drehung zur gegenseitigen Deckung gebracht werden können, so dass das für den einen geltende Modell, blos in seiner Stellung verwendet, zugleich auch das Modell für den congruenten Gegenkörper abgibt (vgl. Fig. 50 und 51, oder Fig. 157); oder in selteneren Fällen enantiomorph, d. h. sie sind nur spiegelbildlich gleich und können, wie z. B. ein rechter und ein linker Handschuh, durch keinerlei Drehung zur Congruenz gebracht werden (vgl. Fig. 90 und 92, oder *a* und *b* in Fig. 180). Die congruenten Formen besitzen selbst noch S.-E.n, die enantiomorphen sind eben solche, welche jede S.-E. verloren haben und auch kein Centrum der Symmetrie mehr besitzen.

In den bisher gedachten Fällen weisen die Hemiëder thatsächlich nur die halbe Flächenzahl der Holoëder auf. Sofern nun aber anderseits die holoëdrische Form ihre Flächen so liegen hat, dass diese senkrecht stehen auf deren verloren gehenden S.-E.n (oder dass ihre Normalen innerhalb dieser S.-E.n liegen), so muss, wenngleich auch die eine Hälfte solcher zur S.-E. senkrechten Fläche verschwindet, sich doch die andere Flächenhälfte in eben derselben Richtung darüber hinaus ausdehnen, wo die erstere verschwunden ist, und demnach in diesem Falle die ursprüngliche Gestalt als solche erhalten bleiben. Alsdann äussert sich daher die Hemiëdrie nicht morphologisch, die Wirkung derselben ist das Zustandekommen einer Form, welche, rein geometrisch betrachtet, von dem betreffenden Holoëder nicht verschieden ist und die thatsächliche Verminderung der Symmetrie äusserlich nicht erkennen lässt; oder es gehen vielmehr hier aus dem Holoëder zwei complementäre Gegenkörper hervor, welche gestaltlich weder

unter sich noch von dem Holoëder abweichen. In der inneren Molecularstructur indessen, in der Bedeutung der einzelnen Begrenzungselemente, sowie auch in der Combination mit anderen Gestalten zeigen sich wesentliche Unterschiede zwischen einem solchen nur scheinbar holoëdrischen Hemiëder und einem wahren Holoëder; die Flächen des ersteren besitzen auch einen geringeren Symmetriegrad als die anscheinend übereinstimmenden Flächen des letzteren.

In den ersten drei Krystalssystemen, in denen die Holoëder mehr als drei S.-E.n besitzen, kann es verschiedene Modalitäten der Hemiëdrie geben, je nachdem diese oder jene Gruppe von S.-E.n aus dem Complex austritt, oder was dasselbe sagt, je nachdem auf diese oder auf eine andere Weise die Auswahl der zum Verschwinden bestimmten Flächen erfolgt. — Besitzt ein Krystall überhaupt keine S.-E., so kann er nach dem Vorstehenden auch nicht hemiëdrisch werden; ist aber noch ein Centrum der Symmetrie bei ihm vorhanden, so kann auch dieses verloren gehen und dadurch eine Wirkung erzeugt werden, welche mit der Hemiëdrie eine gewisse Aehnlichkeit hat (vgl. triklines System).

Die Hemiëdrie lässt sich daher auch als die Erscheinung bezeichnen, dass die geometrisch gleichen Krystallräume entweder in morphologischer und physikalischer Hinsicht oder allein in letzterer bloß abwechselnd gleich sind.

In den Krystalssystemen höherer Symmetriegrade, in welchen mehrere Arten von Hemiëdrie möglich sind, können die nach einer Modalität gebildeten hemiëdrischen Formen, durch weiteres theilweises oder gänzlich Verschwinden der dann übrig gebliebenen S.-E.n, noch einmal nach dem Gesetz einer anderen Modalität der Hemiëdrie in zwei Hälften zerlegt werden, wodurch Formen gebildet werden können, welche nur den vierten Theil der Flächen der ursprünglichen holoëdrischen Gestalt, bei genau gleichbleibender Lage derselben aufweisen. Bei anderen holoëdrischen Formen ist jedoch, wenn das gleiche Verfahren auch auf sie angewandt wird, abermals keine morphologische Wirkung damit verknüpft oder die Formen verändern sich nur in der Weise wie dies vermöge der einen Hemiëdrie erfolgte. Man nennt diese Erscheinung die Tetartoëdrie oder Viertelflächigkeit; sie besteht also allgemein darin, dass auch jene geometrischen Krystallräume, welche in den hemiëdrischen Krystallen noch untereinander gleich erscheinen, hier bloß abwechselnd gleich sind, oder dass von allen Krystallräumen des holoëdrischen Krystalls bloß der vierte Theil Gleichheit darbietet.

In der Natur findet eine strenge Scheidung zwischen den vollflächigen und theilflächigen Formen statt, indem eine und dieselbe als Mineralart auftretende chemische Substanz entweder nur holoëdrisch, oder nur hemiëdrisch, oder nur tetartoëdrisch, und in den letzteren Fällen auch nur in einer bestimmten Modalität der Theilflächigkeit krystallisirt. Daher bilden die theilflächigen Krystalle selbstständige Abtheilungen der Krystalssysteme. Dies spricht sich auch darin aus, dass immer nur Holoëder mit Holoëdern, Hemiëder einer bestimmten Modalität mit solchen derselben Modalität, tetartoëdrische Formen mit denjenigen desselben Charakters in Combination treten können. Das krystallographische Axensystem ist aber für sämtliche Theilflächner dasselbe wie für die Vollflächner, aus denen sie abgeleitet werden; auch das optische Verhalten stimmt trotz der Verminderung der formellen Symmetrie im Allgemeinen überein.

Geometrisch durchaus holoëdrisch erscheinende Substanzen können nach dem Angeführten physikalisch dennoch tief im Grade der Symmetrie stehen, wie es unter den hexagonalen der Nephelin und die einfachste Combination des Quarzes, unter den regulären Chlorkalium zeigt. Von keinem holoëdrisch aussehenden Krystall kann man bestimmt behaupten, dass er es wirklich sei, bevor nicht durch weitere, zumeist physikalische Untersuchungen sein Symmetriegrad sicher gestellt ist.

§ 14. **Hemimorphie.** An die Hemiëdrie schliesst sich, gewissermassen eine analoge, wenn auch viel seltenere Erscheinung bildend, die Hemimorphie (oder der Hemimorphismus) an. Derselben sind diejenigen holoëdrischen oder hemiëdrischen Combinationen fähig, welche eine Symmetrie-Axe besitzen, die von allen übrigen daran vorkommenden verschieden oder überhaupt einzig in ihrer Art ist, und die Hemimorphie besteht nun darin, dass jene zwei entgegengesetzten Krystallräume, welche an beiden Enden solcher S.-A. gelegen sind, morphologische (und physikalische) Abweichung zeigen, indem sie gesetzmässig von den Flächen ganz verschiedener Formen begrenzt werden (Fig. 12 Turmalin, Fig. 13 Kieselzink, Fig. 14 Struvit). Steht die einzig in ihrer Art vorhandene S.-A. vertical, so wird sich die Hemimorphie (wie es in den Figuren der Fall) in einem Gegensatz zwischen oben und unten, liegt sie horizontal, so wird sie sich in einem Gegensatz zwischen vorne und hinten oder zwischen rechts und links aussprechen. Die Hemimorphie kann daher auch als eine Unsymmetrie zu beiden Seiten

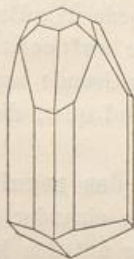


Fig. 12.



Fig. 13.



Fig. 14.

einer auf jener Axe senkrecht stehenden, singulären Ebene bezeichnet werden, indem die beiden Axenhälften weder deckbar gleich noch spiegelbildlich gleich sind. Jene Axe wird deshalb auch die Axe der Hemimorphie genannt. Wie die theilflächigen (hemiëdrischen und tetartoëdrischen) Krystalle, so besitzen ebenfalls die den Gesetzen der Hemimorphie unterworfenen so einen geringeren Grad der Symmetrie als er durch das betreffende Krystallsystem vorgeschrieben ist. Da sich bei einer einzelnen einfachen Krystallform die Hemimorphie darin aussprechen würde, dass überhaupt nur eine Hälfte vorhanden wäre, welche für sich den Raum nicht begrenzt, so muss jeder hemimorphe Krystall eine Combination sein. Hemimorphe Formen besitzen kein Centrum der Symmetrie.

Der physikalische Gegensatz an beiden Enden der S.-A. macht sich darin geltend, dass die hemimorphen Krystalle durch Erwärmung polarelektrisch werden, d. h. an den abweichenden Enden alsdann entgegengesetzte Elektrizität entwickeln; auch rücksichtlich der Wärmeleitung ist bei ihnen eine Einseitigkeit dargethan worden, welche ferner noch in der Form der Aetzfiguren ihren Ausdruck findet. Für Krystalle des regulären sowie des triklinen Systems ist die Hemimorphie ausgeschlossen, da die des ersteren keine S.-A. oder S.-E. besitzen, welche einzig in ihrer Art ist, bei denen des letzteren aber überhaupt keine S.-A. existirt.

Um der Hemimorphie eine Selbständigkeit gegenüber der Hemiëdrie zu wahren, ist es erforderlich, die Singularität der gedachten Symmetrie-Axe zu betonen. Denn nur in diesem Falle werden Formen erzeugt, die von den Wirkungen der Hemiëdrie verschieden und nicht auch durch letztere deutbar sind. Sofern man sich vorstellt, dass die Hemimorphie gleichzeitig nach mehreren gleichwerthigen S.-A.n stattfindet, würden Formen entstehen, welche von den vermöge der Hemiëdrie resultirenden nicht verschieden sind.

Während sich bei einer Anzahl von Mineralien die Hemimorphie als eine gesetzmässige Erscheinung zu erkennen gibt, kommen bei anderen nur dann und wann zufällige Unregelmässigkeiten der Ausbildung vor, welche zwar eine Ähnlichkeit mit der Hemimorphie besitzen, aber doch nur als individuelle Anomalieen betrachtet werden können; z. B. am Topas, am Kalkspath, am Wiluit.

1. Reguläres Krystallsystem.

§ 15. **Geometrischer Grundcharakter.** Dieses Krystallsystem, welches auch das tessularische, tesserale, isometrische, kubische genannt worden ist, zeichnet sich dadurch aus, dass alle seine Formen auf drei, unter einander rechtwinkelige, völlig gleiche und gleichwerthige krystallographische Axen bezogen werden können. Daher lässt sich jede reguläre Form nach drei verschiedenen Richtungen in völlig gleicher Weise aufrecht stellen. Das Axenkreuz, welches man den Gestalten dieses Systems zu Grunde legt, wird so gerichtet, dass die eine Axe vertical, die zweite horizontal und quer, die dritte geradeaus von vorne nach hinten verläuft.

§ 16. **Holoëdrische Formen des regulären Systems.** Die vollflächigen regulären Krystalle besitzen 3 zu einander normale H.-S.-E.n und daher auch 3 H.-S.-A.n, welche in ihrer Richtung mit den krystallographischen Hauptaxen zusammenfallen und senkrecht stehen auf den Flächen des Würfels¹⁾; ausserdem noch 6 sich unter 420° durchschneidende gewöhnliche S.-E.n, welche die 6 rechtwinkeligen Neigungswinkel jener H.-S.-E.n halbiren und den Flächen des Rhombendodekaëders entsprechen. Diese 9 S.-E.n theilen den Raum in 48 gleiche Theile. Die 3 Hauptaxen sind vierzählige S.-A.n. Daneben besitzen die holoëdrischen regulären Krystalle noch 4 dreizählige S.-A.n (auch trigonale Zwischenaxen genannt), welche senkrecht auf den Oktaëderflächen stehend, mitten zwischen drei Hauptaxen liegen und gegen jede derselben gleich geneigt sind. Ferner noch 6 zweizählige S.-A.n (sog. rhombische Zwischenaxen), welche mitten zwischen zwei Hauptaxen liegen und den Winkel derselben halbiren; sie stehen senkrecht auf den Rhombendodekaëderflächen. Diese 3 Arten von S.-A.n sind in der erwähnten Reihenfolge in Fig. 17, 18, 19 in den Würfel eingezeichnet. Wie überhaupt im regulären System existiren keine sechszähligen S.-A.n. Ein Centrum der Symmetrie ist vorhanden. — Die sphärische Projection Fig. 15, ausgeführt nach den auf S. 23 stehenden

¹⁾ Obgleich nach S. 13 jeder beliebige Complex von drei Flächen eines Krystalls als Axenebenen gewählt werden kann, um die anderen darauf zu beziehen (welche dann stets rationale Parameterverhältnisse ergeben), so gestaltet sich doch die Betrachtung der Formen in allen Systemen erheblich einfacher, wenn die Wahl der Axenebenen so getroffen wird, dass alle Flächen einer jeden einfachen Form auch die gleichen Parameter erhalten. Dies ist für die Gestalten des regulären Systems nur dann der Fall, wenn eben die 3 H.-S.-E.n als Axenebenen angenommen werden; die Berechnung der Formen wird alsdann hier auch wesentlich leichter, weil die Axenebenen nun senkrecht aufeinander stehen.

Angaben, zeigt die Vertheilung der Flächen bei der allgemeinsten Form, dem Acht- und vierzigflächner $\{hkl\}$ und gewährt auch eine Uebersicht über die allen Formen gemeinsamen Symmetrieverhältnisse.

Jede reguläre Form wird durch ein besonderes Verhältniss der Parameter, d. h. der Abschnitte, welche jede Fläche derselben auf den Halbaxen hervorbringt, charakterisirt, wobei immer der kleinste Parameter $= 1$ gesetzt werden kann. Während nun das Verhältniss der durchgängigen Gleichheit der Parameter $1:1:1$ mit Recht als das eigentliche Grundverhältniss gelten muss, sind ausser ihm nur noch zwei allgemeine Grössenverhältnisse derselben denkbar.

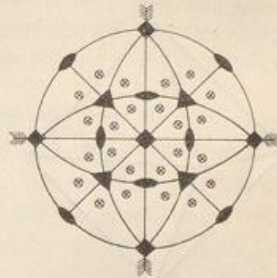


Fig. 15.

Das zweite ist nämlich das Verhältniss zweier gleicher gegen einen ungleichen Parameter; dasselbe liefert aber zwei verschiedene Gruppen von Formen, je nachdem die beiden gleichen Parameter grösser oder kleiner sind als der dritte, oder, den kleinsten Parameter $= 1$ gesetzt, je nachdem dasselbe

$$m:m:1, \text{ oder } m:1:1$$

geschrieben werden kann, wobei m irgend eine rationale Zahl bedeutet, welche grösser als 1 ist. Da nun aber diese Zahl bis auf ∞ wachsen kann, und da die solchenfalls eintretenden Grenzverhältnisse

$$\infty:\infty:1, \text{ oder } \infty:1:1$$

wiederum zwei besondere Formen bedingen, so ergibt sich, dass das zweite allgemeine Grössenverhältniss der Parameter überhaupt vier verschiedene Arten von Formen bedingt. — Das dritte allgemeine Verhältniss endlich ist das der durchgängigen Ungleichheit der Parameter, welches man

$$m:n:1$$

schreiben kann, wenn der kleinste Parameter $= 1$, der grösste $= m$, der mittlere $= n$ gesetzt wird. Dasselbe liefert abermals eine besondere Gruppe von Formen; da jedoch m wieder bis ∞ wachsen kann, in welchem Falle das Verhältniss

$$\infty:n:1$$

resultirt, und da dieses Grenzverhältniss gleichfalls eine besondere Art von Formen bedingt, so folgt, dass das dritte allgemeine Grössenverhältniss der Parameter überhaupt zwei verschiedene Arten von Formen hervorruft.

Nach dieser allgemeinen Erläuterung sind sieben verschiedene Parameterverhältnisse und demgemäss sieben Arten von holoëdrisch-regulären Formen möglich, welche einen völlig abgeschlossenen Inbegriff bilden und mit einander nach verschiedenen Richtungen durch Uebergänge in Verbindung stehen. Bei der weiteren Beschreibung derselben ist aus Gründen der Zweckmässigkeit eine andere Reihenfolge gewählt, als sie sich aus obiger Deduction ergeben würde.

Die vollflächigen Formen des regulären Systems sind:

- das Oktaëder,
- das Hexaëder,
- das Rhombendodekaëder,

die Triakisoktaeder,
die Tetrakishexaeder,
die Ikositetraeder und
die Hexakisoktaeder.

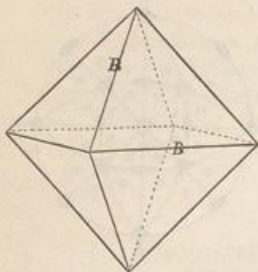


Fig. 16.

Das Oktaeder (Fig. 16) ist eine von 8 gleichseitigen Dreiecken umschlossene Form, mit 12 gleichen Kanten B , die $109^\circ 28' 16''$ messen, und mit 6 vierflächigen (tetragonalen) Ecken. Die Hauptaxen verbinden je zwei gegenüberliegende Ecken, damit der auch für alle folgenden Formen geltenden Nothwendigkeit genügt werde, dass die 6 gleichwerthigen Enden der 3 Hauptaxen sämtlich in krystallographisch gleichwerthigen Orten liegen. Auf den Flächen stehen die 4 dreizähligen S.-A.n senkrecht. — Spinell, Magneteisen, Gold, Fluorit, Senarmontit.

Eine jede Fläche des Oktaeders liegt so, dass sie die drei Hauptaxen in gleichen Entfernungen vom Mittelpunkt schneidet. Bezeichnet man, wie es von Weiss eingeführt wurde, diese 3 gleichen Parameter mit a , so ergibt sich als Flächenzeichen des Oktaeders $a : a : a$, und da nun sämtliche Flächen dasselbe Parameterverhältniss besitzen, so kann das der einzelnen zukommende als repräsentatives Symbol der ganzen Form gelten. Dieses Zeichen liefert in jedem Oktanten eine und nur eine Fläche, indem die Vertauschung der 3 gleichen Parameter auf den 3 Axenhälften keine neue Fläche erzeugt.

Von Naumann wird das Oktaeder mit dem Parameterverhältniss $4 : 4 : 4$ als die eigentliche Grundform des regulären Systems betrachtet, aus welcher vermöge einer einfachen Construction alle anderen Formen desselben abgeleitet werden können. Er bezeichnet daher das Oktaeder mit O , dem Anfangsbuchstaben seines Namens, und unter diesem Zeichen hat man sich also das vollständige Oktaeder, nicht bloß eine einzelne Fläche dieser Gestalt vorzustellen. — Das Miller'sche Indexzeichen für das Oktaeder ist $\{111\}$; vgl. S. 22.

Das Hexaeder, oder der Würfel (Fig. 17), ist eine von 6 gleichen Quadraten umschlossene Form, mit 12 gleichen Kanten C von 90° Winkelmaass, mit 8 dreiflächigen (trigonalen) Ecken. Die Hauptaxen verbinden die Mittelpunkte je zweier

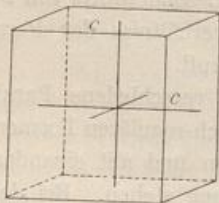


Fig. 17.

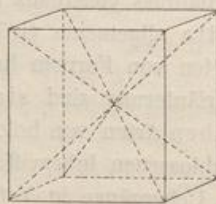


Fig. 18.

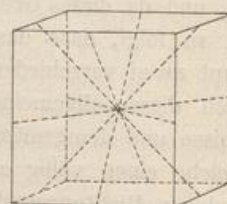


Fig. 19.

gegenüberliegender Flächen (Fig. 17); die Kanten des Würfels geben also die Lage der Hauptaxen an. Die Flächen des Würfels gehen den drei H.-S.-E.n des regulären Systems parallel, dessen sechs gewöhnliche S.-E.n je zwei gegenüberliegende Kantenwinkel des Würfels halbiren. Die 4 dreizähligen S.-A.n verbinden je zwei gegenüberliegende Würfecken (Fig. 18), die 6 zweizähligen S.-A.n verbinden die

Halbirungspunkte zweier gegenüberliegender Würfelkanten (Fig. 19). — Flussspath, Bleiglanz.

Die Fläche des Hexaëders schneidet allemal nur eine Hauptaxe und geht den beiden anderen parallel, daher das Flächenzeichen $a : \infty a : \infty a$. Eine Fläche mit diesem Parameterverhältniss muss in jedem Oktanten dreimal vorhanden sein; jede fällt aber, da sie mit 2 Hauptaxen parallel geht, mit ihren symmetrischen Flächen in allen 3 Nachbaroktanten zusammen und die vollflächige Form kann also statt 3×8 nur den vierten Theil, d. h. 6 Flächen haben.

Das Hexaëder resultirt aus dem Oktaëder, indem man in jede Oktaëderecke eine Fläche legt, welche den beiden, nicht zu derselben Ecke gehörigen Hauptaxen parallel ist (oder solche in der Entfernung ∞ schneidet). Das krystallographische Körperzeichen *Naumann's* für das Hexaëder, dessen jede Fläche durch das Parameterverhältniss $\infty : 1 : \infty$ bestimmt wird, ist daher $\infty 0 \infty^1$. — Das *Miller'sche* Indexzeichen ist $\{100\}$ mit seinen 6 verschiedenen Flächen (100) , (010) , (001) , $(\bar{1}00)$, $(0\bar{1}0)$, $(00\bar{1})$.

Das Rhombendodekaëder (Fig. 20) ist eine von 12 gleichen und ähnlichen Rhomben (mit dem Verhältniss der Diagonalen $1 : \sqrt{2}$) umschlossene Form; es hat 24 gleiche Kanten A von 120° Winkelmaass, und 6 vierflächige (tetragonale) sowie 8 dreiflächige (trigonale) Ecken. Von den Kanten sind je 6 einander parallel, so dass je 6 Flächen eine Zone bilden; solcher Zonen existiren daher 4 und jede Rhombendodekaëderfläche liegt in zwei dieser Zonen. Zwei Flächen, welche ihre spitzen Ecken einander zuwenden, sind unter 90° gegenseitig geneigt. Die Hauptaxen verbinden je zwei gegenüberliegende tetragonale Ecken. Die Flächen fallen mit den 6 gewöhnlichen S.-E.n des regulären Systems zusammen, senkrecht auf ihnen stehen die 6 zweizähligen S.-A.n. — Granat, Silberamalgam, Magneteisen; das häufige Vorkommen am Granat veranlasste den Namen Granatoëder.

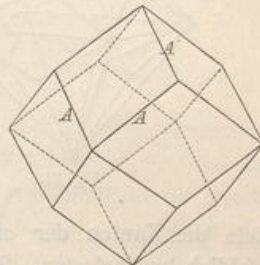


Fig. 20.

Die Fläche des Rhombendodekaëders schneidet 2 Hauptaxen in gleichen Abständen (a) und geht der dritten a parallel, daher das Flächenzeichen $a : a : \infty a$. Eine Fläche mit diesem Parameterverhältniss muss in jedem Oktanten dreimal vorhanden sein; da jede derselben aber einer Hauptaxe parallel ist, so muss ihre symmetrische Gegenfläche in dem anstossenden Oktanten mit ihr identisch sein. Statt 3×8 kann die ganze Form daher nur die Hälfte dessen, nämlich 12 Flächen aufweisen.

Aus dem Oktaëder entsteht das Rhombendodekaëder, indem in jede der 12 Oktaëderkanten eine Fläche gelegt wird, welche der nicht zu derselben Kante gehörigen Hauptaxe parallel ist (oder solche in der Entfernung ∞ schneidet). Da dann jede Fläche durch das Parameterverhältniss $\infty : 1 : 1$ bestimmt wird, so ist das *Naumann'sche* Körperzeichen des Rhombendodekaëders $\infty 0$ (anstatt $\infty 01$). — Das *Miller'sche* Symbol ist $\{110\}$, liefernd die 12 verschiedenen Flächen (110) , (101) , (011) , $(\bar{1}10)$, $(\bar{1}01)$, $(0\bar{1}1)$, $(1\bar{1}0)$, $(10\bar{1})$, $(01\bar{1})$, $(\bar{1}\bar{1}0)$, $(\bar{1}0\bar{1})$, $(0\bar{1}\bar{1})$.

¹⁾ Hierfür, wie auch für die folgenden Symbole gilt, dass der eine Coëfficient, welcher stets = 1 ist, nicht geschrieben wird, indem er gewissermassen in O steckt; die auf die beiden anderen Axen bezüglichen Coëfficienten werden vor und hinter O gesetzt, und zwar der grössere immer links, der kleinere rechts; ist der letztere = 1, so wird er ebenfalls weggelassen.

Anm. Diese drei ersten Formen des regulären Systems sind einzig in ihrer Art, indem sie gar keine verschiedenen Varietäten zulassen. Diese Invariabilität ergibt sich einerseits aus der Natur der sie begrenzenden Flächen — gleichseitiges Dreieck, Quadrat, Rhombus —, welche keiner Modification fähig sind, anderseits aus der Beschaffenheit ihrer Symbole, in denen variable Coëfficienten nicht vorkommen, sondern nur 1 und ∞ . Die übrigen folgenden Formen aber können in sehr verschiedenen Varietäten ausgebildet sein, ohne doch den allgemeinen geometrischen Charakter ihrer Art aufzugeben.

Zufolge ihrer Lage am Axenkreuz sind unter Berücksichtigung des S. 19 Angeführten eigentlich die Oktaëderflächen als Pyramiden-, die des Würfels als Pinakoid-, die des Rhombendodekaëders als Prismenflächen charakterisirt.

Die Triakisoktaëder (oder Pyramidenoktaëder, Fig. 21, 22, 23) sind von 24 gleichschenkeligen Dreiecken umschlossene Formen, deren allgemeine Gestalt zwischen jener des Oktaëders und Rhombendodekaëders schwankt, jedoch so, dass

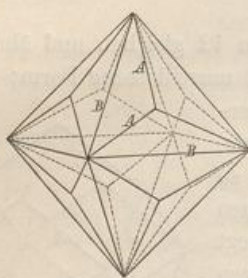


Fig. 21.

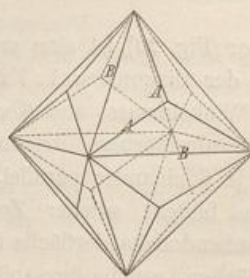


Fig. 22.

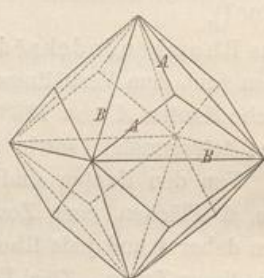


Fig. 23.

stets die Kanten der ersteren, niemals aber die Kanten der anderen Grenzform wirklich hervortreten. Die Kanten sind zweierlei: 12 längere *B*, welche den Kanten des Oktaëders entsprechen, und 24 kürzere *A* (Pyramidenkanten), welche zu je drei über den Flächen des eingeschriebenen Oktaëders liegen. Die Ecken sind gleichfalls zweierlei: 6 achtfächige (ditetragonale) Oktaëderecken, so liegend wie die Ecken eines Oktaëders, und 8 dreifächige (trigonale), in den einzelnen Oktanten gelegene Pyramidenecken. Die Hauptaxen verbinden je zwei gegenüberliegende ditetragonale Ecken. — Bleiglanz.

Der Name Triakisoktaëder erinnert an die stets vorhandene Gruppierung [der Flächen in 8 dreizählige Systeme, indem die Gestalt gewissermassen ein Oktaëder ist, auf dessen jeglicher Fläche sich eine stumpfe dreiseitige Pyramide erhebt. Je niedriger diese Pyramiden sind, je flacher der Winkel *A* ist (wie in Fig. 21), desto mehr nähert sich die Gestalt einem Oktaëder. Bei grösserer Steilheit der Pyramiden und grösserem Werth des Winkels *B* (wie in Fig. 23) findet immer mehr Annäherung an das Rhombendodekaëder statt. — Die Fläche des Triakisoktaëders schneidet zwei Hauptaxen in derselben Entfernung *a*, die dritte erst in einer *m*-mal verlängerten, ist daher charakterisirt durch das Zeichen $a : a : ma$ (z. B. $a : a : 2a$; $a : a : 3a$), welches in jedem Oktanten 3 Flächen ergibt. Je grösser *m*, desto mehr nähert sich die Gestalt dem Rhombendodekaëder, je kleiner, desto mehr dem Oktaëder; wird $m = \infty$, so geht das Rhombendodekaëder ($a : a : \infty a$), wird $m = 1$, dann das Oktaëder ($a : a : a$) hervor.

Die Construction aus dem Oktaëder ergibt sich folgendermassen: Man verlängere jede Halbaxe des Oktaëders durch Vervielfältigung nach einer Zahl *m*, welche rational und grösser als 1 ist, und lege hierauf in jede Oktaëderkante zwei

Flächen, welche die nicht zu derselben Kante gehörige Hauptaxe beiderseits in der Entfernung m schneiden; so entsteht ein Triakisoktaëder, dessen Zeichen mO ist, weil jede Fläche das Parameterverhältniss $m : 4 : 4$ hat. Die gewöhnlichsten Varietäten sind $\frac{3}{2}O$, $2O$ und $3O$ ¹⁾. Bei *Miller* sind die Triakisoktaëder allgemein $\{hhl\}$; $3O = \{331\}$; $\frac{3}{2}O = \{332\}$. Durch Veränderung der Indexfolge und wechselnde Anbringung des Minuszeichens liefert das Symbol $\{hhl\}$ wie auch das der folgenden beiden Formen überhaupt 24 im Einzelnen abweichend bezeichnete Flächen.

Die Tetrakishexaëder (oder Pyramidenwürfel, Fig. 24, 25, 26) sind von 24 gleichschenkeligen Dreiecken umschlossene Formen, deren allgemeine Gestalt zwischen jener des Hexaëders und des Rhombendodekaëders schwankt, jedoch so,

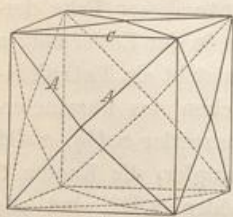


Fig. 24.

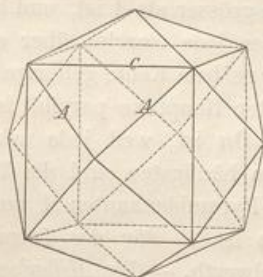


Fig. 25.

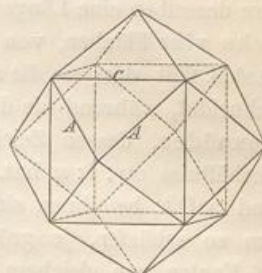


Fig. 26.

dass stets die Kanten der ersteren, nie aber die Kanten der anderen Grenzform an ihnen zu erkennen sind. Die Kanten sind zweierlei: 12 längere C , welche den Kanten des Hexaëders entsprechen, und 24 kürzere A (Pyramidenkanten), welche zu je 4 über den Flächen des eingeschriebenen Hexaëders liegen. Die Ecken sind gleichfalls zweierlei: 6 vierflächige (tetragonale) Pyramidenecken und 8 sechsflächige, so liegend wie die Ecken eines Hexaëders. Die Hauptaxen verbinden je zwei gegenüberliegende tetragonale Ecken. — Gold, Flusspath.

Der Name Tetrakishexaëder erinnert an die bestimmte Beziehung zu dem Hexaëder, während er zugleich die, in Bezug auf diese Form stets vorhandene Gruppierung der Flächen in 6 vierzählige Systeme betont. Der Name Pyramidenwürfel drückt aus, dass die Gestalt gleichsam ein Würfel ist, der auf jeder seiner Flächen eine niedrige vierseitige Pyramide trägt. Je niedriger diese Pyramiden sind, je flacher der Winkel A ist (Fig. 24), desto mehr nähert sich die Gestalt des Tetrakishexaëders einem Würfel, je höher (Fig. 26), desto mehr einem Rhombendodekaëder.

1) Als Beispiel für die Winkelwerthe verschiedener Varietäten dienen nachstehende Angaben, in welche auch die beiden Grenzformen mit aufgenommen sind.

	Oktaëderkanten B	Pyramidenkanten A
O	$109^{\circ}28'$	480°
$\frac{3}{2}O$	$113^{\circ}42'$	$174^{\circ}36'$
$2O$	$129^{\circ}31'$	$162^{\circ}39'$
$\frac{3}{2}O$	$136^{\circ}0'$	$157^{\circ}5'$
$2O$	$144^{\circ}3'$	$152^{\circ}44'$
$4O$	$159^{\circ}37'$	$136^{\circ}39'$
$9O$	$174^{\circ}4'$	$127^{\circ}24'$
$36O$	$177^{\circ}45'$	$121^{\circ}50'$
∞O	180°	120°

Triakisoktaëder mit gleichen Kanten können in der Natur nicht vorkommen, da in diesem Fall m den irrationalen Werth $4 + \sqrt{2}$ erhalten würde.

Schneidet die Fläche des Tetrakishexaëders die eine Axe in der Entfernung a , so wird die andere Axe in einer um n (> 1) verlängerten Entfernung getroffen, während die Fläche mit der dritten Axe parallel geht. Daher das Flächenzeichen $a : na : \infty a$, z. B. $a : 2a : \infty a$; $a : 4a : \infty a$. Dasselbe würde in jedem Oktanten 6 Flächen liefern, von denen aber immer je zwei mit zweien eines benachbarten Oktanten zusammenfallen, daher die ganze Form $\frac{6 \times 8}{2} = 24$ Flächen aufweist. Je mehr n wächst, desto mehr nähert sich ein Tetrakishexaëder gestaltlich dem Hexaëder; ist $n = \infty$ geworden, so resultirt das Hexaëder ($a : \infty a : \infty a$) selbst. Wird n immer kleiner, so nähert sich die Gestalt immer mehr dem Rhombendodekaëder ($a : a : \infty a$), zu welchem sie wird, wenn $n = 1$.

Bei der Construction aus dem Oktaëder nehme man wiederum in jeder Halbaxe desselben eine Länge n , die grösser als 1 ist, und lege hierauf in jede Oktaëder-ecke vier Flächen, von welchen jede einzelne über eine Kante dieser Ecke dergestalt fällt, dass sie die zu derselben Kante gehörige Halbaxe in der Entfernung n schneidet, während sie der dritten Hauptaxe parallel ist; so entsteht ein Tetrakis-hexaëder, dessen Zeichen $\infty 0n$ ist, weil jede seiner Flächen das Parameter-verhältniss $\infty : 1 : n$ hat. — Am häufigsten sind die Tetrakishexaëder $\infty 0\frac{2}{3}$, $\infty 02$ und $\infty 03$; bei ihnen sind die Pyramidenkanten A um so stumpfer, die Kanten C um so schärfer, je grösser n ist¹⁾. Für das Tetrakishexaëder $\infty 02$ sind alle 36 Kanten von gleichem Winkelwerth. — Die Miller'schen Indices für die Tetrakis-hexaëder sind allgemein $\{h k 0\}$; $\infty 0\frac{2}{3} = \{320\}$; $\infty 02 = \{210\}$; $\infty 04 = \{410\}$.

Die Ikositetraëder (Fig. 27, 28, 29) sind Formen, welche von 24 Deltoiden umschlossen werden, d. h. von Trapezoiden, welche 2 Paare gleicher Seiten besitzen.

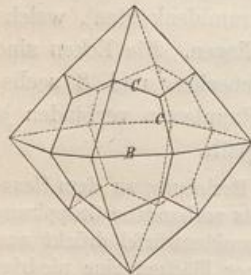


Fig. 27.

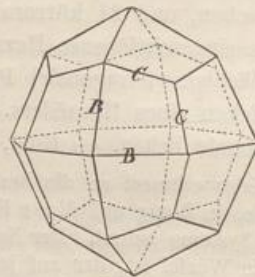


Fig. 28.

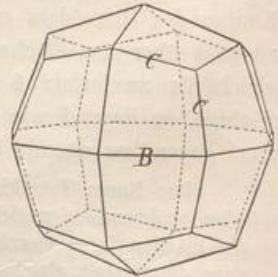


Fig. 29.

Ihre allgemeine Gestalt schwankt zwischen jener des Oktaëders und des Hexaëders, ohne dass doch die Kanten einer dieser beiden Grenzformen jemals hervortreten könnten. Die Kanten sind zweierlei: 24 längere B , paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Oktaëders, und 24 kürzere C , zu je drei über den Flächen des

1) Es betragen bei

$\infty 0$
 $\infty 0\frac{2}{3}$
 $\infty 02$
 $\infty 0\frac{3}{2}$
 $\infty 03$
 $\infty 04$
 $\infty 05$
 $\infty 0\infty$

Würfelkanten C

180°
 $157^\circ 23'$
 $143^\circ 8'$
 $133^\circ 36'$
 $126^\circ 52'$
 $118^\circ 4'$
 $112^\circ 38'$
 90°

Pyramidenkanten A

120°
 $133^\circ 49'$
 $143^\circ 8'$
 $149^\circ 33'$
 $154^\circ 9'$
 $160^\circ 15'$
 $164^\circ 4'$
 180°

letzteren. Die Ecken sind dreierlei: 6 gleichkantig-vierflächige (tetragonale), 8 dreiflächige (trigonale), und 12 ungleichkantig-vierflächige (rhombische). Durch 2 gegenüberliegende dieser 26 Ecken geht je eine der 13 S.-A.n des regulären Systems. Die Hauptaxen verbinden je zwei gegenüberliegende tetragonale Ecken. — Das häufige Vorkommen der in Fig. 28 abgebildeten Varietät am Leucit veranlasste für sie den Namen Leucitoëder, während man die in Fig. 29 abgebildete Varietät das Leucitoid nannte. Je stumpfer die Kanten C sind, desto grösser ist die Annäherung an das Oktaëder (Fig. 27), je stumpfer die Kanten B , desto grösser diejenige an das Hexaëder (Fig. 29).

Schneidet die Fläche des Ikositetraëders die eine Hauptaxe in der Entfernung a , so werden die beiden anderen Axen in der unter einander gleichen, um m -mal verlängerten Entfernung getroffen; daher das Flächenzeichen $a : ma : ma$, z. B. $a : 2a : 2a$; $a : 3a : 3a$; dasselbe liefert in jedem Oktanten 3 Flächen. Hohe Werthe für m bedingen eine Annäherung an das Hexaëder ($a : \infty a : \infty a$), sehr kleine eine solche an das Oktaëder ($a : a : a$); wird $m = \infty$, so geht das erstere, wird $m = 1$, dann das letztere hervor.

Um die Ikositetraëder aus dem Oktaëder zu construiren, nehme man in jeder der Halbaxen des Oktaëders abermals die Länge m , und lege hierauf in jede Oktaëderecke vier Flächen, von denen jede einzelne über eine Fläche derselben Ecke dergestalt fällt, dass sie die beiden zu derselben Fläche gehörigen Halbaxen in der Entfernung m schneidet; so entsteht ein Ikositetraëder, dessen Zeichen mOm ist, weil jede seiner Flächen das Parameterverhältniss $m : 1 : m$ hat. — Die gewöhnlichsten Ikositetraëder sind 202 und 303, von denen zumal das erstere (Fig. 28) am Analcim, Leucit und Granat sehr häufig vorkommt; es hat die Eigenschaft, dass die seine Deltoide symmetrisch theilenden Flächendiagonalen mit den Kanten des eingeschriebenen Rhombendodekaëders zusammenfallen¹⁾. — Die Indices sind allgemein $\{hkk\}$; $303 = \{311\}$; $202 = \{322\}$.

Die Hexakisoktaëder oder Sechsmalachtflächner oder Achtundvierzigflächner (Fig. 30) sind von 48 ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen, deren allgemeine Gestalt zwischen denen aller übrigen holoëdrisch-regulären Formen schwanken kann; am häufigsten gruppiren sich jedoch die Flächen entweder in 6 achtzählige oder in 8 sechszählige, oder auch in 12 vierzählige Flächensysteme: der Achtundvierzigflächner erscheint bald durch das Aufsetzen sehr stumpfer achtseitiger Pyramiden über den 6 Hexaëderflächen (Oktakishexaëder), bald durch

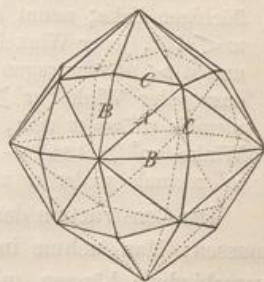


Fig. 30.

1) Es betragen bei

	Kanten B	Kanten C
0	109° 28'	180°
001	118° 4'	169° 4'
010	121° 58'	160° 15'
202	134° 49'	146° 27'
303	141° 18'	132° 2'
404	144° 54'	129° 31'
606	152° 44'	120°
12012	162° 20'	110°
∞0∞	170° 30'	99° 52'
	180°	90°

das Aufsetzen sehr stumpfer sechsseitiger Pyramiden über den 8 Oktaëderflächen (Hexakisoktaëder), bald durch das Aufsetzen sehr stumpfer vierseitiger Pyramiden über den 12 Rhombendodekaëderflächen (Tetrakisdodekaëder) entstanden zu sein. Flächenvertheilung und Symmetrie-Elemente zeigt die sphärische Projection Fig. 15. — Die Kanten sind dreierlei: 24 längste Kanten A , welche nicht selten mit denen des Rhombendodekaëders zusammenfallen, jedenfalls aber eine ähnliche Lage und Vertheilung haben; 24 mittlere Kanten B , welche paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Oktaëders (gebrochene Oktaëderkanten), und 24 kürzeste Kanten C , welche paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Hexaëders liegen. Die längsten Kanten schwanken in ihrem Winkelmaass zwischen 180° und 120° , die mittleren zwischen 180° und $109^\circ 28' 46''$, die kürzesten zwischen 180° und 90° . Die Ecken sind gleichfalls dreierlei: 6 achtflächige (ditetragonale), 8 sechsfächige, und 12 vierflächige (rhombische) Ecken. Durch je 2 gegenüberliegende Ecken geht je eine der 13 S.-A.n. Die Hauptaxen verbinden je zwei gegenüberliegende ditetragonale Ecken. — Granat, Flussspath.

Die Fläche eines Hexakisoktaëders schneidet alle 3 Halbaxen in abweichender Entfernung vom Mittelpunkt, daher das Zeichen $a : ma : na$, z. B. $a : 2a : 3a$; $a : \frac{3}{2}a : 3a$. In jedem der 8 Oktanten müssen hier 6 verschiedene Flächen auftreten, weil, wenn man in den einzelnen Oktanten die Längen l , m und n auf jeder der 3 Hauptaxen aufrägt, die möglichen Vertauschungen bei der Verbindung dieser Schnittpunkte eben 6 Flächen liefern (lmn , lnm , mln , mnl , nml , nlm), von denen keine mit einer anderen im Nachbaroktanten übereinstimmt. — Es lässt sich leicht zeigen, dass jede dieser Flächen, die Gleichheit derselben vorausgesetzt, auch nur ein ungleichseitiges Dreieck darstellen kann. Ein jedes derselben trägt nämlich mit seinen 3 Winkeln bei zur Bildung einer achtflächigen, einer sechsfächigen und einer vierflächigen Ecke; nennt man diese 3 Winkel w , w' , w'' , so ist nothwendig jeder Winkel $w < 45^\circ$, jeder Winkel $w' < 60^\circ$, jeder Winkel $w'' < 90^\circ$, denn $8 \times 45^\circ$, $6 \times 60^\circ$ und $4 \times 90^\circ$ betragen schon 360° . Da nun aber $w + w' + w'' = 180^\circ$, so folgt, dass jeder Winkel $w' > 180^\circ - (45^\circ + 90^\circ)$, d. h. $> 45^\circ$ sein muss; mithin kann niemals $w' = w$ sein, denn $w < 45^\circ$. Ebenso ergibt sich aber auch, dass jeder Winkel $w'' > 180^\circ - (45^\circ + 60^\circ)$, d. h. $> 75^\circ$ sein muss, woraus erhellt, dass w'' niemals weder w noch w' werden kann, denn $w < 45^\circ$ und $w' < 60^\circ$.

Die Construction der Hexakisoktaëder aus dem Oktaëder gestaltet sich folgendermassen: Man nehme in jeder Halbaxe des Oktaëders vom Mittelpunkt aus zwei verschiedene Längen m und n , von denen m grösser als n ist, während beide grösser als 1 sind, und lege hierauf in jede Oktaëderecke acht Flächen, von welchen je zwei über eine Kante derselben Ecke dergestalt fallen, dass sie die zu derselben Kante gehörige Halbaxe gemeinschaftlich in der kleineren Entfernung n , die nicht zu solcher Kante gehörige Halbaxe aber beiderseits in der grösseren Entfernung m schneiden; so entsteht ein Hexakisoktaëder, dessen Zeichen mOn ist, weil jede seiner Flächen das Parameterverhältniss $m : 1 : n$ hat. Die gewöhnlichsten Varietäten sind $30\frac{2}{3}$, 402 und $50\frac{5}{3}$.

Jede Fläche des Hexakisoktaëders besitzt den kleinsten Parameter in derjenigen Halbaxe, mit welcher sie unmittelbar zum Durchschnitt gelangt; ihre mittlere Kante stösst auf die Halbaxe mit dem mittleren Parameter, ihre kürzeste Kante auf die Halbaxe mit dem grössten Parameter. Die Hexakisoktaëder, bei welchen $n = \frac{2m}{m+1}$, z. B. $20\frac{4}{3}$, $30\frac{3}{2}$ und $50\frac{5}{3}$, sind sog. isogonale, d. h. solche, deren längste und kürzeste

Kanten gleiches Winkelmaass haben; diejenigen, bei welchen $n = \frac{m}{m-1}$, z. B. $30\frac{3}{2}$, $40\frac{1}{3}$, $120\frac{1}{2}$, heissen parallelkantige, weil ihre längsten Kanten mit den Kanten des eingeschriebenen Rhombendodekaëders zusammenfallen und folglich zu je sechs und sechs einander parallel sind. Die Varietät $30\frac{3}{2}$ besitzt daher die merkwürdige Eigenschaft, sowohl isogonal als parallelkantig zu sein.

Die Hexakisoktaëder sind allgemein $\{hkl\}$; $30\frac{3}{2} = \{321\}$; $302 = \{632\}$; $50\frac{5}{3} = \{531\}$; $20\frac{4}{3} = \{432\}$. — Bei der Form $\{321\}$ liegen z. B. in dem vorderen oberen rechten Oktanten, in welchem (vgl. S. 18) alle Parameter positiv sind, die Flächen (321) , (342) , (234) , (213) , (132) , (123) ; in dem vorderen oberen linken die Flächen $(\bar{3}21)$, $(\bar{3}42)$, $(\bar{2}34)$, $(\bar{2}13)$, $(\bar{1}32)$, $(\bar{1}23)$ u. s. w.¹⁾.

Anm. Dass die Triakisoktaëder, Tetrakisheptaëder, Icositetraëder und Hexakisoktaëder — im Gegensatz zum Oktaëder, Hexaëder und Rhombendodekaëder — in ihrer äusseren Gestaltung grosser Variabilität fähig sind, ergibt sich aus der Erwägung, dass die sie begrenzenden Flächen — gleichschenkelige Dreiecke, Deltoide und ungleichseitige Dreiecke — selbst sehr abweichend in ihren Winkelverhältnissen beschaffen sein können; nicht minder auch aus der Thatsache, dass ihre Symbole variable Coëfficienten enthalten.

Die Analogie der drei Bezeichnungsweisen zeigt folgende Vergleichung:

$$\begin{aligned} a : a : a &= 0 &= \{111\} \\ \infty a : a : a &= \infty 0 &= \{110\} \\ \infty a : a : \infty a &= \infty 0 \infty &= \{100\} \\ ma : a : a &= m0 &= \{hhl\} \\ \infty a : a : na &= \infty 0n &= \{hko\} \\ ma : a : ma &= m0m &= \{hkk\} \\ ma : a : na &= m0n &= \{hkl\}. \end{aligned}$$

Abgesehen von den S. 21 u. 22 gegebenen Regeln mögen hier noch einige allgemeine Andeutungen über die Umwandlung der Naumann'schen Zeichen in diejenigen von Miller und umgekehrt folgen. Der letzteren Signatur liegt gewissermassen die Voraussetzung zu Grunde, dass die verschiedenen regulären Formen nicht durch Umschreibung um, sondern durch Einschreibung in das Oktaëder abgeleitet werden.

Um die Zeichen Naumann's in die Miller's zu übersetzen, bedarf es nur folgender Erwägung. Das Hexakisoktaëder $m0n$ hat bei Naumann das Parameterverhältniss $m : n : 4$; schreiben wir es umgekehrt, und dividiren wir es mit mn , so wird

$$4 : n : m = \frac{4}{mn} : \frac{1}{m} : \frac{1}{n};$$

also würde ganz allgemein $h : k : l = mn : m : n$, welches Verhältniss jedoch stets auf seinen einfachsten Ausdruck zu bringen ist. Dies geschieht immer sehr leicht, wenn m und n ganze Zahlen sind; ist aber eine dieser Zahlen ein (unächter) Bruch,

1) Die Bezeichnungsweise der einzelnen Flächen gestaltet sich allgemein in nachstehender Weise; dabei bedeutet, wie auch in der Folge, v: vorne, h: hinten, o: oben, u: unten, r: rechts, l: links.

vor	vol	hor	hol	vur	vul	hur	hul
hkl	$h\bar{k}l$	$\bar{h}kl$	$\bar{h}\bar{k}l$	$hk\bar{l}$	$h\bar{k}\bar{l}$	$\bar{h}k\bar{l}$	$\bar{h}\bar{k}\bar{l}$
$h\bar{l}k$	$h\bar{l}\bar{k}$	$\bar{h}lk$	$\bar{h}\bar{l}k$	$h\bar{l}\bar{k}$	$h\bar{l}k$	$\bar{h}\bar{l}k$	$\bar{h}\bar{l}\bar{k}$
$kh\bar{l}$	$k\bar{h}l$	$\bar{k}hl$	$\bar{k}\bar{h}l$	$kh\bar{l}$	$k\bar{h}\bar{l}$	$\bar{k}h\bar{l}$	$\bar{k}\bar{h}\bar{l}$
$kl\bar{h}$	$k\bar{l}h$	$\bar{k}lh$	$\bar{k}\bar{l}h$	$kl\bar{h}$	$k\bar{l}\bar{h}$	$\bar{k}l\bar{h}$	$\bar{k}\bar{l}\bar{h}$
$lh\bar{k}$	$l\bar{h}k$	$\bar{l}hk$	$\bar{l}\bar{h}k$	$lh\bar{k}$	$l\bar{h}\bar{k}$	$\bar{l}h\bar{k}$	$\bar{l}\bar{h}\bar{k}$
lkh	$l\bar{k}h$	$\bar{l}kh$	$\bar{l}\bar{k}h$	lkh	$l\bar{k}\bar{h}$	$\bar{l}k\bar{h}$	$\bar{l}\bar{k}\bar{h}$

oder sind beide dergleichen Brüche, so hat man das Verhältniss $mn : m : n$ mit den Nennern dieser Brüche zu multipliciren.

Umgekehrt übersetzen sich die *Miller'schen* Zeichen in diejenigen *Naumann's*, wie folgt: Da $h : k : l = mn : m : n$, so wird offenbar $h : k = n : 1$, und folglich auch $n = \frac{h}{k}$; ebenso wird $k : l = m : n$, und folglich $m = \frac{h}{l}$.

Dem *Miller'schen* Zeichen $\{hkl\}$ entspricht daher das *Naumann'sche* $\frac{h}{l} 0 \frac{h}{k}$; also $\{432\} = 20\frac{4}{3}$; $\{522\} = \frac{5}{2}0\frac{5}{2}$; $\{221\} = 20$; $\{430\} = \infty 0\frac{4}{3}$.

§ 17. **Verband der holoëdrisch-regulären Formen.** Die Uebergänge und Verwandtschaften sämtlicher holoëdrisch-regulärer Formen lassen sich am besten aus bestehendem triangulären Schema erkennen (Fig. 31).

In den drei Ecken des Schemas stehen diejenigen drei Formen, welche einzig in ihrer Art sind (S. 36), während die drei Seiten des Schemas die Zeichen der

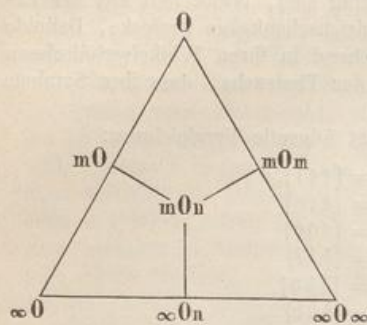


Fig. 31.

drei Vierundzwanzigflächner tragen, als deren Grenzformen die drei singulären Formen zwar schon oben (§ 16) genannt worden sind, während sie jetzt erst mit Evidenz als solche anerkannt werden können. In der That wird durch Vergleichung der Stellung und des Zeichens der Formen sehr anschaulich, dass die Triakisoktaëder $m0$ je nach dem Werth von m körperlich zwischen dem Oktaëder und dem Rhombendodekaëder, dass ebenso die Ikositetraëder $m0m$ je nach dem Werth von m zwischen dem Oktaëder und Hexaëder, dass

die Tetrakisheptaëder je nach dem Werth von n zwischen dem Rhombendodekaëder und Hexaëder schwanken. Werden diese Werthe bald gleich 1 und bald gleich ∞ , so gehen die Grenzformen hervor. In diesem Schema nimmt das Hexakisoktaëder den Mittelpunkt ein, weil in seinen Verhältnissen die Bedingungen für die Existenz aller übrigen Formen ebenso, wie in seinem Zeichen die Zeichen derselben enthalten sind und es sonach als der eigentliche Repräsentant aller regulären Formen betrachtet werden kann, welche nur gewisse Specialfälle desselben darstellen. Jedes $m0n$ erscheint als ein Glied dreier verschiedener Ableitungsreihen: 1) einer Reihe, deren Endglieder ein Triakisoktaëder und ein Ikositetraëder sind; 2) einer solchen, deren Endglieder ein Triakisoktaëder und ein Tetrakisheptaëder darstellen; 3) einer Reihe mit einem Tetrakisheptaëder und Ikositetraëder als Endgliedern.

Wird in dem Zeichen des Achtundvierzigflächners $n = 1$, so geht daraus $m0$ hervor; wird $m = \infty$, so erhält man $\infty 0n$; wenn $n = m$, so $m0m$; wenn sowohl m als $n = 1$, alsdann 0; wenn m und n beide $= \infty$, alsdann $\infty 0\infty$; wenn schliesslich $m = \infty$ und $n = 1$, alsdann $\infty 0$. Oder das Hexakisoktaëder (Fig. 30) wird zu einem

Triakisoktaëder, wenn die kürzesten Kanten verschwinden, d. h. $C = 180^\circ$,
Tetrakisheptaëder, wenn die mittleren Kanten verschwinden, d. h. $B = 180^\circ$,
Ikositetraëder, wenn die längsten Kanten verschwinden, d. h. $A = 180^\circ$,
Oktaëder, wenn die längsten und kürzesten Kanten verschwinden, $C = A = 180^\circ$,
Hexaëder, wenn die längsten und mittleren Kanten verschwinden, $B = A = 180^\circ$,
Dodekaëder, wenn die mittleren und kürzesten Kanten verschwinden, $C = B = 180^\circ$.

So können also die übrigen sechs Formen als Quasi-Hexakisoktaëder aufgefasst werden, bei welchen bald diese, bald jene Kanten verschwunden sind. Und zwar sind die 3 Vierundzwanzigflächner solche Quasi-Achtundvierzigflächner, bei welchen bloß eine Kantenart verschwunden ist, die 3 invariablen Formen solche, bei welchen zwei Kantenarten zum Verschwinden gelangt sind. So wäre z. B.:

- $30\frac{3}{2}$ ein sehr triakisoktaëder-
- 2502 ein sehr tetrakishexaëder-
- $\frac{3}{4}0\frac{1}{2}$ ein sehr ikositetraëder-
- $\frac{5}{3}0\frac{3}{2}$ ein sehr oktaëder-
- 17016 ein sehr hexaëder-
- $200\frac{3}{2}$ ein sehr rhombendodekaëderähnliches Hexakisoktaëder.

Das Hexakisoktaëder 402 kann z. B. folgende und nur sechs folgende Variationen seiner Parameter bis zu den Grenzformen erfahren:

- 1) der kleinere Parameter verkleinert: $40\frac{7}{4}$, $40\frac{3}{2}$, $40\frac{5}{4}$ bis 40 ,
- 2) der grössere Parameter vergrößert: 502 , 1202 bis $\infty 02$,
- 3) der grössere verkleinert, bis er den kleineren erreicht: $\frac{7}{2}02$, 302 bis 202 ,
- 4) beide Parameter verkleinert: $\frac{7}{2}0\frac{7}{4}$, $30\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}0\frac{5}{4}$ bis 0 ,
- 5) beide vergrößert: 503 , 807 bis $\infty 0\infty$,
- 6) einer vergrößert und zugleich der andere verkleinert: $50\frac{7}{4}$, $60\frac{3}{2}$, $70\frac{5}{4}$ bis $\infty 0$.

Dass mit den angeführten sieben holoëdrischen Formen überhaupt alle, welche in dem regulären System vorkommen können, bekannt und erschöpft sind, ergibt sich, abgesehen von den auf S. 33 vorgenommenen Eintheilungen, auch noch aus folgender Erwägung. Im Allgemeinen kann die Lage einer Fläche mit Bezug auf die einen Oktanten bildenden drei Halbaxen eine dreifache sein: die drei Parameter derselben sind entweder alle von endlichem Werth, oder zwei sind endlich, der dritte ∞ , oder bloß einer ist endlich, die beiden anderen ∞ ; der vierte Fall, dass alle drei Parameter ∞ seien, ist nicht denkbar. Die weiteren Möglichkeiten zeigt das folgende Schema:

I. Alle drei Parameter endlich:

- 1) alle drei gleich ($a : a : a$), Oktaëder;
- 2) zwei gleich, der dritte ungleich:
 - a) der dritte grösser ($a : a : ma$), Triakisoktaëder,
 - b) der dritte kleiner ($ma : ma : a$), Ikositetraëder;
- 3) alle drei ungleich ($a : ma : na$), Hexakisoktaëder.

II. Zwei Parameter endlich, der dritte unendlich:

- 1) die endlichen gleich ($a : a : \infty a$), Rhombendodekaëder;
- 2) die endlichen ungleich ($a : na : \infty a$), Tetrakishexaëder.

III. Ein Parameter endlich, die beiden anderen unendlich ($a : \infty a : \infty a$), Hexaëder.

Weitere Haupt- oder Unterabtheilungen sind nicht möglich und somit ist ein fernerer holoëdrisch-regulärer Körper nicht denkbar. — Auf genau dieselben Abtheilungen gelangt man übrigens, wenn die verschiedenen Möglichkeiten der Lage einer Fläche zu den drei Haupt-Symmetrie-Ebenen ins Auge gefasst werden.

§ 48. **Combinationen der holoëdrisch-regulären Formen.** Sind die Formen des regulären Systems mit parallelen Symmetrie-Ebenen zu zwei, drei und mehr an einem und demselben Krystall zugleich ausgebildet, so liegt eine Combination derselben vor (§ 8). In solchen Combinationen, welche nach der Anzahl der zu ihnen beitragenden Formen als zweizählige, dreizählige u. s. w. unterschieden werden, kann natürlich keine der combinirten Formen ganz vollständig erscheinen, weil ihre gleichzeitige Ausbildung an demselben Krystall (oder um denselben Mittelpunkt) nur in der Weise möglich ist, dass die Flächen der einen Form symmetrisch zwischen den Flächen, und folglich an der Stelle gewisser Kanten und Ecken der anderen Formen auftreten; weshalb diese Kanten

und Ecken durch jene Flächen gleichsam wie weggeschnitten (abgestumpft, zugespitzt oder zugespitzt) erscheinen, und ganz neue Kanten (Combinationskanten) entstehen, welche weder der einen noch der anderen Form eigenthümlich zugehören. Gewöhnlich sind die Flächen der einen Form viel grösser als die der anderen, so dass sie den Totalhabitus der Combination bestimmt, während manche Formen nur sehr geringe Flächenausdehnung zeigen; dies Verhältniss bedingt den Gegensatz der vorherrschenden und untergeordneten Formen.

Als eine auch für alle folgenden Krystalssysteme gültige Bemerkung mag erwähnt werden, dass man unter der Entwicklung oder Auflösung einer Combination die Bestimmung aller zu ihr beitragenden Formen versteht, und dass das krystallographische Zeichen einer Combination dadurch gewonnen wird, dass man die Zeichen ihrer einzelnen Formen nach Maassgabe des Vorherrschens derselben, durch Punkte getrennt (aber ganz dicht) hinter einander schreibt.

Um ein Bild von dem Aussehen einer Combination zu erhalten, bringt man die beiden einfachen Formen in parallele Stellung, so dass die entsprechenden Symmetrieelemente übereinstimmend orientirt sind und beobachtet, welche Veränderungen an der einen Form erfolgen würden, wenn man an diese letztere die parallel fortgeschobenen Flächen der anderen Form überträgt. So modificiren die Flächen der einen Form immer nur gleichartige Kanten und Ecken der anderen durch Abstumpfung oder Zuschärfung.

In den meisten holoëdrisch-regulären Combinationen erscheint das Hexaëder, oder das Oktaëder oder auch das Rhombendodekaëder als vorherrschende

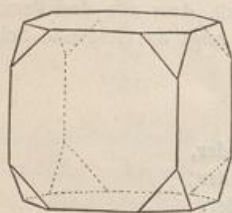

 $\infty 0 \infty . 0.$

Fig. 32.

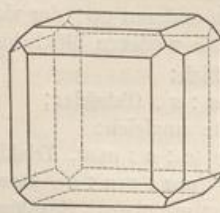

 $\infty 0 \infty . \infty 0.$

Fig. 33.

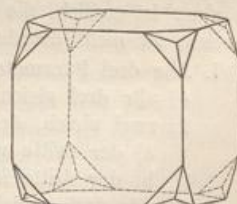

 $\infty 0 \infty . 202.$

Fig. 34.

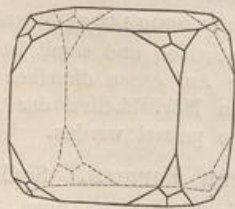

 $\infty 0 \infty . 20.$

Fig. 35.

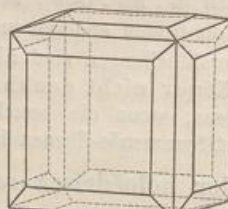

 $\infty 0 \infty . \infty 03.$

Fig. 36.

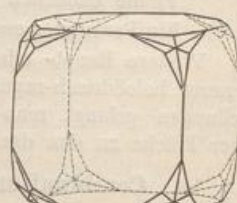

 $\infty 0 \infty . 402.$

Fig. 37.

Form, wie denn überhaupt diese drei Formen am häufigsten ausgebildet und in der Mehrheit der Combinationen zu finden sind. Das Hexaëder erfährt durch die Flächen des Oktaëders eine regelmässige Abstumpfung seiner Ecken, durch die Flächen des Rhombendodekaëders eine regelmässige Abstumpfung seiner Kanten, durch jedes Ikositetraëder $m0m$ (am häufigsten durch 202) eine dreiflächige, auf die Flächen aufgesetzte Zuspitzung seiner Ecken, durch jedes Triakisoktaëder eine

dreiflächige, auf die Kanten aufgesetzte Zuspitzung seiner Ecken, durch jedes Tetrakis-hexaëder eine zweiflächige Zuschärfung seiner Kanten, durch jedes Hexakisoktaëder eine sechsflächige Zuspitzung seiner Ecken.

Das Oktaëder erfährt durch die Flächen des Hexaëders eine Abstumpfung seiner Ecken, durch die Flächen des Rhombendodekaëders eine regelmässige Abstumpfung seiner Kanten, durch jedes Ikositetraëder (gewöhnlich durch 202) eine

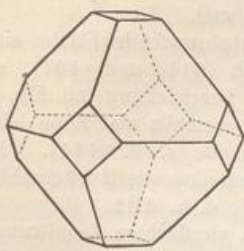

 $0.\infty 0\infty.$

Fig. 38.

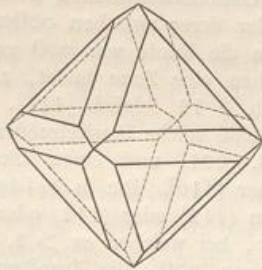

 $0.\infty 0.$

Fig. 39.

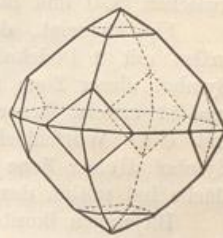

 $0.202.$

Fig. 40.

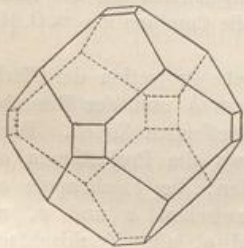

 $\infty 0.\infty 0\infty.$

Fig. 41.

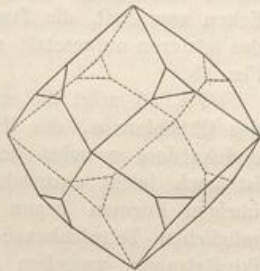

 $\infty 0.0.$

Fig. 42.

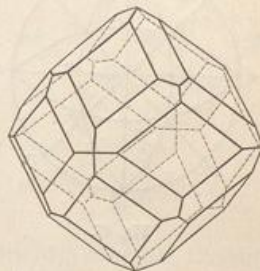

 $\infty 0.202.$

Fig. 43.

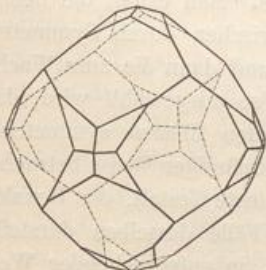

 $\infty 0.303.$

Fig. 44.

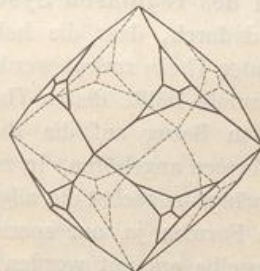

 $\infty 0.\frac{3}{2}0\frac{3}{2}.$

Fig. 45.

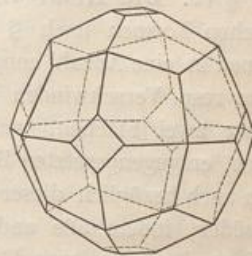

 $202.\infty 0\infty.$

Fig. 46.

vierflächige, auf die Flächen aufgesetzte Zuspitzung seiner Ecken, durch jedes Triakisoktaëder eine zweiflächige Zuschärfung seiner Kanten.

Das Rhombendodekaëder erleidet durch das Hexaëder eine Abstumpfung der tetragonalen, durch das Oktaëder eine solche der trigonalen Ecken, durch das Ikositetraëder 202 eine Abstumpfung seiner Kanten, durch das Hexakisoktaëder eine zweiflächige Zuschärfung seiner Kanten.

Bei der Auflösung der Combination sucht man zweckmässig zunächst die 3 einfachsten Formen 0 , $\infty 0$, $\infty 0 \infty$ auf, oder stellt sich bei Abwesenheit derselben vor, welche Lage dieselben einnehmen würden. Ferner erinnere man sich, dass alle $m0$ eine Zone bilden mit 0 und $\infty 0$, sämtliche $m0m$ eine solche mit 0 und $\infty 0 \infty$, sämtliche $\infty 0n$ mit $\infty 0$ und $\infty 0 \infty$. Aus den gebildeten Zonen werden dann unmittelbar diese 3 Vierundzwanzigflächner erkannt. Alle Flächen, die nicht in den 3 genannten Zonen liegen, gehören Hexakisoktaedern an; letztere treten auch mit zwei Flächen auf an Stelle der Combinationskanten zwischen 0 und $\infty 0n$, oder derer zwischen $\infty 0$ und $m0m$, oder derer zwischen $\infty 0 \infty$ und $m0$.

Fig. 43 zeigt, dass eine die Kante von $\infty 0$ gerade abstumpfende Fläche eines $m0m$ mit 2 Dodekaederflächen eine Zone bildet, z. B. mit (011) und (101) ; das Symbol dieser Zone ist nach § 12 folglich $[11\bar{1}]$. Eine Vergleichung mit Fig. 41 und 42 erweist ferner, dass eine solche Ikositetraederfläche ebenfalls eine Zone bildet mit einer Würfelfläche z. B. (001) und einer Oktaederfläche z. B. (111) . Das Symbol dieser Zone ist daher $[\bar{1}10]$. Die in beiden Zonen liegende Ikositetraederfläche hat mithin das Zeichen $(\bar{1}\bar{1}2)$ oder (112) , d. h. 202 .

Diejenigen Ikositetraeder, bei welchen $m > 2$, bilden vierflächige Zuspitzungen an den vierkantigen Ecken von $\infty 0$, die Zuspitzungsflächen auf die Dodekaederkanten aufgesetzt; z. B. die Combination $\infty 0.303$, Fig. 44. — Diejenigen Ikositetraeder, bei denen $m < 2$, bilden dreiflächige Zuspitzungen an den dreikantigen Ecken von $\infty 0$, die Zuspitzungsflächen auf die Kanten des letzteren aufgesetzt; z. B. die Combination $\infty 0.\frac{3}{2}0\frac{3}{2}$, Fig. 45.

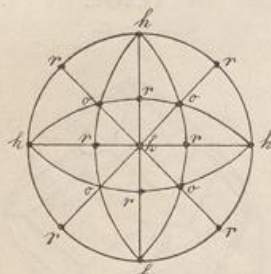


Fig. 47.

Fig. 47 zeigt die sphärische Projection der Flächen des Oktaeders o , des Hexaeders h und des Rhombendodekaeders r nebst den betreffenden Zonen. Daraus ist auch leicht einzusehen, wo die Projectionen aller übrigen Formen liegen werden: die Flächenpole aller möglichen Tetrakishexaeder zwischen h und r , aller Ikositetraeder zwischen h und o , aller Triakisoktaeder

zwischen r und o , aller Hexakisoktaeder in den Räumen zwischen den benachbarten hro .

§ 19. Die Hemiëdrien des regulären Systems. Man erhält die hemiëdrischen Formen nach § 13 dadurch, dass die holoëdrischen durch Symmetrieebenen in eine Anzahl congruenter Theile zerlegt werden und dann die zum Wachsthum resp. Verschwinden bestimmte Hälfte dieser Theile so ausgewählt wird, dass immer zwei Flächen, welche in Bezug auf die theilenden Ebenen symmetrisch liegen, entgegengesetzten Hälftformen angehören. In zweckmässiger Weise betrachtet man auch bezüglich dieser Vorgänge zunächst die allgemeinste Gestalt, das Hexakisoktaeder, indem alle anderen Formen ja nur specielle Fälle desselben darstellen und so dasjenige, was für dasselbe erkannt worden ist, in entsprechender Weise auch auf die übrigen Gestalten, als auf Quasi-Achtundvierzigflächner Anwendung finden muss.

Da die regulären Holoëder 3 H.-S.-E.n und 6 gewöhnliche S.-E.n besitzen, so werden 3 Modalitäten der Hemiëdrie — nicht mehr und nicht weniger — zu unterscheiden sein, je nachdem aus dem Complex ausscheiden:

- 1) die 3 H.-S.-E.n; dann verhalten sich die 8 congruenter Räume, welche durch dieselben gebildet werden, nur abwechselnd gleich. Bei dem Hexakisoktaeder macht sich dies darin geltend, dass bloß die in den abwechseln-

- den Oktanten gelegenen sechszähligen Flächengruppen ausgebildet sind (tetraëdrische oder geneigtflächige Hemiëdrie);
- 2) die 6 gewöhnlichen S.-E.n; die durch dieselben gebildeten 24 congruenten Räume sind nur abwechselnd gleich. Alsdann bleiben am Hexakisoktaëder nur noch die abwechselnden Flächenpaare erhalten, welche an den mittleren gebrochenen Oktaëderkanten (oder an den in den H.-S.-E.n befindlichen Kanten) gelegen sind (dodekaëdrische oder pentagonale oder parallelfächige Hemiëdrie);
- 3) alle 9 S.-E.n zusammen; von den 48 congruenten Räumen sind nur die abwechselnden gleich. Bei dem Hexakisoktaëder hat dies die Wirkung, dass von ihm bloß die abwechselnden einzelnen Flächen ausgebildet vorliegen (plagiëdrische oder gyroëdrische Hemiëdrie).

§ 20. **Die tetraëdrische Hemiëdrie.** Die Formen derselben sind nicht mehr nach den Würfelflächen, sondern nur noch nach den 6 gewöhnlichen S.-E.n oder nach den Rhombendodekaëderflächen symmetrisch. Die krystallographischen Hauptaxen (bei den Holoëdern vierzählig) sind hier zu 3 gleichwerthigen zweizähligen S.-A.n geworden; ausserdem sind vorhanden 4 gleichwerthige dreizählige S.-A.n von polarer Ausbildung, senkrecht zu den Tetraëderflächen. Ein Centrum der Symmetrie fehlt; für die Fläche ist eine parallele Gegenfläche nicht ausgebildet, daher die Bezeichnung geneigtflächige Hemiëdrie. Die sphärische Projection Fig. 48 zeigt die Flächenvertheilung bei der allgemeinsten Form und die Symmetrie (vgl. S. 25).

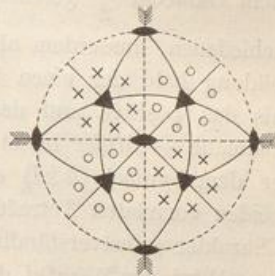


Fig. 48.

Indem die tetraëdrische Hemiëdrie sich darin ausspricht, dass die Oktanten zwischen den drei H.-S.-E.n sich bloß abwechselnd gleich verhalten, werden alle diejenigen Formen dabei eine Gestaltsveränderung erfahren, bei welchen die Normalen der Flächen in diese Oktantenräume fallen, also das Oktaëder, Ikositetraëder, Triakisoktaëder, Hexakisoktaëder. Bei den übrigen Formen (Hexaëder, Rhombendodekaëder, Tetrakishexaëder) liegen aber die Normalen der Flächen in den H.-S.-E.n selbst und daher zugleich in dem einen und in dem benachbarten Oktanten; eine Verschiedenheit dieser beiden Oktanten ist demzufolge hier auf die Normalen ohne geometrischen Einfluss, und die zu solchen Normalen gehörigen Flächen werden scheinbar ebenso auftreten, wie in der holoëdrischen Abtheilung. Die Würfelfläche z. B. deckt gleichzeitig vier Oktanten, also kann eine abwechselnde Verschiedenheit der letzteren für die Ausbildung der Würfelfläche keine Veränderung im Gefolge haben.

Bei dem Oktaëder wird derjenige sechszählige Flächencomplex (§ 49, 1), um dessen abwechselndes Verschwinden es sich bei dem Achtundvierzigflächner auf dem Gebiet der tetraëdrischen Hemiëdrie handelt, vollgültig durch die einzelne Fläche repräsentirt. Das Oktaëder wird daher zufolge dieser Modalität hemiëdrisch, indem man seine vier abwechselnden Flächen vergrößert, wobei dann die übrigen zum Verschwinden gelangen (Fig. 49). Es entstehen so aus demselben zwei Tetraëder (Fig. 50 und 51).

Das Tetraëder ist eine von 4 gleichseitigen Dreiecken umschlossene Form mit 6 gleichen Kanten B' , deren Winkelmaass $70^\circ 31' 44''$, und mit 4 dreiflächigen (trigonalen) Ecken. Die krystallographischen Axen verbinden die Mittelpunkte je

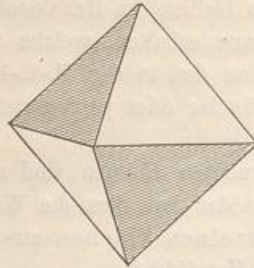


Fig. 49.

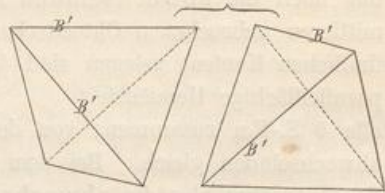


Fig. 50.

Fig. 51.

zweier gegenüberliegender Kanten. Das Zeichen kann in Folge der Ableitung aus dem Oktaëder $\frac{0}{2}$ geschrieben werden und die beiden, durch ihre Stellung verschiedenen, ausserdem aber völlig gleichen Tetraëder, welche durch alleinige Ausbildung bald der einen bald der anderen Hälfte der Flächen entstehen, werden als das positive und das negative unterschieden. — Fahlerz, Boracit, Helvin, Diamant. — *Miller* bildet das Zeichen der tetraëdrisch-hemiëdrischen Form, indem er dem Symbol $\{hkl\}$ ein α (als Abkürzung von $\alpha\lambda\nu\sigma\varsigma$, geneigt) vorsetzt. Die beiden correlaten Tetraëder sind daher $\alpha\{111\}$ und $\alpha\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$. Ist der hemiëdrische Charakter selbstverständlich, so wird α auch wohl weggelassen.

Wird der Würfel der in Rede stehenden Hemiëdrie unterworfen, so erleidet derselbe zufolge der oben angestellten Erwägung keine wirkliche Gestaltsveränderung, sondern erscheint gerade so, als ob er holoëdrisch geblieben wäre, ob schon auch an ihm die Hälfte der Flächen als verschwunden gelten muss. Dies wird ebenfalls einleuchtend, wenn man sich den Würfel durch angemessene Feldereintheilung seiner Flächen in einen Quasi-Achtundvierzigflächner verwandelt denkt, und dann auch für ihn genau das Gesetz dieser Hemiëdrie zur Verwirklichung bringt. Ebenso liefern auch das Rhombendodekaëder und die Pyramidenwürfel keine neuen Gestalten.

In nachstehenden drei Figuren stellen die schwarzen Theile diejenigen Flächenfelder vor, welche eigentlich als verschwunden zu denken, während die weiss ge-



$$\frac{\infty 0 \infty}{2}$$

Fig. 52.



$$\frac{\infty 0}{2}$$

Fig. 53.



$$\frac{\infty 0 n}{2}$$

Fig. 54.

lassenen Flächenfelder die wirklich rückständigen sind. Da nun aber jedes verschwindende Flächenfeld mit einem bleibenden Flächenfeld in eine Ebene fällt, so wird in

der geometrischen Erscheinungsweise dieser Formen gar nichts geändert werden, obgleich die Bedeutung ihrer Flächen eine ganz andere ist. Im Hexaëder z. B. besteht streng genommen jede Fläche nur noch aus zweien, an einer Diagonale anliegenden quadratischen Feldern, welche sich aber, weil sie in eine Ebene fallen, zur vollständigen Hexaëderfläche ausdehnen; und auf ähnliche Weise verhält es sich im Rhombendodekaëder und Tetrakishexaëder. Diese drei Formen sind also da, wo sie zugleich mit Tetraëdern vorkommen, wenn auch nicht ihrem Aussehen, so doch ihrem Wesen nach als hemiëdrische Formen zu deuten. Gegenüber den wirklich holoëdrischen Formen sind auch bei ihnen die Symmetrieverhältnisse in derselben Weise reducirt, wie es bei dem Tetraëder und den anderen hier neu entstehenden Formen der Fall. Während die Flächen des holoëdrischen Würfels tetrasymmetrisch sind (S. 17), sind diejenigen des hemiëdrischen nur disymmetrisch nach den Diagonalen des Quadrats, wie sich dies auch in der Oberflächenstreifung (vgl. § 64) ausspricht. Naumann hat diese nun allgemein angenommene Anschauungsweise schon seit dem Jahre 1830 geltend gemacht.

Bei den Ikositetraëdern mOm kommen die abwechselnden dreizähligen, über den Flächen des eingeschriebenen Oktaëders gelegenen Flächengruppen zum Verschwinden, die übrigen dazwischen liegenden dehnen sich bis zur gegenseitigen Durchschneidung aus (Fig. 55). Als Hälftflächner entstehen so die Trigondodekaëder (Pyramidentetraëder,

Triakistetraëder), deren Zeichen daher $\frac{mOm}{2}$ oder auch $-\frac{mOm}{2}$ sein wird, entsprechend $x\{hkk\}$ und $x\{h\bar{k}k\}$.

Es sind von 12 gleichschenkeligen Dreiecken umschlossene Formen, deren allgemeine Gestalt zwischen jener des Tetraëders und Hexaëders schwankt, jedoch so, dass stets die Kanten der ersteren, aber niemals die Kanten der letzteren Grenzform hervortreten. Die Gestalt ist gleichsam ein Tetraëder, welches auf jeder seiner 4 Flächen eine dreiseitige Pyramide trägt. Je flacher dieselbe ist (Fig. 56), desto mehr nähert sich die Form einem Tetraëder, je steiler (Fig. 58), desto mehr einem Hexaëder. — Von

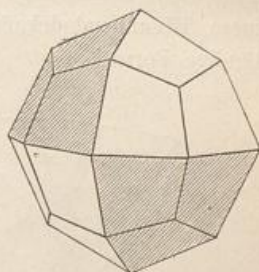


Fig. 55.

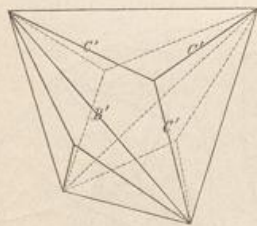


Fig. 56.

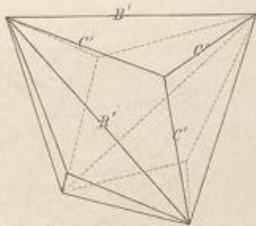


Fig. 57.

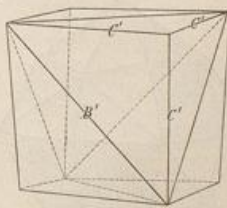


Fig. 58.

den Kanten entsprechen 6 längere (B') den Kanten des Tetraëders und liegen 12 kürzere (C') zu je drei über den Flächen des eingeschriebenen Tetraëders; die Ecken sind gleichfalls zweierlei: 4 sechsflächige, und 4 dreiflächige (trigonale) Ecken. Die krystallographischen Axen verbinden die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegender längerer (Tetraëder-) Kanten. — Fahlerz, Kieselwismut.

Die Triakisoktaeder mO liefern, nach den in den abwechselnden Oktanten gelegenen dreizähligen Flächensystemen (Fig. 59) hemiëdrisch werdend, die Deltoiddodekaeder, welche demgemäss das Zeichen $\frac{mO}{2}$ oder $-\frac{mO}{2}$ erhalten, entsprechend $\alpha\{hhl\}$ und $\alpha\{h\bar{h}l\}$. Dieselben sind von 12 Deltoiden umschlossene

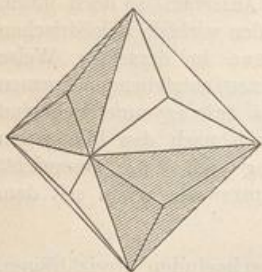


Fig. 59.

Formen, deren allgemeine Gestalt zwischen jener des Tetraeders und Rhombendodekaeders schwankt, ohne dass jedoch die Kanten einer dieser Grenzformen jemals hervortreten können (Fig. 60, 61, 62). — Von den Kanten liegen 12 längere (B') paarweise über den Kanten, und 12 kürzere (A') zu drei über den Flächen des eingeschriebenen Tetraeders. Die Ecken sind dreierlei: 6 vierflächige (rhombische) Ecken, 4 spitzere, und 4 stumpfere dreiflächige (trigonale) Ecken. Die krystallographischen Axen verbinden je zwei gegenüberliegende rhombische Ecken. Je stumpfer letztere (Fig. 60) sind,

desto mehr nähert sich die Form einem Tetraeder, je spitzer (Fig. 62), desto mehr einem Rhombendodekaeder. — Fahlerz, Weissgültigerz, doch nicht als selbständige Form.

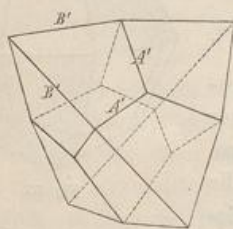


Fig. 60.

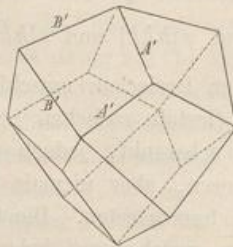


Fig. 61.

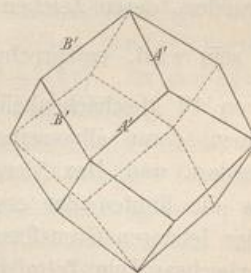


Fig. 62.

Bei den Hexakisoktaedern mOn sind es die in den abwechselnden Oktanten gelegenen sechszähligen Flächensysteme (Fig. 63), nach welchen diese

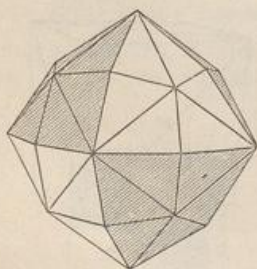


Fig. 63.

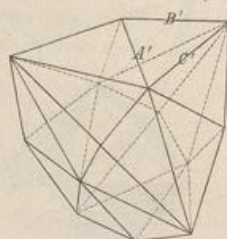


Fig. 64.

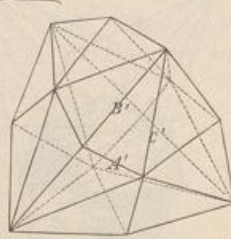


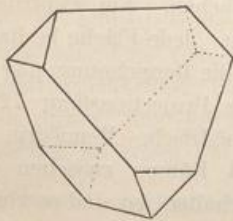
Fig. 65.

Hemiëdrie erfolgt; alsdann gehen aus ihnen die mit $\frac{mOn}{2}$ oder $-\frac{mOn}{2}$ zu bezeichnenden Hexakistetraeder (Fig. 64, 65) hervor, $\alpha\{hkl\}$ und $\alpha\{h\bar{k}l\}$. Dieselben sind von 24 ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen, deren allgemeine

Gestalt bald einer der drei vorhergehenden hemiëdrischen Formen, bald auch dem Rhombendodekaëder, dem Hexaëder oder dem Tetrakishehexaëder genähert sein kann; doch gruppieren sich die Flächen am häufigsten in 4 sechszählige Systeme. — Die Kanten sind dreierlei: 12 mittlere B' , paarweise über den Kanten, 12 längere C' , und 12 kürzere A' , zu je dreien über den Flächen des eingeschriebenen Tetraëders. Die Ecken sind gleichfalls dreierlei: 6 vierflächige (rhombische), 4 spitzere, und 4 stumpfere sechsfächige Ecken. Die krystallographischen Axen verbinden je zwei gegenüberliegende rhombische Ecken. — Diamant, Boracit, Fahlerz; jedoch an letzteren beiden nicht selbständig.

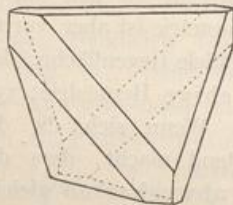
Das Hexakistetraëder (vgl. auch die Projection in Fig. 48) ist die allgemeinste Gestalt dieser Hemiëdrie, in dessen Symbol alle anderen, einschliesslich des hemiëdrischen Hexaëders, Rhombendodekaëders und Pyramidenwürfels als Specialfälle enthalten sind. Werden die Kanten $A' = 180^\circ$, so geht ein Pyramidentetraëder hervor; bei $C' = 180^\circ$ ein Deltoiddodekaëder; bei A' und $C' = 180^\circ$ ein Tetraëder.

Combinationen. Tetraëdrisch-hemiëdrische Formen können nur mit solchen desselben Charakters Combinationen bilden. Wenn also in letzteren ein Würfel,



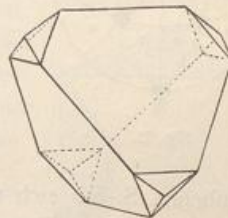
$$\frac{0}{2} \cdot \frac{0}{2}$$

Fig. 66.



$$\frac{0}{2} \cdot \infty 0 \infty$$

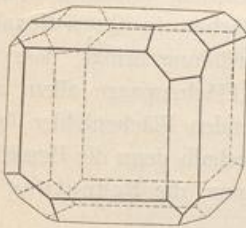
Fig. 67.



$$\frac{0}{2} \cdot \infty 0$$

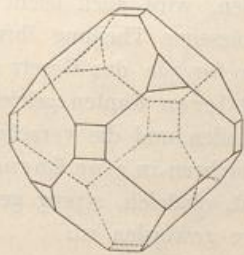
Fig. 68.

Rhombendodekaëder, Pyramidenwürfel auftritt, so sind diese Formen tetraëdrisch-hemiëdrischer Natur; kommt scheinbar ein Oktaëder vor, so muss es als Combination zweier Tetraëder (Fig. 66) gelten, welche im Gleichgewicht stehen.



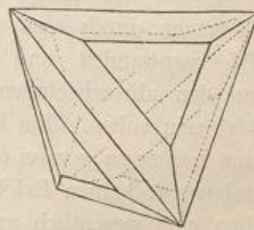
$$\infty 0 \infty \cdot \frac{0}{2} \cdot \infty 0$$

Fig. 69.



$$\infty 0 \cdot \frac{0}{2} \cdot \infty 0 \infty$$

Fig. 70.



$$\frac{202}{2} \cdot \frac{0}{2}$$

Fig. 71.

In diesen Combinationen erscheint gewöhnlich das Tetraëder, oder das Rhombendodekaëder, oder auch das Hexaëder, selten ein Trigondodekaëder als vorherrschende Form. Das Tetraëder erleidet durch die Flächen seines Gegen-

körpers eine Abstumpfung der Ecken, durch die Flächen des (hemiëdrischen) Hexaëders eine Abstumpfung der Kanten, durch die Flächen des (hemiëdrischen) Rhombendodekaëders eine dreiflächige, auf die Flächen aufgesetzte Zuspitzung der Ecken, wobei die zuspitzenden Flächen mit einander Winkel von 120° bilden.

Das Rhombendodekaëder erleidet durch die Flächen des Tetraëders eine Abstumpfung der abwechselnden trigonalen Ecken, das Hexaëder durch dieselbe Form eine Abstumpfung seiner abwechselnden Ecken¹⁾, und jedes Trigondodekaëder durch das Tetraëder von gleicher Stellung eine Abstumpfung der trigonalen Pyramidenecken (Fig. 71).

§ 24. Die dodekaëdrische Hemiëdrie. Bei ihr sind die Formen nicht mehr nach den 6 gewöhnlichen S.-E.n symmetrisch, sondern nur noch nach den Würfelflächen (welche aber hier keine H.-S.-E.n mehr darstellen); sonst besitzen die Formen, wie die tetraëdrisch-hemiëdrischen 3 zweizählige S.-A.n, senkrecht zu einander und zu den Würfelflächen (die krystallographischen Hauptaxen), sowie 4 dreizählige S.-A.n, senkrecht zu den Oktaëderflächen. Ein Centrum der Symmetrie ist aber vorhanden. Jede Fläche besitzt eine parallele Gegenfläche, daher die Bezeichnung parallelflächige Hemiëdrie; vgl. die Projectionsfigur 72.

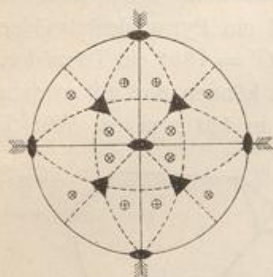


Fig. 72.

Wenn sich die dodekaëdrische Hemiëdrie darin geltend macht, dass die 24 Räume zwischen den 6 gewöhnlichen S.-E.n sich nur abwechselnd gleich verhalten, so sind es von allen holoëdrisch-regulären Formen bloß die Tetrakishexaëder und die Hexakisoktaëder, bei welchen die Normalen der Flächen in diese Räume fallen und daher geschieht es, dass auch nur diese beiden in Folge solcher Hemiëdrie ihre Gestalt verändern, die fünf anderen Formen aber dabei in geometrischer Hinsicht anscheinend unverändert bleiben.

Dass das Hexaëder, das Oktaëder, das Rhombendodekaëder, die Triakisoktaëder und Ikositetraëder, wenn sie dieser Hemiëdrie unterliegen, demnach keine wesentliche Gestaltsveränderung erleiden, wird auch leicht eingesehen, indem man diese fünf Formen durch eine angemessene Theilung ihrer Flächen in Quasi-Hexakisoktaëder verwandelt, und dann für sie das Gesetz in Erfüllung bringt, dass nur die an den abwechselnden mittleren Kanten gelegenen Flächenpaare allein ausgebildet sein sollen. Die bleibenden und die verschwindenden Flächenfelder fallen alsdann immer zu je zwei oder mehreren in eine Ebene, weshalb denn die Hemiëdrie scheinbar gar keinen Erfolg hat, obgleich, streng genommen, die Bedeutung der Flächen eine wesentlich andere geworden ist.

In nachstehenden Figuren entsprechen die weiss gelassenen Flächenfelder den bleibenden, die schwarzen Flächenfelder dagegen denjenigen Flächenpaaren, welche eigentlich als verschwunden zu denken sind. Es ist augenscheinlich, dass z. B. bei dem so nach der dodekaëdrischen Hemiëdrie hälftflächig gewordenen Würfel die Begren-

¹⁾ Daraus ergibt sich auch, dass dieses Hexaëder, ungeachtet seines Aussehens, nicht holoëdrisch und nicht mehr zu seinen eigenen Flächen symmetrisch ist, denn sonst müssten alle seine Ecken als gleichwerthig auch gleichmässig abgestumpft werden.

zungselemente eine ganz andere Bedeutung besitzen, als bei dem ebenfalls scheinbar holoëdrischen, welcher (vgl. Fig. 52) das Resultat der tetraëdrischen Hemiedrie ist. Die Flächen des Würfels sind hier disymmetrisch nach den Seiten des Quadrats, wie

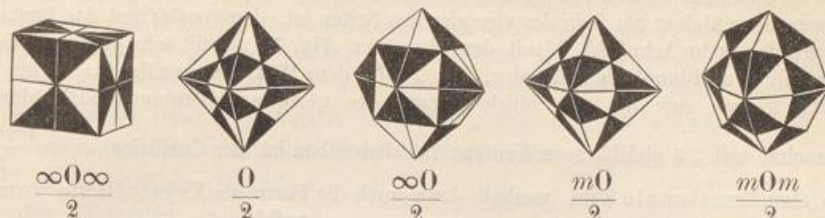


Fig. 73.

sich dies auch in der Oberflächenstreifung (§ 64) kund gibt. Das Oktaëder, welches in der tetraëdrischen Abtheilung als solches nicht existirt, tritt also hier als vollgültiges Mitglied auf, aber seine Flächen sind asymmetrisch.

Bei den Tetrakishexaëdern $\infty 0 n$ sind die einzelnen Flächen das vollgültige Aequivalent derjenigen an den mittleren Kanten gelegenen Flächenpaare, um deren abwechselndes Wachsen und Verschwinden es sich auf dem Gebiete dieser Hemiedrie bei dem Achtundvierzigflächner handelt (Fig. 74). Sind die Tetrakishexaëder nur mit ihren abwechselnden Flächen ausgebildet, so gehen aus ihnen die Pentagondodekaëder hervor, welche daher allgemein mit $\frac{\infty 0 n}{2}$ bezeichnet werden. Die Pentagondodekaëder sind von 12 symmetrischen Pentagonen umschlossen, d. h. von Fünfecken, welche 4 gleiche Seiten und 2 Paare gleicher Winkel haben. Die allgemeine Gestalt der Formen schwankt zwischen jener des Hexaëders und des Rhombendodekaëders, ohne dass jedoch die Kanten einer dieser beiden Grenzformen jemals hervortreten könnten.

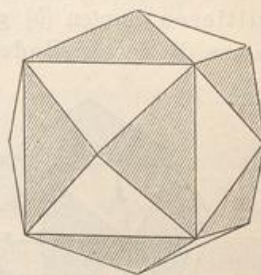


Fig. 74.

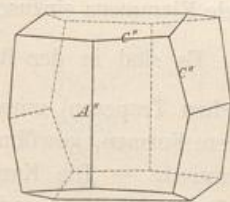


Fig. 75.

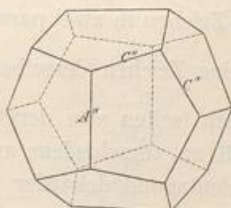


Fig. 76.

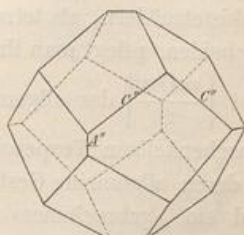


Fig. 77.

Die Kanten sind zweierlei: 6 regelmässige, die abweichend langen Seiten der Pentagone repräsentirende, meist längere (selten kürzere) Kanten A'' , welche über den Flächen, und 24 unregelmässige, meist kürzere (selten längere) Kanten C'' , welche, die gleichen Pentagonseiten darstellend, gewöhnlich paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Hexaëders liegen. Auch die Ecken sind zweierlei: 8 gleichkantig-dreiflächige (trigonale) und 42 ungleichkantig-dreiflächige (unregel-

mässige) Ecken. Die krystallographischen Axen verbinden die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegender regelmässiger Kanten. — Eisenkies, Kobaltglanz.

Je nachdem in den Pentagonen die einzelne, abweichend lange Seite entweder grösser oder kleiner als jede der vier gleichen Seiten ist, demgemäss hat das Pentagonododekaëder mehr Aehnlichkeit mit dem Hexaëder, Fig. 75 (n mit sehr grossem Werth), oder mit dem Rhombendodekaëder, Fig. 77 (n dem Werth 1 genähert). Mitten inne steht, freilich nur als eine ideale Form, das reguläre Pentagonododekaëder der

Geometrie mit 30 gleichlangen Kanten; bei demselben ist der Coëfficient $n = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, also eine irrationale Zahl, weshalb denn auch die Form als Krystallform unmöglich ist (§ 40, S. 20); sehr nahe würde die Varietät $\frac{\infty 0 \frac{3}{2}}{2}$ kommen. Die gewöhnlichste Varietät $\frac{\infty 0 2}{2}$ findet sich am Eisenkies oder Pyrit gar häufig ausgebildet und wird daher auch Pyritoëder genannt (Fig. 76).

Miller setzt hier vor das Symbol $\{hkl\}$ ein π (als Abkürzung von $\pi\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\varsigma$); das positive Pentagonododekaëder = $\pi\{hkl\}$, das negative = $\pi\{khl\}$.

Werden die Hexakisoktaëder mOn nach denen an den abwechselnden mittleren Kanten (b) gelegenen Flächenpaaren (Fig. 78) hemiëdrisch, so gehen daraus die Dyakisdodekaëder (oder Diploëder) hervor (Fig. 79, 80); um sie von

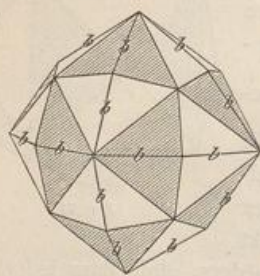


Fig. 78.

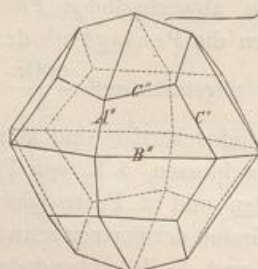


Fig. 79.

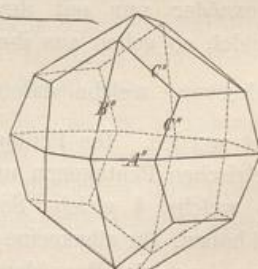


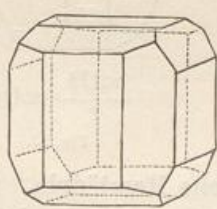
Fig. 80.

den Hexakistetraëdern, als tetraëdrisch-hemiëdrischen Formen derselben Stammform zu unterscheiden, pflegt man ihr Zeichen in zwei parallele Klammern einzuschliessen; sonach ist $\left[\frac{mOn}{2}\right]$ das allgemeine Zeichen derselben. Es sind in der Regel von 24 gleichschenkeligen Trapezoiden (selten von dergleichen Trapezen) umschlossene Formen, deren allgemeine Gestalt an verschiedene andere Formen, gewöhnlich aber an irgend ein »gebrochenes« Pentagonododekaëder erinnert. — Die Kanten sind dreierlei: 12 kürzeste A'' , paarweise über den regelmässigen Kanten, und 12 längere B'' , einzeln über den Flächen des eingeschriebenen Pentagonododekaëders, sowie 24 mittlere, unregelmässige Kanten C'' , welche eine den unregelmässigen Kanten desselben Dodekaëders nahe kommende Lage haben. Die Ecken sind gleichfalls dreierlei: 6 gleichwinkelig-vierflächige (rhombische), 8 dreiflächige (trigonale) und 12 ungleichwinkelig-vierflächige (unregelmässige) Ecken. Die krystallographischen Axen verbinden je zwei gegenüberliegende rhombische Ecken. — Eisenkies (an ihm bisweilen selbständig), Kobaltglanz.

Am häufigsten kommen vor $\left[\frac{30\frac{3}{2}}{2}\right]$, $\left[\frac{402}{2}\right]$ und $\left[\frac{50\frac{5}{2}}{2}\right]$. Sind die Flächen Trapeze, so wird jede Kante C'' der gegenüberliegenden Kante B'' parallel, weshalb denn in jedem eine längste Kante bildenden Flächenpaare drei parallele Kanten hervortreten; diese auffallende Erscheinung rechtfertigt für solche Varietäten den Namen parallelkantige Dyakisdodekaëder, für welche die allgemeine Bedingung gilt: $m = n^2$; die zweite der oben aufgeführten Varietäten ist daher parallelkantig.

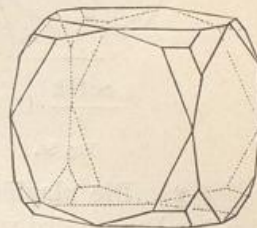
Das positive Dyakisdodekaëder ist $\pi\{hkl\}$, das negative $\pi\{khl\}$.

Combinationen. In den dodekaëdrisch-hemiëdrischen Combinationen erscheint gewöhnlich das Hexaëder, oder das Oktaëder, oder auch das Pentagondodekaëder als vorherrschende Form. Das Hexaëder erfährt durch die Flächen eines jeden Pentagondodekaëders (gewöhnlich der Varietät $\frac{\infty 02}{2}$)



$$\infty 0\infty \cdot \frac{\infty 02}{2}$$

Fig. 81.

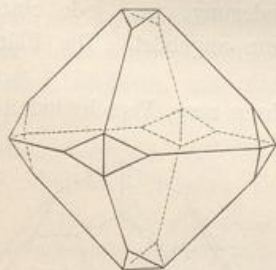


$$\infty 0\infty \cdot \left[\frac{402}{2}\right]$$

Fig. 82.

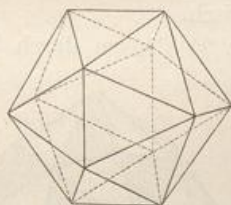
eine unsymmetrische Abstumpfung seiner Kanten (Gegensatz zur Combination mit dem Rhombendodekaëder, Fig. 33) und durch jedes Dyakisdodekaëder eine unsymmetrische dreiflächige Zuspitzung seiner Ecken.

Das Oktaëder erleidet durch die Flächen eines jeden Pentagondodekaëders, meist der Varietät $\frac{\infty 02}{2}$, eine Zuschärfung, durch jedes Dyakisdodekaëder eine vierflächige Zuspitzung seiner Ecken, wobei sowohl jene Zuschärfungs- als diese



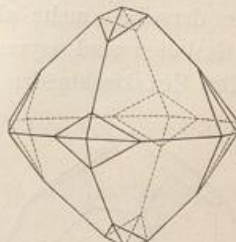
$$0 \cdot \frac{\infty 02}{2}$$

Fig. 83.



$$0 \cdot \frac{\infty 02}{2}$$

Fig. 84.



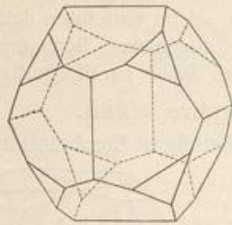
$$0 \cdot \left[\frac{30\frac{3}{2}}{2}\right]$$

Fig. 85.

Zuspitzungsflächen (die letzteren paarweise) auf zwei gegenüberliegende Kanten aufgesetzt sind. Stehen die Flächen des Oktaëders und Pentagondodekaëders im Gleichgewicht, so erscheint die Combination ähnlich dem Ikosaëder der Geometrie; Fig. 84.

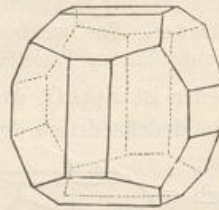
Das Pentagondodekaëder $\frac{\infty 02}{2}$ erfährt durch die Flächen des Oktaëders eine Abstumpfung seiner trigonalen Ecken, durch die Flächen des Hexaëders eine

Abstumpfung seiner regelmässigen Kanten, und durch die Flächen gewisser, in gleicher Stellung befindlicher Dyakisidodekaëder eine regelmässige dreiflächige, auf die Flächen aufgesetzte Zuspitzung seiner trigonalen Ecken.



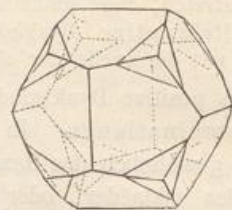
$$\frac{\infty 02}{2} \cdot 0.$$

Fig. 86.



$$\frac{\infty 02}{2} \cdot \infty 0 \infty.$$

Fig. 87.



$$\frac{\infty 02}{2} \cdot \left[\frac{30}{2} \right].$$

Fig. 88.

§ 22. Die **plagiëdrische Hemiëdrie**. Die sämtlichen 9 S.-E.n der holoëdrischen Formen sind verloren gegangen, weshalb die dieser Hemiëdrie angehörigen

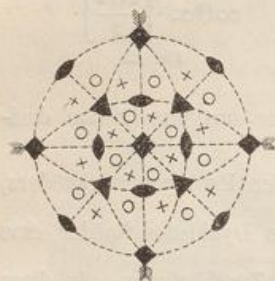


Fig. 89.

Formen überhaupt keine S.-E. mehr besitzen. Es existiren von S.-A.n 3 vierzählige senkrecht zu den Würfel-
flächen, 4 dreizählige senkrecht zu den Oktaëderflächen
und 6 zweizählige senkrecht zu den Rhombendodekaëder-
flächen (also dieselben wie bei den regulären Holoëdern);
ein Centrum der Symmetrie fehlt; vgl. Fig. 89. — Nur
bei den Hexakisoktaëdern fallen die Normalen der
Flächen in die 48 Räume zwischen den 9 S.-E.n und
bloß bei ihnen hat daher diese Hemiëdrie eine morpho-
logische Wirkung. Alle übrigen 6 vollflächigen Formen
erleiden keine Gestaltsveränderung, weil jede einzelne

Fläche derselben mehr als nur einem jener 48 Räume angehört. Die Flächen
aller Gestalten sind asymmetrisch.

Die Hexakisoktaëder (Fig. 91) liefern durch Wachsen resp. Verschwinden der

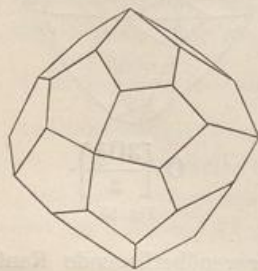


Fig. 90.

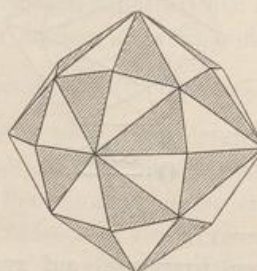


Fig. 91.

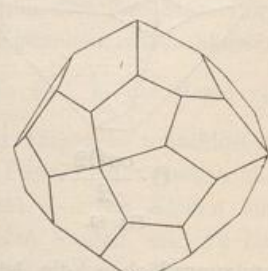


Fig. 92.

einzelnen abwechselnden Flächen als neue eigenthümliche Formen die Pentagon-
Iksositetraëder⁴⁾, begrenzt von 24 ungleichseitigen Fünfecken (Fig. 90 und 92).

⁴⁾ Der Name ist dadurch gerechtfertigt, dass die übrigen Vierundzwanzigflächner theils (Tetrakisheptaëder, Triakisoktaëder, Hexakisoktaëder) von Dreiecken, theils (Iksositetraëder, Dyakisidodekaëder) von Vierecken begrenzt werden.

Die zwei correlaten Ikositetraëder dieser Art, welche aus einem und demselben Hexakisoktaëder hervorgehen, sind enantiomorph (S. 29); sie haben in Folge der Abwesenheit von S.-E.n die Eigenschaft, dass sie sich — bei übrigens völlig gleichen Begrenzungselementen — zu einander als ein rechts und als ein links gebildeter Körper verhalten, welche durch keine Aenderung der Stellung des einen zur Congruenz gebracht werden können; die eine Gestalt ist gewissermassen das Spiegelbild der anderen.

Fig. 90 ist ein linkes, Fig. 92 ein rechtes Hemiëder, das erstere $\frac{mOn}{2}l$, das letztere $\frac{mOn}{2}r$, weil von den beiden obersten Flächen im vorderen oberen rechten Oktanten des Hexakisoktaëders Fig. 91 sich die links gelegene schraffierte in Fig. 90, die rechts gelegene unschraffierte in Fig. 92 wiederfindet. — *Miller* setzt zur Bezeichnung vor das holoëdrische Symbol ein γ (von γῆρας, gebogen); das linke ist $\gamma\{hkl\}$, das rechte $\gamma\{khl\}$.

Früher war diese Art der Hemiëdrie nur als möglich bekannt, indem eine derselben wirklich folgende krystallisierte Substanz nicht beobachtet war. 1882 wies indessen *Tschermak* nach, dass an den Krystallen des Chlorammoniums in der That plagiëdrisch-hemiëdrische Pentagon-Ikositetraëder auftreten, insbesondere $\frac{3}{2}0\frac{3}{2}$ zur Hälfte = $\gamma\{875\}$. Zuzufolge *Miers* kommt auch am cornischen Rothkupfererz selten und untergeordnet das Pentagon-Ikositetraëder $\frac{3}{2}0\frac{3}{2}$ = $\gamma\{896\}$ vor. — Der in der Natur immer scheinbar holoëdrisch als die Combination $\infty 0 \infty . 0$ ausgebildete Sylvin (Chlorkalium) ist ebenfalls plagiëdrisch, wie die von *Brauns* 1886 daran beobachteten Aetzfiguren erweisen, welche auf den Würfelflächen die Gestalt einer vertieften tetragonalen Pyramide besitzen, die aber nicht mit den Würfelkanten parallel, sondern unsymmetrisch gegen dieselben gedreht ist; die häufigsten Aetzfiguren gehören dem rechten Pentagon-Ikositetraëder $\frac{903}{2}r = \gamma\{391\}$ an.

§ 23. Die Tetartoëdrie im regulären System. Dabei handelt es sich nach S. 30 um die Erscheinung, dass die nach einer Modalität der Hemiëdrie hervorgebrachten Formen noch einmal nach einer anderen Hemiëdriemodalität in zwei Hälften zerfallen, das Holoëder also 4 Viertelflächner liefern würde. Aus den tetraëdrisch-hemiëdrischen Formen können noch die vorhandenen 6 gewöhnlichen S.-E.n austreten, aus den dodekaëdrisch-hemiëdrischen noch die 3 rechtwinkelig auf einander stehenden S.-E.n verloren gehen.

Wird die allgemeinste Gestalt des regulären Systems, das Hexakisoktaëder, der Tetartoëdrie unterworfen, so kann dies geschehen durch Anwendung:

der tetraëdrischen Hemiëdrie auf die dodekaëdrisch-hemiëdrische Form: das Dya-kisdodekaëder ist nur mit seinen in den abwechselnden Oktanten liegenden Flächen ausgebildet; oder

der plagiëdrischen Hemiëdrie auf die tetraëdrisch-hemiëdrische Form: das Hexakisoktaëder ist nur mit den abwechselnden einzelnen Flächen ausgebildet.

Ferner könnte auch das Pentagon-Ikositetraëder nur mit den in den abwechselnden Oktanten gelegenen dreizähligen Flächengruppen ausgebildet sein. — Alle drei hemiëdrischen Formen des Hexakisoktaëders liefern dabei immer ein und dieselbe tetartoëdrische Form, die tetraëdrischen Pentagondodekaëder (Fig. 93 und 94), begrenzt von 12 unsymmetrischen Pentagonen, welche zwei Paare gleicher Seiten, aber lauter verschiedene Winkel haben; es sind enantiomorphe Formen (§ 13) ohne S.-E. und ohne Centrum der Symmetrie; es existiren noch 3 gleichwerthige zu einander senkrechte zweizählige und 4 dreizählige S.-A.n von polarer Ausbildung

(vgl. Fig. 95); diese letzteren Symmetrie-Elemente sind daher hier andere als bei der ebenfalls einer S.-E. und eines Centrums der Symmetrie entbehrenden plagi-
 -drischen Hemiëdrie. Der Kanten sind 30 von dreierlei Art. Da jedes Hexakisok-
 taëder als holoëdrische Stammform vier solche Pentagondodekaëder liefert, so wird es

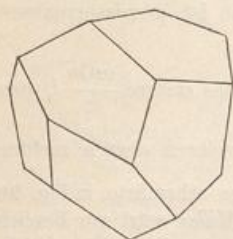


Fig. 93.

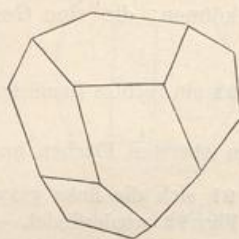


Fig. 94.

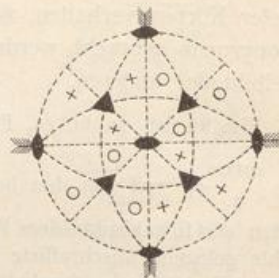


Fig. 95.

darunter zwei rechts und zwei links gebildete geben, von denen zwar je zwei gleichnamige durch bloße Stellungsänderung zur Congruenz gebracht werden können, während dies für je zwei ungleichnamige ganz unmöglich ist. Fig. 93 ist ein rechtes, Fig. 94 ein linkes.

Wenn nun auch die übrigen holoëdrischen regulären Formen von diesem Bildungsgesetz ergriffen und zu tetartoëdrischen umgestaltet werden, so entfernen sich vier derselben äusserlich nicht von den hemiëdrischen, indem sich

- das Oктаëder in ein Tetraëder,
- die Tetrakishexaëder in Pentagondodekaëder,
- die Triakisoktaëder in Deltoiddodekaëder,
- die Ikositetraëder in Trigondodekaëder

verwandeln, während das Hexaëder und Rhombendodekaëder auch hier scheinbar ihre holoëdrische Gestalt unverändert beibehalten. Es stellt sich also die merkwürdige Thatsache heraus, dass das Tetraëder und das Pentagondodekaëder, welche, durch verschiedene Modalitäten der Hemiëdrie erzeugt, sich bei einer hemiëdrisch krystallisirenden Substanz durchaus gegenseitig ausschliessen und unmöglich machen (vgl. S. 30), auf dem Gebiete der Tetartoëdrie beide zugleich zum Vorschein kommen und hier nothwendig coëxistiren und zusammengehören!).

Deutlich tetartoëdrisch-reguläre Entwicklung zeigt unter den natürlichen Mineralien zufolge *Luedcke* der Langbeinit, welcher tetraëdrisch- und dodekaëdrisch-hemiëdrisch erscheinende Formen an sich vereinigt; ferner gehört hierher der Ullmannit, insofern seine Krystalle bei übereinstimmender chemischer Zusammensetzung theils pentagondodekaëdrisch, theils tetraëdrisch ausgebildet sind. Unter den künstlich in Krystallen erhaltenen Substanzen erweisen sich als tetartoëdrisch-regulär chlores Natrium, Nitrate von Blei, Strontium, Baryum. Die in der Natur vorkommenden Krystalle des salpetersauren Baryums besitzen die Form eines Oктаëders, welches daher als Combination zweier Tetraëder von tetartoëdrischem Charakter aufgefasst werden muss.

4) Die Unmöglichkeit des Zusammenvorkommens von tetraëdrisch- und dodekaëdrisch-hemiëdrischen Formen an einem und demselben Krystall schien durch die Combinationen des chlores Natriums und einiger anderer Salze widerlegt zu werden, an welchen das Tetraëder zugleich mit dem Pentagondodekaëder erscheint. *Naumann* hat jedoch 1835 gezeigt, dass diese Combinationen nicht als eine Mesalliance der beiderseitigen Hemiëdrien, überhaupt nicht als hemiëdrische, sondern als tetartoëdrische aufzufassen sind, und dass die Coëxistenz von Tetraëdern und Pentagondodekaëdern eine nothwendige Folge der Tetartoëdrie ist. *Baumhauer* wies auch später durch die auf den Tetraëderflächen des chlores Natriums erzeugten Aetzeindrücke nach, dass diese Flächen nicht hemiëdrischer, sondern tetartoëdrischer Natur sind. Vgl. auch die Untersuchungen über die tetartoëdrisch-regulären Nitrate von Blei, Baryum, Strontium von *L. Wulff* in Z. f. Kr. IV. 1880. 122.

Aus Vorstehendem ergibt sich, dass wenn eine regulär krystallisirte Substanz nur im Hexaëder oder Rhombendodekaëder bekannt ist, diese Form an sich keinen Aufschluss darüber gewährt, ob die Substanz holoëdrisch ist, oder einer der 3 Hemiëdrie-Abtheilungen angehört, oder als tetartoëdrisch gelten muss. Gestalt und Stellung der Aetzfiguren, das elektrische Verhalten, das Auftreten der Circularpolarisation können alsdann eine Unterscheidung ermöglichen.

Eine Hemimorphie ist im regulären System ausgeschlossen, weil eine S.-A. von singulärem Charakter nicht existirt.

2. Tetragonales Krystallsystem.

§ 24. **Grundcharakter.** Das tetragonale System (früher quadratisches oder viergliedriges genannt) hat mit dem regulären System die Dreizahl und Rechtwinkeligkeit der krystallographischen Axen gemein, unterscheidet sich aber durch das Grössenverhältniss derselben, indem gegen zwei gleiche Axen a eine ungleiche Axe c vorhanden ist. Diese letztere beherrscht die Symmetrie aller Formen und wird in eine senkrechte Stellung gebracht. Man nennt die Endpunkte dieser verticalen Axe Pole, und die von solchen auslaufenden Kanten Polkanten, die in sie fallenden Ecken Polecken. Von den beiden gleichwerthigen horizontalen Axen a pflegt man die eine auf den Beobachter zulaufend, die andere quer zu richten. Die zwei Linien, welche ihre rechten Durchkreuzungswinkel halbiren, heissen die Zwischenaxen. — Die Formen des tetragonalen Systems besitzen einen sogenannten wirtelförmigen Bau, indem ihre Flächen gleichmässig um die Verticalaxe gruppiert sind. — Der Name Tetragonalsystem bezieht sich auf die, meist quadratische oder tetragonale Figur der durch die Horizontalaxen gelegten Ebene.

§ 25. Beschreibung und Ableitung der holoëdrisch-tetragonalen Formen.

Dieselben besitzen nur eine H.-S.-E., nämlich die als Basis bezeichnete Ebene durch die beiden horizontalen Axen a ; demgemäss hat die auf der letzteren senkrecht stehende Verticalaxe c hier den Charakter einer (nur einzig in ihrer Art vorhandenen) H.-S.-A. oder einer Hauptaxe; ihr gegenüber führen die beiden Horizontalaxen a die Bezeichnung der Nebenaxen. Der gewöhnlichen S.-E.n sind vier vorhanden und sie entsprechen den vier verticalen Ebenen, welche jedesmal durch die Hauptaxe und entweder eine der beiden Nebenaxen a oder eine

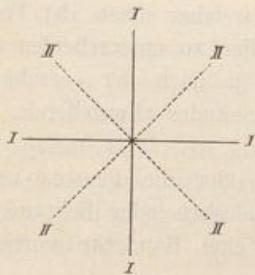


Fig. 96.

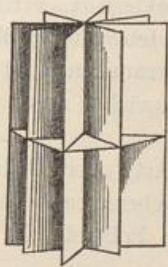


Fig. 97.

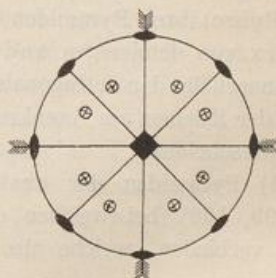


Fig. 98.

der beiden Zwischenaxen gelegt werden; erstere heissen auch die primären, letztere die secundären Hauptschnitte (I und II in Fig. 96). Diese 4 abwechselnd gleichen verticalen Ebenen schneiden sich unter 45° in der Hauptaxe c (Fig. 97).

Durch die 5 S.-E.n wird der Raum in 46 gleiche Theile getheilt. Die Hauptaxe ist eine vierzählige, die 4 Neben- und Zwischenachsen sind zweizählige S.-A.n. Wie überhaupt im tetragonalen System existiren keine dreizähligen und keine sechszähligen S.-A.n. Vgl. die sphärische Projectionsfigur 98 für die vollflächigste Form. — Nur wenn die Durchschnitte der H.-S.-E. mit 2 gleichen, senkrecht auf einander stehenden gewöhnlichen S.-E.n eben als krystallographisches Axenkreuz gewählt werden, erhalten alle Flächen jeder einfachen Krystallform isoparametrische Symbole. — Als holoëdrische Formen kommen vor:

- a) Geschlossene, d. h. ihren Raum allseitig umschliessende Formen:
 - 1) Tetragonale Pyramiden (zwei Arten),
 - 2) Ditetragonale oder achtseitige Pyramiden.
- b) Offene, d. h. ihren Raum nicht allseitig umschliessende Formen:
 - 3) Tetragonale Prismen (zwei Arten),
 - 4) Ditetragonale oder achtseitige Prismen, und
 - 5) das Pinakoid.

Aus der Ableitung ergibt sich, dass die offenen Formen nur als Grenzformen gewisser geschlossener Formen zu betrachten sind.

Die tetragonalen Pyramiden sind von 8 gleichschenkeligen Dreiecken umschlossene Formen, deren Randkanten (oder Mittelkanten) in einer Ebene liegen, und ein Quadrat bilden. Sie stellen jedenfalls einen Inbegriff zweier, in ihren Grundflächen verbundener Pyramiden der Geometrie dar, welche bei gleicher quadratischer Basis gleiche Höhe besitzen¹⁾. Die Kanten sind zweierlei: 8 Polkanten (X oder Y), so genannt, weil sie von den Polen der Hauptaxe ausgehen, und 4 Randkanten Z , so genannt, weil sie stets um die Mitte der Form liegen. Die Ecken sind ebenfalls zweierlei: zwei tetragonale Polecken und 4 rhombische Randecken (oder Mittelecken). Es gibt wegen des abwechslungsvollen Längenverhältnisses zwischen Hauptaxe und Nebenachsen möglicherweise eine unendliche Mannigfaltigkeit von tetragonalen Pyramiden. — Im Allgemeinen unterscheidet man stumpfe und spitze Pyramiden, zwischen welchen das Oktaëder des regulären Systems seinen Dimensionsverhältnissen nach mitten inne steht, obwohl solches niemals als eine tetragonale Form existiren kann.

Jede tetragonal krystallisirende Mineralart wird durch bestimmte Dimensionsverhältnisse ihrer Pyramiden charakterisirt, vermöge welcher allein ihr Formencomplex von demjenigen anderer tetragonaler Mineralien zu unterscheiden ist.

Innerhalb der tetragonalen Pyramiden sind nun je nach der verschiedenen Lage der Flächen am Axenkreuz zunächst zwei von einander abweichende Arten zu unterscheiden:

- 1) Pyramiden der ersten Art oder Ordnung oder die Protopyramiden (Fig. 99, 400), bei welchen die Nebenachsen a die Randecken oder Eckpunkte der Basis verbinden, welche also eine Polkante X und eine Randecke vorne dem

¹⁾ Sie und die anderen so bezeichneten Formen würden daher eigentlich Dipyramiden oder Bipyramiden genannt werden müssen, wie dies auch neuerlich mehrfach geschieht; da jedoch einfache Pyramiden im Reiche der Krystallformen nur äusserst selten (in Folge der Hemimorphie) vorkommen, so kann man, ohne ein Missverständniss zu befürchten, der Kürze und der leichteren Wortzusammensetzung wegen das Wort Pyramide schlechthin beibehalten.

Beschauer zukehren, und eine entsprechende Stellung besitzen, wie das reguläre Oktaëder (Fig. 146).

Aus den bei einer tetragonalen Substanz vorkommenden Protopyramiden wird nun eine herausgewählt, um die übrigen Protopyramiden und überhaupt die sämtlichen anderen Formen auf dieselbe zu beziehen und aus derselben abzuleiten. Sie wird die Grundpyramide oder Grundform genannt und ihr wird die Einheit des Parameterverhältnisses zugeschrieben¹⁾. *Naumann* bezeichnet diese Grundpyramide mit dem Buchstaben *P*, unter welchem man sich also nicht eine einzelne Fläche der Grundform, sondern diese selbst in ihrer ganzen Vollständigkeit vorzustellen hat.

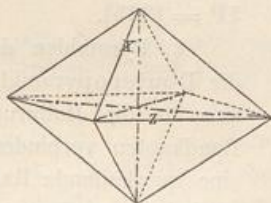


Fig. 99.

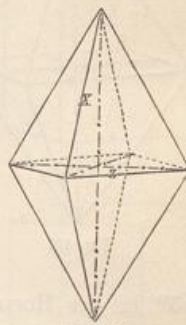


Fig. 100.

Das *Weiss'sche* Flächenzeichen der Grundpyramide ist zufolge ihrer Lage am Axenkreuz $a:a:c$, ein Symbol, welches in jedem Oktanten eben eine Fläche liefert. — Bei *Miller* ist die Grundpyramide = $\{111\}$.

Das durch Messung ermittelte Winkelmaass einer ihrer Kanten, am besten der Randkante *Z*, bestimmt die Grundform nach ihren Angular-Dimensionen, wogegen das (daraus durch Rechnung gefundene) Verhältniss der Nebenaxe zur Hauptaxe, welches, die halbe Nebenaxe *a* gleich 1 gesetzt, für die halbe Hauptaxe *c* irgend einen anderen Werth ergibt, uns eine Bestimmung der Grundform durch ihre Linear-Dimensionen gewährt. Dies letztere Axenverhältniss ($1:1:c$, oder bloß $1:c$) ist wie bei allen Krystallsystemen, mit Ausnahme des regulären, irrational (S. 49). So hat die Grundpyramide des Zinnsteins das Axenverhältniss $1:0,6724\dots$, die des Anatas $1:1,7777\dots$. Ein kürzerer Ausdruck des Axenverhältnisses ist der Quotient $\frac{c}{a}$, worin $a = 1$.

Nimmt man in der Hauptaxe der Grundform vom Mittelpunkt aus beiderseits irgend eine Länge *mc* (wobei *m* theils grösser, theils kleiner als 1, aber stets rational vorausgesetzt wird) und legt hierauf in jede Randkante von *P* zwei Flächen, von denen die eine den oberen, die andere den unteren Endpunkt der nach *m* verlängerten oder verkürzten Hauptaxe schneidet, so entsteht eine neue Protopyramide, welche entweder spitzer oder stumpfer als *P*, und allgemein mit *mP* zu bezeichnen ist. Da nun *m* alle möglichen Werthe erhalten kann, so sind in der That alle möglichen Protopyramiden abgeleitet worden; am häufigsten finden sich $\frac{1}{2}P$, $2P$, $3P$.

¹⁾ Als Grundform pflegt man hier, wie in den folgenden Krystallsystemen, diejenige Pyramide zu wählen, welche entweder am häufigsten vorkommt, oder in den Combinationen am meisten vorherrscht, oder allemal durch die Spaltbarkeit erhalten wird, oder endlich die, mit Bezug auf welche die übrigen Pyramiden das einfachste Ableitungsverhältniss ergeben.

Das allgemeine Flächenzeichen der abgeleiteten Protopyramiden ist $a : a : mc$, wobei für die spitzeren $m > 1$, für die stumpferen $m < 1$; z. B. $a : a : 2c = 2P$;

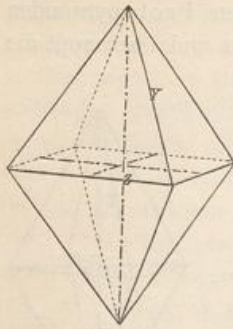


Fig. 101.

$a : a : \frac{3}{2}c = \frac{3}{2}P$; $a : a : \frac{1}{4}c = \frac{1}{4}P$. — Diese tetragonalen Protopyramiden mP werden bei Miller zu $\{hhl\}$, wobei sich h auf die Nebenaxe, l auf die Hauptaxe bezieht; bei den spitzeren ist $h > l$, bei den stumpferen $l > h$; z. B. $2P = \{221\}$, $7P = \{771\}$, $\frac{1}{4}P = \{114\}$, $\frac{5}{2}P = \{552\}$, $\frac{3}{5}P = \{335\}$.

2) Pyramiden der zweiten Art oder Ordnung oder die Deuteropyramiden (Fig. 101), bei welchen die Nebenachsen a die Halbirungspunkte zweier gegenüberliegender Randkanten verbinden. Sie kehren also eine Fläche und eine querlaufende Randkante vorne dem Beschauer zu und erscheinen gewissermassen gegen die Protopyramiden um 45° in der Horizontalebene gedreht. Die Polkanten der Deuteropyramide werden wegen ihrer abweichenden Lage nicht mit X , sondern mit Y bezeichnet.

Die Flächen der Deuteropyramide liegen, abweichend von den protopyramidalen so, dass sie zwar die Hauptaxe c und eine der Nebenachsen a schneiden, aber der zweiten Nebenaxe a parallel gehen. Diejenige Deuteropyramide, welche a und c in derselben Einheit schneidet, wie dies seitens der protopyramidalen Grundform geschieht (und welche deshalb die Polkanten der letzteren gerade abstumpft), erhält daher das Flächenzeichen $a : \infty a : c$ und aus dieser lassen sich alle anderen Deuteropyramiden abermals durch eine Verlängerung der Hauptaxe um $m (> 1)$ oder eine Verkürzung derselben auf $m (< 1)$ ableiten. Das allgemeine Zeichen ist daher $a : \infty a : mc$; z. B. $a : \infty a : 3c$; $a : \infty a : \frac{1}{2}c$. Eine Form mit solchem Flächenzeichen muss in jedem Oktanten zweimal auftreten, da aber jede Fläche mit einer anderen in dem Nachbaroktanten zusammenfällt, so besitzt die Deuteropyramide im Ganzen nur 8 Flächen. Zufolge der Lage am Axenkreuz würden ihre Flächen nach dem auf S. 19 Erläuterten eigentlich unter den Begriff der Prismen fallen.

Bei der Naumann'schen Signatur wird der Coefficient der Hauptaxe c , sofern er nicht 1 ist, wiederum links vor P gesetzt, der constante Coefficient ∞ der einen Nebenaxe rechts hinter P . Das allgemeine Symbol ist daher $mP\infty$; z. B. $a : \infty a : c = P\infty$; $a : \infty a : 3c = 3P\infty$; $a : \infty a : \frac{1}{2}c = \frac{1}{2}P\infty$.

Die Deuteropyramiden mit dem allgemeinen Zeichen $mP\infty$ werden bei Miller zu $\{h0l\}$; $P\infty = \{101\}$; $5P\infty = \{501\}$; $\frac{1}{2}P\infty = \{102\}$; $\frac{2}{3}P\infty = \{203\}$; $\frac{3}{2}P\infty = \{302\}$.

Die tetragonalen Prismen, welche nebst den achtseitigen Prismen die säulenförmigen Krystalle des Tetragonalsystems bedingen, sind von 4, der Hauptaxe parallelen Flächen begrenzte, oben und unten offene Formen, die als Querschnitt ein Quadrat liefern. Nach denselben Kriterien wie sie bei den tetragonalen Pyramiden zur Geltung kommen, zerfallen sie in zwei, gegen einander um 45° gewendete Arten, nämlich:

1) Das Prisma der ersten Art oder Ordnung oder das Protoprisma (die vier senkrechten Flächen in Fig. 102), so gelegen, dass die Enden der Nebenachsen a in die Halbirungspunkte der verticalen Kanten fallen, von denen eine vorne dem Beschauer zugewendet ist. Seine Flächen entsprechen daher den secundären Haupt-

schnitten II in Fig. 96. — Die Prismen werden allgemein dadurch aus den Pyramiden abgeleitet, dass der Coëfficient der verticalen Axe c den Werth ∞ erlangt, oder die Randkanten der Pyramiden gerade abgestumpft werden. Wird in mP der Werth $m (> 1)$ immer grösser und allmählich ∞ , so erhält durch fortgesetztes Spitzerwerden die Protopyramide endlich senkrechte Flächen, wird demzufolge zu einem oben und unten offenen Krystallraum und geht in das Protoprisma über, dessen Zeichen daher ∞P ist.

2) das Prisma der zweiten Art oder Ordnung oder das Deuteroprisma (die vier senkrechten Flächen in Fig. 103), so an dem Axenkreuz gelegen, dass die Enden der Nebenaxen a in die Mittelpunkte der verticalen Flächen fallen, von denen daher eine vorne dem Beschauer zugekehrt ist. Die Flächen gehen den primären Hauptschnitten I (Fig. 96) parallel und haben demnach zufolge S. 49 eigentlich den Charakter von Pinakoidflächen. Wird dieselbe Ableitung, welche aus mP das Protoprisma ∞P lieferte, auf die Deuteropyramide $mP\infty$ angewendet, so ergibt sich als Zeichen des Deuteroprismas $\infty P\infty$.

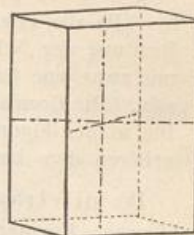


Fig. 102.

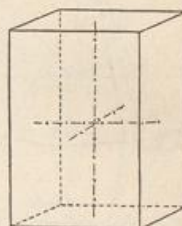


Fig. 103.

Das Weiss'sche Zeichen ist für das Protoprisma $a : a : \infty c$, für das Deuteroprisma $a : \infty a : \infty c$. — Das Miller'sche Symbol für das erstere $\{110\}$, für das letztere $\{100\}$. — Es gibt natürlich nur ein tetragonales Prisma der ersten Art und ebenso nur eins der zweiten Art, da jedes derselben keiner Gestaltsveränderung fähig ist, was auch aus der Abwesenheit variabler Coëfficienten in den Zeichen erhellt.

Morphologisch unterscheiden sich das Protoprisma und das Deuteroprisma als solche nicht von einander, sondern nur bezüglich ihrer Lage zu den Nebenaxen a , deren Richtung durch das Auftreten der Grundpyramide gegeben ist. Treten an einer tetragonalen Substanz überhaupt beiderlei Prismen auf, und liegt dann die Combination nur eines derselben mit blos der Basis vor, so muss es unentschieden bleiben, ob es das Proto- oder Deuteroprisma ist, sofern nicht eines derselben etwa sonst, z. B. durch Oberflächenbeschaffenheit oder Spaltbarkeit als solches charakterisirt wird.

Das basische Pinakoid (von $\pi\nu\alpha\chi\omicron\iota\delta\eta\varsigma$, tafelförmig) oder die Geradenfläche ist das der horizontalen Nebenaxenebene (Haupt-Symmetrieebene) oder der Basis parallele Flächenpaar, welches die tafelförmigen Krystalle des Systems bedingt (Fig. 104, in welcher die an sich unbestimmte Begrenzung dieser beiden Flächen zum Ausdruck gebracht ist). Dasselbe kann als eine Protopyramide mP betrachtet werden, welche durch fortwährendes Kleinerwerden von m und immer grössere Flachheit schliesslich dazu gelangt ist, überhaupt keinen Schnittpunkt auf der Verticalaxe c zu besitzen, in welchem Falle sie sich mit der Ebene der Nebenaxen a oder der Basis deckt. Das Zeichen ist daher dann $0P$. Die Form ist bei den holoëdrischen Krystallen stets als 2 äquivalente Parallellflächen oben und unten ausgebildet und natürlich keiner Veränderung fähig.

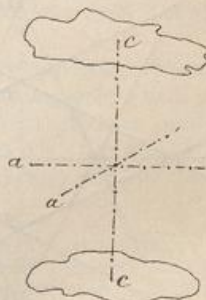


Fig. 104.

Dasselbe horizontale Flächenpaar wird aber auch erhalten, indem die Flächen der Protopyramide durch fortgesetzte Vergrösserung der Abschnitte auf den Neben-

axen a schliesslich diesen letzteren parallel gehen. Daher das Weiss'sche Flächenzeichen $\infty a : \infty a : c$. Man gelangt eben auf eine und dieselbe Form, mag $c = 0$ oder mag $a = \infty$ gesetzt werden. — Das Miller'sche Symbol ist $\{001\}$.

Da die Prismen in der Richtung der Hauptaxe und das basische Pinakoid in der Richtung der Nebenaxen als solche unbegrenzt oder offen sind, so müssen sie allemal und zwar jene terminal, dieses lateral, durch die Flächen anderer Formen begrenzt sein. Die Combination ist demnach eine nothwendige Bedingung ihrer Existenz. — Die in den Figuren 102 und 103 mitgezeichneten horizontalen Endflächen der Säulen gehören dem basischen Pinakoid an.

Die ditetragonalen Pyramiden sind von 16 ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen (Fig. 105), deren Randkanten in einer Ebene liegen und ein

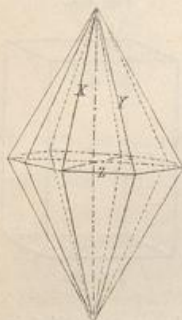


Fig. 105.

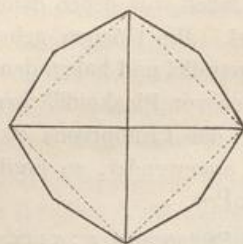


Fig. 106.

Ditetragon (d. h. ein gleichseitiges, aber nur abwechselnd gleichwinkeliges Achteck) bilden (Fig. 106). Die Kanten sind dreierlei: 8 längere schärfere, und 8 kürzere stumpfere Polkanten, sowie 8 gleiche Randkanten Z ; die Ecken sind ebenfalls dreierlei: 2 achtflächige (ditetragonale) Polecken, 4 spitzere und 4 stumpfere vierflächige (rhombische) Randecken. — Die eine Art von Polkanten fällt immer in die primären, die andere Art in die secundären Hauptschnitte, nach welcher Lage sie als primäre Polkanten X und secundäre Polkanten Y unterschieden werden können.

Ditetragonale Pyramiden werden nur sehr selten als selbständige Formen beobachtet, da sie meist untergeordnet in Combination mit tetragonalen Pyramiden u. a. Formen aufzutreten pflegen. — Zirkon, Vesuvian, Zimmerz.

Aus jeder beliebigen Protopyramide mP lassen sich viele ditetragonale Pyramiden ableiten. Man nehme in jeder Nebenaxe vom Mittelpunkt aus beiderseits die Länge n , welche rational und grösser als 1 ist; dann lege man in jede Pol-

kante von mP zwei Flächen, welche die nicht zu derselben Polkante gehörige Nebenaxe beiderseits in der Entfernung n schneiden, so entsteht eine ditetragonale Pyramide, deren Zeichen mit mPn gegeben ist.

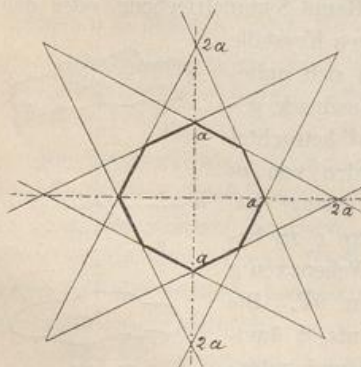


Fig. 107.

die ganze Form 16 Flächen haben. Fig. 107 ist die Linearprojection von $a : 2a : c = P_2$.

Da die Fläche der ditetragonalen Pyramide alle 3 Axen schneidet und zwar die eine Nebenaxe a in einer um n -mal grösseren Entfernung (n stets > 1), als die andere, so ist das Zeichen allgemein $a : na : mc$; z. B. $a : 2a : c = P_2$; $a : 3a : 2c = 2P_3$; $a : 5a : \frac{3}{2}c = \frac{3}{2}P_5$. — Da zu jeder Fläche $a : na : mc$ in demselben Oktanten noch eine zweite Fläche $na : a : mc$ gehört, welche durch Vertauschung der beiden gleichwerthigen Nebenaxen entsteht, so muss

Bei *Miller* ist das allgemeine Zeichen der ditetragonalen Pyramide $\{hkl\}$, wobei abermals dieses Symbol dem *Naumann'schen* $\frac{h}{l}P\frac{h}{k}$ entspricht¹⁾; z. B. $P3 = \{313\}$; $3P3 = \{311\}$; $4P2 = \{421\}$; $P_8 = \{989\}$; $3P_2 = \{321\}$; $\frac{1}{4}P3 = \{3.1.12\}$; $\frac{3}{2}P3 = \{312\}$.

Regelmässig achtseitige oder oktagonale Pyramiden mit acht gleichen Winkeln der Basis und 16 gleichen Polkanten sind in der Krystallwelt nicht möglich, weil ihre Ableitung einen irrationalen Ableitungscoefficienten erfordern würde. In diesem Falle wäre nämlich $n = 1 + \sqrt{2} = \tan 67\frac{1}{2}^\circ = 2,4142\dots$. Ist n kleiner als $2,414\dots$, so sind diejenigen Polkanten die stumpferen, welche nach den Zwischenachsen zu laufen, und die ditetragonale Pyramide ähnelt mehr einer Protopyramide, zu welcher sie wird, wenn $n = 1$, indem dann der Winkel jener Polkanten $y = 180^\circ$ ist. Ist n grösser als $2,414\dots$, so sind die nach den Nebenachsen laufenden Polkanten die stumpferen: die ditetragonale Pyramide ähnelt sodann mehr einer Deuteropyramide, in welche sie übergeht, sofern $n = \infty$, indem dann der Winkel dieser stumpferen Polkanten $x = 180^\circ$. Fig. 108 zeigt in der Linearprojection die Lage von mPn zwischen mP und $mP\infty$.

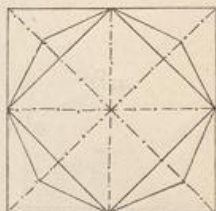


Fig. 108.

Die ditetragonalen Prismen sind von 8, der Hauptaxe parallelen Flächen umschlossene Formen, deren Querschnitt ein Ditetragon ist (Fig. 109, oben und unten durch OP begrenzt). Sie haben zweierlei Seitenkanten, welche nach ihrer Lage in den betreffenden Hauptschnitten als primäre und secundäre unterschieden werden. Wie überhaupt die Prismen aus den Pyramiden, so leiten sich auch diese Prismen aus den ditetragonalen Pyramiden mPn dadurch ab, dass $m = \infty$ wird. Das allgemeine Zeichen ist daher ∞Pn .

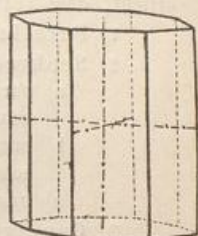


Fig. 109.

Für den Fall, dass $n = 1$, verwandelt sich das ditetragonale Prisma in das Protoprisma ∞P , für den Fall, dass $n = \infty$, in das Deuteroprisma $\infty P\infty$. — Oktagonale Prismen mit 8 gleichen Seitenkanten sind als einfache Formen aus demselben Grund in der Krystallwelt unmöglich, wie oktagonale Pyramiden; wenn dennoch solche Gestalten vorkommen, so werden sie durch Combination des Protoprismas und Deuteroprismas hervorgerufen. — Für die ditetragonalen Prismen ist das *Weiss'sche* Flächenzeichen entsprechend $a : na : \infty c$; das *Miller'sche* Symbol allgemein $\{hk0\}$; z. B. $\infty P2 = \{210\}$; $\infty P_2 = \{320\}$.

Ist für eine tetragonale Substanz blos die Combination eines verticalen Prismas mit der Basis bekannt, so kann natürlich ein Axenverhältniss nicht angegeben werden.

Dieselbe Rolle, welche im regulären System der Achtundvierzigflächner spielt, übernimmt hier die ditetragonale Pyramide mPn ; sie ist in der That der allgemeinste Fall einer tetragonalen Krystallgestalt, von welcher alle anderen Formen nur Special-

1) Da h und k als auf die beiden gleichwerthigen Nebenachsen bezüglich in ihrer Stellung vertauschbar und ausserdem einzeln oder zusammen positiv oder negativ werden können, l , auf die Hauptaxe bezogen aber nicht an der Vertauschung theilnimmt, so liefert das Zeichen $\{hkl\}$ hier nicht, wie bei dem regulären Hexakisoktaeder 48, sondern nur 16 Flächen:

hkl	$\bar{h}kl$	khl	$\bar{k}hl$
$\bar{h}kl$	hkl	$\bar{k}hl$	khl
$h\bar{k}l$	$\bar{h}\bar{k}l$	$k\bar{h}l$	$\bar{k}\bar{h}l$
$\bar{h}\bar{k}l$	$h\bar{k}l$	$k\bar{h}l$	$\bar{k}\bar{h}l$

fälle sind, dadurch entstehend, dass die Coefficienten m und n die besonderen Werthe 1 oder ∞ oder 0 annehmen. Wird $n = 1$, so resultiren die Protopyramiden; $n = \infty$, die DeuteroPyramiden; sofern $n = 1$ und $m = \infty$, das Protoprisma; sofern $n = \infty$ und $m = \infty$, das Deuteroprisma; wenn $m = \infty$, die ditetragonalen Prismen; $m = 0$ (wobei der Werth von n gleichgültig) das Pinakoid. Vgl. die Projection Fig. 98.

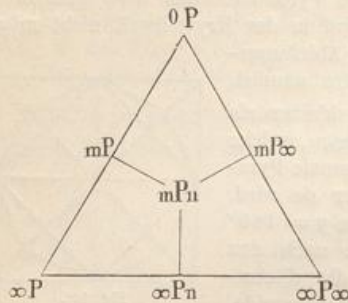


Fig. 110.

Sehr übersichtlich ist nebenstehendes trianguläres Schema, in dessen Mitte die ditetragonale Pyramide, als der allgemeine Repräsentant aller holoëdrischen Formen figurirt, während die linke Seite des Dreiecks die Protopyramiden, die rechte Seite die DeuteroPyramiden, die Basis des Dreiecks aber die sämtlichen Prismen begreift. Das Schema steht also auf lauter Säulen und erhebt sich mit den verschiedenen Pyramiden, bis es zuletzt von dem Pinakoid begrenzt wird.

Unter Berücksichtigung der Symmetrie-Verhältnisse des tetragonalen Systems ergibt sich folgende Uebersicht der nothwendig existirenden holoëdrischen Formen, aus welcher sich auch leicht

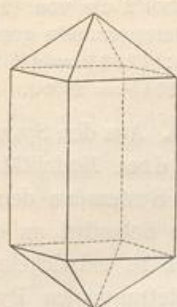
die Anzahl der bei den einzelnen vorhandenen Flächen ableiten lässt, wobei zugleich erhellt, dass fernere tetragonale Formen nicht möglich sind.

- 1) Parallel der Haupt-Symmetrie-Ebene: das einzige Flächenpaar $0P$.
- 2) Senkrecht zur Haupt-Symmetrie-Ebene:
 - a) parallel den primären, gleich geneigt gegen die secundären Hauptschnitte $= \infty P \infty$;
 - b) parallel den secundären, gleich geneigt gegen die primären Hauptschnitte $= \infty P$;
 - c) ungleich geneigt gegen beide Hauptschnitte $= \infty Pn$.
- 3) Geneigt gegen die Haupt-Symmetrie-Ebene:
 - a) gleich geneigt gegen die primären, senkrecht zu den secundären Hauptschnitten $= mP$;
 - b) senkrecht zu den primären, gleich geneigt gegen die secundären Hauptschnitte $= mP \infty$;
 - c) ungleich geneigt gegen die primären (und secundären) Hauptschnitte $= mPn$.

§ 26. **Holoëdrische Combinationen des Tetragonalsystems.** Diejenigen der Prismen mit dem Pinakoid sind bereits S. 63 und 65 abgebildet. Das Protoprisma ∞P erfährt durch die Grundform P (und überhaupt durch jede Protopyramide mP) beiderseits eine vierflächige, auf seine Flächen gesetzte Zuspitzung, Fig. 444; das Deuteroprisma $\infty P \infty$ dagegen durch dieselben Pyramiden eine vierflächige, auf seine Kanten gesetzte Zuspitzung, Fig. 442. Im ersteren Falle werden oft die Combinationsecken durch rhombische Flächen ersetzt (Fig. 443), im anderen Falle die Combinationsecken abgestumpft, Fig. 444, was dort durch die spitzere DeuteroPyramide $2P \infty$, hier durch irgend eine ditetragonale Pyramide mPn mit gleichen Werthen beider Ableitungszahlen (gewöhnlich durch $3P3$), geschieht.

Die Grundpyramide P (oder jede andere Pyramide mP in ihrer Weise) erfährt durch das Protoprisma ∞P eine Abstumpfung ihrer Randkanten (Fig. 445), durch die DeuteroPyramide $P \infty$ (oder $mP \infty$) eine Abstumpfung ihrer Polkanten (Fig. 446), durch das Deuteroprisma $\infty P \infty$ eine Abstumpfung ihrer Randecken, und durch das Pinakoid $0P$ eine Abstumpfung ihrer Polecken (Fig. 447). Das Deuteroprisma

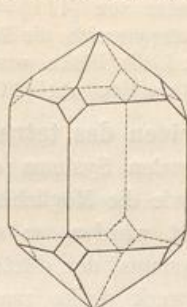
stumpft stets die Kanten des Protoprismas gerade ab, und umgekehrt. Die ditetragonalen Pyramiden treten auf zweierlei Weise auf, indem sie nämlich entweder



$\infty P.P$
Fig. 111.



$\infty P\infty.P$
Fig. 112.

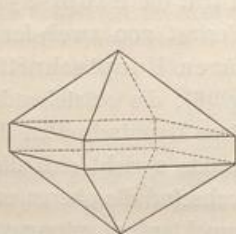


$\infty P.P.2P\infty$
Fig. 113.

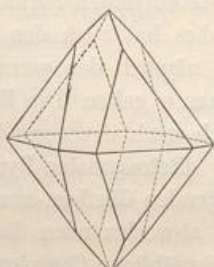


$\infty P\infty.P.3P3$
Fig. 114.

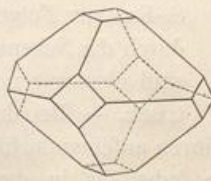
die im Zickzack auf- und absteigenden Combinationskanten zwischen Protopyramide und Deutero-Prisma abstumpfen (Fig. 114), oder indem sie die Polkanten der Protopyramide zweiflächig zuschärfen.



$P.\infty P$
Fig. 115.



$P.P\infty$
Fig. 116.



$P.\infty P\infty.0P$
Fig. 117.

Die Flächen der ditetragonalen Pyramide liegen mit parallelen Combinationskanten zwischen je einer Fläche derjenigen Protopyramide und derjenigen Deutero-Prisma, mit welchen beiden sie gemeinsame Ableitungszahl m haben.

Diejenigen ditetragonalen Pyramiden mPn , welche mit P und $\infty P\infty$ eine Zone bilden, haben das allgemeine Zeichen mPm (d. h. bei ihnen ist $m = n$); dazu gehört z. B. die ditetragonale Pyramide $3P3$ (Fig. 114); auch die beiden Grenzgestalten P und $\infty P\infty$ sind gewissermassen ditetragonale Pyramiden von dem Zeichen mPm .

Diejenigen mPn , welche tautozonal sind mit $P\infty$ und ∞P , besitzen den allgemeinen Ausdruck $mP\frac{m}{m-1}$ (d. h. $n = \frac{m}{m-1}$); dazu gehören z. B. $3P\frac{3}{2}$, $4P\frac{4}{3}$, $\frac{3}{2}P3$, sowie die beiden Grenzgestalten; auch ein mPm , nämlich $2P2$, nimmt, wie man sieht, an dieser Zone Theil. — Die ditetragonalen Pyramiden, gelegen zwischen P und $2P\infty$, haben das allgemeine Zeichen $mP\frac{m}{2-m}$; dazu gehören z. B. $\frac{3}{2}P3$, $\frac{4}{3}P2$ und die beiden Grenzgestalten selbst ($2P\frac{2}{0} = 2P\infty$).

Die mPn , welche liegen zwischen $2P\infty$ und ∞P , sind allgemein $mP\frac{m}{m-2}$; dazu ausser den Grenzgestalten z. B. $4P\frac{4}{2}$, $5P\frac{5}{3}$; auch ein mPm , nämlich $3P3$ ist damit tautozonal. — Diejenigen mPn , welche zwischen $\frac{1}{2}P$ und $P\infty$ liegen, sind allgemein $mP\frac{m}{4-m}$; dazu gehören z. B. $\frac{2}{3}P2$ und $\frac{3}{4}P3$, sodann die Grenzgestalten.

Eine Deuteropyramide $\{h0l\}$, welche die Polkanten einer Protopyramide $\{hhl\}$ gerade abstumpft, hat dasselbe Verhältniss für $h:l$, wie diese letztere; so stumpft $\{101\} = P\infty$ die Polkanten von $\{111\} = P$ ab, $\{201\} = \infty P2$ die von $\{221\} = 2P$. — Stumpft eine Protopyramide die Polkanten einer Deuteropyramide gerade ab, so ist ihr Verhältniss $h:l$ die Hälfte von dem der letzteren: $\{112\} = \frac{1}{2}P$ stumpft die Polkanten von $\{101\} = P\infty$ ab; $\{111\} = P$ die von $\{201\} = 2P\infty$.

§ 27. **Die Hemiëdrien des tetragonalen Systems.** Aus den Symmetrieverhältnissen des tetragonalen Systems ergibt sich, dass drei Modalitäten der Hemiëdrie möglich sind; wie die Möglichkeiten im regulären System an dem Acht- und vierzigflächner erläutert wurden, so sind sie auch hier nebenbei an der allgemeinsten Gestalt des Systems, der ditetragonalen Pyramide zu entwickeln. Für

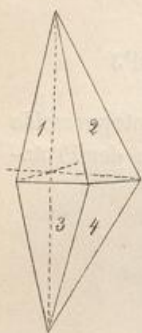


Fig. 118.

letzteren Zweck denke man sich an der ditetragonalen Pyramide die 4 über und unter den einzelnen Quadranten der Basis gelegenen Flächen zu einem Complex oder Glied vereinigt (Fig. 118); alsdann müssen während der Hemiëdrie in jedem dieser Complexe zwei Flächen bleiben, kein Complex darf als solcher ganz ausfallen. Die drei Arten der Hemiëdrie entstehen auf folgende Weise:

1) Aus den holoëdrischen Formen tritt die Haupt-Symmetrie-Ebene aus und dies hat auch den Verlust von zwei der verticalen S.-E.n zur Folge, nämlich der primären Hauptschnitte, welche durch die Nebenachsen a gehen (I in Fig 96); die entstehenden Formen sind also nur noch nach den secundären Hauptschnitten (II) symmetrisch. — Bei der ditetragonalen Pyramide spricht sich dies dadurch aus, dass in ihren aufeinanderfolgenden Gliedern abwechselnd die oberen und unteren Flächenpaare (oder die in den abwechselnden Raumoktanten gelegenen Flächen) ausgebildet sind, d. h. in dem vierzähligen Complex der Fig. 118 sind z. B. nur die Flächen 1 und 2 ausgebildet, während 3 und 4 verschwinden; in dem folgenden Complex sind dann umgekehrt 3 und 4 vorhanden, wogegen 1 und 2 ausfallen u. s. w. — Sphenoidische Hemiëdrie.

2) Aus den Holoëdern gehen die 4 gewöhnlichen verticalen S.-E.n verloren und nur die Symmetrie nach der horizontalen Basis bleibt erhalten. — Bei der ditetragonalen Pyramide handelt es sich dann um Wachsen oder Verschwinden der an den abwechselnden Randkanten oben und unten gelegenen Flächen, d. h. in jenem Complex verbleiben die Flächen 1 und 3, wogegen 2 und 4 nicht ausgebildet sind, oder umgekehrt u. s. w. — Pyramidale Hemiëdrie.

3) Alle 5 S.-E.n verschwinden aus den Holoëdern, welche daher keine solche mehr besitzen. — Die ditetragonale Pyramide wird nach den abwechselnden einzelnen Flächen hemiëdrisch, d. h. es dehnen sich aus die Flächen 1 und 4, während 2 und 3 verschwinden, oder umgekehrt u. s. w. — Trapezoëdrische Hemiëdrie. — Eine fernere vierte Modalität ist nicht denkbar, sofern der Charakter des Systems aufrecht erhalten werden soll.

Sphenoidische Hemiëdrie.

Die Formen besitzen, wie angeführt, noch 2 zu einander senkrechte verticale S.-E.n, entsprechend ∞P ; die beiden Axen a sowie c sind zweizählige Axen der einfachen S. (c ist zugleich eine vierzählige der zusammengesetzten; die Basis ist bloß eine Ebene der zusammengesetzten S.); Centrum der S. fehlt. Vgl. Fig. 149.

Die Flächen des Protoprismas, des Deuteroprismas, der ditetragonalen Prismen, des basischen Pinakoids und der Deuteropyramiden stehen allesamt senkrecht auf hier verschwundenen S.-E.n., sei es auf der einen horizontalen (parallel OP) oder auf den 2 verticalen (parallel $\infty P\infty$); indem so diese Flächen den wachsenden und den verschwindenden Oktanten in übereinstimmender Weise zukommen, werden die genannten 5 Formen bei dieser Hemiedrie keine äussere Gestaltsveränderung erleiden. Nur bei den Protopyramiden und den ditetragonalen Pyramiden stehen die Flächen unter schiefer Winkel geneigt gegen jene ausgetretenen S.-E.n.; daher wird für sie die Wirkung der Verschiedenheit der abwechselnden Oktanten zur Geltung kommen, und müssen diese beiden Formen allein besonders neue hemiëdrische Gestalten liefern.

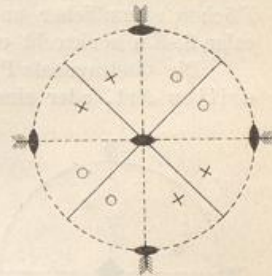


Fig. 119.

Die Protopyramiden mP werden dadurch hälftflächig, dass an ihnen nur die abwechselnden Flächen ausgebildet sind, indem diese hier einzeln in den einzelnen Oktanten liegen. Sie verwandeln sich dabei in tetragonale Sphenoide (von $\sigma\phi\gamma\nu$ oder $\sigma\phi\eta\nu\phi\zeta$, der Keil), von vier gleichschenkeligen Dreiecken umschlossene Formen, deren Randkanten im Zickzack auf- und absteigen, während ihre End- oder Polkanten horizontal sind (Fig. 120). Polecken sind nicht vorhanden. Die Enden der Horizontalaxen a verbinden die Halbierungspunkte der gegenüberliegenden Randkanten. Es gibt solche Sphenoide, bei welchen die Polkanten schärfer, und solche, bei welchen diese stumpfer sind, als die Randkanten. Zwischen beiden steht, als nicht zu diesem System gehörige Form, das auf ganz analoge Weise aus dem Oktaëder hervorgegangene reguläre Tetraëder, dessen Pol- und Randkanten gleich ($70^\circ 32'$) sind. Das Zeichen der Sphenoide ist $\frac{mP}{2}$ oder $\chi\{hhl\}$ und $-\frac{mP}{2}$ oder $\chi\{h\bar{h}l\}$; letzteres ist um 90° gegen das erstere gedreht.

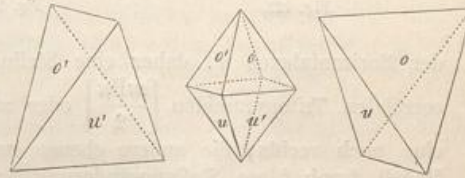


Fig. 120.

Die ditetragonalen Pyramiden mPn liefern bei der sphenoidischen Hemiedrie die tetragonalen Skalenoëder (von $\sigma\kappa\alpha\lambda\eta\nu\phi\zeta$, ungleichseitig) oder Disphenoide, d. h. von 8 ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen, deren Randkanten im Zickzack auf- und ablaufen, und deren Polkanten zweierlei, nämlich 4 längere stumpfere und 4 kürzere schärfere sind (Fig. 121). Je zwei correlate Skalenoëder lassen sich durch bloße Stellungsänderung zur Congruenz bringen. Das Zeichen derselben ist $\frac{mPn}{2}$ oder $\chi\{hkl\}$ und $-\frac{mPn}{2}$ oder $\chi\{h\bar{k}l\}$.

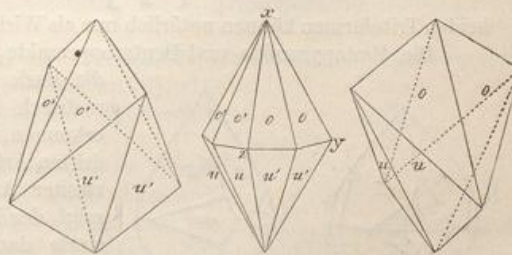


Fig. 121.

Wenn auch die Deuteropyramiden, die 3 Arten von Prismen, sowie das basische Pinakoid bei dieser sphenoidischen Hemiedrie scheinbar unverändert bleiben, so ist doch eigentlich z. B. von jeder Deuteropyramidenfläche nur die rechte oder linke Hälfte vorhanden, von jeder Protoprismenfläche abwechselnd nur die obere oder

Trapezoëdrische Hemiëdrie.

Sämmtliche 5 S.-E.n sind verloren gegangen. Die Verticalaxe c ist eine vierzählige S.-A., die 2 Nebenaxen und die 2 Zwischenaxen sind 4 zweizählige S.-A.n. Ohne Centrum der Symmetrie. Vgl. Fig. 126.

Lediglich die ditetragonale Pyramide verändert äusserlich ihre Form, da die einzelnen Flächen aller übrigen Holoëder mehr als einem jener 16 Raumtheile angehören, welche durch die 5 S.-E.n gebildet werden. Sie liefert durch Wachsthum und Verschwinden ihrer abwechselnden Flächen zwei tetragonale Trapezoëder, d. h. von 8 gleichschenkeligen Trapezoiden umschlossene Formen mit 8 gleichen Polkanten,

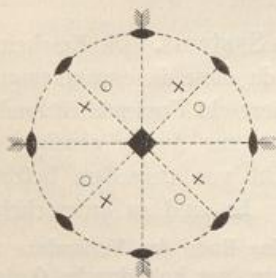


Fig. 126.

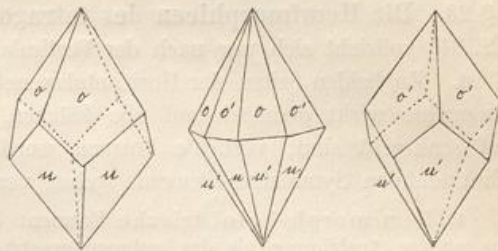


Fig. 127.

sowie 4 längeren stumpferen, und 4 kürzeren schärferen, im Zickzack auf- und ablaufenden Randkanten (Fig. 127). Dieselben sind wegen des Mangels einer S.-E. enantiomorph. Sofern $n > 2,4142\dots$ (vgl. S. 65), laufen die längeren stumpferen Randkanten bei den rechten Trapezoëdern von links unten nach rechts oben (das zuerst stehende), bei den linken von rechts unten nach links oben (das zuletzt stehende).

Die Symbole sind $\frac{mPn}{2}r$ oder $\tau\{khl\}$ und $\frac{mPn}{2}l$ oder $\tau\{hkl\}$.

Geometrisch sind daher dieser dritten Hemiëdrie angehörige Krystallformen nur durch die trapezoëdrische Ausbildung von mPn erkennbar. — Diese Hemiëdrie wurde bis jetzt an Mineralien noch nicht beobachtet (wenn nicht, wie Goldschmidt vermuthet, der Phosgenit hierher gehört); bloß für einige künstliche Salze ist die Zugehörigkeit zu derselben festgestellt, allerdings nicht auf Grund des Auftretens von Trapezoëdern, sondern vermöge der Aetzfiguren und Circularpolarisation; z. B. Nickelsulfat, schwefelsaures Aethylendiamyn, kohlen-saures Guanidin, Diacetylphenolphthalein, schwefelsaures Strychnin.

Im tetragonalen System ist auch eine **Tetartoëdrie** möglich, hervorgehend durch gleichzeitige Anwendung der sphenoidischen und pyramidalen Hemiëdrie und die sphenoidische Tetartoëdrie genannt.

Wird die ditetragonale Pyramide mPn dieser Viertel-flächigkeit unterworfen, so liefert sie zwei »Sphenoide der dritten Art« oder Tritosphenoide, welche sich von dem hemiëdrischen Sphenoid (Fig. 120) gestaltlich nicht, sondern nur durch ihre Stellung an dem Axenkreuz unterscheiden; bei ihnen fallen die Randkanten nicht in die Enden der Horizontalaxen a sondern der Zwischenaxen. Bei dieser Form ist c eine zweizählige Axe der einfachen S. (eine vierzählige der zusammengesetzten). Eine Ebene der einfachen S. existirt nicht (die Basis ist aber eine solche der zusammengesetzten); Centrum der S. fehlt. Vgl. Fig. 128. — Aus jedem mPn gehen 4 Tritosphenoide hervor: ein $+r$, $-r$, $+l$ und $-l$.

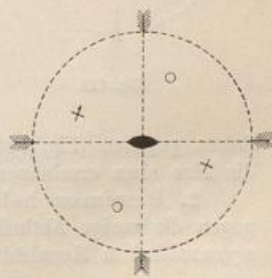


Fig. 128.

Die Protopyramiden mP verwandeln sich dabei in »Sphenoide der ersten Art« oder Protosphenoide, die sich von den hemiëdrischen weder durch ihre Form noch durch ihre Stellung, wohl aber durch die Bedeutung ihrer Flächen unterscheiden. — Die Deuteroypyramiden $mP\infty$ liefern abermals Sphenoide, die »der zweiten Art« oder Deuterosphenoide, welche sich durch ihre Flächenstellung von den beiden anderen auf ganz ähnliche Weise unterscheiden, wie die Deuteroypyramiden von den Tritopyramiden und Protopyramiden: die Horizontalaxen a verbinden die Mittelpunkte zweier gegenüberliegender Flächen. — Die ditetragonalen Prismen ∞P_n ergeben zwei Tritoprismen; die beiden Prismen ∞P und $\infty P\infty$ sowie die Basis $0P$ bleiben scheinbar unverändert.

Ein Beispiel dieser Hemiëdrie ist auch unter den künstlichen Salzen mit Sicherheit nicht bekannt; vielleicht gehört hierher der Harnstoff.

§ 28. **Die Hemimorphieen des tetragonalen Systems.** Die Erscheinung (vgl. S. 34) vollzieht sich nur nach der Verticalaxe c , da diese die einzige singuläre S.-A. ist. Zu beiden Seiten der Horizontalaxenebene herrscht Ungleichheit und die Hemimorphie wirkt demnach auf alle Flächen, welche zur Axe c geneigt, oder darauf senkrecht sind; verticale Formen werden nicht von derselben betroffen. Alle horizontalen Symmetrie-Elemente gehen verloren. Es sind zu unterscheiden:

1. Hemimorph-holoëdrische Formen: Das eine Ende der Verticalaxe zeigt eine andere Ausbildung als das entgegengesetzte, indem hier holoëdrische Gestalten auftreten, welche dort fehlen. Differenzirt werden in oben und unten: die Basis, die Protopyramiden, Deuteroypyramiden und ditetragonalen Pyramiden. So z. B. kann am einen Ende bloß ein mP entwickelt sein, am entgegengesetzten Ende die Basis $0P$ und ein anderes, spitzeres oder stumpferes mP oder ein $mP\infty$. Auch die an beiden Enden scheinbar gleichmässig auftretenden Basisflächen sind gegeneinander differenzirt und gehören nicht mehr zusammen¹⁾. Unverändert dagegen müssen wie bei den Holoëdern erscheinen: die Protoprismen, Deuteroiprismen und ditetragonalen Prismen.

In derartigen Formen ist natürlich die Basis keine S.-E. mehr; sie besitzen aber noch vier verticale, sich unter 45° schneidende S.-E.n. Die Verticale c ist noch eine vierzählige S.-A. von polarer Ausbildung, dagegen existiren die 4 zweizähligen horizontalen S.-A.n der Holoëder nicht mehr. Ohne Centrum der Symmetrie. Vgl. Fig. 129. — Unter den Mineralien ist kein Beispiel bekannt, die Ausbildung wird aber unter den künstlichen Salzen durch Silberfluorid, Succinodimid, Penta-Erythrit dargeboten; diese Krystalle sind polar-pyroelektrisch nach c . Als Beispiel ist hier ein Krystall des letzteren

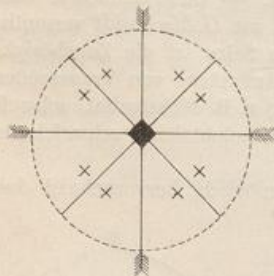


Fig. 129.

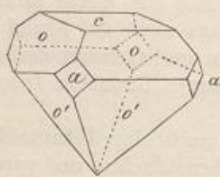


Fig. 130.

Salzes gegeben (Fig. 130), in welchem o die obere, o' die untere Pyramide P , c die bloß oben erscheinende Basis $0P$, a das Deuteroiprisma $P\infty$ ist.

2. Hemimorph-hemiëdrische Formen (»tetartomorphe«). Der Unterschied gegen die vorige Abtheilung besteht darin, dass die Hemimorphie an Gestalten der pyramidalen Hemiëdrie auftritt, also an solchen, zu denen auch Tritopyramiden

¹⁾ Eine besondere Fläche, welche lediglich einzeln und ohne parallele Gegenfläche auftritt, oder, wenn die letztere dennoch vorkommt, mit dieser streng genommen nicht äquivalent ist, welche daher als solche eigentlich schon eine »Form« darstellt, hat man neuerdings »Pedion« genannt. Unter diesen Begriff fällt daher die Basis der hemimorph-tetragonalen Krystalle.

und Tritoprismen gehören. Jede der beiden Tritopyramiden, welche aus der ditragonalen Pyramide hervorgehen, zerfällt in eine obere und untere Hälfte. Die obere und untere Basis sind wieder vollständig von einander unabhängig; sind sie beide vorhanden, so zeigt wohl auch die Oberfläche abweichende Beschaffenheit. Keine S.-E. und kein Centrum der Symmetrie ist mehr vorhanden; c ist aber noch eine vierzählige polare S.-A., vgl. Fig. 131. — Im Mineralreich gehört nach mehrfachen Angaben zu dieser Hemimorphie einer Hemiedrie der Wulfenit (molybdänsaures Blei); von den künstlichen Krystallen das rechtsweinsaure Antimonyl-Baryum. Fig. 132 zeigt eine Combination des Wulfenits mit analogen Flächen wie Fig. 125, aber hemimorph nach der Basis, weshalb die Pyramide auch in eine obere (s) und eine untere (s') Hälfte zerfällt.

Anm. Dieselben Formen werden auch vermöge einer Hemimorphie der trapezoëdrischen Hemiedrie erhalten.

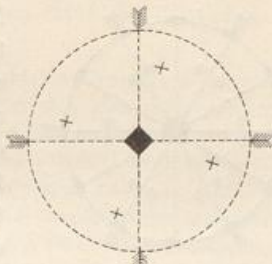


Fig. 131.

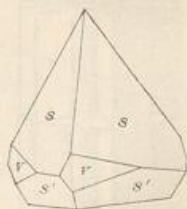


Fig. 132.

3. Hexagonales Krystallsystem.

§ 29. **Grundcharakter.** Das hexagonale System (sechsgliedrige, oder drei- und einaxige System nach Weiss) wird dadurch charakterisirt, dass alle seine Formen auf vier krystallographische Axen bezogen werden müssen, von welchen sich drei gleiche in einer Ebene unter 60° schneiden, während die vierte ungleiche auf ihnen rechtwinkelig ist. Die letztere Verticalaxe heisst auch hier c , jede der 3 Horizontalaxen a ; zwischen den letzteren kann man sich noch 3 Zwischenaxen vorstellen. Die horizontalen Axen pflegt man so zu richten, dass eine derselben quer mit dem Beschauer verläuft (I in Fig. 133). Wie im tetragonalen System nennt man die Endpunkte der Verticalaxe c die Pole, die in sie fallenden Ecken Polecken, die von ihnen auslaufenden Kanten Polkanten. — Die Formen dieses Systems sind von einem ähnlichen wirtelförmigen Bau, wie er im tetragonalen System hervortritt. Der von Breithaupt herrührende Name des Systems bezieht sich auf die gewöhnlich hexagonale Figur des Mittelquerschnitts oder der Basis.

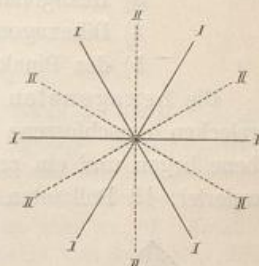


Fig. 133.

§ 30. **Beschreibung und Ableitung der holoëdrisch-hexagonalen Formen.** Wie im tetragonalen System existirt nur eine H.-S.-E., nämlich die wiederum als Basis bezeichnete Ebene durch die 3 horizontalen Axen a . Der auf letzterer senkrecht stehenden Verticalaxe c ist daher auch hier der Charakter einer (einzig vorhandenen) H.-S.-A., oder einer Hauptaxe eigen; ihr gegenüber heissen die 3 Horizontalaxen a die Nebenaxen. Die in der Zahl von 6 vorhandenen gewöhnlichen S.-E.n entsprechen den 6 verticalen Ebenen, welche jedesmal durch die Hauptaxe und eine der 3 Nebenaxen oder eine der 3 Zwischenaxen gelegt werden;

erstere heissen hier abermals die primären, letztere die secundären Hauptschnitte (I und II in Fig. 133). Diese 6 abwechselnd gleichen senkrechten Ebenen schneiden sich unter 30° in der Hauptaxe (Fig. 134). Durch sie und die horizontale

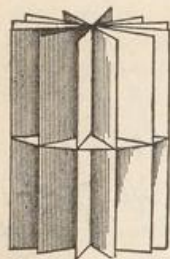


Fig. 134.

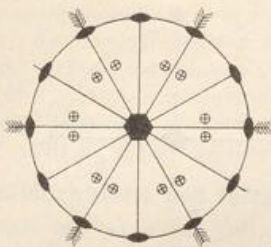


Fig. 135.

H.-S.-E. wird der Raum um den Mittelpunkt in 24 gleiche Theile getheilt. Die Hauptaxe ist eine sechszählige, die 6 Neben- und Zwischenachsen sind zweizählige S.-A.n; vgl. die sphärische Projectionsfigur 135 für die vollflächigste Form. Wie überhaupt im hexagonalen System existiren keine vierzähligen S.-A.n.

Die gegenseitigen Beziehungen der einzelnen Formen weisen eine

sehr grosse Analogie mit den entsprechenden Verhältnissen des Tetragonalsystems auf und die Begrenzungselemente des letzteren kehren hier vielfach in der andert-halbfachen Anzahl wieder. Die wesentlichen Unterschiede sind nur Consequenzen davon, dass an der Stelle von zwei hier drei Nebenachsen vorhanden sind. Von holoëdrischen Formen gibt es:

A. Geschlossene Formen, von definiter Ausdehnung.

- 1) Hexagonale Pyramiden, zwei Arten,
- 2) Dihexagonale oder zwölfseitige Pyramiden.

B. Offene Formen, von indefiniter Ausdehnung, auch hier nur als die Grenzformen gewisser geschlossener zu betrachten.

- 3) Hexagonale Prismen, zwei Arten,
- 4) Dihexagonale oder zwölfseitige Prismen und
- 5) das Pinakoid.

Die hexagonalen Pyramiden (Dihexaëder) sind von 12 gleichschenkeligen Dreiecken umschlossene Formen, deren Randkanten (oder Mittelkanten) in einer Ebene liegen und ein reguläres Hexagon bilden; Fig. 136, 139. Die Kanten sind zweierlei: 12 Polkanten und 6 Randkanten; die Ecken sind gleichfalls zweierlei: 2 hexagonale Polecken und 6 rhombische Randecken (oder Mittelecken). Mit Bezug auf die verschiedene Lage der Flächen am Axenkreuz sind nun innerhalb der hexagonalen Pyramiden zunächst (ähnlich wie im Tetragonalsystem) zwei wesentlich abweichende Arten auseinanderzuhalten:

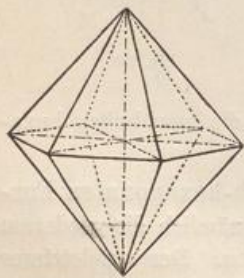


Fig. 136.

1) Pyramiden der ersten Art oder Ordnung oder Protopyramiden; bei ihnen verbinden (gerade wie bei der tetragonalen Protopyramide) die Nebenachsen a die Randecken oder die Eckpunkte der Basis, die Pyramiden weisen also vorne eine Fläche und eine quergerichtete

Randkante auf (Fig. 136).

Für jeden hexagonalen Formencomplex wird nun irgend eine hexagonale Pyramide (nach den S. 64 Anm. erläuterten Rücksichten) als Grundform heraus-

gewählt, in die Stellung einer Protopyramide gebracht, mit P bezeichnet und der Ableitung aller übrigen Formen zu Grunde gelegt, indem ihre Parameterverhältnisse als Einheit gelten. Man bestimmt sie entweder durch das (irrationale) Verhältniss ihrer Lineardimensionen $a (=1) : c$ (Verhältniss der halben Nebenaxe zur halben Hauptaxe), oder durch einen ihrer Kantenwinkel, wozu sich besonders die Randkante empfiehlt.

Jede Fläche der protopyramidalen Grundform schneidet die Hauptaxe c , sodann noch zwei der Nebenachsen a in unter sich gleichen Entfernungen, geht aber der dritten Nebenaxe a parallel; das Flächenzeichen ist daher $a : a : \infty a : c$. Eine solche Fläche muss in jedem der 12 Dodekanten einmal vorkommen.

Für die Ableitung der (Miller'schen) Indices auf dem Gebiete des hexagonalen Systems sind folgende allgemeine Bemerkungen erforderlich:

Die Bezeichnung der horizontalen Nebenachsen geschieht so, dass diejenigen Hälften, welche um 120° von einander abstehen, als positiv, die anderen als negativ genommen werden; a_2 verläuft quer, a_1 und a_3 erstrecken sich beide schräg nach vorne; es folgen also von links nach rechts auf einander: $a_1, -a_3, a_2, -a_1, a_3, -a_2$ (Fig. 137).

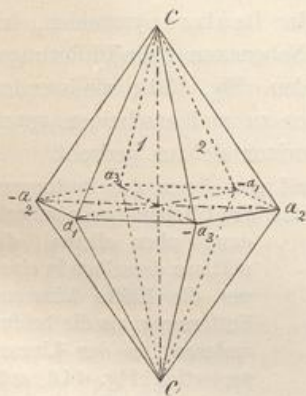


Fig. 137.

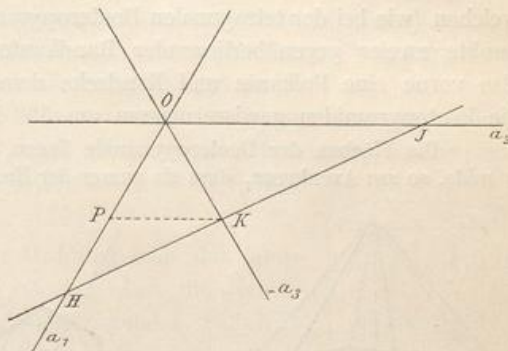


Fig. 138.

Um nun für die gleichwerthigen Flächen Indices-Symbole zu erhalten, welche aus denselben Ziffern bestehen, werden nach dem Vorschlag von Bravais alle drei Nebenachsen zu Hülfe genommen, so dass hier, einschliesslich dem auf die Hauptaxe c sich beziehenden Index, das Symbol einer Fläche sich zu einem vierzifferigen gestaltet. Von den drei sich auf die Nebenachsen beziehenden Indices ist aber nur die Kenntniss von zweien erforderlich, da der dritte (eigentlich überflüssige und auch von Miller selbst nicht aufgeführte, aber aus der oben erwähnten Rücksicht zufolge Bravais mitangegebene) durch die Kenntniss der beiden anderen bestimmt wird. Dies zeigt folgende Erwägung:

In Fig. 138 sei HKJ der Durchschnitt einer beliebigen Fläche mit der Nebenaxenebene. Die Abschnitte auf den 3 Axen a_1, a_2, a_3 seien der Reihe nach OH, OJ, OK ; alsdann ist $OH : OJ : OK = \frac{1}{h} : \frac{1}{i} : \frac{1}{k}$; wird die Linie KP parallel mit OJ gezogen, so verhält sich $OH : PH = OJ : PK$. Da nun das Dreieck OPK gleichseitig, so ist $PK = OK = OP$, daher $PH = OH - OK$; also auch $OH : OH - OK = OJ : OK$; das ist $\frac{1}{h} : \frac{1}{h} - \frac{1}{k} = \frac{1}{i} : \frac{1}{k}$ oder $k = h + i$. Da nun die Axe a_3 negatives Vorzeichen erhält, so ist $h + i + k = 0$, oder $h + i = -k$. Demnach muss von den 3 Indices hik mindestens einer negativ sein. Sind 2 Indices gegeben, so folgt als dritter diejenige Zahl, welche mit jenen beiden die Summe 0 liefert.

Bei der Grundpyramide erhält demzufolge, wenn der erste Index (h) für a_1 , der zweite (i) für a_2 , der dritte (k) für a_3 , der vierte (l) für c gilt, die in Fig. 137 mit 1 bezeichnete Fläche das Symbol $(10\bar{1}1)$, entsprechend dem Weiss'schen Zeichen $a_1 : \infty a_2 : -a_3 : c$; die Fläche 2 das Symbol $(01\bar{1}1)$, entsprechend $\infty a_1 : a_2 : -a_3 : c$ u. s. w. Durch die möglichen Vertauschungen werden so 12 Flächen erhalten, von welchen liegen:

oben: $(10\bar{1}1)$, $(01\bar{1}1)$, $(\bar{1}101)$, $(\bar{1}011)$, $(0\bar{1}11)$, $(1\bar{1}01)$,

unten: $(10\bar{1}\bar{1})$, $(01\bar{1}\bar{1})$, $(\bar{1}10\bar{1})$, $(\bar{1}01\bar{1})$, $(0\bar{1}1\bar{1})$, $(1\bar{1}0\bar{1})$.

Aus der Grundpyramide P werden sämtliche andere spitzere oder stumpfere Protopyramiden genau ebenso abgeleitet, wie es oben (S. 61) für die tetragonalen Protopyramiden angeführt ist. Das allgemeine Zeichen derselben wird wiederum mP sein, wobei m bei den spitzeren > 1 , bei den stumpferen < 1 .

Das allgemeine Flächenzeichen der so abgeleiteten Protopyramiden ist $a : a : \infty a : mc$; z. B. $a : a : \infty a : 4c = 4P$; $a : a : \infty a : \frac{2}{3}c = \frac{2}{3}P$. — Das Indexsymbol der hexagonalen Protopyramiden mP ist allgemein $\{h0\bar{h}l\}$, worin $\frac{h}{l} = m$; z. B. $\frac{1}{2}P = \{10\bar{1}2\}$; $\frac{2}{3}P = \{20\bar{2}3\}$; $4P = \{40\bar{4}1\}$; $\frac{3}{2}P = \{30\bar{3}2\}$.

2) Pyramiden der zweiten Art oder Ordnung oder Deuteropyramiden, bei welchen (wie bei der tetragonalen Deuteropyramide) die Nebenachsen a die Halbirungspunkte zweier gegenüberliegender Randkanten verbinden (Fig. 139); sie wenden also vorne eine Polkante und Randecke dem Beschauer zu und erscheinen gegen die Protopyramiden gewissermassen um 30° in der Horizontalebene gedreht.

Die Flächen der Deuteropyramide liegen, abweichend von denen der Protopyramide, so am Axenkreuz, dass sie ausser der Hauptaxe c alle drei Nebenachsen a schneiden, aber allemal die

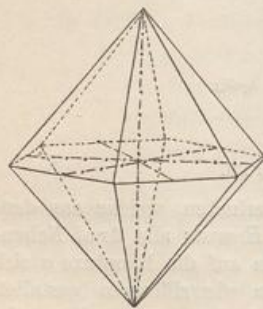


Fig. 139.

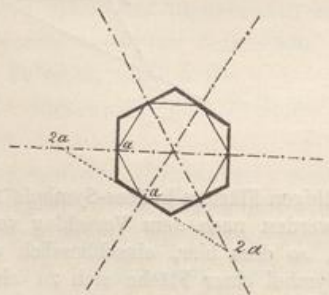


Fig. 140.

mittlere derselben in einer um die Hälfte kürzeren Entfernung als die beiden anderen; in der Linearprojection Fig. 140 entspricht das feiner ausgezogene Sechseck einer Proto-, das dicker ausgezogene einer Deuteropyramide. Diejenige Deuteropyramide, welche c und ein a in derselben Einheit schneidet wie die

Grund-Protopyramide (und deshalb die Polkanten der letzteren gerade abstumpft) erhält so das Flächenzeichen $2a : a : 2a : c$ oder $a : \frac{a}{2} : a : c$, und aus dieser lassen

sich alle ferneren Deuteropyramiden durch Verlängerung ihrer Hauptaxe um m oder Verkürzung derselben auf m ableiten. Das allgemeine Zeichen ist somit $2a : a : 2a : mc$. Eine Form mit solchem Flächenzeichen muss in jedem Dodekanten zweimal auftreten; da indessen jede Fläche mit einer anderen in dem Nachbardodekanten zusammenfällt, so besitzt die Deuteropyramide im Ganzen nur 12 Flächen.

Bei der Naumann'schen Signatur wird abermals der Coefficient der Hauptaxe c , sofern er nicht 1 ist, links vor P gesetzt, der sich auf zwei der Nebenachsen beziehende constante Coefficient 2 rechts hinter P (vgl. übrigens bezüglich dieses Werthes 2 die Ableitung aus der dihexagonalen Pyramide). Das allgemeine Symbol ist demnach $mP2$, z. B. $2a : a : 2a : c = P2$; $2a : a : 2a : 3c = 3P2$.

Die Indices für die Deuteroipyramiden mP_2 sind allgemein $\{hh\bar{2}hl\}$, worin $\frac{2h}{l} = m$. Die Reihenfolge der Nebenachsen ist, entsprechend wie bei der Protopyramide, $a_1 : a_2 : -\frac{1}{2}a_3$ oder $2 : 2 : -1$. Also ergibt $3P_2$ das directe Verhältniss $2 : 2 : -1$; daraus als reciproke Werthe $\frac{1}{2} : \frac{1}{2} : -1$ oder $\frac{2}{3} : \frac{2}{3} : -\frac{2}{3} = \{33\bar{2}\}$; ferner: $P_2 = \{11\bar{2}2\}$; $2P_2 = \{11\bar{2}4\}$; $3P_2 = \{22\bar{3}3\}$; $\frac{2}{3}P_2 = \{11\bar{2}3\}$.

Die hexagonalen Prismen (Säulen) sind von 6 der Hauptaxe parallelen Flächen umschlossene Formen, deren Querschnitt ein reguläres Hexagon mit 6 Winkeln von 120° darstellt. Nach denselben Gesichtspunkten, wie sie für die tetragonalen Prismen gelten, zerfallen sie in zwei, gegen einander um 30° gewendete Arten, nämlich:

1) das hexagonale Prisma der ersten Art oder Ordnung oder das Protoprisma, so gelegen, dass die Enden der Nebenachsen a in die Halbirungspunkte der verticalen Kanten fallen (Fig. 141); dasselbe wendet daher vorne dem Beschauer eine seiner Flächen zu und seine Flächen entsprechen den primären Hauptschnitten I in Fig. 133. Dieses Protoprisma kann genau wie im tetragonalen System als die Grenzform einer Protopyramide betrachtet werden, bei welcher der Werth m für die Hauptaxe c zu ∞ geworden ist, oder als ein oben und unten offener Complex von 6 verticalen Flächen, welche die Randkanten der Protopyramide gerade abstumpfen. Das Symbol ist demnach ∞P oder $a : a : \infty a : \infty c$ oder $\{10\bar{1}0\}$. Die 6 Flächen erhalten der Reihe nach die Indices $(10\bar{1}0)$, $(01\bar{1}0)$, $(\bar{1}100)$, $(\bar{1}010)$, $(0\bar{1}10)$, $(1\bar{1}00)$.

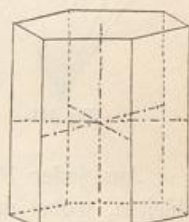


Fig. 141.

2) das Prisma zweiter Art oder Ordnung oder das Deutero-Prisma, so an dem Axenkreuz gelegen, dass die Nebenachsen a in den Mittelpunkten der gegenüberliegenden Flächen endigen (Fig. 142). Dasselbe wendet daher vorne eine verticale Kante gegen den Beschauer und seine Flächen gehen den secundären Hauptschnitten II in Fig. 133 parallel. In analoger Weise ist das Deutero-Prisma die Grenzform einer Deutero-Pyramide mP_2 , in welcher $m = \infty$, daher sein Zeichen ∞P_2 ; die anderen Symbole sind $2a : a : 2a : \infty c$ und $\{11\bar{2}0\}$. Die Indices der 6 Flächen sind der Reihe nach $(11\bar{2}0)$, $(\bar{1}2\bar{1}0)$, $(\bar{2}110)$, $(\bar{1}\bar{1}20)$, $(1\bar{2}10)$, $(2\bar{1}\bar{1}0)$. — Die beiden Prismen sind natürlich auch hier einzig in ihrer Art und keiner Gestaltsveränderung fähig.

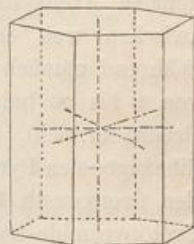


Fig. 142.

Das basische Pinakoid oder die Geradendfläche (Fig. 143) ist das der horizontalen Basis oder der Nebenaxenebene parallele Flächenpaar. Wie im Tetragonal-system (S. 63) ist es die Grenzform einer Protopyramide mP , in welcher $m = 0$ geworden, daher sein Symbol $0P$, oder $\infty a : \infty a : \infty a : c$, oder $\{0001\}$. — Als offene Formen sind weder die Prismen noch das Pinakoid einer selbständigen Ausbildung fähig; sie können nur in Combinationen mit einander (wie in Fig. 141 und 142 der Fall) oder mit anderen Formen auftreten.

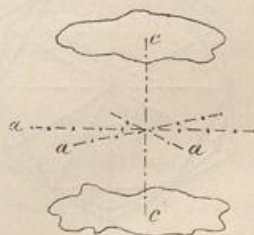


Fig. 143.

Die dihexagonalen Pyramiden sind von 24 ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen, Fig. 144, deren Randkanten in einer Ebene liegen und ein

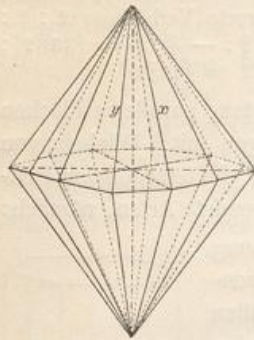


Fig. 144.

Dihexagon, d. h. ein gleichseitiges, aber nur abwechselnd gleichwinkeliges Zwölfeck bilden. Die Kanten sind dreierlei: 12 längere schärfere, und 12 kürzere stumpfere Polkanten, sowie 12 gleiche Randkanten; die Ecken sind gleichfalls dreierlei: 2 dihexagonale gleiche Polecken, und 6 spitzere, sowie 6 stumpfere rhombische Randecken. Die beiden Arten von Polkanten lassen sich am zweckmässigsten nach ihrer Lage in den beiderlei Hauptschnitten als primäre und sekundäre Polkanten unterscheiden, welcher Unterscheidung ihre Bezeichnung durch die beiden Buchstaben X und Y entspricht. Dihexagonale Pyramiden sind bisher nie selbständig, sondern immer nur in Combinationen beobachtet worden.

Aus jeder Protopyramide mP lassen sich viele dihexagonale Pyramiden ableiten, wobei man genau dasselbe Verfahren beobachtet, wie es in § 25 für die Ableitung der ditetragonalen Pyramiden angegeben worden ist. Das allgemeine Zeichen solcher Pyramiden, welche in jedem der 24 Raumtheile zwischen den 7 S.-E.n mit einer Fläche auftreten müssen, wird daher wiederum mPn . Nur tritt hier, vermöge des eigenthümlichen geometrischen Grundcharakters des hexagonalen Axensystems der Umstand ein, dass die Werthe der Ableitungszahl n zwischen weit engeren Grenzen eingeschlossen sind, als im Tetragonalsystem. Während nämlich in diesem letzteren System n alle möglichen rationalen Werthe von 1 bis ∞ haben konnte, so wird im hexagonalen schon mit dem Werth 2 die Grenze erreicht, über welche hinaus n gar nicht wachsen kann. In einer jeden dihexagonalen Pyramide liegen daher die Werthe von n stets zwischen 1 und 2; für den Grenzwert 1 verwandelt sich dieselbe, wie aus dem Symbol erhellt, in eine Protopyramide mP , für den Grenzwert $n = 2$ in eine Deuteropyramide $mP2$.

Dihexagonale Pyramiden mit gleichen Polkanten sind nicht möglich, weil in deren Zeichen mPn der Coefficient n den irrationalen Werth $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}) = \sqrt{2} \cdot \sin 75^\circ = 1,36603\dots$ besitzen würde. Diejenigen dihexagonalen Pyramiden, bei welchen n (> 1) kleiner ist als dieser Werth (z. B. $\frac{5}{4}$), weisen die schärferen Polkanten an den Nebenaxen, die stumpferen Polkanten an den Zwischenaxen auf; bei denjenigen, bei welchen n zwischen jener Zahl und 2 liegt (z. B. $\frac{3}{2}$), stoßen die schärferen Polkanten auf die Zwischenaxen, die stumpferen auf die Nebenaxen. Wird $n = 1$, so werden die nach den Zwischenaxen herablaufenden Polkanten $y = 180^\circ$ und es resultirt die Protopyramide. Bei dem Grenzfall $n = 2$ bilden die Basiskanten der Pyramide mit den Nebenaxen rechte Winkel, es werden die nach den Nebenaxen herablaufenden Polkanten $x = 180^\circ$ und es entsteht die Deuteropyramide. — Fig. 145 zeigt in der

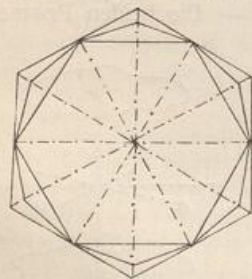


Fig. 145.

Linearprojection die Lage der dihexagonalen Pyramide zwischen der Proto- und der Deuteropyramide an den Neben- und Zwischenaxen.

Die Flächen der dihexagonalen Pyramide schneiden ebenfalls ausser der Hauptaxe c die drei Nebenaxen a , aber letztere sämmtlich in verschiedenen Abständen vom

Axen-Kreuzpunkt, wobei alsdann der Parameter der mittleren Axe jederzeit den kleinsten Werth hat. Setzt man diesen kleinsten Parameter $= a$, den grössten $= sa$, so waltet das eigenthümliche Verhältniss ob, dass alsdann der dritte den Werth $\frac{s}{s-1}a$ haben muss. Ist z. B. der grösste Parameter $3a$, so besitzt dieser dritte den Werth $\frac{3}{2}a$ (vgl. die Projection Fig. 146); ist der erstere $4a$, dann der letztere $\frac{4}{3}a$. Dies ergibt sich

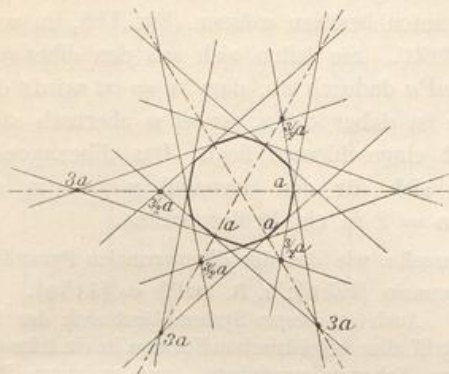


Fig. 146.

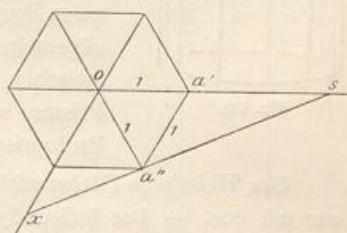


Fig. 147.

aus folgender Betrachtung: In Fig. 147 ist $\triangle oxs \sim \triangle a'a''s$, daher $ox : os = a'a'' : a's$. Nun seien oa' und oa'' (als kleinster Parameter) $= 1$, dann ist $a'a''$ ebenfalls $= 1$; ferner sei os (der grösste Parameter) $=$ der Länge s , und ox (der gesuchte mittlere Parameter) $=$ der Länge x . Alsdann ist die Länge $a's = os - oa' = s - 1$.

Also hat man $x : s = 1 : s - 1$, demnach $x = \frac{s}{s-1}$.

Das allgemeine Zeichen dihexagonaler Pyramiden ist demnach $sa : a : \frac{s}{s-1}a : c$ (z. B. $6a : a : \frac{6}{5}a$). In ihm muss s einen grösseren Werth haben als 2, während der Werth von $\frac{s}{s-1}$ jederzeit zwischen 1 und 2 liegt. Wenn in dem Zeichen der dihexagonalen Pyramide $s = 2$ wird, so wird auch der Parameter der dritten Nebenaxe $= 2$ und es resultirt $2a : a : 2a : c$ oder $a : \frac{a}{2} : a : c$, d. h. die Formel der Deuteropyramide. Sofern $s = 1$ ist, wird der Werth des dritten $a = \infty$ und die dihexagonale Pyramide zur Protopyramide. In dem Naumann'schen Zeichen mPn entspricht der Coefficient n dem Werth $\frac{s}{s-1}a$ in der Weiss'schen Formel, z. B. $P\frac{6}{5} = 6a : a : \frac{6}{5}a : c$. Bei dem Werth 2 für n (wie er in der Deuteropyramide vorliegt) deckt sich dies letztere mit dem Weiss'schen sa .

Die dihexagonalen Pyramiden haben das allgemeine Indices-Symbol $\{h\bar{k}l\}$, worin $\frac{k}{l} = m$ und $\frac{l}{h} = n$; z. B. $P\frac{3}{2} = \{2\bar{1}33\}$; $3P\frac{3}{2} = \{2\bar{1}31\}$; $8P\frac{3}{2} = \{62\bar{8}1\}$. Für die Gewinnung desselben aus den Weiss'schen Zeichen bemerke man, dass die Reihenfolge in dem letzteren lautet: $\frac{s}{s-1}a : sa : -a : mc$. So würde z. B. $6P\frac{3}{2}$ ergeben: $\frac{3}{2} : 3 : -1 : 6$, oder $3 : 6 : -2 : 12$; dies liefert als reciproke Werthe $\frac{1}{3} : \frac{1}{6} : -\frac{1}{2} : \frac{1}{12}$ oder alles mit 12 multiplicirt $\{42\bar{6}1\}$. Als Beispiel der Umänderung der Miller'schen Symbole in die Naumann'schen diene: Gegeben sei $\{71\bar{8}4\}$; die directen

Parameterzeichen anstatt dieser reciproken Werthe sind $\frac{1}{7} : \frac{1}{4} : -\frac{1}{8} : \frac{1}{4}$ oder $\frac{s}{7} : 8 : \bar{1} : 2$, worin $\frac{s}{7} = \frac{s}{s-4}$ oder n , ($8 = s$), $2 = m$, mithin ist $\{71\bar{8}4\} = 2P\frac{s}{7}$.

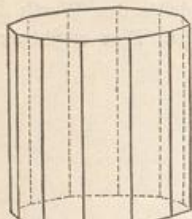


Fig. 148.

Die dihexagonalen Prismen sind von 12 der Hauptaxe parallelen Flächen umschlossene Formen, deren Querschnitt ein Dihexagon ist und welche zweierlei abwechselnde Randkanten besitzen müssen (Fig. 148, in welcher auch $0P$ auftritt). Sie leiten sich aus den dihexagonalen Pyramiden mPn dadurch ab, dass $m = \infty$ wird; das allgemeine Zeichen ist daher ∞Pn , wobei n abermals stets zwischen 1 und 2 eingeschlossen liegt. Das dihexagonale Prisma verändert sich für den Grenzfall $n = 1$ in ein Protoprisma, für $n = 2$ in ein Deuteroprisma.

Das Weiss'sche Flächenzeichen ist dasselbe wie das der dihexagonalen Pyramide, nur mit ∞ . — Das Indices-Symbol allgemein $\{h\bar{k}0\}$; z. B. $\infty P\frac{s}{7} = \{41\bar{5}0\}$.

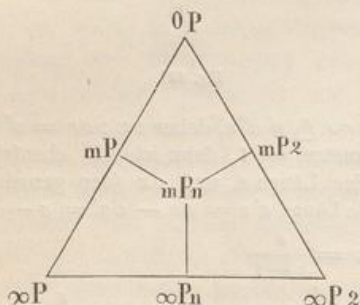


Fig. 149.

Auch in diesem System lässt sich der Inbegriff aller holoëdrischen Formen in ein trianguläres Schema vereinigen, aus welchem ihre gegenseitigen Uebergänge und Verwandtschaften mit einem Blick zu ersehen sind. In der Mitte des Schemas stehen die dihexagonalen Pyramiden; die linke Seite begreift sämtliche Protopyramiden, die rechte Seite sämtliche Deuteropyramiden, während an der Basis des Dreiecks wieder sämtliche Prismen nebeneinander stehen. — Wie im tetragonalen System die ditetragonale, so stellt hier die dihexagonale Pyramide den allgemeinsten Repräsentanten aller holoëdrischen Formen vor, welche gewisser-

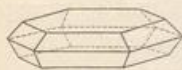
massen nur Specialfälle derselben sind, indem sie als quasi-dihexagonale Pyramiden gelten können, bei denen n bald 1, bald 2, und m bald 1, bald ∞ , bald 0 ist.

Die Entwicklung der auf Grund der Symmetrieverhältnisse nothwendig existierenden holoëdrischen Formen ergibt sich genau analog, wie es für das tetragonale System S. 66 ausgeführt wurde.

§ 31. Einige holoëdrische Combinationen des Hexagonalsystems. Es gibt verhältnissmässig nur äusserst wenige hexagonale Mineralien, welche vollkommen holoëdrisch krystallisiren; denn selbst der Quarz und der Apatit sind eigentlich, jener als eine tetartoëdrische, dieser als eine hemiëdrische Substanz zu betrachten, obgleich ihre gewöhnlichen Combinationen von holoëdrischen nicht unterschieden werden können. In den holoëdrischen Combinationen pflegen die beiden hexagonalen Prismen ∞P und $\infty P2$, und das Pinakoid $0P$ als vorherrschende, sowie die beiden hexagonalen Pyramiden P und $2P2$ als untergeordnete Formen am häufigsten ausgebildet zu sein. Sehr gewöhnlich ist die, in Fig. 144 abgebildete Combination des Protoprismas ∞P mit dem Pinakoid $0P$; dabei sind nicht selten die Seitenkanten des Prismas abgestumpft, was durch die Flächen des Deuteroprismas $\infty P2$ geschieht, und ein gleichwinkelig zwölfseitiges Prisma liefert, welches jedoch immer dieser Combination $\infty P.\infty P2$ entspricht, weil es als einfache Form ganz unmöglich ist. Auch die Combination $0P.\infty P$, oder die sechsseitige Tafel

mit gerad angesetzten Randflächen, ist ziemlich häufig, sowie die tafelartige Combination $0P.P$ gleichfalls bisweilen vorkommt.

Das Protoprisma ∞P wird zuweilen an beiden Enden durch die Flächen der Grundpyramide P begrenzt, welche auch in der Combination $\infty P.0P$ nicht selten erscheinen und eine Abstumpfung der Combinationsecken bilden; Fig. 152 und 154. Dann kommt es wohl zuweilen vor, dass auch die Combinationsecken von



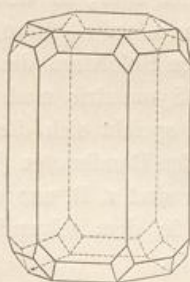
$0P.P$
Fig. 150.



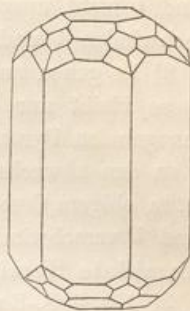
$\infty P.0P.P$
Fig. 151.



$\infty P.P$
Fig. 152.



$\infty P.0P.P.2P2$
Fig. 153.



$\infty P.0P.P.2P.2P2.3P\frac{2}{3}$
Fig. 154.

P und ∞P durch kleine rhombische Flächen abgestumpft werden, welche der Pyramide $2P2$ angehören; Fig. 153. Ueberhaupt hat man auch hier, wie im tetragonalen System, des Umstandes zu gedenken, dass bei Combinationen von Prismen und Pyramiden derselben Art oder Ordnung die Flächen der einen Form unter denen der anderen liegen, dagegen bei Combinationen von Prismen und Pyramiden verschiedener Art die Flächen der einen unter den Kanten der anderen und umgekehrt auftreten. Fig. 154 zeigt eine dihexagonale Pyramide beim Beryll.

Alle dihexagonalen Pyramiden mit dem Zeichen $mP \frac{m}{m-4}$ liegen mit parallelen Kanten zwischen ∞P und $2P2$.

§ 32. Die Hemiëdrien des hexagonalen Systems. Sucht man auch hier, ganz analog wie im tetragonalen System (§ 27) die verschiedenen Möglichkeiten der Hemiëdrie sowohl auf Grund der Symmetrieverhältnisse, wie an der Hand der allgemeinsten Gestalt, der dihexagonalen Pyramide auf, so ergeben sich zunächst ebenfalls dreierlei, ganz entsprechende Arten der Hälftflächigkeit.

Bei der dihexagonalen Pyramide denke man sich die 4, über und unter den einzelnen Sextanten der Basis gelegenen Flächen wiederum zu einem Complex oder Glied vereinigt (Fig. 155); wenn zuvörderst während der Hemiëdrie kein Glied als solches ganz ausfallen soll, so hat ein jedes entweder zwei einzelne Flächen oder ein Flächenpaar zu der hemiëdrischen Form zu liefern. Die drei Möglichkeiten der Hemiëdrie gestalten sich alsdann wie folgt (vgl. die Anm. S. 90):

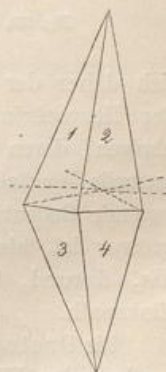


Fig. 155.

4) Aus den holoëdrischen Formen tritt die H.-S.-E. aus und damit ist auch als weitere Folge der Verlust von 3 der verticalen S.-E.n verknüpft, nämlich der primären Hauptschnitte, welche durch die Nebenaxen a gehen (I in Fig. 96). — Bei der dihexagonalen Pyramide handelt es sich alsdann darum, dass in ihren aufeinanderfolgenden Gliedern abwechselnd die oberen und die unteren Flächenpaare (oder die in den abwechselnden Dodekanten gelegenen Flächen) ausgebildet sind; d. h. in dem Complex Fig. 155 verbleiben z. B. die Flächen 1 und 2, wogegen 3 und 4 nicht ausgebildet sind, in dem folgenden wachsen umgekehrt 3 und 4, verschwinden 1 und 2 u. s. w. — Rhomboëdrische Hemiëdrie.

2) Es gehen aus den Holoëdern die 6 gewöhnlichen verticalen S.-E.n verloren und so bleibt nur die Symmetrie nach der horizontalen Basis erhalten. Bei der dihexagonalen Pyramide spricht sich dies aus in dem Wachsen oder Verschwinden der an den abwechselnden Randkanten jedesmal oben und unten gelegenen Flächen, d. h. in obigem Complex sind z. B. nur die Flächen 1 und 3 ausgebildet, während 2 und 4 verschwinden, in dem folgenden Complex ist die Auswahl ebenso. — Pyramidale Hemiëdrie.

3) Alle 7 S.-E.n treten aus den Holoëdern aus, die Formen besitzen daher keine derselben mehr. Die dihexagonale Pyramide wird hälftflächig nach den abwechselnden einzelnen Flächen, d. h. die Flächen 1 und 4 wachsen, wogegen 2 und 3 verschwinden, oder umgekehrt. — Trapezoëdrische Hemiëdrie.

Rhomboëdrische Hemiëdrie. Die Formen besitzen nach dem Vorstehenden nur noch 3, einander unter 60° schneidende verticale S.-E.n, nämlich die durch die Zwischenaxen gehenden secundären Hauptschnitte (II in Fig. 96). Die Horizontalaxen a sind zweizählige Axen der einfachen Symmetrie; die Verticalaxe c ist eine dreizählige Axe der einfachen Symmetrie (zugleich auch eine sechszählige der zusammengesetzten, vgl. S. 46). Centrum der Symmetrie vorhanden. Fig. 156.

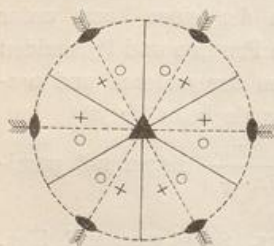


Fig. 156.

Mit Ausnahme der Protopyramide und der dihexagonalen Pyramiden stehen die Flächen sämtlicher anderer Formen auf den verschwundenen S.-E.n senkrecht, sei es auf der horizontalen, oder auf den 3 verticalen. Nur für die beiden erstgenannten Formen wird sich daher der Umstand, dass die Dodekanten bloß abwechselnd gleich sind, in der Hervorbringung einer besonderen neuen Gestalt geltend machen; alle übrigen, deren Flächennormalen in verschwundene S.-E.n fallen, erleiden keine formelle Veränderung. — Die rhomboëdrische Hemiëdrie besitzt eine hervorragende Bedeutung, da die Zahl der ihr folgenden hexagonalen Mineralien viel grösser ist, als die der holoëdrisch ausgebildeten. — Arsen, Antimon, Wismut, Eis, Korund, Eisenglanz, Kalkspath, Magnesitpath, Eisenspath, Manganspath, Zinkspath.

Die Protopyramiden werden dadurch hälftflächig, dass an ihnen nur die abwechselnden Flächen ausgebildet sind (Fig. 157), indem diese hier einzeln in den einzelnen Dodekanten liegen. Sie verwandeln sich dabei in Rhomboëder, von sechs gleichen Rhomben umschlossene Formen, deren Randkanten nicht in einer

Ebene liegen, sondern im Zickzack auf- und absteigen (Fig. 158 bis 160). Die Kanten sind zweierlei: 6 Polkanten X , und 6 Randkanten Z , welche beide gleich lang, aber ihrem Winkelmaass nach verschieden sind, indem sie sich gegenseitig zu 180° ergänzen; die Ecken sind gleichfalls zweierlei: 2 trigonale gleichkantige Polecken, und 6 unregelmässig dreikantige Randecken. Die Horizontalaxen verbinden die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegender Randkanten; man nennt diese, so an dem Axenkreuz gelegenen Rhomboëder diejenigen der ersten Art, zum Unterschied von den (sehr seltenen) Rhomboëdern der zweiten und dritten Art, welche beide überhaupt keine hemiëdrischen Formen sind, sondern als

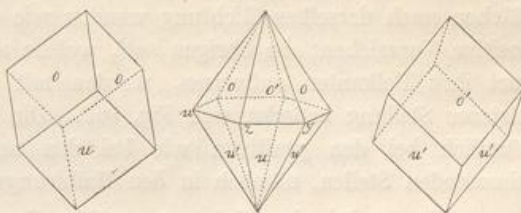


Fig. 157.

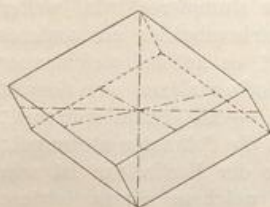


Fig. 158.

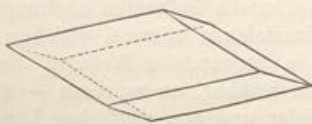


Fig. 159.

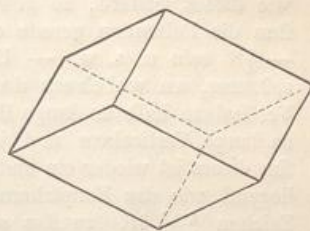


Fig. 160.

tetartoëdrische betrachtet werden müssen. — Uebrigens unterscheidet man alle Rhomboëder als stumpfe oder spitze Rhomboëder, je nachdem ihre Polkanten grösser oder kleiner als 90° sind¹⁾.

Der Mittelquerschnitt des Rhomboëders durch die Horizontalaxen ist ein regelmässiges Hexagon; die zwei Querschnitte, von welchen der eine durch die drei oberen Randecken, der andere durch die drei unteren Randecken gelegt wird, zertheilen die Verticalaxe in drei gleiche Theile.

Da nun mP das allgemeine Zeichen der Protopyramiden ist, so würde eigentlich $\frac{mP}{2}$ das Zeichen der Rhomboëder sein müssen. Indessen ist es aus mehreren Gründen weit zweckmässiger, den Rhomboëdern ein besonderes Zeichen zu geben, und das aus P abgeleitete Rhomboëder mit R , das aus mP abgeleitete Rhomboëder mit mR zu bezeichnen, wobei natürlich immer zwei (geometrisch identische) complementäre Gegenkörper, ein $(+)mR$ und ein $-mR$ zu unterscheiden sind, welche sich in einer gegenseitig um 60° verwendeten Stellung befinden. Dabei geht man von einem ausgewählten Rhomboëder (vielfach dem durch die Spalt-

1) Da der Würfel, auf eine Ecke gestellt, stereometrisch als ein Rhomboëder von 90° Polkantenwinkel betrachtet werden kann und da bei diesem das Verhältniss der Entfernung zweier gegenüberliegender Ecken zu einer Quadratdiagonale $= \sqrt{3} : \sqrt{2}$, so muss die Verticalaxe, gemessen mit der Horizontalaxe, bei allen stumpfen Rhomboëdern kleiner als $\sqrt{\frac{3}{2}}$, bei allen spitzen grösser als $\sqrt{\frac{3}{2}}$ sein.

barkheit gegebenen) aus, welches dann das Grund- oder Hauptrhomboëder R heisst und die Aufstellung zu erhalten pflegt, dass oben eine Fläche dem Beschauer zugewendet ist (wie in Fig. 158, 159). Alle anderen Rhomboëder mR , welche ihre Flächen nach derselben Richtung wenden wie dieses, erhalten auch dasselbe, also positive Vorzeichen; die übrigen mR , welche als sog. Gegenrhomboëder aber eben dort ihre Polkanten aufweisen, werden mit negativem Vorzeichen versehen; in letzterer Stellung befindet sich Fig. 160. Die Horizontalaxen a endigen selbstverständlich bei den positiven wie bei den negativen Rhomboëdern an übereinstimmenden Stellen, nämlich in den Halbierungspunkten der Randkanten.

Für das bei einer Substanz erwählte Hauptrhomboëder R gibt es ein anderes, welches dessen Polkanten gerade abstumpft; es besitzt bei gleicher Länge der Verticalaxe die zwiefache Horizontalaxenlänge, oder bei gleich langen Horizontalaxen nur eine halb so lange Verticalaxe; da es sich auch in verwendeter Stellung befindet, so erhält es das Zeichen $-\frac{1}{2}R$ (erstes stumpferes). Für dieses gibt es ein ferneres Rhomboëder, welches an ihm die Polkanten abstumpft; seine Hauptaxe besitzt nur den vierten Theil der Länge derjenigen von R , und da es seine Flächen wieder liegen hat, wie dieses letztere, so gewinnt es das Zeichen $(+)\frac{1}{4}R$ (zweites stumpferes). Das an ihm die Polkanten gerade abstumpfende Rhomboëder (drittes stumpferes) wird weiter $-\frac{1}{8}R$ sein u. s. w. — Umgekehrt existirt für das Hauptrhomboëder ein anderes spitzeres, an welchem dasselbe die Polkanten abstumpft; es hat bei gleich langer Verticalaxe halb so lange Horizontalaxen oder bei gleichen Horizontalaxen eine doppelt so lange Verticalaxe und ist in verwendeter Stellung, also $-2R$ (erstes spitzeres); für dieses ist wieder ein anderes denkbar, an welchem $-2R$ die Polkanten abstumpft; liegend wie das Hauptrhomboëder und von vierfacher Länge der Verticalaxe ist sein Zeichen $(+)\frac{1}{4}R$ (zweites spitzeres); das Rhomboëder, an welchem dieses letztere die gleiche Abstumpfung vollzieht (drittes spitzeres), wird $-8R$ sein u. s. w.

Ist die Neigung eines Rhomboëders zur Basis $= \gamma$ bekannt, so ergibt sich die Länge seiner Verticalaxe nach der Formel c (resp. mc) $= \tan \gamma \cdot \cos 30^\circ$.

Das Weiss'sche Flächenzeichen für das Rhomboëder ist dasselbe wie für die Protopyramide, dividirt durch 2; ist keine Verwechslung zu besorgen, so wird diese Division auch wohl weggelassen.

Das Miller-Bravais'sche Symbol für $mR = \rho\{h0\bar{h}l\}$, für $-mR = \rho\{0h\bar{h}l\}$; z. B. $R = \rho\{10\bar{1}1\}$, oben mit den Flächen $(10\bar{1}1)$, $(\bar{1}101)$, $(0\bar{1}11)$, unten mit $(01\bar{1}\bar{1})$, $(\bar{1}01\bar{1})$, $(1\bar{1}0\bar{1})$; $-R = \rho\{01\bar{1}1\}$; $\frac{1}{2}R = \rho\{10\bar{1}2\}$; $-\frac{1}{2}R = \rho\{01\bar{1}2\}$; $2R = \rho\{20\bar{2}1\}$; $-2R = \rho\{02\bar{2}1\}$; $-\frac{5}{8}R = \rho\{05\bar{5}2\}$. Auch wird wohl anstatt des ρ ein π geschrieben oder, sofern eine Verwechslung mit Protopyramiden ausgeschlossen ist, dieses Zeichen der Hemiëdrie überhaupt weggelassen. — An jedem beliebigen Rhomboëder $\rho\{h0\bar{h}l\}$ stumpft das Rhomboëder $\rho\{0h\bar{h}2l\}$ die Polkanten gerade ab, wie z. B. $\rho\{01\bar{1}2\}$ oder $-\frac{1}{2}R$ an $\rho\{10\bar{1}1\}$ oder R ; $\rho\{10\bar{1}4\}$ oder $\frac{1}{4}R$ an $\rho\{01\bar{1}2\}$ oder $-\frac{1}{2}R$.

Wendet man diese rhomboëdrische Hemiëdrie auf die hexagonalen Deutero-pyramiden an, so erleiden dieselben dadurch gar keine Gestaltsveränderung, indem ihre Fläche gleichzeitig zwei Dodekanten deckt; daher bleiben auch ihre Zeichen unverändert. Sie sind in manchen Formencomplexen (z. B. des Kalkspaths) eine seltene, in anderen aber (z. B. des Korunds und Eisenglanzes) eine sehr gewöhnliche Erscheinung, und können daher aus dem Bereich der rhomboëdrischen Formen eben so wenig ausgeschlossen werden, als z. B. das Rhombendodekaëder oder der Würfel aus dem Bereich der tetraëdrisch-hemiëdrischen regulären Formen (§ 20). Auch das Protoprisma und das Pinakoid bleiben bei dieser Hemiëdrie

gestaltlich unverändert; der Uebereinstimmung wegen werden dieselben aber, weil sie verticale und horizontale Grenzformen der Rhomboëder (und nicht der Protopyramiden) sind, (nicht als ∞P und $0P$ sondern) als ∞R und $0R$ bezeichnet. Auch ergibt sich, dass die 6 verticalen Flächen des Prismas ∞R nicht sämtlich gleichmässig dem oberen und unteren Ende der Verticalaxe c angehören, sondern vielmehr abwechselnd als obere und als untere Flächen zu unterscheiden sind. — Ferner stimmt auch das rhomboëdrisch-hemiëdrische Deutero-prisma sowie das dihexagonale Prisma formell mit dem holoëdrischen überein.

Die dihexagonalen Pyramiden verwandeln sich bei dieser Hemiëdrie in die hexagonalen Skalenoëder (Fig. 161). Dies sind von 12 ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen, deren Randkanten, gerade so wie jene der Rhomboëder, nicht in einer Ebene liegen, sondern im Zickzack

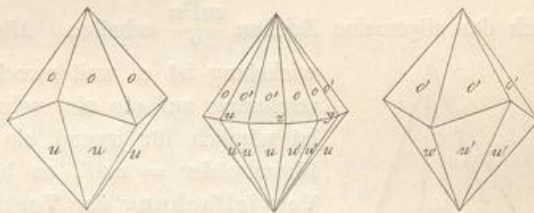


Fig. 161.

auf- und absteigen; ihre Flächen gruppieren sich in 6 Flächenpaare (Fig. 162 und 163). Die Kanten sind dreierlei: 6 kürzere schärfere Polkanten, 6 längere stumpfere Polkanten, und 6 Randkanten; stets liegt eine obere schärfere Polkante über einer unteren stumpferen und umgekehrt.

Die Ecken sind zweierlei: 2 sechsflächige (ditrigonale) Polecken, und 6 unregelmässig vierflächige Randecken. Die Horizontalaxen verbinden die Halbierungspunkte je zweier gegenüberliegender Randkanten. Der zickzackförmige Verlauf der Randkanten, sowie der abwechselnde Werth der Polkanten unterscheidet das Skalenoëder sofort von der hexagonalen Pyramide. Man spricht im Allgemeinen, jedoch ohne scharfe Grenze, von stumpfen und spitzen Skalenoëdern. Eine jede dihexagonale Pyramide liefert natürlich zwei, in verschiedener Stellung befindliche Skalenoëder (Fig. 161); das Skalenoëder erhält ein positives Vorzeichen, wenn seine stumpferen Polkanten über den Flächen eines als positiv angenommenen Rhomboëders liegen, ein negatives, wenn seine schärferen Polkanten diese Lage besitzen¹⁾.

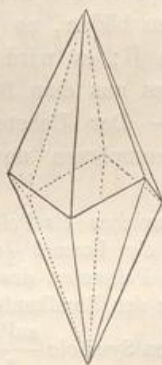


Fig. 162.

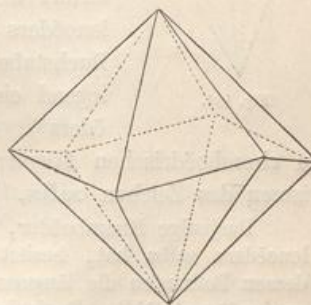


Fig. 163.

1) Wenn man zur Repräsentanz der Flächen einer dihexagonalen Pyramide die Ziffern 1 bis inclus. 12 in 2 horizontale Reihen übereinander schreibt, so würden dann für ein positives Skalenoëder von den 24 nur übrig bleiben die 12 Flächen:

oben	1	2	3	5	6	7	9	10	11	12	
unten			3	4		7	8		11	12	

Eine ebenso auffällige als bedeutsame Eigenschaft eines jeden Skalenoëders ist es, dass seine Randkanten allemal genau dieselbe Lage haben, wie die Randkanten irgend eines Rhomboëders, welches man daher das eingeschriebene Rhomboëder, oder auch das Rhomboëder der Randkanten nennt (Fig. 164).

Auch die stumpferen und schärferen Polkanten eines Skalenoëders haben dieselbe Lage, wie die stumpferen und schärferen Polkanten zweier verschiedener Rhomboëder; das Rhomboëder der stumpferen und das der schärferen Polkanten sind stets in verwendeter Stellung, das letztere ist aber immer in derselben Stellung, wie das der Randkanten.

Als Hälftflächner der dihexagonalen Pyramiden würden die Skalenoëder eigentlich das allgemeine Zeichen $\frac{mPn}{2}$ erhalten. Allein für die krystallographische Ent-

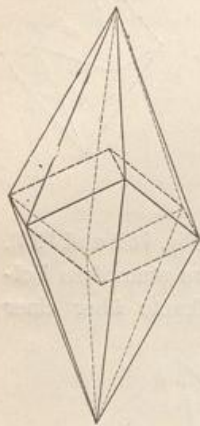


Fig. 164.

wicklung ist es weit zweckmässiger, ihre Ableitung und Bezeichnung auf die eingeschriebenen Rhomboëder zu gründen. Ist nämlich für irgend ein Skalenoëder das eingeschriebene Rhomboëder $= mR$, so bedarf es nur einer angemessenen Vervielfachung der Verticalaxe dieses Rhomboëders nach einer bestimmten Zahl $n (> 1)$, um die Pole des Skalenoëders zu erhalten (Fig. 164). Legt man dann in jede Randkante des Rhomboëders zwei Flächen, von welchen die eine den oberen, die andere den unteren Endpunkt seiner vergrösserten Verticalaxe schneidet, so ist offenbar das gegebene Skalenoëder construirt worden. Um nun demgemäss das Zeichen des Skalenoëders zu bilden, so schreibt man die Zahl n hinter den Buchstaben R ; es wird daher mRn das allgemeine Zeichen irgend eines aus dem Rhomboëder mR abgeleiteten Skalenoëders¹⁾. — Der Uebereinstimmung wegen erhalten die, in

den rhomboëdrischen Formencomplexen unverändert auftretenden dihexagonalen Prismen das Zeichen ∞Rn .

Dasjenige Rhomboëder, welches als Polkanten die kürzeren Polkanten des Skalenoëders mRn hat, besitzt die Formel $\frac{1}{2}m(3n - 1)R$. Dasjenige Rhomboëder, dessen Polkanten die längeren Polkanten des Skalenoëders mRn sind, hat die Formel $-\frac{1}{2}m(3n + 1)R$. Dasjenige der Randkanten ist natürlich mR .

Die beiden skalenoëdrischen Symbole $\frac{mPn}{2}$ und mRn stehen in dem gegenseitigen Verhältniss, dass das letztere, auf die Ableitungszahlen des ersteren bezogen, den Ausdruck $\frac{m(2-n)}{n}R \frac{n}{2-n}$ erhalten würde. Die dihexagonale Pyramide $4P\frac{4}{3}$ liefert so z. B. das Skalenoëder $2R2$. — Umgekehrt würde das erstere Symbol $\frac{mPn}{2}$, bezogen auf die Werthe m und n in mRn , die Form $\frac{m n P_{n+1}}{2}$ gewinnen; $2R2 = \frac{4P\frac{4}{3}}{2}$.

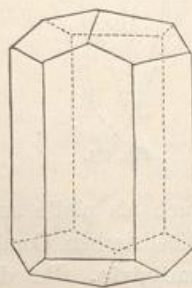
¹⁾ Das Naumann'sche Zeichen mRn , in welchem m und n natürlich ganz andere Bedeutung besitzen als in der holoëdrischen dihexagonalen Pyramide mPn , ist eben so einfach als repräsentativ, und enthält alle zur Berechnung des Skalenoëders erforderlichen Elemente, sobald auch der Werth der Verticalaxe gegeben ist; nur muss man eingedenk sein, dass sich die Ableitungszahl n , obschon sie hinter dem Zeichen der Grundform steht, hier nicht auf die Horizontalaxen, sondern auf die Verticalaxe des eingeschriebenen Rhomboëders mR bezieht; dies ist um so eher erlaubt, als bei dieser Ableitung die Horizontalaxen gänzlich ausser dem Spiele bleiben.

In der *Miller-Bravais'schen* Bezeichnung ist das Symbol für das Skalenoëder $+mRn = \rho\{h\bar{i}kl\}$, das für $-mRn = \rho\{ih\bar{k}l\}$, worin $h \geq i$; z. B. $R5 = \rho\{32\bar{5}4\}$; $R17 = \rho\{9.8.\bar{1}7.1\}$; $R2 = \rho\{34\bar{4}2\}$; $\frac{1}{2}R\frac{1}{3}1 = \rho\{7.4.\bar{1}1.6\}$; $\frac{1}{4}R3 = \rho\{24\bar{3}4\}$; $-2R3 = \rho\{24\bar{6}4\}$; $-2R\frac{4}{3} = \rho\{47\bar{8}3\}$; $-\frac{1}{2}R3 = \rho\{42\bar{3}2\}$.

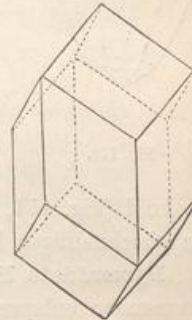
Bei der Umwandlung der Skalenoëderformel mRn in $\rho\{h\bar{i}kl\}$ ist: $h = n + 1$; $i = n - 1$; $k = -2n$; $l = \frac{2}{m}$; also $mRn = \rho\left\{n+1, n-1, -2n, \frac{2}{m}\right\}$; z. B. $R3 = \rho\{42\bar{6}2\} = \rho\{24\bar{3}4\}$, daher $-R3 = \rho\{42\bar{3}4\}$; $\frac{1}{2}R5 = \rho\{6.4.\bar{1}0.4\} = \rho\{32\bar{5}2\}$.

Bei der Umwandlung der Skalenoëderformel $\rho\{h\bar{i}kl\}$ in mRn ist $m = \frac{h-i}{l}$ und $n = \frac{h+i}{h-i}$; also $\rho\{34\bar{4}2\} = \frac{3-1}{2} R \frac{3+1}{3-1} = R2$; $\rho\{74\bar{8}3\} = \frac{7-1}{3} R \frac{7+1}{7-1} = 2R\frac{4}{3}$.

Einige Combinationen der rhomboëdrischen Formen. Dieselben finden sich in grösster Manchfaltigkeit, und namentlich der Kalkspath übertrifft alle anderen Mineralien durch die Menge seiner verschiedenen einfachen Formen und Combinationen. Hier können freilich nur einige der gewöhnlichsten Fälle erwähnt werden. Sehr häufig findet man das Protoprisma ∞R in Combination mit einem Rhomboëder mR (z. B. am Kalkspath mit $-\frac{1}{2}R$, oder auch mit $-2R$), dessen Flächen das Prisma an beiden Enden mit einer dreiflächigen Zuspitzung so begrenzen, dass die Zuspitzungsflächen auf die abwechselnden Seitenflächen aufgesetzt und pentagonal begrenzt erscheinen; Fig. 165; die Randecken des Rhomboëders werden durch ∞R abgestumpft. — Ganz anders verhält sich jedes Rhomboëder mR zu dem Deutero-Prisma $\infty P2$, welches seine Flächen zwar wiederum mit einer dreiflächigen Zuspitzung begrenzen, jedoch so, dass sie auf die abwechselnden Randkanten aufgesetzt und als Rhomben ausgebildet sind; Fig. 166.



$\infty R. -\frac{1}{2}R$
Fig. 165.



$\infty P2.R$
Fig. 166.

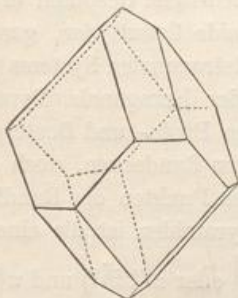


Fig. 167.

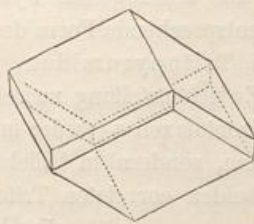


Fig. 168.

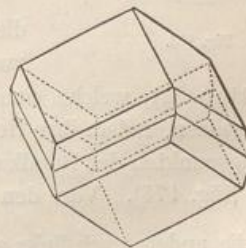


Fig. 169.

An jedem Rhomboëder mR werden die Polkanten durch das in verwendeter Stellung befindliche Rhomboëder von halber Axenlänge, also durch $-\frac{1}{2}mR$, die

Randkanten aber durch das Prisma $\infty P2$ abgestumpft, sowie durch irgend ein aus ihm selbst abgeleitetes Skalenoëder mRn zugeschärft; Fig. 467, 468, 469. — An jedem Skalenoëder mRn werden die längeren Polkanten durch das Rhomboëder $\frac{1}{2}m(3n+1)R$ und ebenso die kürzeren Polkanten durch das Rhomboëder $-\frac{1}{2}m(3n-1)R$ abgestumpft; Fig. 474. An $R3$ stumpft z. B. $\frac{5}{2}R$ die längeren, $-2R$ die kürzeren Polkanten ab. Eine sechsflächige Zuspitzung der Polecken findet gewöhnlich entweder mit horizontalen, oder auch mit solchen Combinationskanten statt, welche den Randkanten parallel sind; in beiden Fällen ist es

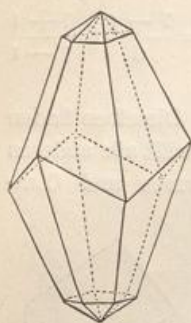


Fig. 170.

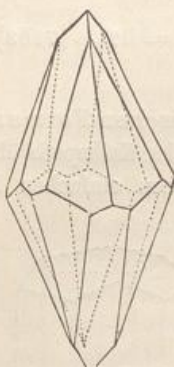


Fig. 171.

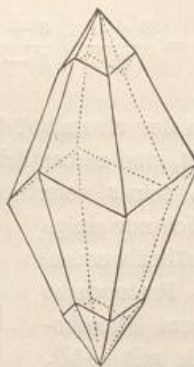


Fig. 172.

ein flacheres Skalenoëder $m'Rn'$, welches die Zuspitzung bildet, und zwar wird im ersten Falle $n' = n$, im zweiten Falle $m' = m$ (Fig. 470 und 472).

Zu den allergewöhnlichsten gehören endlich noch in vielen rhomboëdrischen Complexen die Combinationen $\infty R.0R$ oder auch $0R.\infty R$, d. h. das Protoprisma mit dem

Pinakoid (Fig. 444, auch als platte sechsseitige Tafel ausgebildet), welche sich von den gleichnamigen holoëdrischen Combinationen durch nichts unterscheiden.

Pyramidale Hemiëdrie. Bei dieser, ganz der im tetragonalen System vorkommenden entsprechenden Hemiëdrie ist bloß die horizontale Basis $0P$ noch S.-E.

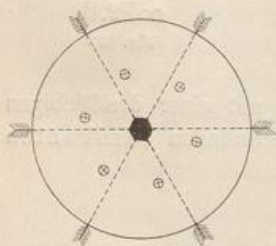


Fig. 173.

Die Verticalaxe c ist eine sechszählige S.-A., ein Centrum der Symmetrie vorhanden. Fig. 473. Alle holoëdrischen hexagonalen Formen haben ihre Flächen auf den verschwundenen 6 verticalen S.-E.n senkrecht stehen, mit Ausnahme der dihexagonalen Pyramide und des dihexagonalen Prismas, und so werden auch nur diese beiden letzteren neue hemiëdrische Gestalten ergeben.

Die dihexagonale Pyramide liefert hier, ganz wie die entsprechende Form des tetragonalen Systems (S. 70), zwei Tritopyramiden, oder hexagonale Pyramiden

der dritten Art, welche eine Zwischenstellung zwischen Proto- und Deutropyramiden besitzen, indem ihre Horizontalaxen a (weder in den Randecken, noch in den Halbirungspunkten der Randkanten, sondern) in beliebigen Punkten der Randkanten endigen (Fig. 474). Von den beiden correlaten Tritopyramiden ist die eine nach rechts, die andere nach links gedreht; $+$ und $- \left[\frac{mPn}{2} \right]$ oder $\pi\{k\bar{i}h\bar{l}\}$ und $\pi\{h\bar{i}k\bar{l}\}$.

— Auch die zwölfseitigen Prismen erscheinen nur mit den abwechselnden Flächen, als hexagonale Prismen dritter Art oder Tritoprismen. Dagegen erleiden die hexagonalen Pyramiden erster und zweiter Art, wenn sie dieser Hemiëdrie unter-

worfen werden, gar keine Gestaltsveränderung, so dass sie holoëdrisch ausgebildet erscheinen, und an ihnen allein diese Hemiëdrie gar nicht erkannt werden kann¹⁾.

Nur durch ihre Orientierung am Axenkreuz sind die Tritoformen von den entsprechenden erster und zweiter Art unterschieden; so können sie auch nur als solche formell erkannt werden, wenn sie mit den letzteren in Combination treten. — Die Formenreihe des Apatits und der ihm verwandten isomorphen Mineralien Pyromorphit, Mimetesit, Vanadinit ist dieser Hemiëdrie unterworfen. Fig. 175 stellt einen Krystall von Apatit dar, welcher ausser dem Protoprisma a (∞P), der Basis c ($0P$), der Protopyramide o (P) und der DeuteroPyramide x ($2P_2$) noch die Tritopyramide v ($3P_3$) zeigt.

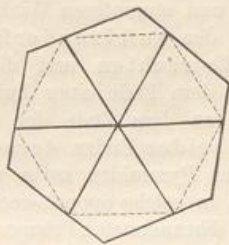


Fig. 174.

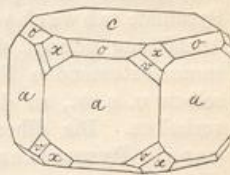


Fig. 175.

Trapezoëdrische Hemiëdrie. In ihr sind sämtliche 7 S.-E.n verloren gegangen. Die Verticalaxe c ist eine sechszählige S.-A., die 3 Horizontalaxen a sowie die 3 Zwischenaxen sind 6 zweizählige S.-A.n. Kein Centrum der Symmetrie. Fig. 176.

Nur die dihexagonale Pyramide liefert hier und zwar durch Wachsthum und Verschwinden ihrer abwechselnden Flächen neue Gestalten, zwei hexagonale Trapezoëder, d. h. von 12 gleichschenkeligen Trapezoiden umschlossene Formen, mit 12 gleichen Polkanten und 6 längeren stumpferen, sowie 6 kürzeren schärferen, im Zickzack auf- und ablaufenden Randkanten (Fig. 177). Wegen des Mangels einer S.-E. sind sie enantiomorph. Für den Fall, dass $n > 1,366 \dots$ (vgl. S. 78), laufen die längeren stumpferen Randkanten bei den rechten Trapezoëdern von links unten nach

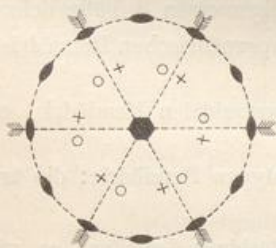


Fig. 176.

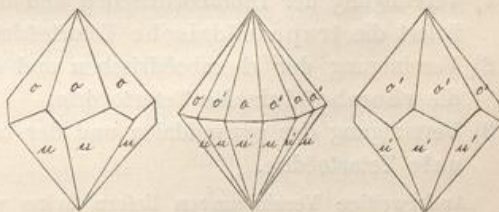


Fig. 177.

rechts oben (erste Fig.), bei den linken von rechts unten nach links oben (letzte Fig.).

Die Symbole sind $\frac{mPn}{2}r$ oder $\tau\{k\bar{i}h\bar{l}\}$ und $\frac{mPn}{2}l$ oder $\tau\{h\bar{i}k\bar{l}\}$. Die dieser dritten

Hemiëdrie angehörigen Krystallformen sind daher geometrisch bloß erkennbar, wenn ein Trapezoëder ausgebildet ist. Ein ihr folgendes Mineral ist nicht bekannt; unter den künstlichen Krystallen gehören auf Grund der Aetzfiguren hierher die des rechtsweinsauren Antimonyl-Baryums + salpetersauren Kaliums, welche allerdings scheinbar holoëdrisch ausgebildet sind.

¹⁾ Baumhauer beobachtete, dass die auf den scheinbar holoëdrischen Formen des Apatits durch Corrodierung mittels Salzsäure hervorgebrachten Aetzeindrücke wegen ihrer Unsymmetrie deutlich für den pyramidal-hemiëdrischen Charakter sprechen.

Anmerkung. Im hexagonalen System wäre noch eine vierte Modalität der Hemiëdrie denkbar, welche von *Naumann* die trigonotype Hemiëdrie genannt wurde (von Anderen die ditrigonale Hemiëdrie), weil sie die Ausbildung von trigonalen Pyramiden, trigonalen Prismen und überhaupt von solchen Formen bedingt, deren Querschnitte gleichseitige Dreiecke (Trigone) und Ditrigone (gleichseitige Sechsecke mit abwechselnd schärferen und stumpferen Winkeln) sind. Ihr Gesetz würde wesentlich darin bestehen, dass in den aufeinanderfolgenden Gliedern der dihexagonalen Pyramide abwechselnd die rechten und die linken Flächenpaare allein zur Ausbildung gelangt sind: an dem Ende einer Zwischenaxe wachsen die vier dort zusammenstossenden Flächen, an dem Ende der darauf folgenden verschwinden dieselben u. s. w., so dass die beiden Enden derselben Horizontalaxe sich verschieden verhalten. Die dihexagonalen Pyramiden mPn verwandeln sich dadurch in ditrigonale Pyramiden, d. h. in solche doppelt-sechseitige, deren Basis eine ditrigonale Figur ist; ebenso werden die dihexagonalen Prismen ∞Pn zu ditrigonalen Prismen.

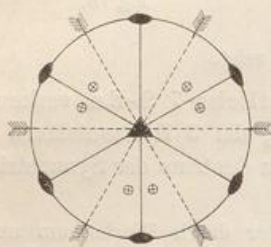


Fig. 178.

deten) S.-A.n; ein Centrum der Symmetrie. Fig. 178. — Bis jetzt ist von dieser Hemiëdrie kein Beispiel bekannt¹⁾.

§ 33. Die Tetartoëdrien im hexagonalen System. Das gleichzeitige Auftreten zweier Hemiëdrie-Modalitäten würde im Allgemeinen 3 Fälle liefern:

- 1) Vereinigung der rhomboëdrischen und der trapezoëdrischen Hemiëdrie; sie liefert die trapezoëdrische Tetartoëdrie;
- 2) Vereinigung der rhomboëdrischen und der pyramidalen Hemiëdrie; ergibt die rhomboëdrische Tetartoëdrie;
- 3) Vereinigung der pyramidalen und der trigonotypen Hemiëdrie: die trigonale Tetartoëdrie.

Anderweitige Vereinigungen liefern keine viertelflächigen Gestalten; so würden z. B. bei derjenigen der trapezoëdrischen mit der pyramidalen Hemiëdrie aus der allgemeinsten Gestalt, der dihexagonalen Pyramide, Formen hervorgehen, welche die übrigbleibenden 6 Flächen nur oberhalb oder unterhalb der Basis aufweisen, und deshalb ist diese Tetartoëdrie als solche nicht möglich; sie würde eine Hemimorphie in der Richtung der Verticalaxe bedingen.

Trapezoëdrische Tetartoëdrie. Bei ihr gehen die 3, in der rhomboëdrischen Hemiëdrie noch bestehenden S.-E.n verloren, es ist also überhaupt keine dergleichen mehr vorhanden. Die Formen besitzen aber noch c als eine dreizählige S.-A., ausserdem 3 horizontale zweizählige S.-A.n von polarer Ausbildung (worin

¹⁾ Für das tetragonale System ist eine Analogie dieser Modalität der Hemiëdrie ausgeschlossen, weil dadurch ein dem rhombischen System entsprechender Charakter entstünde.

ein Unterschied z. B. gegen die ebenfalls einer S.-E. entbehrende trapezoëdrische Hemiëdrie gelegen ist). Ohne Centrum der Symmetrie. Fig. 179.

Diese Tetartoëdrie spricht sich an der dihexagonalen Pyramide darin aus, dass das Skalenoëder, der Hälftflächner derselben gemäss der rhomboëdrischen Hemiëdrie, seinerseits selbst nur mit den an den abwechselnden Randkanten oben und unten gelegenen Flächen ausgebildet ist. Dadurch entsteht ein trigonales Trapezoëder (Fig. 180), welches demzufolge eine nur mit dem vierten Theil ihrer Flächen ausgebildete dihexagonale Pyramide ist¹⁾. Die 6 Flächen dieser Form sind gleichschenkelige Trapezoide, ihre im Zickzack auf- und absteigenden Randkanten zerfallen

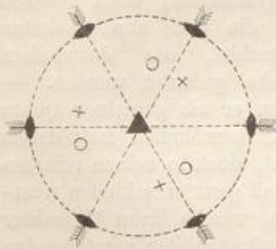
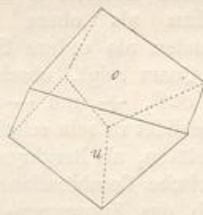


Fig. 179.



a

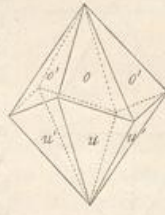


Fig. 180.

b

in 3 längere stumpfe und 3 kürzere scharfe, die 3 oberen und 3 unteren Polkanten sind gleich; der Mittelquerschnitt ist ein Ditrigon. Aus demselben Skalenoëder leiten sich nun zwei solcher Trapezoëder ab, welche enantiomorph sind, d. h. sie können durch keinerlei Drehung zur Congruenz gebracht werden, verhalten sich gegenseitig wie ein paar rechts und links gebildete Körper und zeigen Circularpolarisation. Fig. 180a ist ein linkes, Fig. 180b ein rechtes Trapezoëder.

Da die dihexagonale Pyramide ein positives und ein negatives Skalenoëder, jedes derselben ein rechtes und ein linkes Trapezoëder liefert, so entstehen aus der ersteren folgende 4 Viertelgestalten, von denen die erste und zweite, sowie die dritte und vierte enantiomorph, dagegen die erste und dritte, sowie die zweite und vierte congruent sind; die Vereinigung einer rechten und linken Form würde ein Skalenoëder, diejenige zweier rechter oder zweier linker Formen ein hexagonales Trapezoëder erzeugen.

$$\text{Rechtes positives Trapezoëder} = + \frac{mPn}{4} r = \rho\tau\{k\bar{i}h\bar{l}\}$$

$$\text{Linkes positives Trapezoëder} = + \frac{mPn}{4} l = \rho\tau\{h\bar{i}k\bar{l}\}$$

$$\text{Rechtes negatives Trapezoëder} = - \frac{mPn}{4} r = \rho\tau\{h\bar{k}i\bar{l}\}$$

$$\text{Linkes negatives Trapezoëder} = - \frac{mPn}{4} l = \rho\tau\{k\bar{h}i\bar{l}\}.$$

Wenn diese trapezoëdrische Tetartoëdrie auf die anderen holoëdrisch-hexagonalen Formen Anwendung findet, so liefert:

die Protopyramide wiederum ein positives und ein negatives Rhomboëder erster Ordnung, welches in seiner Gestalt und Stellung vollkommen mit dem hemiëdrischen mR übereinstimmt; das Rhomboëder kann nämlich seinerseits gestaltlich nicht weiter hemiëdrisch verändert werden, weil seine Flächen auf den verschwindenden S.-E.n senkrecht stehen;

¹⁾ Für ein solches Trapezoëder würden aus der dihexagonalen Pyramide nach dem Schema unten auf S. 85 z. B. übrig bleiben die Flächen:

oben	2	6	10
unten	3	7	11

die Deuteropyramide (dadurch, dass sie nur mit den an den abwechselnden Randkanten gelegenen Flächen auftritt) eine (rechte und linke) trigonale Pyramide, deren sechs Flächen gleichschenkelige Dreiecke sind und deren drei gleiche Randkanten in einer Ebene liegen; oben und unten erscheinen 3 gleiche Polkanten; Fig. 181;

das dihexagonale Prisma, indem es nur mit seinen abwechselnden Flächenpaaren ausgebildet ist, ein ditrigonales Prisma (mit drei schärferen und drei stumpferen verticalen Kanten);

das Deuteroprisma durch alleinige Ausbildung seiner abwechselnden drei Flächen ein trigonales Prisma.

Das Protoprisma und die Basis bleiben scheinbar unverändert, doch müssen an dem ersten z. B. die drei abwechselnden Flächen als obere rechte, die dazwischen liegenden als untere linke gedeutet werden. —

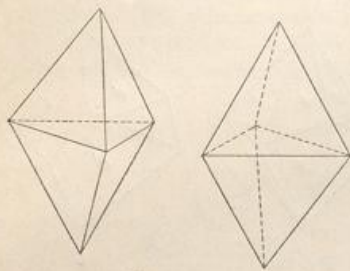


Fig. 181.

Der Quarz zeigt, obschon er als gemeiner Quarz (mit ∞P , $+$ und $- R$) gewöhnlich holoëdrisch ausgebildet zu sein scheint, doch in seinen reinsten Varietäten, als Bergkrystall ganz entschieden tetartoëdrische Combinationen, welche ihren Charakter durch das Zusammen-Auftreten der vorstehenden Formen kund geben, wie dies *C. F. Naumann* schon im Jahre 1830 gezeigt hat. Ein anderes hierher gehöriges Mineral ist der Zinnober.

Rhomboëdrische Tetartoëdrie. Hier geht die in der pyramidalen Hemiëdrie allein noch vorhandene horizontale S.-E. verloren und daher müssen die 3 pyramidalen Gestalten zu Rhomboëdern werden. Die Formen haben so keine S.-E. mehr, auch nur noch die Verticalaxe c als einzige dreizählige Axe der einfachen Symmetrie, welche ebenfalls als sechszählige der zusammengesetzten aufgefasst werden kann. Ein Centrum der Symmetrie ist noch vorhanden. Fig. 182.

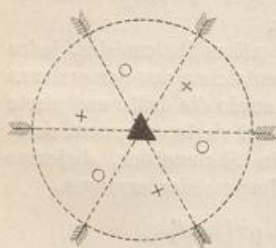


Fig. 182.

Wird zunächst die Protopyramide betrachtet, so verwandelt sie sich bei dieser Tetartoëdrie in scheinbar dasselbe Rhomboëder erster Art, welches auch durch die Hemiëdrie erzeugt wird; die Flächen sind allerdings nur als die rechten oder linken Flächenhälften eines Rhomboëders zu deuten. — Erstreckt sich diese Art der

Tetartoëdrie auf die Deuteropyramide mP_2 , so liefert sie ein Rhomboëder zweiter Art, welches eine um 30° gewendete Stellung gegen das Rhomboëder der ersten Art (sowie ebenfalls gegen dessen Gegenrhomboëder) besitzt und nicht als die Wirkung einer Hemiëdrie aufgefasst werden kann. Bei ihm endigen die Horizontalaxen a symmetrisch in den Flächen, an denjenigen Orten, an denen in den Rhomboëdern der ersten Art die Zwischenaxen austreten. — Bei der dihexagonalen Pyramide mP_n erfolgt diese Viertelflächigkeit dadurch, dass entweder das Skalenoëder oder die Tritopyramide nur mit ihren einzelnen abwechselnden Flächen ausgebildet ist. Auf beiden Wegen entstehen (nicht enantiomorphe) Rhomboëder der dritten Art (Tritorhomoëder), welche in ihrer Stellung zwischen den gewöhnlichen der ersten und denen der zweiten Art liegen¹⁾; bei ihnen endigen die Horizontalaxen a seitlich und unsymmetrisch in

1) Für ein solches Rhomboëder dritter Art würden aus der dihexagonalen Pyramide nach dem Schema unten auf S. 85 z. B. übrig bleiben die 6 Flächen:

oben	2	6	10
unten	4	8	12

beliebigen Punkten der Flächen. Diese Tritorhomboëder können ebenso nur Wirkungen einer Tetartoëdrie sein, wie die Tritopyramiden solche einer Hemiëdrie. Die gegenseitige Stellung der 3 verschiedenen Rhomboëder ergibt sich aus der Projection Fig. 183, in der das stark ausgezogene Dreieck ein Rhomboëder erster Art, das schwach ausgezogene ein solches zweiter Art, das punktierte eines dritter Art darstellt. — Protoprisma und Deutero-
 prismas bleiben scheinbar unverändert. Die dihexagonalen Prismen liefern ein Tritoprisma, welches aber hier nicht als eine Tritopyramide mit $m = \infty$, sondern als ein unendlich spitzes Rhomboëder der dritten Art zu betrachten ist. — Beispiele aus dem Mineralreich: Dioptas, Phenakit, Dolomit, Titaneisen. Das Vorkommen zweier Rhomboëder verschiedener

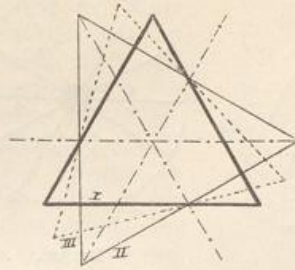


Fig. 183.

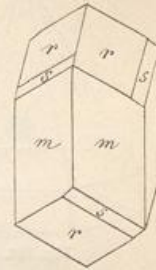


Fig. 184.

Ordnung genügt zur Erkennung dieses tetartoëdrischen Charakters der Krystallform. — In dem Krystall von Dioptas (Fig. 184) ist r ein Rhomboëder erster Art (und zwar $2R$, weil seine Polkanten durch das hier nicht auftretende Spaltungs-rhomboëder R gerade abgestumpft werden), m das Deutero-prisma ∞P_2 ; die abwechselnden Kanten zwischen r und m werden durch ein Rhomboëder s der dritten Art von Zwischenstellung, den Hälfte-flächner des Skalenoëders $2R_3^g$, abgestumpft.

Anmerkung. Verlieren die Formen der trigonotypen Hemiëdrie die noch durch die Zwischenachsen gehenden 3 senkrechten S.-E.n und damit auch die 3 horizontalen S.-A.n, so bleibt nur noch eine horizontale S.-E. (welche keine H.-S.-E. ist) und eine dreizählige verticale S.-A.; Fig. 185. Es entstehen bei dieser trigonalen Tetartoëdrie sowohl aus der Protopyramide 2, als aus der Deutero-pyramide 2, als aus der dihexagonalen Pyramide 4 trigonale Pyramiden und diese dreierlei Formen unterscheiden sich durch eine dreifach abweichende Stellung am Axenkreuz¹⁾. Ähnlich liefern das Proto-prisma und das Deutero-prisma je 2, das dihexagonale Prisma 4 trigonale Prismen; auch diese dreierlei trigonalen Prismen sind von verschiedener Stellung. Die Basis bleibt unverändert. — In der Krystallwelt ist bis jetzt kein Beispiel bekannt.

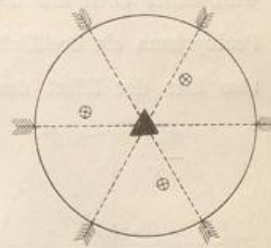


Fig. 185.

§ 34. Die Hemimorphieen im hexagonalen System. Wie im tetragonalen System herrscht zu beiden Seiten der Horizontalaxenebene oben und unten Ungleichheit und diese muss zunächst an allen Flächen zur Geltung kommen, die zur Verticalaxe c geneigt oder senkrecht sind. Alle horizontalen Symmetrie-Elemente gehen dabei verloren.

Tritt die Hemimorphie an den holoëdrischen Formen auf, so bewirkt die Differenzirung in einen oberen und einen unteren Pol der Verticalaxe c , dass die drei Pyramiden, die Proto-, Deutero- und dihexagonale Pyramide eigentlich nur mit ihrer oberen oder unteren Hälfte ausgebildet sind, weshalb denn auch an den beiden Enden von c ganz abweichende pyramidale Gestalten vorkommen können. Die holoëdrische

¹⁾ Eine aus der dihexagonalen so hervorgehende trigonale Pyramide würde z. B. nur noch folgende 6 Flächen der ersteren zeigen:

oben	4	...	5	...	9	...
unten	4	...	5	...	9	...

Basis zerfällt dabei in 2 horizontale Flächen (Pedien nach S. 72), welche unabhängig von einander sind und auch einzeln aufzutreten vermögen. Die drei verticalen Prismen werden natürlich in ihrer Erscheinungsweise durch diese Differenzirung nicht betroffen

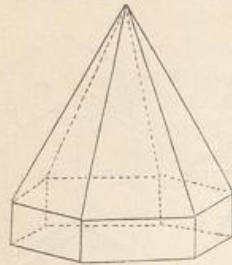


Fig. 186.

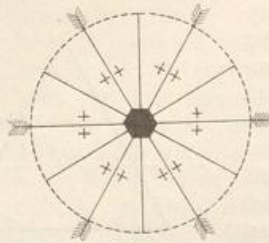


Fig. 187.

(Fig. 186). — Die Gestalten besitzen nur noch die 6 verticalen S.-E.n der Holoöder durch die Neben- und Zwischenaxen, sowie c als sechszählige S.-A. von polarer Ausbildung (nicht mehr als Hauptaxe). Ohne Centrum der Symmetrie. Fig. 187. — Als einziges Beispiel dient das Jodsilber, an dessen natürlichen Krystallen z. B. ausser ∞P oben P , $2P$, $4P$, $0P$, unten bloß $2P$ und $0P$ beobachtet wurden, während die

künstlichen Krystalle z. B. ausser ∞P_2 am einen Ende $4P$ und $0P$, am anderen $\frac{4}{3}P$ und $\frac{9}{10}P_2$ zeigten.

Werden die Formen der rhomboëdrischen Hemiëdrie von dieser Hemimorphie erfaßt, so treten an den beiden Enden von c Rhomboëder, Skalenoëder oder hexagonale Deuteroipyramiden in verschiedener Anzahl oder von verschiedener Bedeutung oder einseitig auf, auch die beiden Basisflächen sind unabhängig von einander. Da das Protoprisma in der rhomboëdrischen Hemiëdrie als ∞R und nicht als ∞P aufzufassen ist, so gehören auch seine Flächen, trotz ihrer verticalen Stellung, eigentlich abwechselnd dem oberen und dem unteren Pol von c an und sind als 3 obere und 3 untere Flächen zu unterscheiden. Unter dem Walten der Hemimorphie wird daher auch nur die eine oder die andere Hälfte der Flächen auftreten und das Protoprisma als dreiflächiges trigonales Prisma $\frac{\infty R}{2}$ ausgebildet sein; letzteres ist

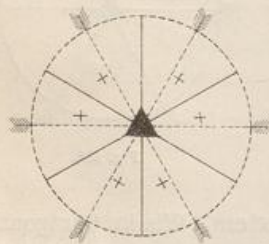


Fig. 188.

also hier der Effect der Hemimorphie, nicht einer Hemiëdrie. Analog zerfallen die dihexagonalen Prismen in 2 ditrigonale Prismen. Das Deutero-Prisma ∞P_2 dagegen kann hinsichtlich seiner Flächenzahl durch diese Hemimorphie keine Veränderung erleiden, da dasselbe als Grenzform der Deutero-ipyramiden mP_2 sechs äquivalente Flächen besitzt, die den Gegensatz von oberen und unteren nicht aufweisen. — Die Formen besitzen nur noch verticale Symmetrie-Elemente; c ist eine dreizählige S.-A. von polarer Ausbildung, durch sie und die Zwischenaxen gehen drei gewöhnliche S.-E.n. Kein Centrum der Symmetrie. Fig. 188. — Beispiele aus dem Mineralreich bieten: Turmalin (vgl. Fig. 12), Rothgültigerz, wahrscheinlich

auch Wurtzit, Greenockit, Rothzinkerz.

Anm. Es ist auch gestattet, vorstehende Hemimorphie als diejenige der trigonotypen Hemiëdrie zu betrachten, in welcher die horizontalen Symmetrie-Elemente verloren gegangen sind. Die dann entstehenden Gestalten decken sich generell mit den soeben erwähnten: es erscheinen hier wie dort das trigonale und hexagonale Prisma, ditrigonale Prismen, hexagonale Pyramiden, während in ihrer bloß hemimorphen Ausbildung die trigonalen Pyramiden eben nicht von Rhomboëdern, und die ditrigonalen Pyramiden eben nicht von Skalenoëdern zu unterscheiden sind¹⁾.

¹⁾ Wenn die in der Natur verbreiteten Vorkommnisse hier als Hemimorphieen der rhomboëdrischen und nicht der trigonotypen Hemiëdrie betrachtet werden, so geschieht dies, weil die erstere ebenfalls weithin verkörpert, die letztere überhaupt nur theoretisch bekannt ist.

Ferner kann sich die Hemimorphie an den Formen der pyramidalen Hemiëdrie geltend machen. Alsdann verliert die Horizontalaxenebene ihren Charakter als einzige S.-E. und es bleibt deshalb als alleiniges Symmetrie-Element nur c als sechszählige polar ausgebildete S.-A. Kein Centrum der Symmetrie vorhanden. Die Formen sind enantiomorph. Fig. 189. Zufolge der Differenzirung in oben und unten zerfallen die Tritopyramiden, sowie die Proto- und DeuteroPyramiden, ferner die Basis in obere und untere Formen; die Tritoprismen, das Proto- und DeuteroPrisma treten dagegen mit ihren je 6 zusammengehörigen Flächen auf. — Hierher gehört der Nephelin, dessen Krystalle zwar gewöhnlich anscheinend holoëdrisch ($\infty P.0P$) ausgebildet zu sein pflegen; es werden aber zufolge *Baumhauer* durch Aetzung mit Flusssäure an den Kanten von ∞P matte schiefe Abstumpungsflächen erzeugt, welche einem Tritoprisma entsprechen, und ausserdem erscheinen auf den Prismenflächen die unsymmetrischen Aetzfiguren in der oberen Hälfte anders gestaltet und gewendet als in der unteren; beides zusammengekommen verweist den Nephelin in diese Abtheilung.

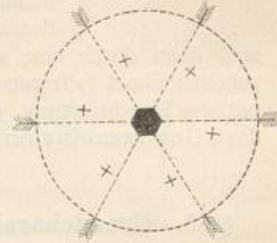


Fig. 189.

Anm. Eine Hemimorphie der trapezoëdrischen Hemiëdrie nach der Verticalaxe würde die Ausbildung übereinstimmender Formen im Gefolge haben.

Schliesslich kann auch an den Formen der trigonalen Tetartoëdrie die Hemimorphie wirksam werden, womit der Verlust der einzig bestehenden horizontalen S.-E. verbunden ist und wobei blos die eine dreizählige polare S.-A. übrig bleibt. Kein Centrum der Symmetrie. Fig. 190. Der Effect besteht darin, dass die auf dem Gebiet jener Tetartoëdrie auftretenden dreierlei trigonalen Pyramiden (S. 93) nach oben und unten differenzirt werden; die holoëdrische dihexagonale Pyramide würde also 4 obere und 4 untere trigonale Pyramiden dritter Art liefern, die DeuteroPyramide 2 obere und 2 untere zweiter, die ProtoPyramide 2 obere und 2 untere erster Art. Die Basis zerfällt in eine obere und untere einzelne Fläche, die dreierlei verticalen trigonalen Prismen bleiben unverändert. — Im Mineralreich ist kein Beispiel bekannt, von den künstlichen Krystallen gehört in diese Gruppe das Natriumperjodat $NaJO_4 + 3H_2O$.

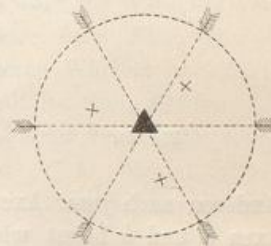


Fig. 190.

Die anderen Abtheilungen des hexagonalen Systems, ausser den genannten, besitzen keine singuläre S.-E., können also auch nicht hemimorph werden. — Es scheint nicht rathlich, die Hemimorphie einer Hemiëdrie als Tetartomorphie, diejenige einer Tetartoëdrie als Ogdomorphie zu bezeichnen, weil Hemimorphie und Theilflächigkeit doch im Grunde genommen nicht allerwegen analoge Erscheinungen sind und z. B. die sog. Tetartomorphie nicht eigentlich eine doppelt erfolgte Hemimorphie ist.

Anm. Wird der Symmetriecharakter der Verticalaxe c in den Vordergrund gestellt, so würden die Formen der

- Holoëdrie,
- pyramidalen Hemiëdrie,
- trapezoëdrischen Hemiëdrie,
- Hemimorphie der Holoëdrie und
- Hemimorphie der pyramidalen Hemiëdrie

insofern eine besondere Gruppe bilden, als diese, im Gegensatz zu den übrigen Abtheilungen, durch eine sechszählige Axe der einfachen (unmittelbaren) Symmetrie charakterisirt ist (*Hexagonales System im engeren Sinne*). — Die Formen der

rhomboëdrischen Hemiëdrie,
trigonalen Hemiëdrie,
trapezoëdrischen Tetartoëdrie,
rhomboëdrischen Tetartoëdrie,
trigonalen Tetartoëdrie,
Hemimorphie der rhomboëdrischen Hemiëdrie,
Hemimorphie der trigonalen Tetartoëdrie

sind dann durch eine dreizählige Axe der einfachen (unmittelbaren) Symmetrie gekennzeichnet (*Trigonales System*). Sämmtliche Abtheilungen (die hemimorphen mit der Einschränkung, dass die beiden Enden von c different sind), können aber auf das allen gemeinsame hexagonale krystallographische Axenkreuz bezogen werden.

4. Rhombisches Krystalsystem.

§ 35. **Grundcharakter.** Die Verhältnisse dieses Systems (früher das zweigliederige genannt) sind äusserst einfach, weil es nur sehr wenige verschiedene Arten von Formen begreift. Dieselben werden durch drei, aufeinander rechtwinkelige, aber durchgängig ungleiche, daher auch völlig ungleichwerthige krystallographische Axen charakterisirt, von welchen eine zur senkrecht gestellten Verticalaxe (c) gewählt werden muss, wodurch die beiden anderen zu Horizontalaxen werden; von diesen letzteren pflegt man die kürzere (a) geradeaus von vorne nach hinten, die längere (b) quer von rechts nach links zu richten (Fig. 191). Keine dieser Axen hat hier etwas vor der anderen voraus, keine besitzt die Bedeutung einer H.-S.-A. oder Hauptaxe (wie c in der holoëdrischen Abtheilung der beiden vorhergehenden Systeme) und es ist daher an sich ganz gleichgültig, welche derselben vertical gerichtet wird. Deshalb fehlt es auch in dieser Hinsicht an Uebereinstimmung, indem ein und derselbe Formencomplex von Einigen nach dieser, von Anderen nach jener Axe aufrecht gestellt wird. Die Ebene durch die Horizontalaxen a und b heisst wiederum die Basis. Der von *Breithaupt* vorgeschlagene Name rhombisches System bezieht sich auf die Figur der Basis und der Querschnitte.

§ 36. **Beschreibung und Ableitung der holoëdrisch-rhombischen Formen.** Dieses Krystalsystem ist fast immer nur holoëdrisch ausgebildet. Die

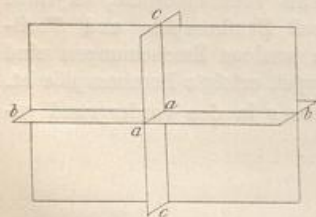


Fig. 191.

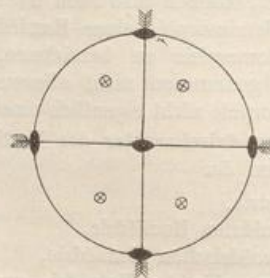


Fig. 192.

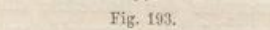


Fig. 193.

holoëdrischen Formen besitzen 3 aufeinander senkrechte gewöhnliche S.-E.n (Hauptschnitte, Fig. 192), nämlich die horizontale Basis (Axenebene ab) und die beiden senkrechten Ebenen durch die Verticalaxe und je eine Horizontalaxe (Axenebenen ca und cb). Sie entbehren

daher einer H.-S.-E. (wie eine solche in der holoëdrischen Abtheilung des tetragonalen und hexagonalen Systems vorhanden ist), demzufolge auch einer Hauptaxe.

Durch die 3 S.-E.n wird der Raum in 8 gleiche Theile (Oktanten) getheilt, welche nur durch ihre Lage verschieden sind. Die 3 krystallographischen Axen a , b , c , die Normalen auf die 3 S.-E.n, sind zweizählige S.-A.n; anderszählige kommen in diesem System nicht vor. Fig. 193. — Es gibt folgende Arten von holoëdrischen Formen:

A. Geschlossene Formen:

Rhombische Pyramiden verschiedener Art.

B. Offene Formen:

- 1) rhombische Prismen (und Domen) verschiedener Art,
- 2) drei Pinakoide.

Die rhombischen Pyramiden sind von acht ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen, deren Randkanten in einer Ebene liegen und einen Rhombus bilden; Fig. 194. Ihre Kanten sind dreierlei: 4 längere schärfere, und 4 kürzere stumpfere Polkanten, sowie 4 gleiche Randkanten; die Ecken sind ebenfalls dreierlei, aber durchgängig rhombisch, nämlich 2 Polecken, 2 spitzere Randecken an den Endpunkten der längeren, und 2 stumpfere Randecken an den Endpunkten der kürzeren Horizontalaxe.

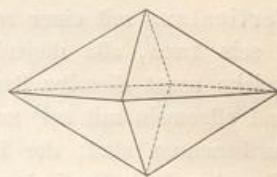


Fig. 194.

In jedem rhombischen Formencomplex wählt man eine der vorhandenen (oder doch wenigstens angezeigten) Pyramiden zur Grundform, bezeichnet sie mit P, entscheidet sich über ihre aufrechte Stellung, somit über die Wahl der Verticalaxe, und bestimmt sie entweder durch Angabe zweier ihrer Kantenwinkel, oder auch durch das aus diesen oder aus ein paar anderen Winkeln berechnete Verhältniss ihrer Lineardimensionen oder das Axenverhältniss (der Hälften der kurzen Horizontalaxe = a , der langen Horizontalaxe = b , der Verticalaxe = c), wobei man gewöhnlich $b = 1$ setzt; c ist dann ≥ 1 , a stets < 1 . Bei der Grundpyramide liegen allemal die stumpfen Polkanten vorne und hinten, die scharfen Polkanten rechts und links.

Ein jeder besonderer Formencomplex des rhombischen Systems erfordert nämlich zu seiner vollständigen Bestimmung die Kenntniss zweier, von einander unabhängiger Kantenwinkel; aus diesen durch Messung gefundenen Winkeln kann erst das Verhältniss der Lineardimensionen oder der Parameter $a : b : c$ für die Grundform berechnet werden. Die Grundpyramide des rhombischen Schwefels hat z. B. das (irrationale) Axenverhältniss $a : b : c = 0,813... : 1 : 1,9037...$. Würde man dieselbe z. B. so aufstellen, dass die lange Horizontalaxe b zur Verticalaxe c , und c umgekehrt zu b würde, während die kurze Horizontalaxe a ihre Stellung beibehält, so ergäbe sich das Axenverhältniss $= 0,427... : 1 : 0,5258...$ (d. h. $0,813... : 1,9037... : 1$).

In dieser Grundpyramide werden nun aber die lange und kurze Horizontalaxe, weil sie die Diagonalen ihrer Basis sind, mit dem Namen Makrodiagonale und Brachydiagonale¹⁾ belegt, und demgemäss auch die beiden verticalen

¹⁾ Die beiden Horizontalaxen werden auch als Makroaxe und Brachyaxe unterschieden, doch sind die oben stehenden Bezeichnungen insofern zweckmässiger, als sie die Bildung von Adjectiven besser gestatten.

Mit Rücksicht auf gewisse Analogieen wird neuerdings die Gepflogenheit, die lange Horizontalaxe b quer, die kurze a längs zu legen, nicht mehr als immer bindend erachtet; alsdann treten anstatt der »Makro«- und »Brachy«-Formen die Ausdrücke »Quer«- und »Längs«-Formen ein.

Naumann-Zirkel, Mineralogie. 14. Aufl.

Hauptschnitte eb und ca , sowie die beiderlei in ihnen liegenden Polkanten und Randecken durch die Prädicate makrodiagonal und brachydiagonal unterschieden. Diese Benennung ist eine durchgreifende; sie wird auf alle abgeleiteten Formen übertragen, deren lange und kurze Horizontalaxe daher nicht mit der Makrodiagonale und Brachydiagonale der Grundform zu verwechseln sind. Für die Begrenzungs-Elemente (Kanten, Ecken) und Horizontalaxen der abgeleiteten Formen haben demnach die Prädicate makrodiagonal und brachydiagonal nur eine topische, keine dimensionale Bedeutung, sofern sie die Lage derselben entweder in dem einen oder in dem anderen (durch die Horizontalaxen der Grundform bestimmten) Hauptschnitt ausdrücken.

Aus der Grundform P leiten sich nun zuvörderst durch Multiplication ihrer Verticalaxe mit einer rationalen Zahl m , welche theils grösser, theils kleiner als 1 sein kann, alle diejenigen theils spitzeren, theils stumpferen Pyramiden ab, welche sonst dieselbe Basis und denselben Verlauf der Randkanten wie P haben, und allgemein mit mP zu bezeichnen, sowie als Pyramiden der Verticalreihe zu benennen sind; der links von P stehende Coëfficient bezieht sich auch hier allemal auf die Verticalaxe c .

Ferner lassen sich aus jeder so gewonnenen Pyramide mP nach zwei verschiedenen Richtungen, je nachdem die eine oder die andere Horizontalaxe von mP vergrössert wird, viele neue Formen ableiten.

Man multiplicire zunächst die Makrodiagonale mit einer rationalen Zahl n (die stets grösser als 1), und lege darauf in jede brachydiagonale Polkante von mP zwei Flächen, welche die Makrodiagonale in der Entfernung n schneiden, so resultirt eine neue Pyramide, welche mit dem Namen Makropyramide und mit dem Zeichen $m\check{P}n$ versehen wird, um es mittels des über P gesetzten prosodischen Zeichens der Länge auszudrücken, durch welcher Diagonale Vergrösserung sie abgeleitet wurde. — Verfährt man auf ähnliche Weise, indem man die Brachydiagonale von mP mit n (> 1) multiplicirt, und die Constructionsflächen in ihre makrodiagonalen Polkanten legt, so erhält man Brachypyramiden von dem Zeichen $m\check{P}n$, in welchem das über P geschriebene prosodische Zeichen der Kürze auf diejenige Diagonale verweist, nach welcher die Ableitung erfolgte.

Sofern die n -mal verlängerte Brachydiagonale länger ist, als die Makrodiagonale, hat eine solche abgeleitete Brachypyramide natürlich — im Gegensatz zur Grundpyramide — ihre scharfen Polkanten am Ende der Brachydiagonale, ihre stumpfen am Ende der Makrodiagonale liegen; ebenso verhält es sich mit den verticalen Kanten der Brachyprismen.

Dadurch, dass in den vorstehenden Ableitungen der auf eine Horizontalaxe bezügliche Coëfficient n grösser als 1 angenommen wird, sind alle möglichen Fälle erschöpft; denn eine anscheinende Makropyramide von dem Ausdruck $\bar{P}\frac{1}{n}$ (bei Weiss $= a : \frac{1}{n}b : c$ oder $na : b : nc$) fällt zusammen mit der Brachypyramide $m\check{P}n$, worin $m = n$; z. B. $\bar{P}\frac{1}{2} = 2\check{P}2$. Ebenso ist die scheinbare Brachypyramide $\check{P}\frac{1}{2} = 2\bar{P}2$.

Bei der Weiss'schen Bezeichnungsweise erhält die Grundpyramide P das Flächenzeichen $a : b : c$, welches in jedem der 8 gleichen Oktanten eine übereinstimmende Fläche erfordert. Daraus leiten sich zunächst allgemein die bei gleicher Basis spitzeren oder stumpferen Pyramiden der Verticalreihe $a : b : mc$ ab, z. B. $3P = a : b : 3c$; $\frac{1}{4}P = a : b : \frac{1}{4}c$. Aus ihnen resultiren ferner die bei gleichbleibender Brachydiagonale

a nach der Makrodiagonale b (um n) gestreckten Makropyrarniden von dem allgemeinen Zeichen $a : nb : mc$, wobei $n > 1$; z. B. $2\bar{P}3 = a : 3b : 2c$. Anderseits gewinnen die bei gleichbleibender Makrodiagonale b nach der Brachydiagonale (um n) gestreckten Brachypyrarniden das Zeichen $na : b : mc$; z. B. $4\bar{P}3 = 3a : b : 4c$.

Bei der Formulirung der *Miller'schen* Zeichen werden die Indices in der Reihenfolge geschrieben, die man auch bei der Angabe des Axenverhältnisses den Axen ertheilt, nämlich sich beziehend auf: Brachydiagonale, Makrodiagonale, Verticalaxe.

Die Grundpyramide $P = \{111\}$. — Die Pyramiden der Verticalreihe mP sind $\{hhl\}$, da die beiden ersten Indices in demselben Verhältniss stehen müssen wie bei $\{111\}$; z. B. $2P = \{221\}$; $\frac{1}{3}P = \{119\}$; $\frac{2}{3}P = \{225\}$. Für die, welche spitzer sind als die Grundpyramide, ist $h > l$, für die stumpferen $h < l$.

Die Makropyrarniden $m\bar{P}n$ sind $\{hkl\}$, worin $h > k$ und $n = \frac{h}{k}$; $\bar{P}n = \{hkh\}$; z. B. $\bar{P}2 = \{212\}$; $\bar{P}\frac{3}{2} = \{323\}$; ferner $\frac{1}{3}\bar{P}2 = \{216\}$; $3\bar{P}\frac{3}{2} = \{321\}$; $\frac{3}{4}\bar{P}3 = \{314\}$; $2\bar{P}3 = \{623\}$.

Die Brachypyrarniden $m\check{P}n$ sind $\{hkl\}$, worin $h < k$ und $n = \frac{k}{h}$; $\check{P}n = \{hkk\}$; z. B. $\check{P}5 = \{155\}$; $\check{P}\frac{3}{2} = \{233\}$; $\frac{2}{3}\check{P}2 = \{123\}$; $\frac{1}{3}\check{P}2 = \{243\}$; $4\check{P}4 = \{141\}$; $\frac{1}{2}\check{P}3 = \{136\}$.

Die rhombischen Prismen im Allgemeinen sind von vier, einer der Axen parallelen Flächen umschlossene Formen, deren Querschnitte Rhomben sind. Sie entstehen durch Abstumpfung entweder der Randkanten oder der längeren oder der kürzeren Polkanten der rhombischen Pyramiden. Je nachdem nun der Parallelismus der Flächen entweder in Bezug auf die Verticalaxe (Fig. 195) oder in Bezug auf eine der Horizontalaxen (Fig. 196 und 198) stattfindet, werden diese Prismen entweder als verticale oder als horizontale Prismen erscheinen. Es ist jedoch sehr zweckmässig, mit *Breithaupt* den Namen Prisma (Säule) lediglich für die verticalen Prismen zu gebrauchen, alle horizontalen Prismen dagegen mit dem Namen Doma zu belegen.

Die verticalen Prismen (Fig. 195) werden auch hier aus den Pyramiden abgeleitet durch senkrechte Abstumpfung der Randkanten oder sie erscheinen als Grenzformen derselben mit unendlichem Werth der Verticalaxe. Aus der Grundpyramide P resultirt so als Grenzform der Pyramiden der Verticalreihe das Grundprisma ∞P mit demselben Verhältniss der Horizontalaxen a und b wie die erstere; dasselbe weist daher seine stumpfen verticalen Kanten vorne und hinten, seine scharfen rechts und links auf. — Auch dieses Grundprisma ist ebenso einer doppelten Ableitung zu unterwerfen, wie die Pyramiden der Verticalreihe: einerseits werden daraus bei gleichbleibender Brachydiagonale verschiedene, nach der Makrodiagonale (um $n > 1$) gestreckte Makroprismen $\infty \bar{P}n$ erhalten, anderseits die bei gleichbleibender Makrodiagonale nach der Brachydiagonale (um $n > 1$) gestreckten Brachyprismen $\infty \check{P}n$. Die Makroprismen modificiren die stumpfen, die Brachyprismen die scharfen Kanten von ∞P .

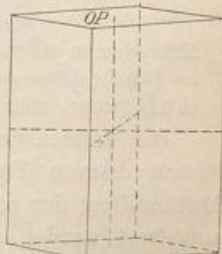


Fig. 195.

Bei *Weiss* ist das Grundprisma $\infty P = a : b : \infty c$; das allgemeine Zeichen der Makroprismen $= a : nb : \infty c$, das der Brachyprismen $na : b : \infty c$; $a : 2b : \infty c = \infty \bar{P}2$; $\frac{3}{2}a : b : \infty c = \infty \check{P}\frac{3}{2}$. Wenn die Länge na grösser ist als b , so hat ein solches abge-

leitetes Brachyprisma natürlich im Gegensatz zum Grundprisma die schärferen verticalen Kanten am Ende der Brachydiagonale, die stumpferen am Ende der Makrodiagonale liegen.

In der *Miller'schen* Signatur ist das Grundprisma $\infty P = \{110\}$.

Die Makroprismen $\infty \bar{P}n$ sind $\{hk0\}$, wobei $h > k$ und $n = \frac{h}{k}$; z. B. $\infty \bar{P}2 = \{210\}$; $\infty \bar{P}\frac{3}{2} = \{320\}$.

Die Brachyprismen $\infty \check{P}n$ sind $\{hk0\}$, wobei $h < k$ und $n = \frac{k}{h}$; z. B. $\infty \check{P}3 = \{130\}$; $\infty \check{P}\frac{5}{3} = \{350\}$.

Die horizontalen, nach der längeren Axe b gestreckten Querdomen, die Makrodomen (Fig. 196) werden ebenso aus den Pyramiden abgeleitet durch

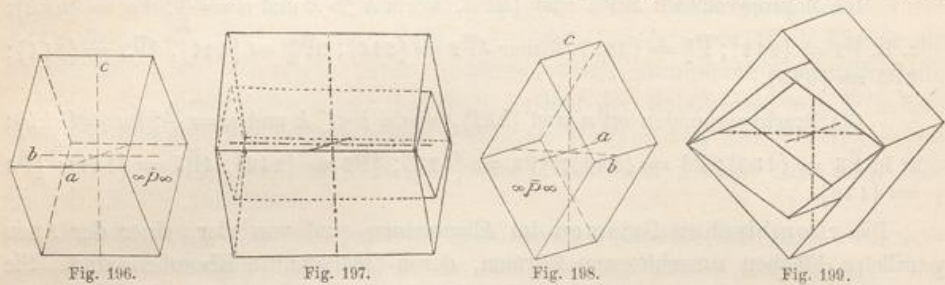


Fig. 196.

Fig. 197.

Fig. 198.

Fig. 199.

gerade Abstumpfung der vorderen und hinteren brachydiagonalen Polkanten, oder sie erscheinen als Grenzformen der Pyramiden mit unendlichem Werth der horizontalen Queraxe. Zu der Grundpyramide P gehört so das Grundmakrodoma $\bar{P}\infty$, aus welchem die anderen Makrodomen $m\bar{P}\infty$ durch Veränderung von c in mc abgeleitet werden (Fig. 197); zu jeder Pyramide mP der Verticalreihe gehört ein Makrodoma $m\bar{P}\infty$, welches auch als Grenzform jeder Makropyramide $m\bar{P}n$ erscheint, in der $n = \infty$. Fig. 197 zeigt ein flacheres und ein steileres Makrodoma in einander geschachtelt.

Das Grundmakrodoma ist bei *Weiss* $= a : \infty b : c$; das allgemeine Zeichen der übrigen $a : \infty b : mc$; z. B. $2\bar{P}\infty = a : \infty b : 2c$; $\frac{3}{4}\bar{P}\infty = a : \infty b : \frac{3}{4}c$.

Die *Miller'schen* Indices für das Grundmakrodoma $\bar{P}\infty$ sind $\{101\}$; die schärferen Makrodomen $m\bar{P}\infty$, in denen $m > 1$, sind allgemein $\{h0l\}$, wobei $h > l$; z. B. $4\bar{P}\infty = \{401\}$; $\frac{7}{2}\bar{P}\infty = \{702\}$. — Die stumpferen $m\bar{P}\infty$, in denen $m < 1$, sind allgemein $\{h0l\}$, wobei aber $h < l$; z. B. $\frac{4}{3}\bar{P}\infty = \{103\}$; $\frac{3}{4}\bar{P}\infty = \{304\}$.

Die horizontalen, nach der kürzeren Axe a gestreckten Längsdomen, die Brachydomen (Fig. 198), leiten sich ebenso aus den Pyramiden ab durch gerade Abstumpfung der rechten und linken makrodiagonalen Polkanten oder sie können aufgefasst werden als Grenzformen der Pyramiden mit unendlichem Werth der horizontalen Längsaxe. Die Grundpyramide P liefert so das Grundbrachydoma $\check{P}\infty$, aus welchem die anderen Brachydomen $m\check{P}\infty$ durch Veränderung von c in mc entstehen (Fig. 199); zu jeder Pyramide mP der Verticalreihe gehört ein Brachydoma $m\check{P}\infty$, welches auch als eine Grenzform für jede Brachypyramide $m\check{P}n$ erscheint, in welcher $n = \infty$. Fig. 199 zeigt ein flacheres und ein steileres Brachydoma in einander geschachtelt.

Das Grundbrachydoma ist bei *Weiss* $= \infty a : b : c$; die übrigen Brachydomen haben das allgemeine Zeichen $\infty a : b : mc$; z. B. $3\check{P}\infty = \infty a : b : 3c$; $\frac{2}{3}\check{P}\infty = \infty a : b : \frac{2}{3}c$.

Das Grundbrachydoma $\check{P}\infty$ ist bei Miller = {011}; die schärferen $m\check{P}\infty$, in denen $m > 1$, sind allgemein {0kl}, worin $k > l$; z. B. $2\check{P}\infty = \{021\}$; $\frac{3}{2}\check{P}\infty = \{054\}$. — Die stumpferen, in denen $m < 1$, sind allgemein {0kl}, wobei $k < l$; z. B. $\frac{1}{2}\check{P}\infty = \{013\}$; $\frac{2}{3}\check{P}\infty = \{025\}$.

Die 3 tafelförmigen Pinakoide, je aus einem Paar von parallelen Flächen bestehend, entsprechen den 3 S.-E.n der holoëdrischen Formen; sie können entstanden gedacht werden durch gerade Abstumpfung entweder der beiden Polecken oder der beiden stumpferen oder der beiden spitzeren Randecken der Grundpyramide und besitzen combinirt eine Lage wie die 6 Flächen des Würfels (Fig. 200). Es sind:

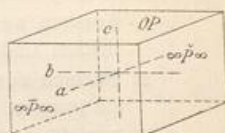


Fig. 200.

1) die Basis, oder das basische Pinakoid, die horizontale obere und untere Tafelfläche, parallel der Axenebene ab ; das Symbol ist $0P$, als Grenzform abgeleitet aus mP , worin $m = 0$, wie im tetragonalen und hexagonalen System; $\infty a : \infty b : c$; {001}.

2) Das Makropinakoid, oder die Querfläche, die vordere und hintere verticale Tafelfläche, parallel der Axenebene cb ; das Symbol ist ∞P (worin sich das erste ∞ auf c , das zweite auf b bezieht); die Grenzform der Makroprismen ∞Pn , worin $n = \infty$, oder der Makrodomen $m\check{P}\infty$, worin $m = \infty$; $a : \infty b : \infty c$; {100}.

3) Das Brachypinakoid, oder die Längsfläche, die rechte und linke verticale Tafelfläche, parallel der Axenebene ca ; das Symbol ist analog $\infty \check{P}$, die Grenzform der Brachyprismen $\infty \check{P}n$ oder der Brachydomen $m\check{P}\infty$; $\infty a : b : \infty c$; {010}.

Selbstverständlich können Prismen, Domen und Pinakoide als an sich offene Formen nur in Combinationen erscheinen. — Treten bei einer im rhombischen System krystallisirenden Substanz nur die 3 Pinakoide auf, so lässt sich das Axenverhältniss nicht bestimmen. Das Vorhandensein einer vertical-prismatischen Form gestattet, wenn dieselbe als Grundprisma gilt, wenigstens die Bestimmung des A.-V. $a : b$; das Auftreten des Grundmakrodomas lässt $a : c$, das des Grundbrachydomas $b : c$ finden.

Die Combination der 3 Pinakoide (Fig. 200) kann geometrisch nicht von einem Würfel unterschieden werden; dass aber bei ihr nur 2 gegenüberliegende Flächen zusammengehören, zeigt sich z. B. an der Verschiedenheit des Glanzes oder der Streifung auf, der Spaltbarkeit nach den einzelnen Pinakoiden; durch das optische Verhalten tritt sofort der Unterschied gegen den Würfel hervor.

Alle Resultate vorstehender Ableitungen lassen sich wieder in einem triangulären Schema (Fig. 201) vereinigen, zu welchem jedoch hier ein rechtwinkeliges gleichschenkeliges Dreieck gewählt werden muss, welches durch seine Höhenlinie in zwei kleinere Dreiecke getheilt ist. An die drei Eckpunkte des grossen Dreiecks schreibt man die Zeichen der drei Pinakoide, an die Mitte seiner Grundlinie das Zeichen des Prismas ∞P , und in die Mitte der beiden kleinen Dreiecke einerseits das Zeichen der Brachypyramiden, anderseits das Zeichen der Makropyramiden. Dann füllt sich das Schema von selbst derart aus, dass die Höhenlinie desselben die

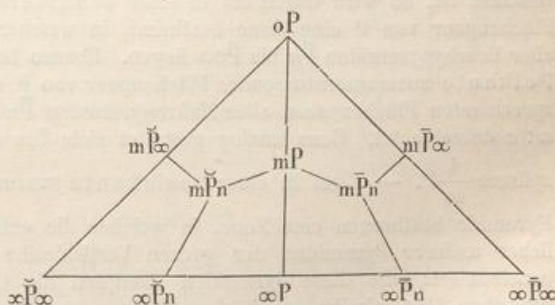


Fig. 201.

Pyramiden der Verticalreihe nebst den beiden Grenzformen enthält, während die Grundlinie sämtliche Prismen, die linke Seite sämtliche Brachydomen, und die rechte Seite sämtliche Makrodomen begreift. Das Schema gewährt jedenfalls die einfachste und natürlichste Uebersicht aller möglichen holoëdrisch-rhombischen Formen.

Mit Rücksicht auf die Symmetrieverhältnisse lässt sich leicht einsehen, dass im rhombischen System überhaupt nur folgende holoëdrische Formenarten möglich sind:

- 1) Formen senkrecht gegen zwei S.-E.n; sie gehen dann natürlich parallel der dritten und können nur ein Flächenpaar darstellen: die 3 Pinakoide.
- 2) Formen senkrecht gegen eine S.-E. und geneigt gegen die beiden anderen; sie müssen je einen vierflächigen Complex liefern: die verticalen Prismen, sowie die horizontalen Domen (Längsdoma und Querdoma).
- 3) Formen geneigt gegen alle drei S.-E.n; sie liefern, da sie in jedem Oktanten auftreten müssen, einen achtfächigen Complex, eine Pyramide.

§ 37. **Einige holoëdrisch-rhombische Combinationen.** Pyramiden sind selten als selbständige oder auch nur als vorherrschende Formen ausgebildet, wie z. B. am Schwefel; gewöhnlich bestimmen entweder Prismen und Domen, oder auch Pinakoide die allgemeine Physiognomie der Combinationen, welche daher meistens entweder säulenförmig oder tafelförmig, zuweilen wohl auch rectangulär-pyramidal ausgebildet erscheinen; welches letztere durch zwei ungleichnamige, aber correlate (d. h. zu derselben Pyramide mP gehörige) und ungefähr im Gleichgewicht ausgebildete prismatische Formen verursacht wird. Hat man sich nun vorher über die Wahl und Stellung der Grundform entschieden, so weiss man auch, ob jene säulen- oder tafelförmigen Krystalle vertical oder horizontal zu stellen sind, indem dadurch die Lage der Basis, des Makropinakoids und Brachypinakoids ein für alle Mal bestimmt worden ist.

In der Zone, deren Zonenaxe die Verticalaxe c ist, liegen $\infty\bar{P}\infty$, sämtliche verticale Prismen $\infty\bar{P}n$, ∞P , $\infty\check{P}n$, sowie $\infty\check{P}\infty$.

In der Zone, deren Zonenaxe die Makrodiagonale b ist, liegen $\infty\bar{P}\infty$, sämtliche Makrodomen $m\bar{P}\infty$, $\bar{P}\infty$, $\frac{1}{m}\bar{P}\infty$, sowie $0P$.

In der Zone, deren Zonenaxe die Brachydiagonale a ist, liegen $\infty\check{P}\infty$, sämtliche Brachydomen $m\check{P}\infty$, $\check{P}\infty$, $\frac{1}{m}\check{P}\infty$, sowie $0P$.

Da für alle Brachypyramiden $\check{P}n$ bis zum Brachydoma $\check{P}\infty$ das Verhältniss $b : c$ constant ist, so wird durch ein in einer schärferen Polkante zusammenstossendes Flächenpaar von P eine Zone bestimmt, in welcher die entsprechenden Flächenpaare aller Brachypyramiden $\check{P}n$ bis $\check{P}\infty$ liegen. Ebenso bestimmt ein in einer stumpferen Polkante zusammenstossendes Flächenpaar von P eine weitere Zone, in der die entsprechenden Flächenpaare aller Makropyramiden $\bar{P}n$ bis $\bar{P}\infty$ liegen, deren Verhältniss $a : c$ dasselbe ist. Ganz analog gestaltet sich dies für stumpfere Pyramiden mP und spitzere $\frac{1}{m}P$. — Zwei in einer Basiskante zusammenstossende Flächen irgend einer Pyramide bestimmen eine Zone, in welcher die entsprechenden Flächenpaare sämtlicher anderer Pyramiden der ganzen Verticalreihe liegen, für welche alle ja $a : b$ constant ist; alle diese Pyramiden stumpfen die Combinationskanten zwischen dem derselben Verticalreihe angehörigen Prisma und der Basis ab; z. B. es werden abgestumpft die Kanten $\infty P : 0P$ durch P , $2P$, $\frac{1}{2}P$ u. s. w.; die Kanten $\infty\bar{P}2 : 0P$ durch $\bar{P}2$, $2\bar{P}2$, $\frac{1}{2}\bar{P}2$ u. s. w.

Als Beispiele für vertical-säulenförmige und tafelförmige Combinationen mag

eine Form des Topases (Fig. 202) und Liëvrits (Fig. 203), sowie Fig. 204 dienen. In den beiden ersteren sind es das Brachyprisma $\infty\bar{P}2$ (l und s) sowie die Grundpyramide $P(o)$, welche den allgemeinen Habitus der Combination bestimmen; dazu gesellt sich im Topaskrystall das Prisma $\infty P(M)$, im Liëvritkrystall das Makrodoma $\bar{P}\infty(d)$. In Fig. 204 ist das vorwaltende Brachypinakoid $\infty\bar{P}\infty(c)$ mit der Pyramide $P(o)$ und mit dem Makropinakoid $\infty\bar{P}\infty(b)$ verbunden.

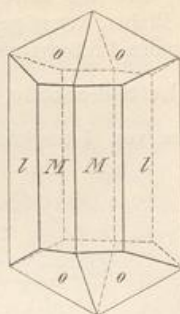


Fig. 202.



Fig. 203.

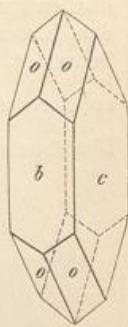


Fig. 204.

Als Beispiele für horizontal-säulenförmige und -tafelförmige Combination seien drei häufige Formen des Baryts gewählt. Die beiden ersten (Fig. 205 u. 206) werden von denselben Formen, nämlich von dem basischen Pinakoid $0P(a)$, dem Brachydoma $\bar{P}\infty(f)$ und dem Makrodoma $\frac{1}{2}\bar{P}\infty(d)$ gebildet; nur ist das Verhältniss des Vorwaltens verschieden, daher denn der eine Krystall mehr horizontal-säulenförmig, der andere mehr rectangulär-tafelförmig erscheint. Der dritte Krystall (Fig. 207) ist säulenförmig durch das Makrodoma $\frac{1}{2}\bar{P}\infty(d)$, wird seitlich durch das Prisma $\infty P(g)$ begrenzt und zeigt ausserdem $0P(a)$. — Eine von 6 auf einander rechtwinkligen Flächen begrenzte rhombische Form ist die Combination der drei Pinakoide (Fig. 200).

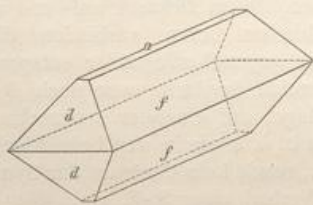


Fig. 205.

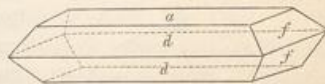


Fig. 206.

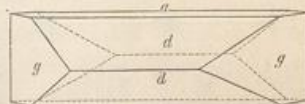


Fig. 207.

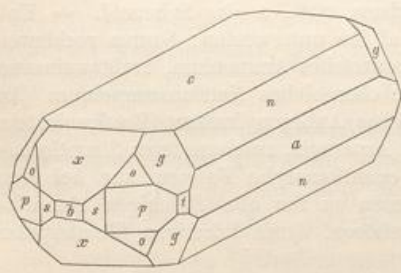


Fig. 208.

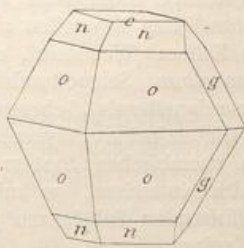


Fig. 209.

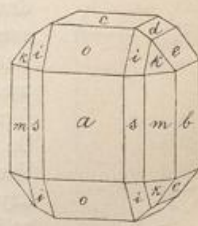


Fig. 210.

In der Comb. Fig. 208 ist $c = 0P$, $b = \infty\bar{P}\infty$, $a = \infty\bar{P}\infty$; ferner $o = P$, $p = \infty P$, $n = \bar{P}\infty$, $s = \infty\bar{P}\frac{3}{2}$ ($a : \frac{3}{2}b : \infty c$), $t = \infty\bar{P}2$ ($2a : b : \infty c$), $x = \frac{1}{2}\bar{P}\infty$ ($2a : \infty b : c$), $g = \bar{P}2$ ($2a : b : c$). — Fig. 209 (Schwefel) zeigt: $c = 0P$, $o = P$, $n = \frac{1}{3}P$, $g = \bar{P}\infty$. — In Fig. 210 (Olivin) ist ausgebildet: $c = 0P$, $a = \infty\bar{P}\infty$, $b = \infty\bar{P}\infty$, $s = \infty P$, $m = \infty\bar{P}2$, $i = P$, $k = 2\bar{P}2$, $d = \bar{P}\infty$, $e = 2\bar{P}\infty$, $o = \bar{P}\infty$.

§ 38. Hemiëdrie und Hemimorphie im rhombischen System.

Hemiëdrie. Die Hemiëdrie, die sog. sphenoidische, erfolgt hier bei der rhombischen Pyramide dergestalt, dass die abwechselnden Flächen wachsen und verschwinden, also nach demselben Modus, vermöge dessen aus dem regulären Oktaëder das Tetraëder, aus der tetragonalen Protopyramide das Sphenoid hervorgeht. Es entstehen so 2 correlate rhombische Sphenoiden, $\frac{mP}{2}$ oder $\alpha\{hkl\}$ und $-\frac{mP}{2}$ oder $\alpha\{\bar{h}\bar{k}\bar{l}\}$. Dieselben (Fig. 211) werden von 4 ungleichseitigen Dreiecken begrenzt und besitzen

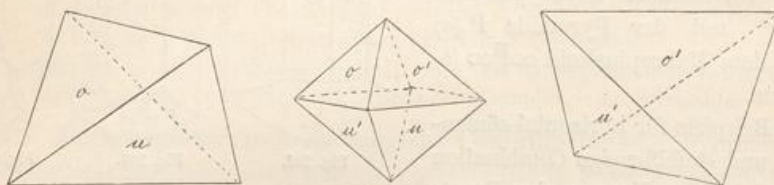


Fig. 211.

dreierlei Kanten, nämlich 2 horizontale Polkanten (welche sich im Gegensatz zum Oktaëder und tetragonalen Sphenoid nicht rechtwinkelig, sondern unter schiefer Winkel kreuzen), 2 schärfere und 2 stumpfere Rand- oder Mittelkanten, die im Zickzack auf- und absteigen. Die krystallographischen Axen verbinden die Halbirungspunkte je zweier gegenüberliegender entsprechender Kanten. Solche Sphenoiden besitzen zwar noch 3 ($1 + 1 + 1$) ungleichwerthige, auf einander senkrechte zweizählige S.-A.n (die Axen a, b, c wie in den holoëdrischen Formen), aber keine S.-E., sowie kein Centrum der Symmetrie mehr. Fig. 212. Der Verlust einer S.-E. zieht hier das Verschwinden auch der beiden anderen nach sich. Die beiden entgegengesetzten Hälften einer Pyramide sind demnach enantiomorph. Sämmtliche übrige Formen des Systems, die prismatischen, domatischen und pinakoidalen, treten bei dieser Hemiëdrie scheinbar unverändert auf.

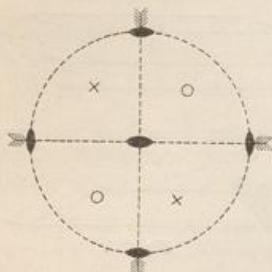


Fig. 212.

Diese Hemiëdrie findet sich im Mineralreich nur selten, am Bittersalz (Magnesiumsulfat), Zinkvitriol, Edingtonit u. a. An dem Bittersalzkrystall Fig. 213 ist p das fast rechtwinkelige rhombische Prisma ∞P , o das Sphenoid. — Unter den künstlichen Krystallen sind ihr unterworfen: Saures rechtsweinsäures Kalium (Weinstein), ebensolches Ammonium, rechtsweinsäures Natriumkalium (Seignettesalz), ebensolches Natriumammonium (Ammoniumseignettesalz), ebensolches Antimonylkalium (Brechweinstein); ferner Glutaminsäure, Glycerin, Asparagin, Ameisensäures Strontium. — Da im rhombischen System enantiomorphe Formen nur bei dieser Hemiëdrie entstehen, so müssen zu ihr alle diejenigen rhombisch krystallisirenden Substanzen gehören, deren Lösungen Circularpolarisation zeigen.

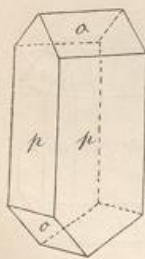


Fig. 213.

Anm. Eine Hemiëdrie der rhombischen Pyramide nach abwechselnden Flächenpaaren würde Formen hervorgehen lassen, welche, indem sie nicht mehr auf 3 rechtwinkelige Axen zu beziehen sind, aus dem Rahmen des rhombischen Systems herausfallen und ihrer Symmetrie nach dem monoklinen System angehören.

Hemimorphie. Da jede der 3 S.-A.n des rhombischen Systems eine singuläre ist, so kann die Hemimorphie an jeder derselben zur Geltung kommen. Bei den im Mineralreich auftretenden, hierher gehörigen Substanzen findet die hemimorphe

Ausbildung nur an den entgegengesetzten Enden einer S.-A. statt, die alsdann als Verticalaxe genommen zu werden pflegt. Differenzirt werden in diesem Falle in obere und untere, von einander unabhängige Formen: die Basis (welche 2 einflächige Pedien liefert, vgl. S. 72), die Makrodomen, Brachydomen, Pyramiden, während die verticalen Formen: Makropinakoid, Brachypinakoid, die Prismen eine Zerfällung nicht erleiden. — Diese hemimorphen Formen besitzen 2 ($1 + 1$) ungleichwerthige, auf einander senkrechte S.-E.n, nämlich noch diejenigen der Holoëdrie, welche der hemimorphen Axe parallel gehen; ferner 4 mit der letzteren zusammenfallende zweizählige, polar ausgebildete S.-A. (alle 3 in den gedachten Fällen vertical); kein horizontales Symmetrielement; kein Centrum der Symmetrie; Fig. 214. — Vgl. die Abbildungen von Kieselzink und Struvit, Fig. 13 und 14 auf S. 31.

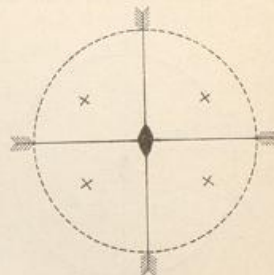


Fig. 214.

5. Monoklines Krystallsystem.

§ 39. **Grundcharakter.** Das monokline Krystallsystem (zwei- und eingliedriges, klinorhombisches, monosymmetrisches S.) ist dadurch charakterisirt, dass alle seine Formen auf drei ungleiche krystallographische Axen bezogen werden müssen, von denen sich zwei unter einem schiefen Winkel schneiden, während die dritte Axe auf ihnen beiden rechtwinkelig ist. Die Symmetrie des Systems fordert, dass eine der beiden schiefwinkligen Axen zur Verticalaxe (c) gewählt wird, dann können die beiden anderen Axen, als Diagonalen der schiefen Basis, durch die bezeichnenden Namen Orthodiagonale (b) und Klinodiagonale (a) unterschieden werden¹⁾, von welchen man die erstere, normal zur Verticalaxe stehend, quer von rechts nach links horizontal laufen lässt, während die andere, die Verticalaxe schief schneidend, von vorne nach hinten aufsteigt. Ebenso werden die durch die Axen b und a bestimmten verticalen Schnitte als orthodiagonaler und klinodiagonaler Schnitt unterschieden. Der Name monoklines S. bezieht sich darauf, dass die drei, durch je 2 Axen gehenden Ebenen unter einander, neben zwei rechten (α zwischen b und c , γ zwischen a und b) einen schiefen Winkel β bilden, welcher dem der Verticalaxe und Klinodiagonale gleich und in jedem besonderen Formencomplex constant ist.

§ 40. **Beschreibung und Ableitung der holoëdrisch-monoklinen Formen.** Diese Formen besitzen nur eine einzige (und zwar gewöhnliche) S.-E., nämlich die auf den Beschauer zu gerichtete Axenebene ac , auf welcher die Orthodiagonale b als einzige zweizählige S.-A. senkrecht steht (Fig. 215). Zu jener Ebene sind daher die Flächen auf der einen Seite ebenso gelagert, wie auf der anderen Seite und es besteht bei den Formen zwischen rechts und links noch Symmetrie, aber nicht

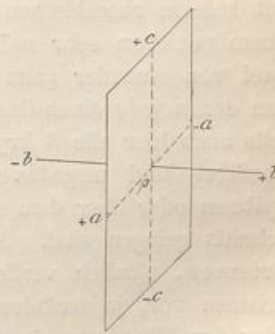


Fig. 215.

¹⁾ b wird auch Orthoaxe, a Klinoaxe genannt; vgl. die Anm. auf S. 97.

mehr zwischen vorne und hinten. Centrum der Symmetrie vorhanden. Fig. 216 zeigt die Projection auf die S.-Ebene.

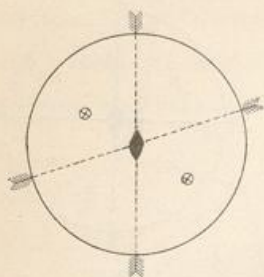


Fig. 216.

Die Existenz bloß einer einzigen S.-E. begründet das Dasein auch nur einer darauf senkrechten S.-A., welche eine krystallographische Axe und also die einzige, von vorne herein gegebene Richtung darstellt. Die beiden anderen krystallographischen Axen müssen innerhalb der S.-E. liegen, aber ihre Wahl ist an sich willkürlich und nur von der Zweckmässigkeit geboten. Beide müssen daher zwar senkrecht auf der einzigen S.-A. (b) stehen, aber unter einander einen schiefen Winkel (β) bilden, weil ein rechter das Dasein jener weiterer 2 S.-E.n bedingen würde, wie sie im rhombischen System vorliegen. Wird die S.-A. horizontal von rechts nach links laufend genommen, so kann dann eine der zuletzt genannten beiden krystallographischen Axen vertical gestellt werden (c), wobei die andere die Richtung der Klinodiagonale (a) erhält.

Da es in diesem System nur eine einzige S.-E. gibt, so erfordert das Dasein einer Fläche weiter nichts, als dass daneben noch die mit Bezug auf jene Ebene symmetrisch gelegene Fläche vorhanden ist, welche auf der anderen Seite der S.-E. mit dieser denselben Winkel bildet. Steht die Fläche schief zur S.-E., so wird daher die vollständige Form mit Einschluss der parallelen Gegenflächen im allgemeinsten Falle nur einen Complex von vier tautozonalen Flächen liefern können. In den speciellen Fällen aber, dass eine Fläche senkrecht zur S.-E. steht, oder mit ihr parallel geht, reducirt sich die vollständige Form auf ein einziges Paar von zwei parallelen Flächen.

Alle Formen, welche gleichzeitig zu dem spitzen und zu dem stumpfen Winkel ac gehören, sind genau so wie im rhombischen System ausgebildet; alle dagegen, welche ausschliesslich den spitzen oder den stumpfen Oktanten angehören, müssen als + oder - Halbgestalten unterschieden werden.

Obwohl das monokline System in vieler Hinsicht dem rhombischen System sehr ähnlich ist, so wird doch durch den schiefen Neigungswinkel (β) zweier Axen (a und c) eine eigenthümliche und auffallende Ausbildungsweise seiner Formen verursacht, welche es jedenfalls auf den ersten Blick erkennen lässt, dass man es mit keinem rhombischen Formencomplex zu thun hat, wenn auch jener Winkel einem rechten sehr nahe kommen sollte. Jede Pyramide zerfällt nämlich in zwei von einander ganz unabhängige Partialformen oder Hemipyramiden⁴⁾, von denen jede einen Complex von 4 tautozonalen Flächen darstellt, welche ihrerseits auch hier alle 3 krystallographischen Axen schneiden. Man unterscheidet die positive und negative Hemipyramide, je nachdem ihre Flächen über dem spitzen oder über dem stumpfen Winkel (β) des orthodiagonalen und basischen Schnitts gelegen sind. Ausser diesen Pyramiden kommen noch drei Arten von Prismen, nämlich verticale, horizontale (Quer-) Prismen und geneigte (Längs-) Prismen vor, je nachdem ihre Flächen der Verticalaxe oder der Orthodiagonale oder der Klinodiagonale parallel gehen. Auch hier ist das Wort Prisma, wie im rhombischen System, lediglich für die verticalen Prismen gebräuchlich. Die horizontalen Prismen werden Orthodomen genannt und theilen die Eigenschaft

⁴⁾ Dieser Ausdruck *Naumann's* gibt — auch formell — gar keine Veranlassung zu der irrthümlichen Vorstellung, als ob es sich hier um die Hemiëdrie einer Pyramide handle.

der Pyramiden, in zwei, von einander unabhängige Partialformen, in zwei Hemidomen zu zerfallen. Die geneigten Prismen werden als Klinodomen bezeichnet. — Endlich gibt es noch drei Pinakoide, das basische, orthodiagonale und klinodiagonale Pinakoid, welche je der schiefen Basis oder den beiden verticalen Axenebenen parallel gehen (Schiefendfläche, Querfläche, Längsfläche).

Die monoklinen Pyramiden sind von 8, zweierlei ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen, deren Randkanten in einer Ebene, nämlich in der Ebene der schiefen Basis liegen; Fig. 217 und 218¹⁾. Die gleichartigen Dreiecke liegen paarweise an den klinodiagonalen Polkanten, die einen (vorne unten und hinten oben) in den beiden spitzen, die anderen (vorne oben und hinten unten) in den beiden stumpfen Winkelräumen des orthodiagonalen und basischen Schnitts;

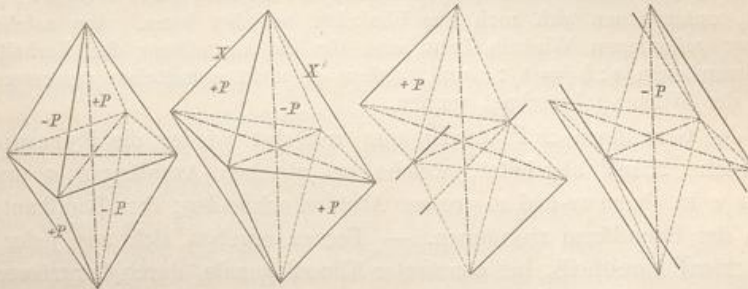


Fig. 217.

Fig. 218.

Fig. 219.

Fig. 220.

jene bilden die positive, diese die negative Hemipyramide, welche beide durch Vorsetzung der Zeichen $+$ und $-$ unterschieden werden können, wobei jedoch das Zeichen $+$ in der Regel wegzulassen ist. — Die vier Randkanten sind alle gleich, die vier orthodiagonalen Polkanten rechts und links ebenfalls gleich, die vier klinodiagonalen Polkanten aber nur zu zwei und zwei gleich, indem die vordere obere zur hinteren unteren, die vordere untere zur hinteren oberen gehört. Die beiden Randecken an den Enden der Orthodiagonale sind gleich-, diejenigen an den Enden der Klinodiagonale abweichend-werthig.

Da jedoch diese Hemipyramiden in der Erscheinung durchaus nicht an einander gebunden, sondern völlig unabhängig sind, so kommt es weit häufiger vor, dass man sie einzeln, als dass man sie beide zugleich in ihrer Vereinigung zu einer vollständigen Pyramide beobachtet. Jede einzelne Hemipyramide besteht aber aus zwei Flächenpaaren, welche entweder der kürzeren Polkante (X), oder der längeren Polkante (X') der vollständigen Pyramide parallel sind, sie stellt daher für sich eine schief prismaähnliche, den Raum nicht allseitig umschliessende Form dar (Fig. 219 und 220), welche für sich allein eben so wenig ausgebildet sein kann, als irgend ein Prisma, weshalb ihre Erscheinung nothwendig die Combination mit anderen Formen erfordert.

Man denkt sich nun hier immer irgend eine vollständige monokline Pyramide als Grundform, und bezeichnet sie mit $\pm P$, indem $+P$ die positive, $-P$

¹⁾ Fig. 217 ist so gezeichnet, dass der klinodiagonale Hauptschnitt, Fig. 218 dagegen so, dass der orthodiagonale Schnitt auf den Beobachter zuläuft, während die schiefe Basis in der ersteren Figur ihm zufällt, in der anderen von links nach rechts geneigt ist.

die negative Hemipyramide bedeutet. Aus solcher Grundform, welche gewöhnlich durch Angabe des Verhältnisses $a : b : c$ ihrer Lineardimensionen (der halben Klinodiagonale, halben Orthodiagonale, die üblicherweise als $= 4$ gilt, und halben Verticalaxe), sowie des schiefen Winkels β bestimmt wird, erfolgt nun die Ableitung in diesem System völlig so, wie im rhombischen System. Man hat dabei nur sorgfältig zu beachten, dass jede Pyramide in zwei Hemipyramiden, und jedes Orthodoma in zwei Hemidomen zerfällt, während die verticalen Prismen und die Klinodomen immer vollständig mit allen ihren vier Flächen ausgebildet sind. Die correlaten, d. h. die zu derselben vollständigen Form gehörigen Partialformen werden durch Vorsetzung der Stellsymbole $+$ und $-$ unterschieden.

Ein jeder besonderer Formencomplex des monoklinen Systems erfordert zu seiner vollständigen Bestimmung die Kenntniss dreier von einander unabhängiger Kantenswinkel, unter denen sich auch der Winkel β befinden kann. Aus solchen durch Messung gefundenen Winkeln kann erst für die Grundform das Verhältniss der Lineardimensionen $a : b (= 1) : c$ und, dafern er nicht unmittelbar gemessen werden konnte, der Winkel β berechnet werden.

Aus der Grundform $\pm P$ werden nun zunächst wieder die Pyramiden der Verticalreihe $\pm mP$ abgeleitet, welche bei gleichen Axenlängen a und b die Verticalaxe c in einem m -mal so grossen Abstand schneiden; ihre Randkanten fallen mit denen der Grundform zusammen. — Ferner ergeben sich aus jeder solchen Pyramide $\pm mP$ einestheils, bei constanter Klinodiagonale, durch Vergrösserung der Orthodiagonale nach irgend einer Zahl n , verschiedene, nach dieser Orthodiagonale gestreckte Pyramiden, welche man kurz Orthopyramiden nennen kann, und deren Zeichen sich mit $\pm mPn$ geben lässt, indem der horizontale Strich durch den Stamm des Buchstabens P daran erinnern soll, dass sich die Ableitungszahl n auf die horizontale Diagonale der Basis der Grundform bezieht. Die Orthopyramide $\pm Pn$ hat dasselbe c wie die Grundpyramide. Anderentheils aber folgen auch aus jeder Pyramide $\pm mP$, bei constanter Orthodiagonale, durch Vergrösserung der Klinodiagonale, verschiedene, nach dieser Klinodiagonale gestreckte Pyramiden, welche ebenso Klinopyramiden heissen, und deren Zeichen sich als $\pm mRn$ ergibt. $\pm Rn$ ist die, welche dasselbe c wie die Grundform besitzt.

Die Weiss'schen Flächenzeichen sind für die Grundpyramide $a : b : c$, für die Pyramiden der Verticalreihe $a : b : mc$, für die Orthopyramiden $a : nb : mc$, für die Klinopyramiden $na : b : mc$.

Die Miller'sche Bezeichnung sämtlicher monokliner Formen ist die völlige Analogie der für das rhombische System geltenden, indem hier die Orthodiagonale und Klinodiagonale der rhombischen Makrodiagonale und Brachydiagonale entsprechen. Die als negativ charakterisirten Formen erhalten in ihrem allgemeinen Ausdruck 3 positive Indices, die positiven den ersten Index negativ.

Die Hemipyramiden sind allgemein $\{hkl\}$. Für die Grundpyramide ist $+P = \{111\}$, $-P = \{1\bar{1}1\}$.

Die Hemipyramiden der Verticalreihe sind $\{hhl\}$ für $+mP$ und $\{h\bar{h}l\}$ für $-mP$; für die, welche spitzer sind als die Grundpyramide, ist $h > l$, für die stumpferen $h < l$; z. B. $+3P = \{331\}$; $-2P = \{221\}$; $+5P = \{551\}$; $+4P = \{441\}$; $-6P = \{116\}$; $-3P = \{338\}$.

Bei den Orthopyramiden ist $\pm Pn = \{hkh\}$ und $\{h\bar{h}h\}$; weiterhin $\pm mPn = \{hkl\}$ und $\{h\bar{k}l\}$; darin $h > k$; z. B. $+P3 = \{313\}$; $+2P3 = \{623\}$; $-4P4 = \{413\}$; $-7P7 = \{711\}$; $+5P5 = \{532\}$.

Bei den Klinopyramiden ist $\pm P_n = \{\bar{h}kk\}$ und $\{hkk\}$, ferner $\pm mP_n = \{\bar{h}kl\}$ und $\{hkl\}$, wobei $h < k$; z. B. $+P_2 = \{122\}$; $-P_{\frac{4}{3}} = \{344\}$; $+P_{\frac{2}{3}} = \{123\}$; $-2P_2 = \{121\}$; $-3P_{\frac{2}{3}} = \{231\}$.

Die verticalen Prismen des monoklinen Systems (Fig. 221) sind Complexe von vier zusammengehörigen Flächen, welche sich geometrisch in nichts von den rhombischen Prismen unterscheiden, ebenfalls einen rhombischen Horizontalschnitt liefern und gewissermassen Pyramiden mit unendlich langer Verticalaxe darstellen; so liefert die Grundform $\pm P$ durch senkrechte (nicht gerade) Abstumpfung ihrer Randkanten das Grundprisma ∞P . Aus ihm leiten sich analog wie bei den Pyramiden einestheils verschiedene, bei gleichbleibender Klinodiagonale nach der Orthodiagonale um n gestreckte Orthoprismen ∞P_n ab, anderseits bei gleichbleibender Orthodiagonale nach der Klinodiagonale um n gestreckte Klinoprismen ∞P_n . Die ersteren zeigen vorne einen stumpferen, die letzteren einen schärferen Prismenwinkel als ∞P . Die ersteren modificiren die vordere und hintere, die letzteren die seitlich gelegenen Kanten von ∞P .

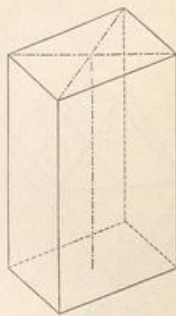


Fig. 221.

Die Weiss'schen Flächenzeichen sind: für das Grundprisma $a : b : \infty c$; für die Orthoprismen $a : nb : \infty c$; für die Klinoprismen $na : b : \infty c$.

Das Grundprisma $\infty P = \{110\}$; ferner die Orthoprismen $\infty P_n = \{hk0\}$, wobei $h > k$ und $n = \frac{h}{k}$. Die Klinoprismen $\infty P_n = \{hk0\}$, wobei $h < k$ und $n = \frac{k}{h}$; z. B. $\infty P_2 = \{210\}$; $\infty P_{\frac{3}{2}} = \{320\}$; $\infty P_5 = \{150\}$; $\infty P_{\frac{4}{3}} = \{340\}$.

Die horizontalen Querprismen oder die Orthodomen (Fig. 222) sind Flächencomplexe, welche der Orthodiagonale parallel gehen und allgemein die klinodiagonalen Polkanten der Pyramiden abstumpfen. Da die letzteren nicht alle vier, sondern nur zu je zwei und zwei zusammengehören, so können auch die 4 Orthodomenflächen nur zu zwei und zwei gleichwerthig sein und müssen, wie angeführt, in zwei Hemi-Orthodomen zerfallen, von denen jedes bloß ein Paar paralleler Flächen darstellt und ohne das andere auftreten kann; analog der Zerfällung der Pyramiden in Hemipyramiden wird das in den spitzen Winkelräumen β gelegene als das positive, das in den stumpfen Winkelräumen als das negative bezeichnet. Der Complex der beiden liefert im Verticalschnitt nach c keinen Rhombus, sondern ein Rhomboid. Die Hemiorthodomen, welche die klinodiagonalen Polkanten der Grundpyramide $\pm P$ abstumpfen, sind $\pm P_\infty$; daraus leiten sich, durch Veränderung der Verticalaxe um m , die anderen $\pm mP_\infty$ ab. Diese Orthodomen sind die Grenzformen der Orthopyramiden $\pm mP_n$, in denen $n = \infty$.

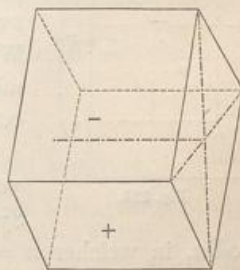


Fig. 222.

Die Orthodomen der Grundpyramide sind $a : \infty b : c$ und $a' : \infty b : c$; $\pm mP_\infty = a : \infty b : mc$ und $a' : \infty b : mc$.

Die Miller'schen Indices für die Grundorthodomen sind $+P_\infty = \{101\}$; $-P_\infty = \{10\bar{1}\}$.

Die schärferen Orthodomen $\pm mP\infty$, in denen $m > 1$, sind allgemein $\{h0l\}$, worin $h > l$; $+5P\infty = \{501\}$; $-7P\infty = \{704\}$; $+3P\infty = \{302\}$.

Die stumpferen Orthodomen $\pm mP\infty$, in denen $m < 1$, sind ebenso allgemein $\{h0l\}$, worin aber $h < l$; z. B. $+1/3P\infty = \{108\}$; $-5/9P\infty = \{509\}$.

Die nach vorne geneigten Längsprismen oder die Klinodomen (Fig. 223) gehen der Klinodiagonale a parallel und stumpfen die orthodiagonalen Polkanten der Pyramiden gerade ab; sie bilden daher, wie die Brachydomen des rhombischen Systems, einen Complex von vier gleichwerthigen, zusammengehörigen Flächen, für welche die Zeichen $+$ und $-$ wegfallen, weil der Gegensatz zwischen denselben hier nicht existirt. Sie können als Grenzformen der Klinopyramiden betrachtet werden, in denen $n = \infty$. Das die Polkanten der Grundpyramide gerade abstumpfende Klinodoma ist $P\infty$, woraus sich durch Veränderung der Verticalaxe c um m die anderen Klinodomen $mP\infty$ ableiten.

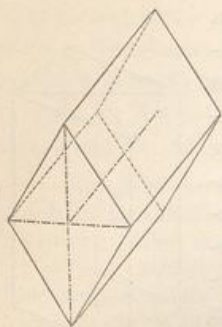


Fig. 223.

Das Grundklinodoma ist bei Weiss $\infty a : b : c$; $mP\infty = \infty a : b : mc$. In der Miller'schen Bezeichnung ist $P\infty = \{011\}$; die schärferen Klinodomen $mP\infty$, in denen $m > 1$, sind allgemein $\{0kl\}$, worin $k > l$; z. B. $2P\infty = \{021\}$; $3P\infty = \{031\}$. — Die stumpferen Klinodomen $mP\infty$, in denen $m < 1$, sind allgemein $\{0kl\}$, worin $k < l$; z. B. $1/2P\infty = \{012\}$; $1/3P\infty = \{013\}$.

Wie im rhombischen System sind auch hier die drei tafelförmigen Pinakoide (Fig. 224) je das Paar von parallelen Flächen, welches je einer Ebene durch 2 krystallographische Axen entspricht; nämlich:

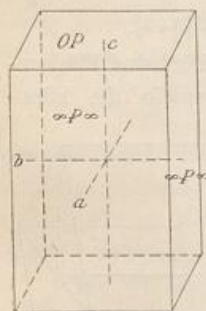


Fig. 224.

1) die Basis oder das basische Pinakoid, oben und unten gelegen, parallel der Axenebene ac , daher nicht horizontal, sondern nach vorne gleichmässig schief geneigt, und zwar gegen die Horizontalebene unter dem Werth des spitzen Winkels β . Das Zeichen ist $0P$, gewissermassen eine Pyramide, in welcher der Werth der Verticalaxe $= 0$. Bei Weiss $\infty a : \infty b : c$; bei Miller $\{001\}$.

2) Das verticale Orthopinakoid oder die Querfläche, vorne und hinten auftretend, parallel der Axenebene bc . Das Symbol ist $\infty P\infty$, nämlich die Grenzform der Orthoprismen ∞Pn , in welcher $n = \infty$, oder der Orthodomen $mP\infty$, in welcher $m = \infty$. — $a : \infty b : \infty c$. — $\{100\}$.

3) Das ebenfalls verticale Klinopinakoid oder die Längsfläche, rechts und links auftretend, parallel der Axenebene ac , daher die einzige Symmetrieebene; das Klinopinakoid ist das einzige, welches auf den beiden anderen Pinakoiden senkrecht steht, indem $0P$ und $\infty P\infty$ keinen rechten Winkel bilden. Das Symbol ist $\infty R\infty$, als Grenzform der Klinoprismen ∞Rn , in welcher $n = \infty$, oder der Klinodomen $mP\infty$, in welcher $m = \infty$. — $\infty a : b : \infty c$. — $\{010\}$.

Zu der ausgezeichneten Querzone, für welche die Orthodiagonale und einzige Symmetrieaxe b die Zonenaxe ist, gehören daher das Orthopinakoid, sämtliche Orthodomen, die Basis. Diese 3 Formen sind generell nicht von einander verschieden, ihr spezieller Charakter hängt von der Wahl der Axen a und c ab. Betrachtet man z. B.

die als Verticalaxe c angenommene Richtung als die der Klinodiagonale a , so würde das Orthopinakoid zur Basis; jedes Orthodoma kann in die Stellung eines Orthopinakoids oder einer Basis gebracht werden. Ebenso existirt kein absoluter Unterschied zwischen Hemipyramiden, verticalen Prismen und Klinodomen, insofern auch ihre Auffassung sich nach der Wahl von a und c richtet; vertauscht man c mit a , so wird z. B. das bisherige verticale Prisma zum Klinodoma. Der monokline Formencomplex ist also gewissermassen um die Orthodiagonale b drehbar. Welche von jenen theoretischen Möglichkeiten sich für die praktische Wahl am meisten empfiehlt, hängt insbesondere davon ab, bei welcher Stellung sich für die verschiedenen Formen die einfachsten Symbole ergeben. — Nur das Klinopinakoid (nebst der darauf normalen Axe b) ist allemal von vorne herein durch die Symmetrie als solches gegeben, seine Stellung bleibt dieselbe bei jeder Wahl der Axen a und c ; es ist immer selbst eine Axenebene. In der Fig. 225 ist a diese S.-E.; für die gewählte Aufstellung ist c die Basis, p Grundprisma, o Hemipyramide, s Orthodoma, t Klinodoma. Der Krystall kann aber auch so gedreht werden, dass c Orthopinakoid wird, t Prima, p Klinodoma; oder es kann s' als Basis gelten und s als Orthopinakoid, wobei dann o als Prisma, c als Orthodoma, p und t als Pyramiden erscheinen. — Zu der verticalen Zone gehören das Orthopinakoid, sämtliche verticale Prismen (Grundprisma, Orthoprismen, Klinoprismen), das Klinopinakoid; zu der klinodiagonalen Zone die Basis, sämtliche Klinodomen, das Klinopinakoid.

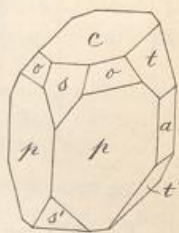


Fig. 225.

Mit Bezug auf die S.-E. ordnen sich also die im monoklinen System möglichen holoëdrischen Formen, welche einerseits Flächenpaare, anderseits vierzählige Flächen-complexe sind, in drei Arten:

- I. Parallel der S.-E. kann nur eine einzige Form, und zwar als Flächenpaar auftreten, das Klinopinakoid.
- II. Senkrecht zur S.-E. können, weil derselben nur eine existirt, auch nur Flächenpaare liegen und zwar:

1) parallel a , schief zu c : das basische Pinakoid;	} orthodiagonale Zone.
2) parallel c , schief zu a : das Orthopinakoid;	
3) schief zu c und zu a : die Orthodomen;	
- III. Schief geneigt zur S.-E. muss jede Form mit vier Flächen auftreten:

1) parallel a , schief zu c : die Klinodomen;
2) parallel c , schief zu a : die verticalen Prismen;
3) schief zu c und zu a : die Pyramiden.

Weitere Formen sind daher, wie man leicht ersieht, nicht möglich.

§ 44. Einige holoëdrisch-monokline Combinationen. Das Auftreten der Partialformen ist das einzige Verhältniss, welches dem mit den Combinationen des rhombischen Systems Vertrauten bei dem monoklinen einige Schwierigkeit bereiten könnte. Hier mögen nur einige Beispiele erwähnt werden. Fig. 226 stellt eine Form des Gypses dar, dadurch ausgezeichnet, dass die Grundpyramide vollständig, mit beiden Hemipyramiden (l und n) ausgebildet ist, welche die säulenförmige Combination des Prismas ∞P und des Klinopinakoids ∞R beiderseits begrenzen. Fig. 227 zeigt eine am Gyps noch häufigere Combination, welche sich von der vorigen dadurch unterscheidet, dass die positive Hemipyramide fehlt und nur die negative

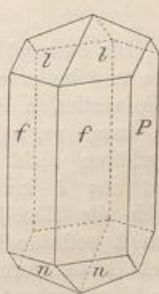


Fig. 226.

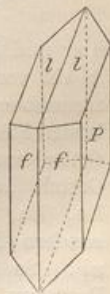


Fig. 227.

vorhanden ist. Fig. 228 ist die gewöhnlichste Krystallform des Augits, deren Zeichen zu schreiben ist: $\infty P \cdot \infty P \infty \cdot \infty R \infty \cdot P$ (entsprechend p, a, b, o): die verticalen Formen werden hier lediglich durch die positive Hemipyramide der Grundform begrenzt.

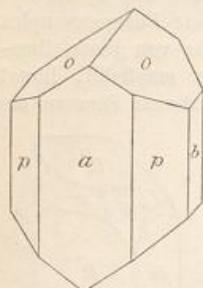


Fig. 228.

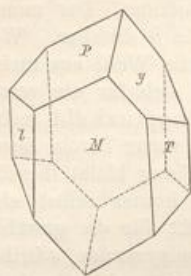


Fig. 229.

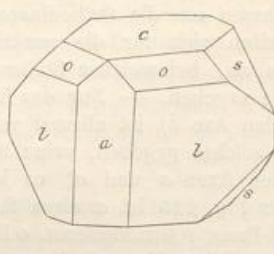


Fig. 230.

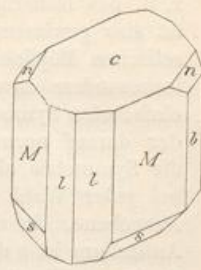


Fig. 231.

Fig. 229 zeigt eine gewöhnliche Combination des Orthoklases oder gemeinen Feldspaths, die von den Flächen des Klinopinakoids $\infty R \infty$ (M) und Prismas ∞P (hier, wie üblich mit verschiedenen Buchstaben T und l bezeichnet), des basischen Pinakoids $0P$ (P) und des Hemidomas $2P \infty$ (y) gebildet wird; die S.-E. M ist dem Beschauer zugewendet. — Fig. 230 (künstlich erzeugter monokliner Schwefel) weist auf: $c = 0P$, $a = \infty P \infty$; $l = \infty P$, $o = P$, $s = R \infty$. — Fig. 231 (Realgar) zeigt: $c = 0P$, $M = \infty P$, $l = \infty P 2$, $b = \infty R \infty$, $n = R \infty$, $s = P$.

§ 42. **Hemiëdrie und Hemimorphie im monoklinen System.** Die Hemiëdrie entsteht, indem bei der monoklinen Hemipyramide die parallelen Gegenflächen verschwinden, oder bei ihr nur 2 von denjenigen Flächen verbleiben, welche sich in der S.-E. schneiden. Die Formen haben zwar noch eine (Neben-) S.-E. ($\infty R \infty$), aber keine S.-A. mehr, auch kein Centrum der Symmetrie. Fig. 232.

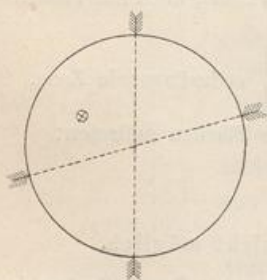


Fig. 232.

Die Pyramiden zerfallen dabei eigentlich in 4 Viertelpyramiden, jede aus 2 Flächen bestehend, welche aber nicht wie im triklinen System einander diametral in den entgegengesetzten Oktanten gegenüberliegen, sondern es gehören zusammen diejenigen beiden Flächen, welche vorne oben rechts und links liegen, ferner die beiden vuv und vul, die beiden hor und hol und die beiden hur und hul. Die Basis ist differenzirt in ein oberes und unteres, das Orthopinakoid in ein vorderes und hinteres Pedion, beim Klinopinakoid gehören aber beide Flächen zusammen. Die verticalen Prismen liefern 2 unabhängige Halbprismen, nämlich die beiden Flächen vorne (vr, vl) und anderseits die beiden hinten (hr, hl). — Bei den Orthodomen gehören nicht mehr je zwei Flächen zusammen, sondern die ganze Gestalt besteht aus 4 independenten Flächen, nämlich die einzelnen vo, vu, ho, hu. Auch die Klinodomen bilden nicht mehr einen vierflächigen Complex, sondern liefern 2 selbständige Flächen oben (or, ol), 2 selbständige unten (ur, ul). So besteht keine Form aus mehr als 2 Flächen, und $\infty R \infty$ ist das einzige Paar von parallelen Flächen; sehen daher auch wohl so die Formen gleichsam hemimorph nach der Verticalaxe aus, so liegt doch hier keine eigentliche Hemimorphie vor, weil die Verticale keine S.-A. ist. — Sofern aber die theoretisch ungleichwerthigen Flächen, welche hier aus den holoëdrischen Formen hervorgehen, gleichwohl

in übereinstimmender Weise ausgebildet sind, so scheint äusserlich der Krystall zu der holödrischen Abtheilung zu gehören. Aetzfiguren können jedoch einen Aufschluss darüber geben, dass derselbe in diese hemiödrische Gruppe zu versetzen ist: diese Aetzfiguren müssten z. B. auf den beiden vorderen Prismenflächen unter einander gleich, aber abweichend beschaffen sein von den auf den beiden hinteren Prismenflächen erhaltenen. Auch müsste die vordere und hintere Prismenkante verschiedenes pyroelektrisches Verhalten zeigen. — Im Mineralreich gehört zu dieser Hemiödrrie zufolge *Penfield* und *Foot* der Klinohedrit; ferner ist sie auf Grund der Aetzfiguren durch *Rinne* an dem Skolezit nachgewiesen worden, wenn auch dessen Krystalle meist nach $\infty P \infty$ verzwillingt sind, wodurch die S.-A. und das S.-Centrum wieder erworben werden. Von künstlichen Krystallen zeigen sie tetrathionsaures Kalium und Paratoluidisobuttersäureester.

Anm. Würde eine Hemiödrrie der monoklinen Pyramide dergestalt erfolgen, dass 2 parallele, zu diagonal entgegengesetzten Oktanten gehörige Flächen abwechselnd verblieben, so würden Gestalten entstehen, die dem triklinen System zufallen.

Hemimorphie im monoklinen System. Da die Orthodiagonale b die einzige S.-A. ist, so kann Hemimorphie nur an ihren beiden Enden (nicht an denen von c oder a) eintreten. Die entstehenden Formen besitzen keine S.-E. mehr, aber b ist noch eine zweizählige S.-A. von polarer Ausbildung. Kein Centrum der Symmetrie mehr vorhanden. Fig. 233.

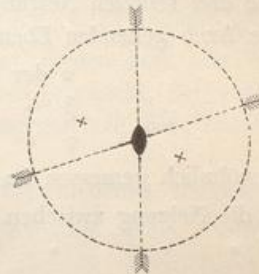


Fig. 233.

Die Formen der orthodiagonalen Zone ($\infty P \infty$, $\pm m P \infty$, $0P$) erleiden dadurch auch in der Bedeutung der zu ihnen gehörigen Flächen keine Veränderung. Das Klinopinakoid aber wird in 2, nicht mehr zusammengehörige Flächen, die eine rechts, die andere links gelegen, differenzirt. Ebenso zerfallen die verticalen Prismen in 2 von einander unabhängige Hemiprismen, das eine die beiden rechts, das andere die beiden links gelegenen Flächen begreifend. Desgleichen zerlösen sich die Klinodomen in 2 Formen, eine rechts mit 2 Flächen, die andere links mit 2 Flächen auftretend. Die monokline Pyramide liefert hier 4 separate Viertelpyramiden, von denen jede nur 2 Flächen umfasst, die ohne die anderen auftreten können; es gehören zusammen die Flächen vor und hur, vol und hul, vur und hor, vul und hol. — Die beiden Enden von b werden polar-pyroelektrisch. Auf den Flächen, welche den entgegengesetzten Enden von b angehören, können abweichende Aetzfiguren auftreten; auch können auf den Flächen der orthodiagonalen Zone die Aetzfiguren unsymmetrisch nach der Axe b gestaltet sein. — Aus dem Mineralreich ist bisher kein Beispiel bekannt; unter den künstlichen Krystallen zeigen diese Hemimorphie Lithiumsulfat; Rechtsweinsäure, Linksweinsäure, rechtsweinsaures Kalium, Ammonium und Strontium; Rohrzucker; Milchsucker; Quercit.

6. Triklines Krystallsystem.

§ 43. Grundcharakter. Das triklin¹⁾ System ist unter allen Krystallsystemen das am wenigsten regelmässige; dasjenige, in welchem mit dem Maximum von Ungleichwerthigkeit der Grundelemente das Minimum von Symmetrie der Gestalt erreicht worden ist. Sämmtliche Formen desselben sind nämlich auf drei

1) Früher auch das ein- und eingliederige, das anorthotype, das klinorhomboidische, das asymmetrische genannt. Der Name triklines S. bezieht sich eigentlich darauf, dass die drei Coordinat-Ebenen oder Axenebenen des Systems unter einander lauter schiefe Winkel bilden.

unter einander schiefwinkelige und durchaus ungleiche krystallographische Axen a , b und c zu beziehen, wodurch 8 Oktanten bestimmt werden, von welchen jeder nur dem diametral gegenüberliegenden gleich ist. Zu Axen können, da keine derselben durch Symmetrie vorgeschrieben ist, jede 3 beliebigen Krystallkanten gewählt werden, welche unter einander nicht parallel sind; deshalb herrscht bezüglich der Axenwahl innerhalb dieses Systems sehr grosse Verschiedenheit unter den Krystallographen. Nachdem eine der Axen zur Verticalaxe c bestimmt worden ist, wird die längere der beiden anderen, welche deshalb wie im rhombischen System die Makrodiagonale b heisst, quer gestellt, wobei dann die kürzere derselben, die Brachydiagonale a , in einer Längsrichtung schief auf den Beschauer zuläuft. Gibt man der Makrodiagonale eine Neigung von links oben nach rechts unten, der Brachydiagonale eine solche von rechts hinten nach links vorne, so wird der vordere obere rechte Oktant nur von stumpfen Axenwinkeln begrenzt. — Jede hierher gehörige Krystallreihe erfordert so zu ihrer Bestimmung die Kenntniss des Grössenverhältnisses der drei Parameter der Grundform sowie der drei schiefen Neigungswinkel entweder der Axen (α , β , γ) oder auch der durch die Axen gehenden Ebenen A , B , C , wobei

α der Winkel ist zwischen den Axen b und c

β » » » » » » a und c

γ » » » » » » a und b ,

gewöhnlich gemessen im vorderen oberen rechten Oktanten; ferner

A die Neigung zwischen der Ebene der a - u. c -Axe u. der Ebene der a - u. b -Axe

B » » » » » » der b - u. a -Axe » » » » b - u. c -Axe

C » » » » » » der c - u. a -Axe » » » » c - u. b -Axe.

Die drei Axenebenen erhalten die Namen der basischen (ab), der makrodiagonalen (cb) und der brachydiagonalen (ca). — Die Formen dieses letzten Krystallsystems besitzen überhaupt keine Ebene und auch keine Axe der gewöhnlichen einfachen Symmetrie mehr. Rechte Kantenwinkel, wie sie noch im monoklinen System vorhanden waren, können nicht vorkommen, somit auch keine rechtwinkelig auf einander stehenden Zonen, denn diese setzen immer eine S.-E. voraus.

Die triklinen Krystalle zerfallen in 2 Abtheilungen: die erste besitzt immerhin noch ein Centrum der Symmetrie (den Durchschnittspunkt der 3 Axen), auch noch eine zweizählige Axe und dazu senkrechte Ebene wenigstens der zusammengesetzten S. (centrosymmetrische, pinakoidale oder sog. holoëdrische Gruppe). In der zweiten Abtheilung ist dagegen kein Centrum der Symmetrie und damit überhaupt gar kein Symmetrie-Element (auch keines selbst der zusammengesetzten S.) mehr vorhanden (asymmetrische, pediale oder sog. hemiëdrische Gruppe).

§ 44. Beschreibung und Ableitung der Formen der centrosymmetrischen Abtheilung. Da keine S.-E. mehr, wohl aber noch ein Centrum der Symmetrie vorhanden ist, so wird durch das Dasein einer Fläche zwar noch eine parallele Gegenfläche, aber keine weitere gefordert, und so besteht daher hier die einfache Krystallform aus nichts anderem als einem Paar von parallelen Flächen, von denen wenigstens 3 Paare erforderlich sind, um den Raum äusserlich abzuschliessen. Fig. 234. Sämmtliche anscheinend zusammenhängende Gestalten dieser

Abtheilung des triklinen Systems zerfallen deshalb in lauter einzelne Flächenpaare, wie es in anderen holoëdrisch ausgebildeten Krystallsystemen für die Pinakoide, im monoklinen auch für die Orthodomen der Fall ist¹⁾. Diese Zerstückelung der Gestalten ist es besonders, was manchen Formencomplexen einen so unsymmetrischen Charakter verleiht.

Immerhin redet man aber auch hier, abgesehen von den eigentlichen Pinakoiden, von Pyramiden sowie von Prismen und Domen, je nachdem die Flächen alle 3 krystallographischen Axen oder nur 2 derselben schneiden. Dabei müssen dieselben allerdings jene durchgreifende Zerfällung in Partialformen erfahren, welche in Bezug auf ihr Vorkommen völlig unabhängig von einander sind. Jede sog. Pyramide besteht aus vier verschiedenen Viertelpyramiden oder Tetartopyramiden, und jedes Prisma aus zwei verschiedenen Hemiprismen. Die Prismen sind auch hier dreierlei, je nachdem ihre Flächen der Verticalaxe, oder einer der beiden anderen geneigten Axen parallel sind. Die Pinakoide endlich sind wieder die Parallellflächen der drei Axenebenen. Uebrigens werden auch hier die Worte Prisma und Hemiprisma lediglich für verticale Prismen gebraucht, die beiden Arten von geneigten Prismen und deren Partialformen dagegen mit dem Namen Doma und Hemidoma belegt.

Die triklinen Pyramiden sind von 8, viererlei verschiedenen Dreiecken umschlossene Formen, deren Randkanten in einer Ebene liegen (Fig. 235). Je zwei gleichartige Dreiecke sind einander parallel, und liegen in zwei entgegengesetzten Raumoktanten, wie solche durch die 3 Axenebenen bestimmt werden. Sie bilden eine Viertelpyramide oder Tetartopyramide, welche an und für sich ein bloßes Flächenpaar, also eine unbegrenzte Form darstellt, und daher nur in Combination mit irgend anderen Partialformen existiren kann. Um sie jedoch in irgend einer bestimmten Begrenzung

vorstellen zu können, ist es am zweckmässigsten, ihre beiden Flächen in derjenigen Ausdehnung zu denken, wie solche durch die Intersection mit den drei Axenebenen, oder, was dasselbe ist, durch die gleichzeitig ausgebildeten drei correlaten Viertelpyramiden bestimmt wird. Die Durchschnitte der Flächen einer jeden Viertelpyramide mit den Axenebenen liefern drei Kanten, welche als die eigentlichen Polkanten und Randkanten der Viertelpyramide zu betrachten, und, wegen des unabhängigen Auftretens dieser Partialformen, weit wichtiger sind, als

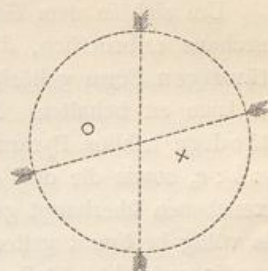


Fig. 234.

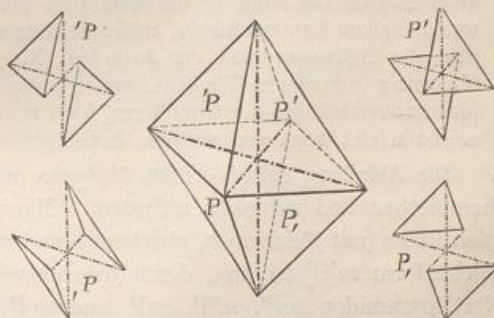


Fig. 235.

1) Die früheren Systeme haben auch schon Partialformen dargeboten, welche einer S.-E. entbehren; denselben ging aber die Vertheilung der Flächen als parallele Paare ab, welche hier in dieser Abtheilung des triklinen Systems vorhanden sind.

diejenigen Kanten, welche in der vollständigen triklinen Pyramide durch das Zusammentreffen ihrer sämtlichen Flächen gebildet werden.

Um sich in dem Gewirre der Flächenpaare die Uebersicht zu erhalten, ist es durchaus erforderlich, die correlaten, d. h. die zu einer und derselben vollständigen Form gehörigen Partialformen nach ihrer Correlation aufzufassen und im Auge zu behalten. Zu diesem Ende legt man bei der Ableitung eine vollständige triklone Pyramide zu Grunde, für welche das Verhältniss der drei Axen $a:b:c$, sowie die drei an solchen Axen anliegenden schiefen Neigungswinkel der Axenebenen überhaupt gegeben sein müssen, wenn der betreffende Krystallcomplex als völlig bestimmt gelten soll. Diese vollständig vorausgesetzte Grundform denkt man in aufrechter Stellung so vor dem Beschauer, dass ihr brachydiagonaler Schnitt (die Axenebene ac) auf ihn zuläuft. Dann erscheinen die vorderen, ihm zugewendeten Flächen ihrer vier Partialformen dergestalt vertheilt, dass sie nach ihrer Lage als obere und untere, als rechte und linke unterschieden werden können; ein topisches Verhältniss, von welchem man für die Viertelpyramiden selbst die Zeichen P' , P , P_1 und P_2 entlehnt, durch deren Zusammenfassung für die vollständige Pyramide das Zeichen P gewonnen wird; Fig. 235. Es gehören alsdann als ein paralleles Flächenpaar zusammen die Dreiecksflächen

$$vor \text{ und } hul = P' = (111) \text{ und } (\bar{1}\bar{1}\bar{1})$$

$$vol \text{ und } hur = P = (1\bar{1}1) \text{ und } (\bar{1}1\bar{1})$$

$$vur \text{ und } hol = P_1 = (11\bar{1}) \text{ und } (\bar{1}\bar{1}1)$$

$$vul \text{ und } hor = P_2 = (\bar{1}\bar{1}\bar{1}) \text{ und } (111).$$

Ein jeder besonderer Formencomplex des triklinen Systems erfordert zu seiner vollständigen Bestimmung die Kenntniss von fünf verschiedenen und von einander unabhängigen Kantenwinkeln, unter welchen sich auch einer oder zwei, oder auch alle drei der Neigungswinkel der Axen (α, β, γ) befinden können. Aus diesen durch Messung gefundenen Winkeln kann erst das Verhältniss der Lineardimensionen $a:b:c$ (das Axenverhältniss der Grundform, $b=1$), und die Grösse der Winkel α, β, γ , soweit solche nicht gemessen wurden, berechnet werden.

Die Ableitung selbst erfolgt übrigens aus dieser Grundform genau so, wie im rhombischen und monoklinen System. Man leitet erst solche Pyramiden der verticalen Reihe (mit gleichem a , gleichem b und mc als Parametern) ab, deren allgemeine Zeichenform mP' ist, und deren jede einzelne, wie die Grundform selbst, in vier Viertelpyramiden mP' , mP , mP_1 und mP_2 zerfällt. — Aus jedem Gliede dieser Reihe werden nun ferner theils (durch Verlängerung von b um n) Makropyramiden mP'_n , theils (durch Verlängerung von a um n) Brachypyramiden mP_n abgeleitet, wobei zu beachten ist, dass jede wiederum in vier Tetartopyramiden zerfällt.

Die Gestaltung der Miller'schen Indices ergibt sich auf Grund der vorhergehenden Systeme sehr einfach: z. B. $\frac{1}{2}P'_2 = \{112\}$; $2P = \{2\bar{2}1\}$; $\frac{1}{2}P_2 = \{1\bar{2}4\}$; $P_3 = \{133\}$; $3P_3 = \{131\}$; $P_3 = \{313\}$; $4P_4 = \{411\}$.

Die verticalen Prismen besitzen einen rhomboidischen Querschnitt, und zerfallen in zwei ungleichwerthige, eines unabhängigen Auftretens fähige Flächenpaare (Hemiprismen), von denen das eine vorne rechts und hinten links, das andere vorne links und hinten rechts gelegen ist, und deren Symbole dem entsprechend auch signirt werden. Aus der Grundpyramide werden so als verticale Abstumpfung ihrer Randkanten das rechte Grundhemiprisma $\infty P' = \{110\}$

sowie das linke $\infty'P = \{4\bar{1}0\}$ abgeleitet. — Ferner ergeben sich als Grenzformen der Makropyramiden die entsprechenden Makroprismen $\infty\bar{P}'n$ und $\infty'\bar{P}n$, als diejenigen der Brachypyramiden die Brachyprismen $\infty\bar{P}'n$ und $\infty'\bar{P}n$. — Bei Miller ist z. B. $\infty\bar{P}'3 = \{130\}$; $\infty'\bar{P}2 = \{2\bar{1}0\}$.

Die Domen sind zweierlei Klinodomen, von denen jedes in 2 Hemidomen zerfällt. Je nachdem ihre Flächen der Makrodiagonale b oder der Brachydiagonale a parallel gehen, werden sie als quer verlaufende Makrodomen oder als längs gerichtete Brachydomen unterschieden. Die allgemeinen Symbole der Makrodomen (auch hier wieder die Grenzformen der Makropyramiden) sind: $m'\bar{P}'\infty$ für das hemidomatische Flächenpaar vorne oben und hinten unten, sowie $m\bar{P}'\infty$ für dasjenige vorne unten und hinten oben. — Bei den Brachydomen, den Grenzformen der Brachypyramiden, macht sich eine andere Zusammengehörigkeit der Flächen geltend: das allgemeine Symbol desjenigen hemidomatischen Flächenpaares, welches oben rechts und unten links liegt, ist $m\bar{P}'\infty$; das für das andere Flächenpaar oben links und unten rechts ist $m'\bar{P}'\infty$.

$$\begin{aligned} \bar{P}'\infty &= \{101\}; \bar{P}\infty = \{10\bar{1}\}; \frac{2}{3}\bar{P}\infty = \{203\}; \bar{P}'\infty = \{011\}; \bar{P}\infty \\ &= \{0\bar{1}1\}; 2'\bar{P}'\infty = \{0\bar{2}1\}. \end{aligned}$$

Die Pinakoide sind auch hier die Flächenpaare, welche, wie im monoklinen und rhombischen System den 3 Axenebenen parallel gehen, und daher hier sämtlich schiefwinkelig aufeinander stehen, nämlich:

das basische Pinakoid, parallel ab , die Grenzform $0P$ der Pyramiden; $\{001\}$.

das verticale Makropinakoid oder die Querfläche, parallel bc , die Grenzform $\infty\bar{P}\infty$ der Makroprismen und Makrodomen; $\{100\}$.

das verticale Brachypinakoid oder die Längsfläche, parallel ac , die Grenzform $\infty\bar{P}'\infty$ der Brachyprismen und Brachydomen; $\{010\}$.

§ 45. **Combinations dieser Abtheilung.** Manche Formencomplexe (wie z. B. die der meisten Feldspathe) zeigen in ihren Combinationen noch eine Annäherung an die Symmetrieverhältnisse des monoklinen Systems, während andere (wie z. B. jene des Kupfervitriols und Axinit) die Unsymmetrie und Unvollständigkeit der Formenausbildung im höchsten Grade erkennen lassen. In diesem letzteren Falle erfordert es allerdings einige Aufmerksamkeit, um die gegenseitige Beziehung und krystallographische Bedeutung der verschiedenen Flächenpaare oder Partialformen nicht aus dem Auge zu verlieren. Wenn es die Beschaffenheit der Combination gestattet, so hat man zuvörderst drei, entweder wirklich vorhandene, oder doch ihrer Lage nach bestimmte Flächenpaare als Axenebenen zu wählen, und dann eine angemessene Wahl der Grundform (wenn auch nur in einer ihrer Viertelpyramiden, oder in zweien von ihr unmittelbar abhängigen hemiprismatischen Formen) vorzunehmen. Doch kann man auch von der Wahl irgend anderer Partialformen ausgehen und aus ihren Verhältnissen die Lage der drei Axenebenen und der Grundform erschliessen. Die weitere Entwicklung der Combinationen erfolgt wesentlich nach denselben oder nach ähnlichen Regeln, wie im rhombischen und monoklinen System. — Als ganz einfache Beispiele mögen nachstehende dienen.

In dem Albitkrystall (Fig. 236) betrachte man die mit P und M bezeichneten Flächen als basisches und brachydiagonales Pinakoid, die Flächen s als die obere rechte Viertelpyramide P' , so wird $l = \infty P'$, $T = \infty' P$, und $x = \bar{P}'\infty$.

Bei dem in Fig. 237 dargestellten Axinitkrystall pflegt man zu betrachten:

P als das linke Hemiprisma ∞P ,
 u als das rechte Hemiprisma $\infty P'$,
 r als die linke obere Viertelpyramide P ,
 x als die rechte obere Viertelpyramide P' ,
 s als das Makrohemidoma $2P'\infty$.

Bei dem in Fig. 238 abgebildeten Kupfervitriolkrystall gilt:

M und T als linkes und rechtes Hemiprisma ∞P und $\infty P'$,
 l als das linke Makroprisma $\infty P2$,
 n als das Makropinakoid $\infty P\infty$,
 r als das Brachypinakoid $\infty P\infty$,
 P als die rechte obere Viertelpyramide P ,
 s als die rechte obere Partialform der Brachypyramide $2P'2$.

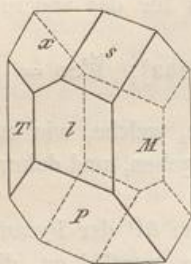


Fig. 236.

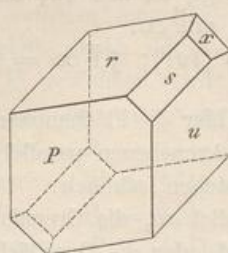


Fig. 237.

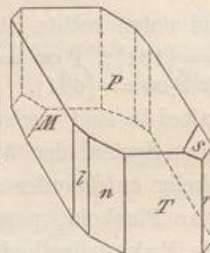


Fig. 238.

Wählt man andere Kanten zu krystallographischen Axen, so werden die Tetartopyramiden zu Hemiprismen, Hemidomen oder Pinakoiden. — Da im triklinen System eine gewöhnliche S.-E. nicht mehr existirt, so kann auch die Erscheinung der eigentlichen, auf den Verlust einer solchen begründeten Hemiëdrie hier nicht vorkommen. Ebenso ist wegen des Mangels einer gewöhnlichen S.-A. die Hemimorphie ausgeschlossen.

§ 46. Asymmetrische Abtheilung des triklinen Systems. Dagegen ist der Fall denkbar, dass triklone Krystalle das in der vorigen Abtheilung noch vorhandene Centrum der Symmetrie verlieren, also jed-

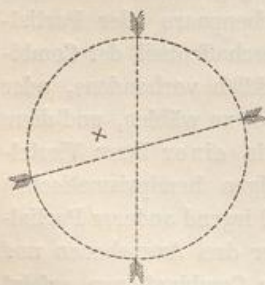


Fig. 239.

wedes Symmetrie-Element (Ebene, Linie, Punkt) entbehren, womit dann die Grenze der möglichen Unsymmetrie erreicht ist. Fig. 239. Die Folge wird sein, dass überhaupt nicht einmal mehr ein Paar von parallelen Flächen zusammengehört, sondern die einzelne Fläche als solche (Pexion) die vollständige »einfache Form« darstellt. Wenn auch hier ein Parallelismus zweier Flächen auftritt, so sind dieselben dennoch theoretisch differenzirt und nicht mehr gesetzmässig mit einander verbunden, wie dies noch in der vorigen

Abtheilung bei allen Partialformen der Fall war.

Jede einzelne pyramidale Fläche, welche in einem der 8 Oktanten die 3 Axen schneidet, bildet eine Form für sich; die »Pyramide« würde also in acht thatsächlich unabhängige Flächen zerfallen. — Die Prismen und Domen zerlösen sich je in vier

selbständige Flächen, welche liegen: bei den verticalen Prismen *vr*, *vl*, *hr* und *hl*; bei den Makrodomen: *vo*, *vu*, *ho* und *hu*; bei den Brachydomen *or*, *ol*, *ur* und *ul*. — Die 3 Pinakoide sind ebenfalls in je zwei einzelne independente Flächen differenzirt; das basische Pinakoid in *o* und *u*; das Makropinakoid in *v* und *h*; das Brachypinakoid in *r* und *l*. — Im Mineralreich sind Glieder dieser Abtheilung bisher als solche nicht sicher bekannt. Unter den künstlichen Salzen gehören hierher: unterschwefligsaures Calcium, essigsalpetersaures Strontium, saures rechtsweinsaures Strontium; Orthotuldoisobuttersäureester (*Doss*, Z. f. Kryst. XXI. 1892. 96).

Da es in dieser Abtheilung häufig vorkommt, dass die eigentlich differenzirten und von einander unabhängigen parallelen Flächen dennoch beide in ungefähr übereinstimmender Ausbildung gleichzeitig entwickelt sind, so wird alsdann eine Aehnlichkeit mit den Formen der vorhergehenden centrosymmetrischen Gruppe des triklinen Systems hervorgerufen. In diesem Falle können indessen Differenzen in der Oberflächenbeschaffenheit, in der Gestaltung der Aetzfiguren auf den parallelen Flächen die thatsächliche gegenseitige Unabhängigkeit der letzteren erweisen, und so die Zurechnung der betreffenden Substanzen zu dieser asymmetrischen Gruppe rechtfertigen. Fehlen aber jene Erkennungsmittel, so ist die Stellung ungewiss und von diesem Gesichtspunkte aus ist es denkbar, dass Substanzen, welche der vorhergehenden Abtheilung zugewiesen sind, eigentlich zu dieser letzten völlig asymmetrischen gehören.

§ 47. Uebersicht¹⁾. Aus den vorstehenden Darlegungen über die Symmetrieverhältnisse bei den einzelnen Abtheilungen innerhalb der Krystallsysteme ergibt sich folgende tabellarische Zusammenstellung. Wo bei den Symmetrieachsen und -Ebenen die Beifügung zgs. (zusammengesetzt) fehlt, handelt es sich um die einfache Symmetrie; p. bedeutet die polare Ausbildung der Symmetrieachsen.

	Symmetrie- Centrum	Symmetrie- Ebenen	Symmetrie-Axen			
			zweizähl.	dreizähl.	vierzähl.	sechszähl.
Reguläres System.						
Holoëdrie	1	3+6	6	4	3	—
Tetraëdrische Hemiëdrie	—	6	3	4p.	—	—
Dodekaëdrische Hemiëdrie	1	3	3	4	—	—
Plagiëdrische Hemiëdrie	—	—	6	4	3	—
Tetartoëdrie	—	—	3	4p.	—	—
Tetragonales System.						
Holoëdrie	1	4+4	4	—	4	—
Sphenoidische Hemiëdrie	—	2(+1zgs.)	4+2	—	(1zgs.)	—
Pyramidale Hemiëdrie	1	4	—	—	4	—
Trapezoëdrische Hemiëdrie	—	—	4	—	4	—
Sphenoidische Tetartoëdrie	—	(1 zgs.)	4	—	(1zgs.)	—
Hemimorphie der Holoëdrie	—	4	—	—	4p.	—
Hemimorphie der Hemiëdrie	—	—	—	—	4p.	—

¹⁾ Die im Vorstehenden vorgenommene systematische Behandlung der Krystallographie ging innerhalb jedes, durch die krystallographischen Axen charakterisirten Systems von den holoëdrischen Formen mit dem höchsten Grad der Symmetrie aus und gelangte durch Ver-

	Symmetrie- Centrum	Symmetrie- Ebenen	Symmetrie-Axen			
			zweizähl.	dreizähl.	vierzähl.	sechszähl.
Hexagonales System.						
Holoëdrie	4	4+6	6	—	—	4
Rhomboëdrische Hemiëdrie	4	3	3	4	—	(1zgs.)
Pyramidale Hemiëdrie	4	4	—	—	—	4
Trapezoëdrische Hemiëdrie	—	—	6	—	—	4
Trigontype Hemiëdrie	4	4+3	3p.	4	—	—
Trapezoëdrische Tetartoëdrie	—	—	3p.	4	—	—
Rhomboëdrische Tetartoëdrie	4	—	—	4	—	(1zgs.)
Trigonale Tetartoëdrie	—	4	—	4	—	—
Hemimorphie der Holoëdrie	—	6	—	—	—	4p.
Hemimorphie d. rhomboëdr. Hemiëdrie	—	3	—	4p.	—	—
Hemimorphie d. pyramid. Hemiëdrie	—	—	—	—	—	4p.
Hemimorphie d. trigonal. Tetartoëdrie	—	—	—	4p.	—	—
Rhombisches System.						
Holoëdrie	4	4+4+4	4+4+4	—	—	—
Hemiëdrie	—	—	4+4+4	—	—	—
Hemimorphie	—	4+4	4p.	—	—	—
Monoklines System.						
Holoëdrie	4	4	4	—	—	—
Hemiëdrie	—	4	—	—	—	—
Hemimorphie	—	—	4p.	—	—	—
Triklines System.						
Centrosymmetrische Gruppe	4	(1zgs.)	(1zgs.)	—	—	—
Asymmetrische Gruppe	—	—	—	—	—	—

Den Nachweis, dass es nur die im Vorstehenden zusammengestellten und im Einzelnen als coordinirt zu betrachtenden 32 Abtheilungen von Krystallen geben kann, diese aber auch alle als möglich anzuerkennen sind, hat schon im Jahr 1830 *J. F. Chr. Hessel* in Marburg geliefert, indem er zunächst vom ganz allgemeinen Standpunkt und ohne Beschränkung auf die Krystalle alle möglichen Arten der Symmetrie, welche irgend ein Polyëder darbieten kann, aufsuchte und alsdann durch Einschränkung auf diejenigen Formen, welche dem Gesetz der Rationalität der Parameterverhältnisse gehorchen, die an den Krystallen möglichen Symmetriearten ohne irgend welche Annahme über die Molecularstructur feststellte. Diese,

schwindenlassen von Symmetrie-Elementen nach und nach zu den mindest symmetrischen Abtheilungen, deren das betreffende Krystallsystem fähig ist. Man mag dies die abbauende Methode nennen. Umgekehrt könnte man natürlich auch — vermittle einer aufbauenden Methode — von den niedrigst symmetrischen durch Hinzufügung neuer Symmetrie-Elemente zu den höchst symmetrischen Abtheilungen des betreffenden Krystallsystems vorschreiten.

das wahre Eintheilungsprincip der Krystalle zuerst richtig erkennende und ihrer Zeit weit vorausseilende Untersuchung¹⁾ ist — vielleicht wegen ihrer Umfänglichkeit, theilweisen Schwerfälligkeit und des Ortes ihrer Veröffentlichung — 60 Jahre lang unbeachtet geblieben und wurde erst im Jahr 1894 durch *Sohncke* wieder an das Licht gezogen (Z. f. Kryst. XVIII. 486). Inzwischen hatte auch *Bravais* 1849 und 1854 selbständig das Problem bearbeitet, aber dabei eine mögliche Klasse (die sphenoidische Tetartoëdrie des tetragonalen Systems) übersehen. Ohne Kenntniss dieser vorhandenen Arbeiten wurde alsdann durch *Axel Gadolin* 1867 der Beweis von der nothwendigen Existenz der 32 Symmetrie-Abtheilungen der Krystalle und von dem Ausgeschlossen sein weiterer selbständig auf einfachem und sehr ansprechendem Wege erbracht²⁾, wobei er von dem Princip ausging, dass alle diejenigen Gestalten in dieselbe Abtheilung gehören, bei denen die Anzahl und Ordnung der gleichen Richtungen dieselbe ist, und alle Möglichkeiten verschiedener Anordnung von gleichen Richtungen ermittelte. Daran reihen sich die Ausführungen von *P. Curie* (1884), *Minnigerode* (1887), *v. Fedorow* (1889), *Schoenflies* (1891), *V. v. Lang* (1896), *Viola* (1897), *Baumhauer* (1899), welche von verschiedenen Gesichtspunkten aus und auf weniger oder mehr elementare Weise dasselbe Resultat gewannen.

Zum Vergleich mit den üblichen folgen hier die anderen Bezeichnungsweisen, deren sich *Groth* in seiner »Physikalischen Krystallographie« (1895) bedient.

Reguläres System.

Holoëdrie	Hexakisoktaëdrische Klasse
Tetraëdrische Hemiëdrie	Hexakistetraëdrische Klasse
Dodekaëdrische Hemiëdrie	Dyakisdodekaëdrische Klasse
Plagiëdrische Hemiëdrie	Pentagonikositetraëdrische Klasse
Tetartoëdrie	Tetraëdrisch-pentagondodekaëdrische Klasse.

Tetragonales System.

Holoëdrie	Ditetragonal-bipyramidale Klasse
Sphenoidische Hemiëdrie	Skalenoëdrische Klasse
Pyramidale Hemiëdrie	Bipyramidale Klasse
Trapezoëdrische Hemiëdrie	Trapezoëdrische Klasse
Sphenoidische Tetartoëdrie	Bisphenoidische Klasse
Hemimorphie der Holoëdrie	Ditetragonal-pyramidale Klasse
Hemimorphie der Hemiëdrie	Pyramidale Klasse.

Hexagonales System.

Holoëdrie	Dihexagonal-bipyramidale Klasse
Rhomboëdrische Hemiëdrie	Ditrigonal-skalenoëdrische Klasse
Pyramidale Hemiëdrie	Hexagonal-bipyramidale Klasse
Trapezoëdrische Hemiëdrie	Hexagonal-trapezoëdrische Klasse
Trigontyp Hemiëdrie	Ditrigonal-bipyramidale Klasse
Trapezoëdrische Tetartoëdrie	Trigonal-trapezoëdrische Klasse
Rhomboëdrische Tetartoëdrie	Rhomboëdrische Klasse
Trigonale Tetartoëdrie	Trigonal-bipyramidale Klasse

1) Sie erschien als der Artikel »Krystall« in *Gehler's* Physikalischem Wörterbuch 1830, V. S. 1023—1340.

2) Abgedruckt erst 1874 in den *Acta societatis scientiarum fennicae*, Helsingfors IX. 4. Deutsch von *Groth* in *Ostwald's* Klassiker der exakten Wissenschaften Nr. 75. Leipzig, 1896.

Hemimorphie der Holoëdrie	Dihexagonal-pyramidale Klasse
Hemimorphie d. rhomboëdr. Hemiëdrie .	Ditrigonal-pyramidale Klasse
Hemimorphie d. pyramidalen Hemiëdrie .	Hexagonal-pyramidale Klasse
Hemimorphie d. trigonalen Tetartoëdrie .	Trigonal-pyramidale Klasse.

Rhombisches System.

Holoëdrie	Bipyramidale Klasse
Hemiëdrie	Bisphenoidische Klasse
Hemimorphie	Pyramidale Klasse.

Monoklines System.

Holoëdrie	Prismatische Klasse
Hemiëdrie	Domatische Klasse
Hemimorphie	Sphenoidische Klasse.

Triklines System.

Centrosymmetrische Abtheilung	Pinakoidale Klasse
Asymmetrische Abtheilung	Asymmetrische Klasse.

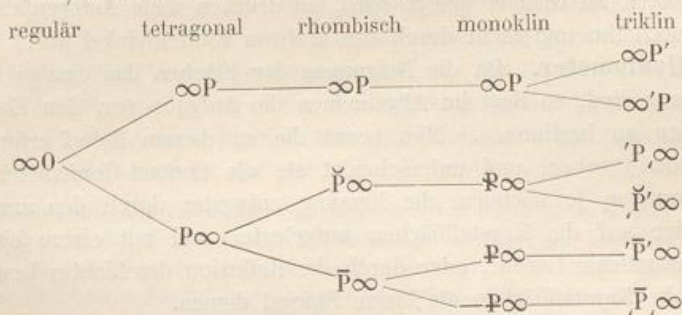
Anm. An dieser Stelle ist noch einmal hervorzuheben, dass die übliche, auf die Axen gegründete Eintheilung in Krystallsysteme (S. 47) strenggenommen die Erscheinungen der Hemimorphie nicht mit umfasst, und die an die Symmetrieverhältnisse anknüpfende Definition der Systeme sich nur auf die holoëdrischen Formen bezieht. In physikalischer z. B. optischer Hinsicht gehören aber alle formell abweichenden Entwicklungen eines Krystallsystems als völlig gleich beschaffen eng zueinander.

§ 48. **Pseudosymmetrie.** So wird die Erscheinung bezeichnet, dass eine Krystallsubstanz zwar vermöge ihres Axenverhältnisses und ihrer übrigen krystallographischen und physikalischen Constanten zu einem bestimmten Krystallsystem gehört, aber innerhalb desselben sich in ersterer Beziehung sowie in der Ausbildung ihrer Combinationen ausserordentlich einem anderen und zwar höher symmetrischen System nähert. Es liegt also hier gewissermassen »ein Voraneilen der Symmetrie« vor, indem einfache Krystalle dieselben Grenzformen mit Winkeln darbieten, welche die charakteristischen eines höheren Symmetriegrades bisweilen bis auf wenige Minuten erreichen. Ja es kann dies so weit gehen, dass die Zugehörigkeit zu einem System von minderer Symmetrie als es den Anschein hat, nur durch die optischen Eigenschaften oder auf anderem physikalischem Wege dargethan werden kann, welcher genauere Einordnung gestattet als die Winkelmessung.

Bei der Grundpyramide des in Wirklichkeit tetragonalen Kupferkieses messen z. B. die Polkanten $109^{\circ} 53'$, die Randkanten $108^{\circ} 40'$, das Axenverhältniss ist $a : a : c = 1 : 1 : 0,9856$ Dies bedingt eine sehr bedeutende Annäherung an die Dimensionen des regulären Oktaëders, bei welchem alle Kantenwinkel gleichmässig $109^{\circ} 28'$ messen und das Axenverhältniss $1 : 1 : 1$ ist. — Rhombische Mineralien, deren Prismenwinkel beinahe 90° beträgt, wie beim Autunit, bieten Combinationen von tetragonalem Ansehen dar. — So gibt es ferner rhombische Substanzen, welche, indem ihr Prismenwinkel nahezu 120° beträgt, hierdurch eine ausserordentliche Annäherung an das hexagonale System bekunden. Die Combination $\infty P. \infty \bar{P}$ erscheint alsdann beinahe wie ein hexagonales Prisma (Fig. 442); in der Endigung tritt zu der rhombischen Pyramide P das Brachydoma $2\bar{P}\infty$, um eine scheinbar hexagonale Pyramide zu gestalten (ähnlich wie Fig. 452); weitere solche anscheinende Pyramiden werden durch das gleichzeitige Vorhandensein von mP und $2m\bar{P}\infty$ hervorgebracht, während in der Säulenzone wieder $\infty \bar{P}\infty$ und $\infty \bar{P}3$ zusammen wie ein hexagonales Protoprisma aussehen. Beispiele sind u. a. Kupferglanz, Cordierit, Glaserit, Witherit,

Weissbleierz. — Bei dem thatsächlich monoklinen Glimmer ist der Polkantenwinkel der Pyramide $= 120^{\circ} 47'$, so dass wenn ∞P vorwaltend hinzutritt, ein dem regelmässigen Sechseck sehr genäherter Querschnitt erscheint; nebenbei ist der Winkel β nahe 90° und deshalb die Basis fast horizontal.

Das Vorstehende lässt sich auch umgekehrt verdeutlichen, indem in Betracht gezogen wird, wie eine höher symmetrische Form sich als combinatorische Grenzgestalt von Formen geringerer Symmetrie ergeben würde. Das reguläre Rhombendodekaëder ∞O wird z. B. von 12 Flächen begrenzt, welche in folgender Weise 2 tetragonalen, 3 rhombischen, 4 monoklinen und 6 triklinen Formen entsprechen:



7. Messung der Krystalle.

§ 49. **Beständigkeit der Kantenwinkel.** Wenn gleich bei den Krystallen sowohl die allgemeine Form, als auch die Figur und Beschaffenheit ihrer Flächen den mannigfaltigsten Abweichungen von der bisher vorausgesetzten Regelmässigkeit unterworfen sind, und dadurch die Linear-Dimensionen im hohen Grade schwankend werden müssen, so sind doch ihre Angular-Dimensionen und namentlich ihre Kantenwinkel in der Regel als constante Elemente zu erkennen (vgl. § 8), weil die relative Lage und gegenseitige Neigung ihrer ebenen Flächen durch jene Unvollkommenheiten in der Regel nicht gestört wird. Aus diesem sehr wichtigen Grundgesetz der Krystallographie folgt, dass die Kantenwinkel die einzigen sicheren Beobachtungselemente abgeben, welche der Berechnung aller übrigen Elemente einer Krystallform zu Grunde gelegt werden müssen.

Bei den nicht regulären Mineralien können allerdings die Kantenwinkel einer und derselben Form etwas verschieden gefunden werden, wenn sie bei bedeutend verschiedenen Temperaturen gemessen werden (§ 132). Diese Aenderungen sind jedoch so unerheblich, dass sie bei den gewöhnlichen Messungen vernachlässigt werden können. Wichtiger sind die permanenten Verschiedenheiten der Angulardimensionen, welche in verschiedenen Varietäten einer und derselben Mineralart durch ein Schwanken der chemischen Zusammensetzung, insbesondere durch das Eintreten isomorpher Bestandtheile herbeigeführt werden. Das Gesetz von der Beständigkeit der Kantenwinkel ist zuerst von dem Dänen *Nicolaus Steno* im Jahre 1669 erkannt und 1783 von *Romé de l'Isle* bestimmter formulirt worden¹⁾.

Unter dem Winkel einer Kante verstehen wir übrigens denjenigen Winkel, welchen ihre beiden Flächen einwärts im Krystall, oder nach innen zu bilden. Je stumpfer dieser Winkel ist, desto stumpfer, je spitzer er ist, desto schärfer

1) »Les faces d'un cristal peuvent varier dans leur figure et dans leurs dimensions relatives; mais l'inclination de ces mêmes faces est constante et invariable dans chaque espèce« (Cristallographie T. I, p. 93).

wird die Kante sein. Diese Bestimmung entspricht der gewöhnlichen und allgemein hergebrachten Bedeutung sowie der grösseren Anschaulichkeit. *Miller* definirt den Winkel einer Kante als das Supplement dessen, was man gewöhnlich darunter versteht, oder als denjenigen Winkel, welchen die Normalen beider Flächen gegen die Kante hin bilden. Hiernach wird das Winkelmaass einer Kante desto stumpfer, je schärfer sie ist, und umgekehrt (vgl. S. 24). Da dieser Normalenwinkel bei der Messung mit dem Reflexions-Goniometer direct erhalten und auch bei Berechnungen zu Grunde gelegt wird, so drücken viele Autoren die Flächenneigungen durch ihn und nicht durch den wahren Kantenwinkel aus.

§ 50. **Goniometer.** Da die Neigungen der Flächen das einzige Object der Krystallmessung sind, so liegt im Allgemeinen die Aufgabe vor, den Kantenwinkel zweier Flächen zu bestimmen. Man nennt die zu diesem Behuf erfundenen Instrumente Goniometer, und unterscheidet sie als Contact-Goniometer und Reflexions-Goniometer, je nachdem die Messung entweder durch den unmittelbaren Contact zweier auf die Krystallflächen aufgelegter und mit einem eingetheilten Halbkreis verbundener Lineale, oder durch die Reflexion des Lichtes bewerkstelligt wird, wobei die Krystallflächen als kleine Spiegel dienen.

Die Contact- oder Anlege-Goniometer (zuerst 1783 von *Carangeot* angegeben), welche nur bei etwas grösseren Krystallen und für solche Winkel anwendbar sind, deren Kantenlinie wirklich ausgebildet ist, erweisen sich in ihren Resultaten so wenig genau, dass sie nur bei den ersten vorläufigen Messungen, oder auch subsidiarisch in solchen Fällen benutzt werden, wo die Reflexions-Goniometer nicht gebraucht werden können. Bei ihrer Anwendung muss die Ebene der beiden scheerenartig verbundenen Lineale oder Schienen allemal senkrecht auf der zu messenden Kante des zwischen denselben eingefügten Krystalls stehen. Der auf dem Theilkreis abgelesene Winkel entspricht natürlich dem wahren Kantenwinkel.

Die Reflexions-Goniometer, zuerst von *Wollaston* 1809 angegeben, setzen zwar ebene und glatte, nach den Gesetzen der Planspiegel reflectirende Krystallflächen voraus, sind aber vorzugsweise bei kleineren Krystallen und auch für solche Winkel brauchbar, deren Flächen nicht unmittelbar zum Durchschnitt kommen; sie gewähren bei zweckmässigem Gebrauch Resultate, welche bis auf 4' genau sind, und verdienen daher in den allermeisten Fällen den Vorzug vor den Contact-Goniometern. — Sie bestehen wesentlich aus einem Vollkreis (Limbus), dessen Theilung sich durch einen Nonius bis auf einzelne Minuten fortsetzt, und an dessen Axe der Krystall mit etwas Wachs so befestigt wird, dass beide Flächen der zu messenden Kante parallel sind der Drehungsaxe. Beobachtet man nun z. B. das Spiegelbild eines etwas entfernten Gegenstandes (oder einer Lichtflamme im Dunkeln) erst auf der einen Krystallfläche, und dreht dann den Kreis um seine Axe so lange, bis dasselbe Bild auch von der zweiten Krystallfläche reflectirt wird, während zugleich die Bedingung erfüllt ist, dass der reflectirte Lichtstrahl bei beiden Beobachtungen genau dieselbe Lage behauptet, so wird der Drehungswinkel des Kreises (nicht den gewöhnlich so genannten Kantenwinkel, sondern) unmittelbar das Supplement des gemessenen Winkels, den Normalenwinkel der betreffenden Kante, geben. Damit der gespiegelte Gegenstand sowie das beobachtende Auge beide während der Messung dieselbe Stellung beibehalten, gehen sowohl das

einfallende als das reflectirte Licht bei den besseren neueren Instrumenten durch je ein Fernrohr (Einlass- oder Collimator- und Ocular- oder Beobachtungsfernrohr), welche den Gang des Lichtes vorschreiben; beide bilden einen stumpfen Winkel und kehren ihr Objectiv dem Krystall zu. — Während bei den meisten älteren Instrumenten der Theilkreis vertical steht, also die zu messende Kante horizontal zu liegen kommt (System von *Wollaston*), gibt man neuerdings den Goniometern mit horizontalem Theilkreis und senkrechter Drehungsaxe (System von *Malus* oder *Babinet*) meist den Vorzug. Die letztere, mehr stabile Construction gestattet auch die Messung grösserer und schwererer Krystalle sowie die Verwendung des Instruments zur Bestimmung von Brechungsquotienten. — Die zu messende Krystallkante muss centrirt sein, d. h. genau in der Verlängerung der Limbusaxe liegen, anderseits muss sie justirt, d. h. parallel sein der Umdrehungsaxe des Limbus, senkrecht zu seiner Ebene und zu der durch die Fernrohre gelegten Ebene.

Die Centrirung und Justirung wird bewerkstelligt durch eine, sowohl die Parallelverschiebung als die Neigung der Krystallkante in zwei zu einander senkrechten Ebenen gestattende doppelte Schlittenvorrichtung, welche auf einer durch den Mittelpunkt des Theilkreises hindurchgehenden beweglichen, aber jederzeit durch Schrauben zu befestigenden Axe sitzt, und auf welcher der Krystall fixirt wird. — In dem genau auf die Drehaxe gerichteten Einlassfernrohr befindet sich ein durch eine Lampe beleuchtetes sog. Signal im Brennpunkt einer Linse, wodurch die austretenden Lichtstrahlen parallel gemacht werden. Als Signale, deren von der Krystallfläche reflectirte Bilder eine genaue Einstellung auf das Fadenkreuz des Beobachtungsfernrohrs gestatten, dienen an Stelle des früheren, im hellen Felde befindlichen Fadenkreuzes ein in seiner Weite durch eine Schraube verstellbarer geradliniger Spalt mit parallelen Wänden, oder der in seiner Mitte sich verengernde sog. *Websky'sche* Spalt (erzeugt durch zwei, vor einer kreisrunden Öffnung angebrachte, kreisförmige geschwärzte Metallscheiben, welche ebenfalls durch eine Schraube verschiebbar sind), oder das sog. *Schrauf'sche* Signal, ein unter 45° gerichteter Kreuzspalt, in dessen Mitte sich ein senkrecht kleines Fadenkreuz befindet. — Das Beobachtungsfernrohr mit Fadenkreuz kann durch eine vorzuschlagende Loupe in ein schwach vergrösserndes Mikroskop umgeändert werden. — Fällt die Axe einer Zone am centrirten Krystall mit der Drehungsaxe des Reflexionsgoniometers zusammen, so müssen, wenn der Krystall um 360° gedreht wird, die Reflexe eines Lichtpunkts auf allen Flächen der Zone sich der Reihe nach auf dem gleichen Wege durch das Sehfeld bewegen, und zwar in einer auf der Axe senkrechten Ebene. Ist das Goniometer mit einem Fernrohr versehen, so wandern die Reflexe der Reihe nach durch dessen Fadenkreuz und daran lässt sich erkennen, ob eine Anzahl von Flächen, welche sich vielleicht überhaupt nicht in Kanten schneiden, in der That unter einander eine Zone bildet, oder nicht.

Verfahren bei der Messung. Nachdem der Krystall auf das obere Ende der die Schlittenvorrichtung tragenden verticalen Axe mit Wachs aufgeklebt und in das Niveau des mit Loupe versehenen Beobachtungsfernrohrs gebracht ist, wird die zu messende Kante vermittle der Schlitten centrirt und justirt. Nur wenn bei einer theilweisen Umdrehung der den Krystall tragenden Axe diese Kante stets mit dem verticalen Faden des Fadenkreuzes zusammenfällt, können diese Operationen als genügend richtig ausgeführt gelten. Alsdann wird mittels einer Schraube die bisher drehbare Axe festgestellt, so dass der Krystall sich nur mit dem Theilkreis zugleich zu drehen vermag. Im dunkeln Raum wird darauf der Spalt durch eine Lampe beleuchtet und die Messung der Winkel durch Umdrehung des Theilkreises und Ablesung der Einstellung am Nonius vollzogen. Sind die Flächen nicht völlig eben, etwas matt oder zu klein, so reflectirt der Spalt nicht einfach und scharf, sondern mehrfach und verschwommen.

In Fig. 240¹⁾ ist *C* der Träger des Collimators; die mit Griffen versehene Scheibe *f* dient zur Drehung des Theilkreises, das Mikrometerwerk *aF* zur Klemmung bzw.

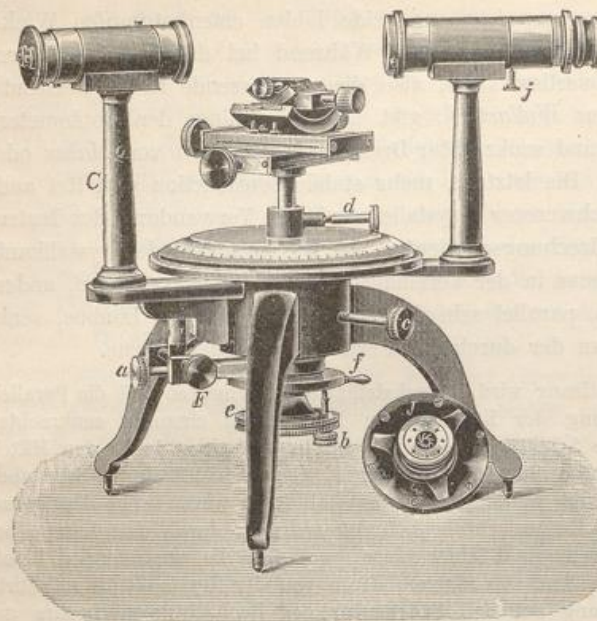


Fig. 240.

Feinbewegung derselben. Mittels der Schraube *e* wird die Krystallträgeraxe auf- und abwärts bewegt, mittels der Schraube *b* dieselbe in erforderlicher Höhe mit dem Theilkreis fest verbunden. Das Fadenzkreuz des Beobachtungsfernrohrs kann durch die Schraube *j* nachjustirt werden. *J* ist eine Irisblende, welche durch *j* eingestellt wird.

Die neuerdings mitunter benutzten zweikreisigen oder Theodolitgoniometer sind nach dem Princip der Ortsbestimmung von Flächenpolen durch zwei Winkelkoordinaten construirt.

8. Gesetzmässige Verwachsung der Krystalle.

a) Parallelverwachsung gleichartiger Krystalle.

§ 54. **Erscheinungsweise.** Oefters findet man gleichgestaltete Krystalle einer und derselben Substanz in völlig paralleler Stellung, d. h. so mit einander

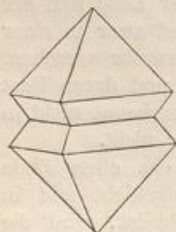


Fig. 241.

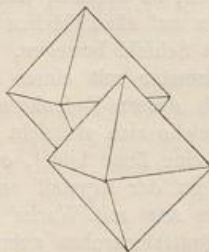


Fig. 242.

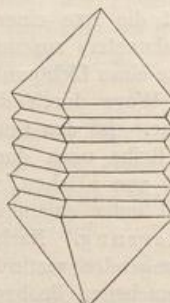


Fig. 243.

verwachsen, dass die krystallographischen Axen und Begrenzungselemente des einen Individuums den entsprechenden Axen und Begrenzungselementen des anderen parallel sind. Eine solche Verwachsung muss daher auch symmetrisch sein mit Bezug auf irgend eine Fläche, welche eine

S.-E. für jedes Individuum ist. Die Vereinigung kann dabei nach dieser oder nach einer anderen Fläche stattfinden. Fig. 241 und 242 zeigen 2 Oktaëder in vollkommen paralleler Stellung und symmetrisch in Bezug auf die Würfel Fläche; aber die beiden Individuen sind im ersten Falle auch mit dieser, im letzteren mit einer Oktaëderfläche zusammengewachsen. — Häufig sind zahlreiche Individuen so mit

¹⁾ Abbildung des Modells IV a der Firma *R. Fuess* in Steglitz.

einander parallel verbunden, dass jedes derselben nur eine dünne Lamelle darstellt (Fig. 243); dies spricht sich in der abwechselnden Wiederholung zweier Flächen aus, welche Winkel mit einander bilden, die sich zu 180° ergänzen. Ist die Dicke der einzelnen Lamelle sehr gering, so erscheint die Parallelverwachsung wie ein einziger Krystall, dessen Flächen fein gerieft sind (vgl. § 64).

Bei der Parallelverwachsung gleichartiger Krystalle braucht den einzelnen nicht übereinstimmende Krystallform eigen zu sein; Fig. 244 zeigt ein grösseres Skalenoëder (R3) von Kalkspath, auf dessen Ende ein Krystall desselben Minerals von der Combination $-\frac{1}{2}R.\infty R$ in völlig paralleler Stellung aufsitzt.

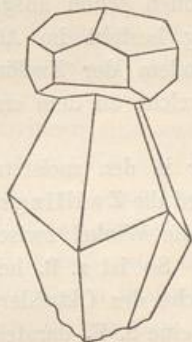


Fig. 244.

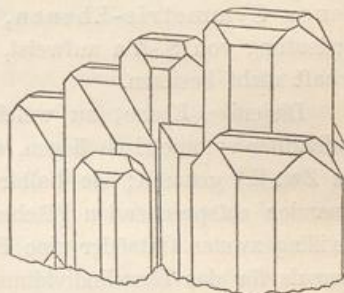


Fig. 245.

Wenn eine Anzahl von Krystallen in paralleler Stellung verbunden ist, ohne dass durch deren gleiche Grösse oder innige Verwachsung der Eindruck einer charakteristischen Gesamtform hervorgerufen wird, so kann man eine derartige Vereinigung mit *Tschermak* einen Krystallstock nennen;

Fig. 245 stellt einen solchen von Baryt dar. Säulenförmige Krystalle (z. B. von Diopsid, Epidot) sind manchmal nur an dem einen Ende einheitlich und compact, an dem anderen nach Art eines Krystallstocks beschaffen, indem sie hier pinselähnlich in zahlreiche dünne Säulchen oder Stengel von paralleler Stellung aufgelöst oder zerfasert erscheinen.

Nicht selten haben sich auf den Krystallen eines Minerals beim Weiterwachsen viele neue kleine Individuen derselben Substanz in paralleler Stellung über die ganze Ausdehnung hin abgesetzt. Wenn es dann auch äusserlich so aussieht, als ob ein grösseres Individuum durch und durch aus lauter kleineren Kryställchen aufgebaut sei, so wird dies durch die Untersuchung des Inneren nicht bestätigt, denn hier ist das Individuum von ganz compacter und geschlossener Zusammensetzung, nur in der äusseren Partie tritt die Eigenschaft des Krystallstocks, die Trennung in viele kleine Einzelindividuen hervor. Diese letzteren sind bald von derselben Form, wie sie auch das ganze grössere Gebilde zeigt, z. B. Kalkspathrhomboëder $-\frac{1}{2}R$, welche äusserlich als aus vielen kleinen Rhomboëderchen derselben Form aufgebaut erscheinen. In zahlreichen ferneren Fällen aber besitzen die kleinen oberflächlichen Kryställchen eine andere, bisweilen complicirtere Gestalt, als das ganze Gebilde selbst: z. B. Oktaëderformen von Flussspath, anscheinend zusammengesetzt aus lauter kleinen Würfelchen, deren Ecken alle im Niveau der Oktaëderflächen liegen (Fig. 246), Würfelformen von Flussspath, äusserlich endend in winzige Tetrakishexaëder, Skalenoëder R3 von Kalkspath, welche äusserlich aus zahlreichen kleinen Individuen der Combination $-\frac{1}{2}R.\infty R$ aufgebaut aussehen.

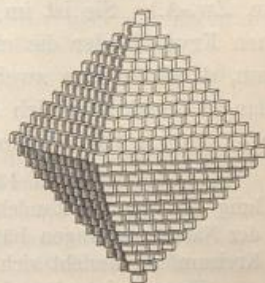


Fig. 246.

b) Zwillingsbildung.

§ 52. **Begriff und Eintheilung.** Gleichgestaltete Krystallindividuen einer und derselben Substanz verwachsen aber mit einander nicht nur in paralleler, son-

dern auch in unparalleler Stellung, jedoch in ganz bestimmter, krystallogonomisch gesetzmässiger und symmetrischer Weise. Solche Verwachsungen heissen Zwillingskrystalle. Die Gesetzlichkeit der Verwachsung besteht darin, dass die beiden Individuen immer eine gleichartige Krystallfläche gemeinschaftlich haben, und dass ausserdem: 1) eine in dieser Fläche liegende gleichartige Kante an beiden Krystallen dieselbe Lage besitzt, oder aber dass 2) zwei in dieser Fläche liegende Kanten wechselseitig parallel sind. Die genannte Fläche und jene Kanten sind entweder an den einzelnen Individuen schon ausgebildet oder daran möglich. — Die Wirkung dieser Verwachsung besteht im Allgemeinen in der Erwerbung neuer Symmetrie-Ebenen, indem der Zwilling als solcher Ebenen mit der Bedeutung von S.-E.n aufweist, welche an dem einzelnen Individuum diese Eigenschaft nicht besitzen.

Diejenige Ebene, zu welcher in den meisten Zwillingskrystallen die beiden Individuen symmetrisch liegen, wird die Zwillingsebene (im Folgenden abgekürzt als Zw.-E.) genannt; sie halbirt die Winkel zwischen den bei beiden Individuen einander entsprechenden Flächen. So ist z. B. bei dem in Fig. 251 dargestellten Zwilling zweier Oktaëder eine Fläche des Oktaëders die Zw.-E. Die Zw.-E. kann niemals für das Einzelindividuum eine S.-E. darstellen, weil, wenn zwei Individuen symmetrisch zu einer ihrer S.-E.n verwachsen sind, dann überhaupt kein Zwilling, sondern eine parallele Verwachsung vorliegt. So sind z. B. in der holoëdrischen Abtheilung des regulären Systems die Flächen von $\infty 0 \infty$ und $\infty 0$, in der des tetragonalen $0P$, ∞P , $\infty P \infty$, des rhombischen $0P$, $\infty \bar{P} \infty$, $\infty \bar{P} \infty$ von der Function als Zw.-E. ausgeschlossen, während im triklinen eine jede Fläche als solche dienen kann. — Im Allgemeinen ist die Zw.-E. nur zu solchen Krystallflächen parallel (oder senkrecht), welche sich durch Einfachheit ihrer Parameterverhältnisse auszeichnen. Die Zw.-E. braucht nicht immer parallel einer möglichen Krystallfläche zu gehen, sie kann auch senkrecht zu einer solchen liegen.

Die Normale auf diese Zwillingsebene heisst die Zwillingssaxe (oder Drehungsaxe, Zw.-A.). Sie ist im Allgemeinen diejenige Richtung, um welche man sich den einen Krystall oder die eine Hälfte des Zwillings durch 180° verdreht vorstellen kann, damit er zum zweiten oder zu der anderen Hälfte in die Zwillingsstellung gelangt: denkt man sich anderseits das eine Individuum eines Zwillings um die Zw.-A. durch 180° herumgedreht, so wird es dem anderen Individuum parallel.

Die Drehung um 180° ist selbstverständlich nur ein Hülfsmittel für die Vorstellung von dem Zustandekommen eines Zwillings, nicht etwa ein Vorgang, der sich in der Natur zugetragen hätte. Auf diese Vorstellung von der Drehung um einen halben Kreisumfang bezieht sich auch der von Haüy eingeführte Ausdruck »Hémitropie«.

Eine zwei- oder vierzählige S.-A. des Einzelindividuums kann keine Drehungs- (oder Zwillings-)Axe sein, da durch eine 180° -Drehung um eine solche der Krystall wieder mit sich selbst zur Deckung kommt, also eine parallele Verwachsung vorliegen würde.

Wenn so im Allgemeinen Zw.-E. und Zw.-A. sich gegenseitig bedingen, so gibt es doch auch seltene Ausnahmen: Zwillingsverwachsungen von zwei rechten oder von zwei linken (nicht spiegelbildlich gleichen) enantiomorphen Formen besitzen keine Zw.-E., die in erforderlicher Weise symmetrisch gelegen wäre, wohl aber noch eine Zw.-A., um welche nach einer Drehung um 180° Deckung der Individuen erfolgt. Umgekehrt haben Zwillingsverwachsungen von je einem rechten und einem linken

(nur spiegelbildlich gleichen) enantiomorphen Individuum zwar noch eine Zw.-E., aber keine Zw.-A. mehr.

Durch Angabe des Symbols der Zw.-E., resp. der Richtung der darauf senkrecht stehenden Zw.-A. wird das der Verwachsung zu Grunde liegende sog. Zwillingsgesetz ausgedrückt. Ein und dasselbe Mineral kann verschiedene Zwillingsgesetze aufweisen: so sind 2 Individuen von Orthoklas bald nach $0P$, bald nach ∞P , bald nach $2P$ verzwillingt; Individuen des rhombischen Arsenkieses bald nach ∞P , bald nach $\bar{P}$.

Bei der Betrachtung der Zwillinge hat man besonders zweierlei Verhältnisse, nämlich die gegenseitige Stellung beider Individuen, und die Art und Weise ihrer Verwachsung zu berücksichtigen.

Nach der Stellung der Individuen sind zuvörderst Zwillinge mit parallelen Axensystemen, und Zwillinge mit geneigten (oder nicht parallelen) Axensystemen zu unterscheiden. Die Zwillinge der ersten Art (z. B. Fig. 248, 249, 257) können nur bei hemiëdrischen (sowie tetartoëdrischen und hemimorphen) Formen und Combinationen vorkommen, und stehen unter dem allgemeinen Gesetz, dass beide Individuen mit einander in derjenigen Stellung verwachsen sind, in welcher ihre beiderseitigen correlatën Theilformen aus den betreffenden holoëdrischen Stammformen als Gegenkörper abzuleiten sein, oder in welcher sie diese Stammformen reproduciren würden.

Denkt man sich an dem hierher gehörigen Zwilling der beiden Tetraëder (Fig. 248) die 8 zackentartigen Hervorragungen hinweg, so erhält man als Kernform das Oktaëder. — Diese Zwillinge der ersten Art hat *Haidinger* sehr richtig Ergänzungszwillinge genannt, weil sich die wirklich hemiëdrischen Formen beider Individuen in ihrer Vereinigung zu den betreffenden holoëdrischen Stammformen ergänzen. Bei ihnen liegen daher ungleichartige Krystallräume parallel. In Folge des geringeren Grades von Symmetrie, welchen die hemiëdrischen (und tetartoëdrischen) Krystalle gegenüber den holoëdrischen besitzen, können zwei der ersteren einen Zwilling bilden, indem sie symmetrisch zu einander in Bezug auf diejenige Ebene verwachsen, welche eben durch die Theilflächigkeit ihren Charakter als S.-E. des Krystalls verloren hat. Bei dem einzelnen Tetraëder ist die Würfeläche keine S.-E.; aber der Ergänzungszwilling zweier Tetraëder (Fig. 248) hat Symmetrie nach den Würfelächen erlangt. So werden die S.-E.n, welche in Folge der Hemiëdrie bei den einzelnen Individuen verschwunden sind, durch derartige Zwillingbildung für den Zwilling als solchen wiederhergestellt.

Zwillinge mit parallelen Axensystemen werden nicht nur von theilflächigen, sondern auch von hemimorphen Krystallen gebildet, indem 2 Individuen mit ihren übereinstimmend geformten Enden aneinanderwachsen, so dass die abweichend beschaffenen Enden dann zugleich die beiderseitige conform ausgebildete Endigung des Zwillings abgeben; so sind z. B. am Kieselzink (Fig. 13 auf S. 31) 2 hemimorphe Individuen mit denjenigen unteren Enden aneinandergewachsen, welche blos die rhombischen Pyramidenflächen zeigen, so dass der Zwilling an seinen beiden Enden die Basis $0P$ aufweist, welche bei dem Einzelindividuum keine S.-E. darstellt.

Die Zwillinge mit geneigten (oder nicht parallelen) Axensystemen finden sich sowohl bei holoëdrischen als auch bei hemiëdrischen und tetartoëdrischen Formen und Combinationen, und namentlich für sie gilt das oben allgemein Angeführte. Die Stellung beider Individuen in diesen Zwillingen der zweiten Art ist dieselbe, welche irgend ein Gegenstand zu seinem Spiegelbild hat, wobei die Zw.-E. den Spiegel darstellt; vgl. z. B. die Fig. 251, 253, 254, 263, 267, 273, 276.

Im Allgemeinen können die verschiedenen Zwillingungsverwachsungen unter folgende Fälle untergebracht werden¹⁾:

- 1) Zwillingsebene parallel einer (vorhandenen oder) möglichen Krystallfläche; der weitaus häufigste Fall; dabei ist:
 - a) auch die Zwillingssaxe parallel einer möglichen Krystallkante; z. B. der Zwilling von Zinkblende Fig. 250, bei welchem die Zw.-E. einer Oktaëderfläche, die Zw.-A. einer Kante des Rhombendodekaëders entspricht.
 - b) die Zwillingssaxe nicht parallel einer möglichen Krystallkante; z. B. die Zwillinge von Gyps (Fig. 273) oder von Augit (Fig. 274), bei denen das Orthopinakoid Zwillingsebene ist, die Normale dazu (Zwillingssaxe) aber keiner im monoklinen System möglichen Kante entspricht.
- 2) Zwillingsebene senkrecht zu einer möglichen Krystallfläche und zwar:
 - a) parallel einer in dieser liegenden Kante, also auch in einer möglichen Zone gelegen; Zwillingssaxe senkrecht zu einer Kante und in einer möglichen Fläche. Seltenes Beispiel: Glimmer.
 - b) gleichgeneigt gegen zwei, in der gedachten Krystallfläche liegende Kanten. Seltenes Beispiel: Hydrargillit.
- 3) Zwillingsebene nur senkrecht zu einer möglichen Krystallkante; die Zwillingssaxe ist alsdann parallel dieser möglichen Kante, also parallel einer möglichen Zone; z. B. Periklin.

Die unter 2) und 3) auftretenden Fälle, dass eine Zw.-E. nicht einer möglichen Krystallfläche parallel geht, sind auf das triklone und monokline System beschränkt, wo die Zw.-A. bisweilen eine der schiefen krystallographischen Axen ist und die darauf normale Zw.-E. nicht nothwendig eine krystallographische Ebene zu sein braucht.

Bisweilen lässt sich übrigens die Zwillingungsverwachsung auf mehrfache Weise beliebig deuten und zum Ausdruck bringen. Bei dem Zwilling von Augit (Fig. 274) kann das Orthopinakoid r als Zw.-E. (und Verwachsungsebene), die Normale zum Orthopinakoid als Zw.-A. gelten, der Zwilling dann dadurch entstanden gedacht werden, dass das eine von zwei parallel gestellten Individuen um diese Axe um 180° herumgedreht wird. Die Zw.-E. ist daher so eine vorhandene oder mögliche Krystallfläche, die Zw.-A. eine krystallonomisch unmögliche Richtung. Genau derselbe Zwilling entsteht aber auch, wenn das eine Individuum aus der Parallelstellung heraus um die verticale Prismenkante M/r durch 180° gedreht wird; in diesem Falle ist letztere Linie die Zw.-A., welche auf derjenigen bei der ersten Auffassung senkrecht steht. Die Zw.-E. steht zu ihr senkrecht und würde durch eine horizontale, normal auf dem Orthopinakoid stehende Fläche dargestellt. Bei dieser letzteren Deutung ist also umgekehrt die Zw.-A. die Richtung einer vorhandenen Kante, die Zw.-E. eine krystallogonomisch unmögliche Fläche. — In ähnlicher Weise lässt sich der Karlsbader Zwilling von Orthoklas (Fig. 275) erklären durch: Zw.-E. das Orthopinakoid, Zw.-A. die Normale dazu; oder: Zw.-E. die Horizontale, Zw.-A. die Verticalaxe. Vgl. auch die Anm. S. 435 unten.

Theoretisch lässt sich die Zwillingusbildung als die Erscheinung ansprechen, dass die bei der Krystallisation aus dem beweglichen in den starren Zustand übergehenden und anfänglich alle möglichen Stellungen besitzenden Molecüle in Folge einer bei der Aneinanderlagerung nur unvollständig ausgeführten Drehung auch nur theilweise parallele Orientirung erlangt haben.

O. Lehmann hat nachgewiesen, dass die Entstehung der Zwillingusbildungen von der Fähigkeit der Lösung, in welcher die Krystallisation stattfindet, abhängig sein kann. Fügt man einer Auflösung von Chlorbaryum, welches Salz nur geringe Neigung

¹⁾ Vgl. namentlich: *Tschermak*, Miner. u. petrogr. Mittheil. II. 4880. 499; Lehrbuch d. Mineralogie. Wien 1894. 78. — *Schuster*, Zeitschr. f. Krystallogr. XII. 1887. 434. — *Brögger*, ebendas. XVI. 1890. 38. — *Baumhauer*, ebendas. XXXI. 1899. 252.

zur Zwillingbildung zeigt, ein Verdickungsmittel zu, so entstehen nur Zwillingkrystalle. Die nunmehr zähere Flüssigkeit setzt nämlich derjenigen Drehung der Krystallmoleküle, welche zur parallelen Aneinanderlagerung erforderlich ist, einen grösseren Widerstand entgegen; in Folge dessen nehmen diejenigen Moleküle, deren Orientirung in dem Augenblick, in welchem sie in die Wirkungssphäre eines wachsenden Krystalls gelangen, der Zwillingstellung näher liegt, als die parallele, die erstere, d. h. die gegen den geringsten Widerstand zu erreichende Gleichgewichtslage an und geben dadurch Veranlassung zu weiterer Anlagerung von Theilchen in derselben Stellung, also zur Bildung eines Zwillingkrystalls.

§ 53. **Verwachsungsart der Individuen und Verkürzung derselben; Zwillingskanten.** Was das zweite Verhältniss, nämlich die Art und Weise der Verwachsung der Individuen betrifft, so unterscheidet man Contact-Zwillinge und Durchwachsungs-Zwillinge, je nachdem die Individuen blos an einander, oder förmlich in und durch einander gewachsen, je nachdem sie also durch Juxtaposition, oder durch Penetration verbunden sind. Im ersteren Falle nennt man die Fläche, in welcher die Verwachsung stattfindet, die Zusammensetzungsfläche oder Verwachsungsfläche; dieselbe ist in den meisten Fällen zugleich auch die Zwillingsebene (vgl. z. B. Fig. 251, 267, 273, 274); bisweilen aber berühren sich beide Individuen in einer auf der Zwillingsebene senkrecht stehenden Fläche (z. B. Fig. 275) oder auf noch andere Weise. — Im zweiten Falle findet oft nur eine theilweise Penetration, nicht selten eine vollkommene Durchkreuzung, zuweilen auch eine so völlige gegenseitige Incorporirung beider Individuen statt, dass sie nach aussen einen scheinbar einfachen Krystall darstellen (z. B. Quarz, Fig. 259).

In den durch Juxtaposition gebildeten Zwillingkrystallen erscheinen die Individuen sehr gewöhnlich in der Richtung der Zwillingssaxe mehr oder weniger verkürzt, weil das Fortwachsen des einzelnen über die Zwillingsebene als Grenzebene hinaus nicht stattgefunden hat (vgl. z. B. Fig. 251, 254, 267); ja diese Verkürzung ist gar häufig in der Weise ausgebildet, dass von jedem Individuum nur die Hälfte, und zwar die von dem anderen Individuum abgewendete Hälfte vorhanden ist. Man kann daher dergleichen Zwillingkrystalle am leichtesten construiren, wenn man sich ein Individuum durch eine der Zwillingsebene parallele Fläche in zwei Hälften geschnitten denkt, und hierauf die eine Hälfte gegen die andere um die Normale der Schnittfläche durch 180° herumdreht. Bei den Durchwachsungszwillingen findet die Fortsetzung der Individuen gegenseitig über die Zwillingsgrenze hinaus statt (vgl. Fig. 248, 269, 270).

Die Kanten und Ecken, in welchen die Flächen der beiden Individuen zusammenreffen, werden Zwillingskanten und Zwillingsecken genannt; sie sind häufig einspringend, doch haben die Individuen manchmal bei dem Wachsthum eine gewisse Neigung, die einspringenden Winkel zu verdecken oder ganz auszufüllen; dagegen ist die Demarcationslinie beider Individuen da oft gar nicht sichtbar, wo ihre Flächen oder Flächentheile in eine Ebene fallen und völlig glatt sind.

Wenn es in solchen Fällen manchmal recht schwierig ist, zu erkennen, ob ein Zwilling oder ein einfacher Krystall vorliegt, so wird wohl die Spaltbarkeit von aufklärendem Belang, da sie durch einen Zwilling nicht mehr in übereinstimmendem Verlauf fortsetzt; bei nicht regulären Krystallen tritt die Natur als Zwilling auch oft leicht durch die optische Untersuchung im durchfallenden polarisirten Licht hervor.

Sind aber die in eine Ebene fallenden Flächentheile mit einer Combinationsstreifung versehen, so gibt sich die Demarcationslinie oft durch das Zusammenstossen der beiderseitigen Streifensysteme in einer Streifungsnaht oder Zwillingsnaht zu erkennen. Bisweilen haben auch die beiderseitigen Flächentheile eine verschiedene physikalische Beschaffenheit, wodurch die Grenzen gleichfalls hervortreten.

§ 54. **Wiederholung der Zwillingsbildung; Zwillingsstreifung.** Die Zwillingsbildung wiederholt sich nicht selten, indem ein drittes Individuum mit dem zweiten (oder auch ersten) Individuum nach demselben Gesetz verbunden ist, wie das erste und zweite; so entstehen Drillingskrystalle, oder, wenn sich die Wiederholung fortsetzt, Vierlingskrystalle, Fünflingskrystalle, und endlich zwillingsartig gebildete polysynthetische Krystalle, sog. Zwillingsstöcke.

Bei dieser Wiederholung ist der Unterschied sehr wichtig, ob die successiven Zusammensetzungsflächen einander parallel sind, oder nicht. Im ersteren Falle tritt dieselbe Fläche mit den gleichen Vorzeichen ihrer Indices immer wieder von Neuem als Zw.-E. auf, die Zwillingsbildung kann sich somit unzähligmal wiederholen und liefert reihenförmige Zusammensetzungen, bei welchen alle Zwillings-ebenen parallel sind und in denen einerseits die Stellung des ersten, dritten, fünften u. s. w., anderseits die des zweiten, vierten, sechsten u. s. w. Individuums dieselbe ist. — Im zweiten Falle bleibt nicht eigentlich dieselbe specielle Krystallfläche Zw.-E., sondern tritt eine andere, zwar mit ihr krystallographisch gleichwerthige, aber durch die Vorzeichen der Indices unterschiedene als solche auf; wenn z. B. ein Individuum mit einem zweiten an der Fläche $(1\bar{1}0)$, mit einem dritten aber an der Fläche (110) verbunden ist. Es entstehen so cyklische

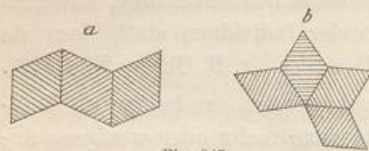


Fig. 247.

Zwillinge oder Wendezwillinge, kreisförmig in sich zurücklaufende, radförmige, bouquetförmige u. a. Gruppen. Den Gegensatz zwischen einem reihenförmigen Drilling (a) und einem cyklischen Vierling (b) zeigt schematisch die Fig. 247.

Bilden die bei den cyklischen Viellingen nach einander als Zwillings-ebenen fungirenden Krystallflächen eine Zone (z. B. ∞P im rhombischen System), so gruppieren sich die Individuen bei sonst regelmässiger Ausbildung um eine Axe, nämlich die Zonenaxe jener Zwillingsflächen; sind sie nicht tautozonal (z. B. $P\infty$ im tetragonalen System), so gruppieren sie sich um einen Punkt, nämlich denjenigen, in welchem die verschiedenen Zonenaxen der Zwillingsflächen zusammenstossen.

Bei der cyklischen Verzwillingung nicht paralleler Individuen kommt die Tendenz zur Gestaltung kreisförmiger Gruppen zur Geltung, wenn der Winkel zwischen je zwei Axensystemen angenähert ein aliquoter Theil von 360° ist. So entstehen die sechsseitigen Drillinge des Chrysoberylls (s. diesen), weil der Winkel des als Zw.-E. fungirenden Prismas $\infty P = 419^\circ 46'$, also fast $\frac{1}{3}$ von 360° ist; Fünflinge nach 0 von Goldoktaedern können hervorgehen, indem $5 \times 70^\circ 32' = \text{ca. } 360^\circ$; Achtlinge von Rutil, weil der Winkel der Axen in der Zwillingsstellung annähernd achtmal in 360° aufgeht.

Wie fast bei allen mit Juxtaposition gebildeten Zwillingskrystallen die Verkürzung der Individuen in der Richtung der Zwillingsaxe eine sehr gewöhnliche Erscheinung ist, so pflegen ganz besonders in den mit parallelen Zusammensetzungsflächen gebildeten polysynthetischen Krystallen die mittleren oder inneren

Individuen oft ausserordentlich stark verkürzt zu sein, so dass sie nur als mehr oder weniger dicke, als papierdünne oder nur durch das Mikroskop als solche wahrnehmbare Lamellen erscheinen, deren Querschnitte auf den Krystall- oder Spaltungsflächen des ganzen Aggregats eine sehr charakteristische Streifung bilden, welche man die *Zwillingsstreifung* nennt (Fig. 264, 268).

Diese *Zwillingsstreifung* (oder besser *Zwillingsriefung*) ist wesentlich verschieden von der in dem späteren § 64 erläuterten *Combinationsstreifung*. Ueberhaupt erscheinen im Gefolge der *Zwillingsbildung* einseitige Verkürzungen, Verlängerungen und andere Unregelmässigkeiten der Form sehr häufig und bisweilen in so complicirter Weise, dass die richtige Deutung mancher (zumal hemiëdrischer) *Zwillingskrystalle* mit bedeutenden Schwierigkeiten verknüpft sein kann.

§ 55. **Einige Zwillinge des regulären Systems.** Zwillinge mit parallelen Axensystemen sind nur bei Theilflächigkeit möglich, und erscheinen gewöhnlich als *Durchkreuzungszwillinge*, wie z. B. die Tetraëder des Diamants, Fig. 248, und die Pentagondodekaëder des Eisenkieses, Fig. 249 (sog. *Zwilling des eisernen Kreuzes*). Die beiden Individuen stehen in der ersten Figur symmetrisch zu einander in Bezug auf die Würfel- oder Rhombendodekaëderfläche, d. h. immer auf diejenige Ebene, die vermöge der Hemiëdrie als S.-E. ausgefallen ist.

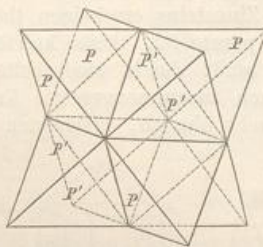


Fig. 248.

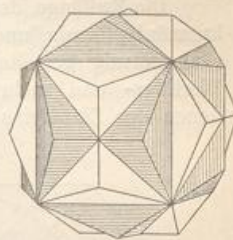


Fig. 249.

Bei den *Zwillingen* mit geneigten Axensystemen ist fast immer eine Fläche des Oktaëders die *Zw.-E.*; sie kommen häufig vor, sowohl bei holoëdrischer, als auch bei hemiëdrischer Formbildung. Die Individuen sind gewöhnlich an einander gewachsen und häufig in der Richtung der *Zw.-A.* bis auf die Hälfte verkürzt, so dass man sich dergleichen *Zwillinge* am besten vorstellen kann, wenn man sich ein Individuum durch einen centralen, parallel mit einer Oktaëderfläche geführten Schnitt halbirt, und die eine Hälfte gegen die andere um die Normale der Schnittfläche durch 180° verdreht denkt.

Auf diese Weise finden sich z. B. sehr häufig zwei Oktaëder des Spinells, Magnetisenerzes, Automolits mit einander verwachsen; Fig. 251. Nach demselben Gesetz

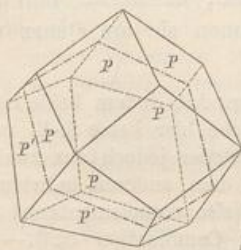


Fig. 250.

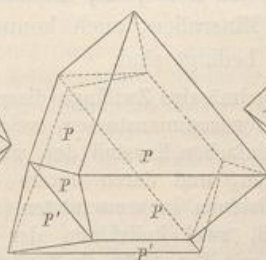


Fig. 251.

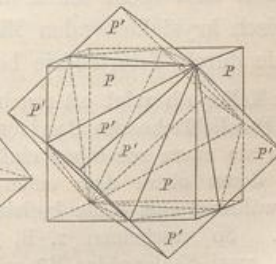


Fig. 252.

sind die Würfel des Flussspaths, Eisenkieses, Bleiglanzes als *Durchkreuzungszwillinge* gebildet; Fig. 252. Endlich kommen auch, zumal an der Zinkblende, zwei Rhomben-

dodekaeder in einer Oktaederfläche durch Juxtaposition verbunden als Zwillinge vor, in welchen ebenfalls gewöhnlich jedes Individuum sehr stark verkürzt ist; Fig. 250. Aehnlich finden sich Zwillinge des Ikositetraeders z. B. beim ged. Kupfer, Silber, Gold¹⁾.

§ 56. **Einige Zwillinge des Tetragonalsystems.** Zwillinge mit parallelen Axensystemen kommen deshalb selten vor, weil nur wenige tetragonale Mineralarten hemiëdrisch ausgebildet sind; doch finden sie sich z. B. am Kupferkies, welcher der sphenoidischen, und am Scheelit, welcher der pyramidalen Hemiëdrie unterworfen ist. — Unter den Zwillingen mit geneigten Axensystemen trifft man besonders ein Gesetz bei mehreren Mineralien verwirklicht; dasselbe lautet: Zw.-E. eine Fläche der DeuteroPyramide $P\infty$, oder eine von denjenigen Flächen, welche die Polkanten der Grundform P gerade abstumpfen; darnach sind z. B. die fast immer zwillingsartig beschaffenen Krystalle des Zinnsteins, sowie die Zwillinge des Rutilis und des Hausmannits gebildet.

Die Zwillinge des Zinnsteins erscheinen theils wie Fig. 253, wenn die Individuen kurzsäulenförmig und pyramidal, theils knieförmig wie Fig. 254, wenn sie länger säulenförmig gestaltet sind; durch wiederholte Zwillingbildung entstehen Drillings-, Vierlings- und mehrfach zusammengesetzte Krystalle. Die Zwillinge des Rutilis sind denen des Zinnsteins sehr ähnlich, erscheinen aber meist knieförmig, wie Fig. 254,

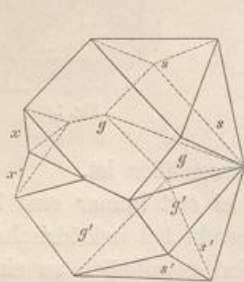


Fig. 253.

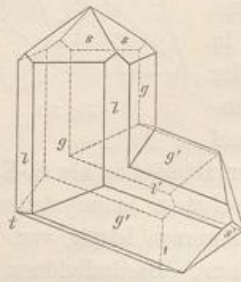


Fig. 254.

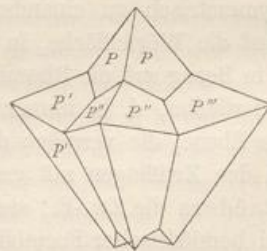


Fig. 255.

weil die Krystalle vorwiegend säulenförmig verlängert sind. Der Hausmannit besitzt Fünflinge wie Fig. 255, indem die Krystalle stets vorherrschend die Grundpyramide P zeigen, an deren Polkanten sich die Zwillingbildung bisweilen sehr symmetrisch wiederholt, so dass ein centrales Individuum den Träger der übrigen bildet. Kupferkies bildet ganz ähnliche Zwillinge.

§ 57. **Einige Zwillinge des Hexagonalsystems.** Solche mit parallelen Axensystemen sind nicht selten am Kalkspath, Chabasit, Eisenglanz und anderen rhomboëdrisch krystallisirenden Mineralien; auch kommen sie am Quarz vor, bei welchem sie durch Tetartoëdrie bedingt sind.

Der Kalkspath zeigt oft regelmässige Zwillinge dieser Art, indem beide Individuen in einer Parallellfläche der Basis zusammenstossen, welche hier keine S.-E. mehr ist; so stellen sie einen scheinbar einfachen Krystall dar, welcher jedoch aus zwei Hälften besteht, deren obere dem einen, und deren untere dem anderen Individuum angehört, während sich beide Individuen in verwendeter (also complementärer) Stellung befinden. So erscheinen z. B. zwei Individuen der Combination $\infty R. - \frac{1}{2}R$ wie Fig. 256, zwei Skalenoëder $R3$ wie Fig. 257; die Spaltungsflächen liegen jedesmal in

¹⁾ Sehr lehrreich für die Zwillingbildung nach der Oktaederfläche im regulären System sind J. Strüver's Mittheilungen über polysynthetische Spinellgruppen (Z. f. Kryst. II. 4878. 480).

den beiden Individuen nach verschiedener Richtung. — Der Quarz zeigt besonders in den reineren Varietäten, als sog. Bergkrystall, Zwillinge (sog. Dauphinéer Gesetz), welche wesentlich durch den tetartoëdrischen Charakter seiner Krystallreihe ermöglicht werden, in Folge dessen z. B. die Pyramide P in zwei, geometrisch gleiche, aber physikalisch differente Rhomboëder p und z zerfällt; Fig. 258. Zwei gleichartige, d. h. entweder zwei rechte oder zwei linke Individuen sind, indem eine Fläche des Prismas ∞R oder die Basis $0R^1$ als Zw.-E. gilt, bisweilen an einander gewachsen, ungefähr so wie in Fig. 258, wobei $+R(p)$ des einen parallel ist $-R(z)$ des anderen und alle Axen, namentlich auch die Verticalaxen in beiden parallel sind; dabei erlangt der Zwilling als solcher die Symmetrie der trapezoëdrischen Hemiëdrie. Viel häufiger aber sind dann die Individuen durch einander gewachsen, wobei sie sich



Fig. 256.

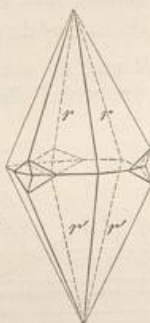


Fig. 257.

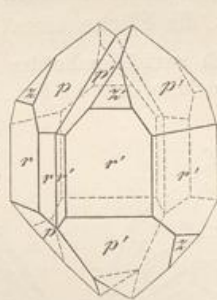


Fig. 258.



Fig. 259.



Fig. 260.

gewöhnlich in ganz unregelmässig begrenzten Partien gegenseitig umschliessen und durchdringen, und scheinbar einfache Krystalle darstellen, deren Oberfläche jedoch theilweise dem einen, theilweise dem anderen Individuum angehört, wie z. B. in Fig. 259; hier sind die Theile des einen Individuums schraffirt, um sie von denen des anderen zu unterscheiden, wie dies in der Natur durch einen Gegensatz von matten und glänzenden Stellen hervorgebracht wird, wobei häufiger als es auf den ersten Blick scheinen will, Niveaudifferenzen der einzelnen Partien zu beobachten sind. Wenn an einem solchen Durchwachsungszwilling die tetartoëdrischen Flächen eines trigonalen Trapezoëders auftreten, so sind dieselben an allen aufeinanderfolgenden Ecken zu beobachten (Fig. 260), während sie bei einem einfachen Individuum blos an den abwechselnden Ecken erscheinen; diese Flächen können übrigens nach Maassgabe der Durchdringung in der verschiedensten Zahl und Vertheilung vorhanden sein, so können z. B. oben alle 6, unten gar keine auftreten u. s. w. — Der Quarz bildet aber auch noch andere Ergänzungszwillinge (sog. Brasilianisches Gesetz), indem ein rechtes und ein linkes Individuum in paralleler Stellung der Verticalaxen mit einander verbunden sind, wobei sie nach einer Fläche von ∞P_2 zu einander symmetrisch stehen; dadurch geschieht es, dass zwei trigonale Trapezoëder (x) derselben Rhomboëderfläche anliegen, und zusammen wie ein Skalenoëder auftreten (Fig. 261). Durch diese Zwillingsbildung wird eben die Symmetrie der rhomboëdrischen Hemiëdrie wiederhergestellt.

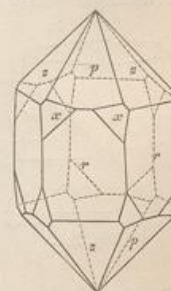


Fig. 261.

1) Denkt man sich 2 Rhomboëder zu einander symmetrisch in Bezug auf eine Fläche von ∞R , so sind ihre Axen c parallel und das eine hat diejenige Richtung der Flächen, welche am anderen Krystall das negative haben würde. Genau dieselbe relative Stellung der beiden Krystalle wird aber auch erhalten, wenn man das eine Rhomboëder durch 180° um die Axe c dreht, d. h. wenn man die Basis als Zwillingssebene betrachtet. Die Ausdrücke »Zwillingsbildung mit parallelen Axensystemen«, »Zwillingssebene die Basis $0R$ «, »Zwillingssebene ∞R « sind daher bei der rhomboëdrischen Hemiëdrie und auch hier gleichbedeutend.

Bei rhomboëdrisch-tetartoëdrischen Substanzen gewinnen Durchkreuzungszwillinge nach der Basis die Symmetrie der pyramidalen Hemiëdrie, solche nach einem hexagonalen Prisma diejenige der rhomboëdrischen Hemiëdrie. — Besitzen rhomboëdrisch-hemimorphe Individuen ∞P_2 als Zw.-E. und $0R$ als Zusammensetzungsfläche, so wird die Symmetrie der rhomboëdrischen Hemiëdrie hergestellt. — Bemerkenswerth sind noch die Zwillingbildungen bei der Hemimorphie der pyramidalen Hemiëdrie: symmetrische Verwachsung nach $0P$ stellt die Symmetrie der pyramidalen Hemiëdrie wieder her; solche nach ∞P und ∞P_2 diejenige der Hemimorphie der Holoëdrie. Sind beide Gesetze vereinigt und dabei die Individuen durcheinander gewachsen, so entstehen Formen von anscheinend holoëdrisch-hexagonaler Symmetrie (Nephelin).

Zwillinge mit geneigten Axensystemen kommen häufig und nach verschiedenen Gesetzen vor; doch ist meist die Fläche eines Rhomboëders die Zw.-E.

So finden sich oft am Kalkspath zwei Rhomboëder R und R' nach dem Gesetz: Zw.-E. eine Fläche von $-\frac{1}{2}R$ verwachsen, wie in Fig. 262, wobei die in A und A'

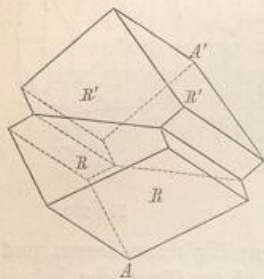


Fig. 262.

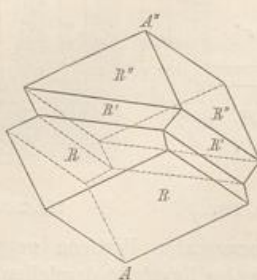


Fig. 263.

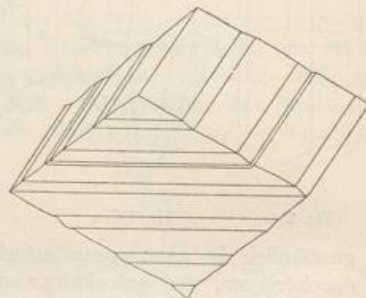


Fig. 264.

endenden Verticalaxen beider Individuen einen Winkel von $127^\circ 34'$ bilden. Diese Zwillingbildung wiederholt sich nicht selten, indem ein drittes Ind. R'' hinzutritt,

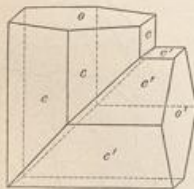


Fig. 265.

welches sich mit dem ersten Ind. R in paralleler Stellung befindet; dann pflegt das mittlere Ind. R' sehr stark verkürzt und nur als eine mehr oder weniger dicke Lamelle ausgebildet zu sein, welche dem scheinbar einfachen, wesentlich von R und R'' gebildeten Krystall eingeschaltet ist; Fig. 263. Häufig sind so viele sehr dünne lamellare Individuen in einem grösseren Spaltungsstück eingewachsen, an welchem dann zwei Gegenflächen eine, durch die Querschnitte der Lamellen gebildete, der längeren Diagonale parallele Zwillingstreifung zeigen; Fig. 264. — Sind

zwei Kalkspathkrystalle nach dem Gesetz: Zw.-E. eine Fläche von R verwachsen, so bilden ihre Verticalaxen den Winkel von $89^\circ 8'$, sind also fast rechtwinkelig auf einander; Fig. 265.

§ 58. Einige Zwillinge des rhombischen Systems. Zwillinge mit parallelen Axensystemen sind bis jetzt nur sehr selten beobachtet worden, weil die sie bedingende hemiëdrische Ausbildung zu den seltenen Erscheinungen gehört. Sehr häufig sind dagegen Zwillinge mit geneigten Axensystemen, besonders nach dem Gesetz: Zw.-E. eine Fläche des Grundprismas ∞P ; z. B. sehr ausgezeichnet am Aragonit, Cerussit, Markasit, Melanglanz, Arsenkies, Bournonit.

Am Aragonit sind die Individuen theils durch, theils an einander gewachsen; das letztere ist z. B. der Fall in dem, Fig. 267 dargestellten Zwilling der Combination $\infty P. \infty P. \infty P. \infty P$. Diese Verwachsung wiederholt sich häufig mit durchgängig parallelen

Zusammensetzungsflächen, wodurch reihenförmige Aggregate entstehen, wie Fig. 268, in welchen sich die ungeradzähligen Individuen einerseits, und die geradzähligen Individuen andererseits zu einander in paralleler, je zwei auf einander folgende Individuen aber in der Zwillingsstellung befinden. Gewöhnlich sind jedoch die inneren Individuen so stark verschmälert, dass sie nur wie dünne, einem grösseren Krystall einverleibte Lamellen erscheinen, welche auf den Flächen $\bar{P}\infty$ und $\infty\bar{P}$ dieses Krystalls mit einer deutlichen Zwillingsstreifung hervortreten.

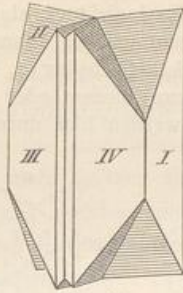


Fig. 266.

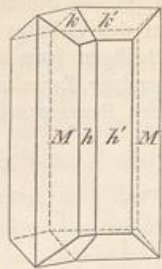


Fig. 267.

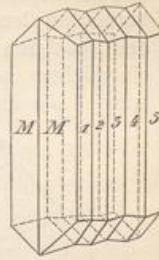


Fig. 268.

Auch wiederholt sich dieselbe Zwillingsbildung mit geneigten Zusammensetzungsflächen, wodurch kreisförmig in sich selbst zurücklaufende Aggregate entstehen, wie z. B. der in Fig. 266 abgebildete Vierlingskrystall der Combination $\infty P.2\bar{P}\infty$. Ganz ähnliche Erscheinungen zeigen der Cerussit und Bournonit.

Der Staurolith ist durch seine kreuzförmigen Zwillingskrystalle sehr ausgezeichnet. Seine Individuen stellen gewöhnlich die säulenförmige Combination $\infty P.\infty\bar{P}\infty.0P$ dar; die Zwillinge sind namentlich nach zwei Gesetzen gebildet:

- 1) Zwillingssebene eine Fläche des Brachydomas $\frac{3}{2}\bar{P}\infty$; die Verticalaxen beider Individuen schneiden sich fast rechtwinkelig; der Zwilling erscheint wie Fig. 269.
- 2) Zwillingssebene eine Fläche der Brachypyramide $\frac{3}{2}\bar{P}\frac{3}{2}$; die Verticalaxen und ebenso die Brachypinaköide (o) beider Individuen schneiden sich ungefähr unter 60° , und der Zwillingskrystall erscheint wie Fig. 270.

Endlich mag noch des Arsenkieses gedacht werden, welcher ausser den oben erwähnten Verwachsungen, bei denen ∞P die Zwillingssebene ist, noch ein anderes

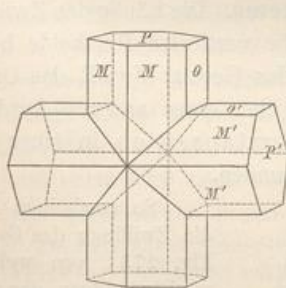


Fig. 269.

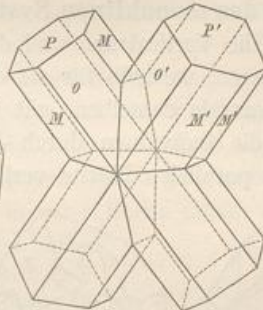


Fig. 270.

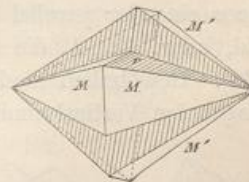


Fig. 271.

Gesetz (Fig. 271) aufweist, nach welchem für die zwei Individuen das Makrodoma $\bar{P}\infty$ die Zw.-E. darstellt; die Verticalaxen beider Individuen sind dabei unter $59^\circ 42'$ gegen einander geneigt, das sehr flache Brachydoma ist charakteristisch gestreift.

Es mögen hier noch einige Bemerkungen folgen über wiederholte Zwillingsbildungen bei rhombischen Krystallen mit einem 120° genäherten Prismenwinkel (Fig. 272). Bei cyklischer Verwachsung mit Juxtaposition liegen z. B. 3 Individuen um einen gemeinsamen Mittelpunkt und der schmale keilförmige Zwischenraum, welcher in Folge der Abweichung des Prismenwinkels von 120° zwischen den Individuen 1 und 3 bleibt, wird dann durch Ausdehnung dieser beiden letzteren ausgefüllt, die

längs einer unregelmässig verlaufenden Fläche aneinandergrenzen (*a*). Oder es verzwillingt sich mit Ind. 2 ein drittes, gleichzeitig mit Ind. 4 ein viertes, wobei dann ebenfalls die Ind. 3 und 4 nur unvollständig entwickelt sein können und unregelmässig aneinandergrenzen (*b*). — Stossen die Individuen aber mit ihren scharfen Prismenkannten im Centrum des Viellings zusammen, so können sich noch mehr derselben an dem letzteren betheiligen (wie an dem Sechsling *c*, wo abermals zwischen 1 und 6 ein kleiner keilförmiger Zwischenraum bleiben oder eine irreguläre Fläche verlaufen würde; die äusseren Begrenzungen werden hier durch die Längsflächen gebildet). —

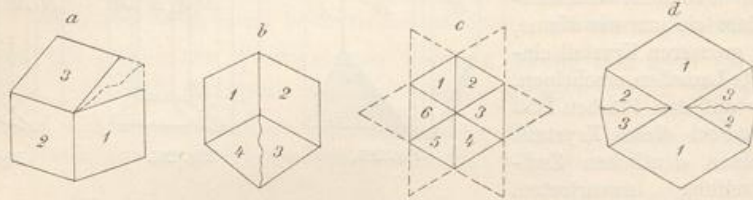


Fig. 272.

Eine ganz ähnliche Gestalt wie *c* kann aber auch durch Penetration entstehen, indem die Ind. 1, 2, 3 sich über den gemeinsamen Berührungspunkt und über die Zwillingsgrenze hinaus fortsetzen, wobei dann 4 mit 1, 5 mit 2, 6 mit 3 je ein einziges Individuum bilden und theoretisch auch hier diametral gegenüberliegende Zwischenfugen z. B. zwischen 1 und 6, zwischen 3 und 4 entstehen müssen, welche aber ebenfalls durch Fortwachsen der Individuen bis zur gegenseitigen Berührung ausgefüllt werden. *d* zeigt noch eine Penetration, bei welcher die beiden kleineren Ind. 2 und 3, jedes aus zwei isolirten Hälften bestehend, rechts und links keilförmig in das grosse Ind. 1 eingeschoben sind. — Ueberall offenbart sich das Bestreben der Substanz, den Raum möglichst gleichmässig auszufüllen.

Bei diesen Viellingen ist es eine häufige Erscheinung, dass sich von einem Individuum kleine blatt- und zahnähnliche Fortsätze unter Bewahrung der gegenseitigen Zwillingstellung in die benachbarten hinein erstrecken, wodurch oft ein äusserst complicirtes gewebeartiges Ineinandergreifen entsteht.

§ 59. Einige Zwillinge des monoklinen Systems. Die häufigsten Zwillinge sind hier solche, bei welchen die Verticalaxen und die verticalen Pinakoide beider Individuen einander parallel liegen, weshalb für sie das Gesetz: Zw.-E. das Orthopinakoid, oder: Zw.-A. die Normale desselben, gilt (über einen anderen Ausdruck s. S. 130). Gewöhnlich sind die Individuen durch Juxtaposition in einer dem orthodiagonalen Verticalschnitt parallelen Fläche verbunden.

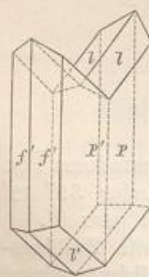


Fig. 273.

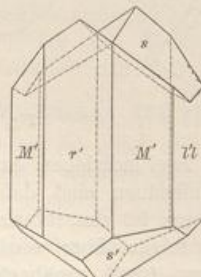


Fig. 274.

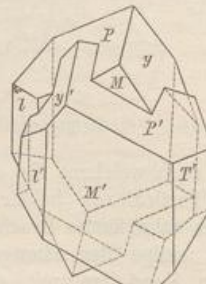


Fig. 275.

gebildet, Fig. 274, deren Individuen die Combination $\infty P. \infty P'. \infty P. \infty P'$ darstellen, und gleichfalls sehr symmetrisch gestaltet und sehr regelmässig verwachsen zu sein

So erscheinen z. B. die Zwillinge des Gypses, Fig. 273, von welchem zwei Individuen der Combination $\infty P. \infty P'. \infty P. \infty P'$ oft so regelmässig mit einander verwachsen sind, dass die Flächen des Klinopinakoids (*P* und *P'*) beiderseits in eine Ebene fallen. Auf ganz ähnliche Weise sind die gewöhnlichen Zwillinge des Augits

pflegen, ohne irgendeine Demarcationslinie auf den Flächen des Klinopinakoids erkennen zu lassen. Die beiderseitigen Hemipyramiden $P(s)$ bilden (ebenso wie die Hemipyramiden $-P$ am Gyps) einerseits einspringende, anderseits ausspringende Zwillingskanten. Ähnliche Erscheinungen wiederholen sich bei der Hornblende, dem Wolframit und bei anderen Mineralien.

In anderen Fällen zeigen sich die Individuen durch Penetration verbunden, indem sie in der Richtung der Orthodiagonale mehr oder weniger in einander geschoben sind, und sich theilweise umschliessen und durchkreuzen. Diese Verwachsung ist auch am Gyps nicht selten, am Orthoklas und Sanidin aber sehr häufig. Die Verwachsungsebene, welche hier nicht mit der Zwillingsebene zusammenfällt, geht dabei oft dem Klinopinakoid mehr oder weniger parallel.

Die Individuen des Orthoklases zeigen gewöhnlich Formen, denen wesentlich die Combination $\infty P \infty . \infty P . 0P . 2P \infty$ zu Grunde liegt (vgl. S. 112). Zwei dergleichen Krystalle sind nun seitwärts in einander geschoben, wie es Fig. 275 zeigt, und lassen dabei noch einen, zuerst von Weiss hervorgehobenen Unterschied wahrnehmen, je nachdem sie einander ihre rechten oder ihre linken Seiten zukehren. So stellt z. B. Fig. 275 einen Zwilling mit links verwachsenen Individuen dar. Um dieses rechts und links zu bestimmen, denkt man sich selbst in dem einzelnen Individuum so aufrecht stehend, dass das Gesicht nach der schiefen Basis $0P$ (der im Bilde mit P bezeichneten Fläche) gewendet ist. — Sehr belehrend für die Zwillingsbildungen des monoklinen Systems sind auch diejenigen des Glimmers (vgl. diesen im systematischen Theil), bei welchem die Individuen bald neben-, bald übereinandergewachsen sind. — Sind zwei hemiëdrisch-monokline Individuen nach dem Orthopinakoid verzwillingt, so wird die durch die Hemiëdrie verloren gegangene S.-A. wieder erworben und der Zwilling erhält holoëdrisch-monokline Symmetrie (z. B. Skolecit).

§ 60. Einige Zwillinge des triklinen Systems. Hier kommen häufig ein paar Zwillingsbildungen vor, welche zur Unterscheidung der triklinen und monoklinen Feldspathe von grosser Wichtigkeit sind. Die eine dieser Bildungen steht unter dem Gesetz: Zw.-E. das Brachypinakoid, oder Zw.-A. die Normale des brachydiagonalen Verticalschnitts. Da nun dieser Verticalschnitt und die Basis in den triklinen Feldspathen nicht mehr rechtwinkelig auf einander sind, so müssen in solchen Zwillingen die beiderseitigen Basen einerseits ausspringende, anderseits einspringende Winkel bilden, wogegen bei den monoklinen Feldspathen (wo das Brachypinakoid dem als S.-E. vorhandenen und deshalb als Zw.-E. ausgeschlossenen Klinopinakoid entspricht) nach analogem Gesetz gar keine Zwillinge entstehen können, und die beiderseitigen Basen in eine Ebene fallen würden.

Die Krystalle der unter dem Namen Plagioklas vereinigten triklinen Feldspathe (z. B. Albit) lassen diese Zusammensetzung nach $\infty P \infty$ sehr häufig wahrnehmen, Fig. 276, und die dadurch von den beiderseitigen Flächen $0P$ (P und P') und ebenso von den beiderseitigen $P' \infty$ (oder x und x') gebildeten sehr stumpfen aus- und einspringenden Winkel sind eine höchst charakteristische Erscheinung, durch welche diese Mineralien auf den ersten

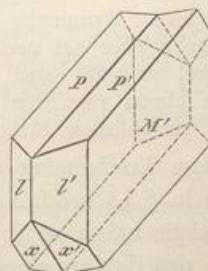


Fig. 276.

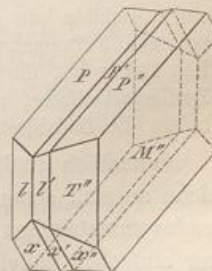


Fig. 277.

Blick ihre triklinen Natur zu erkennen geben. Diese Zusammensetzung wiederholt sich gewöhnlich, und so entstehen zunächst Drillingskrystalle wie Fig. 277, in welchen meist

das mittlere Individuum eine dünne lamellare Form hat, so dass der ganze Drilling wie ein (aus den beiden äusseren Individuen bestehender) einfacher Krystall erscheint, welchem eine Krystalllamelle eingewachsen ist. Findet die Wiederholung mehrfach statt, so sind gewöhnlich alle inneren Individuen zu solch dünnen Lamellen verkürzt, und dann erscheint auf den Flächen P und x des Zwillingsstocks eine ausgezeichnete Zwillingsstreifung, nicht selten so fein, dass sie erst unter der Loupe oder in Dünnschliffen unter dem Mikroskop sichtbar wird. Ueber andere Zwillingsverwachsungen trikliner Krystalle vgl. Albit, Anorthit.

Allgemein gilt die Bemerkung, dass auch zwei Zwillinge, von denen ein jeder nach demselben bestimmten Gesetz gebildet ist, nach einem anderen Gesetz zu einem Doppelzwillings zusammenwachsen können. So geschieht es z. B., dass zwei Zwillinge des Plagioklases, von denen jeder wie Fig. 276 gebildet ist, in solcher Stellung und nach entsprechendem Gesetz mit einander verwachsen sind, wie es Fig. 275 für die beiden einfachen Orthoklas-Individuen zeigt.

§ 64. **Erhöhung der Symmetrie durch Zwillingsbildung.** Als sehr bemerkenswerth ist es schon in dem Vorstehenden an vielen Stellen ersichtlich geworden, dass den durch Zwillingsverwachsung entstehenden Formen höhere und vollkommener Symmetrieverhältnisse eigen sind, als den betreffenden Einzelindividuen. So erlangen z. B. die nach ∞P gebildeten einfachen Zwillinge der triklinen Feldspathe (Fig. 276) die Symmetrie des monoklinen Systems, die Zwillinge der monoklinen Mineralien Augit, Hornblende, Gyps, Titanit (z. B. Fig. 273, 274) die Symmetrie des regelmässigeren rhombischen; die Drillinge des rhombischen Witherits erscheinen wie hexagonale Formen (Fig. 272c).

Die monoklinen Individuen des Phillipsits sind sogar fähig, durch wiederholte Zwillingsbildung Gestalten von der Symmetrie des regulären Systems zu erlangen. Fig. 278 stellt einen, rhombische Symmetrie besitzenden Zwillings zweier monokliner Individuen nach der Basis dar; in Fig. 279 sind 2 Zwillinge dieser Art nach P zu

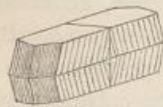


Fig. 278.



Fig. 279.



Fig. 280.



Fig. 281.

einem Gebilde von tetragonaler Symmetrie durcheinandergewachsen; in Fig. 280 erscheinen 3 Doppelzwillinge solcher Art nach ∞P vereinigt, und wenn darin, wie es Fig. 281 zeigt, die Winkel ausgefüllt sind, so gleicht die Form, abgesehen von der Zwillingsstreifung, genau einem regulären Rhombendodekaeder mit 9 S.-E.n; darin haben die Individuen 12 verschiedene Stellungen.

Namentlich findet diese Erscheinung aber noch statt bei Mineralsubstanzen, welche an sich schon die in § 48 erwähnte Pseudosymmetrie besitzen. Diese pseudosymmetrischen Krystalle haben nicht nur die Neigung, in den Combinationen ihrer einfachen Individuen den Habitus eines anderen höheren Systems anzunehmen, sondern es dienen auch gerade die Flächen, welche beinahe den charakteristischen Winkel des letzteren einschliessen, bei ihnen als Zwillingsebenen und ihre Winkelverhältnisse überhaupt ermöglichen nebenbei eine Ausfüllung der sonst für die

Zwillinge bezeichnenden einspringenden Kanten. Indem bei solchen Grenzformen die Zwillingsbildung gleichzeitig nach allen ähnlich gelegenen Ebenen erfolgt, und jede Zwillingsebene eine S.-E. des ganzen Baues liefert, werden durch complicirte Repetition der Zwillingsbildung, bei der namentlich cyklische Verwachsung sowie die Ausdehnung über die gemeinsame Axe oder den gemeinsamen Punkt hinaus eine Rolle spielt, Gestalten erworben, welche die Formen eines Krystallsystems höherer Symmetrie nachahmen. Dieselben werden nach *Tschermak* mimetische Krystalle genannt; die Erscheinung selbst heisst alsdann Mimesie und sie gewinnt natürlich ein besonderes Interesse, wenn sie nicht zufällig und vereinzelt, sondern constant auftritt, d. h. wenn sie von allen Krystallen desselben Minerals dargeboten wird¹⁾. Solche mimetische Mineralien pflegen durch eine Streifung oder Sculptur auf den Krystallflächen, sodann durch die Inconstanz der Kantenwinkel, ferner durch die Unvereinbarkeit der optischen Charaktere mit den geometrischen gekennzeichnet zu werden.

Die Zahl der hierher zu rechnenden Vorkommnisse ist in neuerer Zeit bedeutend erweitert worden, indem die optische Untersuchung dünner Platten (bisweilen verbunden mit dem Studium der Aetzfiguren) oder kleine Abweichungen in den Winkelverhältnissen auf das Resultat geleiteten, dass die Gestalt mancher Mineralien, welche man von jeher als einem regelmässigeren Krystallsystem wirklich angehörig erachtete, nur eine Sammelform sehr zahlreicher, in verwickelter Zwillingsstellung befindlicher Individuen eines minder symmetrischen Systems sei. So ist nach *Becke* das Rhomboëder des Chabasits ein Complex trikliner, nach *Grosse-Bohle* das Oktaëder des Senarmontits ein Complex monokliner Individuen. *Tschermak* wies nach, dass der rhomboëdrisch erscheinende Pennin eine Sammelform dünner, in Zwillingsstellung übereinander gelagerter monokliner Lamellen ist. Ebenso bildet der triklone Mikroklin-Feldspath mimetisch-monokline Formen. — In gewissen der auf diesem Gebiete hervorgehobenen Fälle ist freilich die Vermuthung nicht ausgeschlossen, dass die optischen Erscheinungen, auf Grund deren sowohl die Existenz als das Krystallsystem der Einzelindividuen erschlossen wurde, nicht auch noch einer anderen Deutung fähig sind.

§ 62. Zwillingsbildung durch Druck und Erwärmung. Die Zwillingsbildung, in den meisten Fällen schon anfänglich beim Wachsthum der Krystalle zu Stande gekommen, kann aber auch hin und wieder das Resultat eines secundären Vorgangs sein, indem sie erst später an einem ursprünglich nicht verzwilligten Krystall herbeigeführt worden ist. Es ist nachgewiesen, dass eine solche secundäre Zwillingsbildung bei gewissen Mineralien einerseits durch Druck, andererseits durch Erwärmung erzeugt werden kann.

Durch einen geeigneten Druck kann z. B. bei einem Spaltungsrhomboëder des Kalkspaths eine einfache oder lamellar-polysynthetische Zwillingsbildung nach einer Fläche von $-\frac{1}{2}R$ hervorgerufen werden (vgl. § 94). Man ist daher geneigt, die Ursache der so oft bei den Kalkspath-Individuen gröberkörniger Marmore wahr-

¹⁾ Zu den eigentlich mimetischen Krystallen scheint man diejenigen nicht rechnen zu sollen, welche zwar in der gewöhnlichen Beobachtungstemperatur ebenfalls solche, aus zwillingsmässig verwachsenen, minder symmetrischen Theilen bestehende Formen höherer Symmetrie besitzen, aber in hoher Temperatur diesen Aufbau verlieren und eine physikalische Beschaffenheit annehmen, die mit jener höheren Symmetrie übereinstimmt, z. B. der Leucit, Tridymit, Boracit. Denn in diesem Falle handelt es sich aller Wahrscheinlichkeit nach bei den Krystallen, wie sie jetzt vorliegen, nicht um einen ursprünglichen Aufbau aus so zusammengefügteten Gebilden, sondern es ist im Rahmen der schon bestehenden höher symmetrischen Gestalt erst secundär ein Zerfall in minder symmetrische Theile erfolgt.

zunehmenden Zwillingstreifung in dem gegenseitigen Druck zu erblicken, welchen die Krystallkörner gelegentlich der Gebirgserhebung auf einander ausübten. *Linck* wies nach, dass die beim Kalkspath in Dünnschliffen beobachtbare Zwillingstreifung selbst erst bei der Herstellung des Präparats durch Druck nachträglich entstanden sein kann (N. Jahrb. f. Min. 1883. I. 204). Auch für andere Gesteinsgemengtheile ist es in hohem Grade wahrscheinlich, dass bisweilen die polysynthetische Zwillingbildung nicht eine ursprüngliche, sondern erst durch spätere mechanische Wirkung in Folge des Gebirgsdrucks entstandene oder modificirte ist, so bei Diallagen, bei Feldspathen, für welche *van Werveke* auf Vorkommnisse hinwies, die eine solche Erklärung begründen (z. B. Gebundensein der Lamellen in ihrem Dasein, ihrem Verlauf und ihrer Ausdehnung an Bruchlinien im Krystall, wobei das Absetzen der Lamellen an den Rissen nicht als Verwerfung gedeutet werden kann; vgl. N. Jahrb. f. Min. 1883. II. 98). — Weitere Beispiele einer durch Druck auf künstlichem Wege herbeiführbaren Zwillingbildung bieten Antimon und Wismut, bei denen sie nach $\frac{1}{2}R$, Diopsid, wo sie nach OP erfolgt.

Nachdem *Mallard* schon an Platten von künstlichen Krystallen des rhombischen schwefelsauren Kali gefunden hatte, dass beim Erhitzen derselben die nach ∞P oder ∞P_3 vorhandenen verzwilligten Lamellen sich erheblich vermehren, gelang es *Baumhauer* auch an vorher als einfach erkannten Platten dieses Salzes durch Temperaturerhöhung eine solche polysynthetische Zwillingbildung erst hervorzurufen; dieselbe wurde auch in Platten von chromsaurem Kali durch Erhitzen bis zum schwachen Glühen reichlich und in grosser Feinheit erzeugt (Zeitschr. d. geol. Ges. XXV. 1883. 639). *Mügge* erhielt in Spaltstücken von Anhydrit durch Erwärmen zahlreiche parallel $P\infty$ eingelagerte Zwillinglamellen.

Bei mehren Substanzen, welche äusserlich Formen eines höheren Symmetriegrades besitzen, aber innerlich aus Zwillingverwachsungen von minder symmetrischen Theilen bestehen, geht umgekehrt diese in gewöhnlicher Temperatur ersichtliche Zwillingbildung bei stärkerer Erwärmung verloren und die Krystalle erlangen dann eine optische Beschaffenheit, welche mit ihrer Form im Einklang steht; z. B. beim Boracit, Tridymit, Leucit. Weitere Angaben über diese eigenthümlichen Erscheinungen finden sich bei der Beschreibung der genannten Mineralien im Speciellen Theil.

c) Gesetzmässige Verwachsung ungleichartiger Substanzen.

§ 63. **Beispiele derselben.** Noch merkwürdiger, als die vorher betrachteten Verwachsungen, sind diejenigen, welche zuweilen zwischen Krystallen wesentlich verschiedener Mineralarten vorkommen und ebenfalls auf eine gesetzmässige Weise erfolgen. Die auch formell abweichenden Individuen sind dabei so gegen einander orientirt, dass beide mindestens eine Krystallfläche und eine dieselbe begrenzende Kante parallel haben. So kennt man schon lange die von *Germar* zuerst 1847 beschriebenen Verwachsungen des blauen triklinen Disthens und des braunrothen rhombischen Stauroliths, in welchen beiderseits eine Fläche und eine Axe parallel sind. *Breithaupt* wies interessante Verwachsungen von Eisenglanz (rhomboëdrisch) und Rutil (tetragonal) nach, bei welchen kleine Krystalle des letzteren auf einem grösseren Krystall des ersteren so aufgewachsen sind, dass für die Hauptaxe und gewisse Flächen des Rutils ein Parallelismus zu den Zwischenaxen und gewissen Flächen des Eisenglanzes hergestellt wird. — Auf gleiche Weise sind zuweilen grössere Krystalle des monoklinen Orthoklases (z. B. von Baveno und Elba, von Hirschberg und Striegau in Schlesien) mit kleinen Krystallen von triklinem Albit in einer möglichst parallelen Stellung besetzt, oder auch auf einzelnen ihrer Flächen mit krystallisiertem Albit überzogen; eine Verwachsung, welche *Leopold v. Buch*

schon im Jahre 1826 nach ihrer Gesetzmässigkeit richtig erkannt und beschrieben hat. — Der Speer kies, eine durch ihre Zwillingskrystalle ausgezeichnete Varietät des rhombischen Markasits, ist öfters mit kleinen Krystallen des regulären Pyrits besetzt, welche sich zu den Krystallen des ersteren in gesetzmässiger Stellung befinden. Flussspath und Pyrit stellen sich gegenseitig so, dass die drei Hauptaxen des regulären Systems parallel sind. Ein schönes Beispiel liefert auch die Erscheinung, dass durch einen nach OP etwas abgeplatteten Krystall von Xenotim ein säulenförmiger von Zirkon senkrecht hindurchgewachsen ist, wobei die Verticalaxen und die Flächen $\infty P \infty$ (s) beider tetragonalen Mineralien parallel sind (Fig. 282).

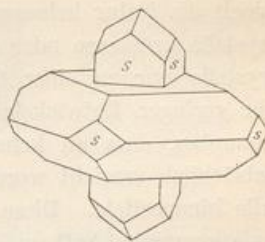


Fig. 282.

Ueber die speciellen Verwachsungsbeziehungen vgl. die Beschreibung der betreffenden Mineralien in dem systematischen Theil. — *Haidinger* erkannte zuerst eine Verwachsung zwischen Pyroxen und Amphibol, bei welcher viele lamellare Individuen beider Mineralien mit paralleler Lage der beiderseitigen Verticalaxen und Orthodiagonalen abwechselnd verbunden sind, und einen Theil von dem bilden, was man Smaragdit genannt hat. *G. Rose* beschrieb 1869 die regelmässige Verwachsung der verschiedenen Glimmerarten; *G. vom Rath* hob die Gesetzmässigkeit derjenigen von Eisenglanz und Magnoferrit hervor. — Bei der Verwachsung von Quarz und Kalkspath ist eine Quarzfläche R mit einer Kalkspathfläche $-\frac{1}{2}R$ und ausserdem die Kante zwischen R und ∞R beim Quarz mit der horizontalen Diagonale der Kalkspathfläche $-\frac{1}{2}R$ parallel. Vgl. ferner in dem systematischen Theil z. B. Rutil und Eisenkies.

Bei diesen Verwachsungen zeigt sich bisweilen die Erscheinung, dass das deckende Mineral nur auf gewissen Flächen des Trägers zum orientirten Absatz gekommen ist; wie denn die Albitkrystalle fast ausschliesslich auf den Flächen der Prismenzone des Orthoklases, die Rutil stets nur auf der Basis des Eisenglanzes, die Staurolithe immer nur auf $\infty \bar{P} \infty$ des Disthens sitzen.

Hierher sind auch die eigenthümlichen feindrusigen Ueberzüge von Kupferkies über Krystallen von Fahlerz und Zinkblende zu rechnen, in welchen die kleinen Individuen des Kupferkieses eine sehr regelmässige Stellung gegen die regulären Formen der anderen Schwefelmetalle behaupten. Und ebenso gehört hierher die von *Scheerer* mit dem Namen Interposition belegte Erscheinung, welche wesentlich darin besteht, dass grösseren Krystallen oder Individuen eines Minerals sehr viele, ausserordentlich kleine Lamellen eines anderen in paralleler und regelmässiger Lage innerlich eingewachsen sind, wofür der sog. Sonnenstein und der Glimmer von South-Burgess in Canada ein paar ausgezeichnete Beispiele liefern. Derartige orientirte Einwachsungen von mikroskopischer Kleinheit sind in sehr vielen Individuen des Mineralreichs vorhanden (vgl. § 69).

9. Von der Ausbildungsweise der Krystalle und den Unregelmässigkeiten ihres Wachsthums.

a) Aeussere Ausbildungsweise.

In den bisherigen Betrachtungen der Krystallformen wurde vorausgesetzt, dass solche von ebenen und glatten Flächen begrenzt seien, dass alle Flächen einer und derselben Form (oder Partialform) gleiche und ähnliche Figur, oder, was dasselbe ist, gleiche Centraldistanz haben, dass für die Krystalle selbst immer

eine vollständige, ringsum vollendete Ausbildung stattfindet, und dass solche nach allen Dimensionen hinreichend gross ausgebildet seien, um eine directe wissenschaftliche Bestimmung zu gestatten. Diesen Voraussetzungen entspricht jedoch die Natur keineswegs in allen Fällen, indem die Flächen und Gestalten der Krystalle grösseren oder geringeren Unvollkommenheiten unterworfen, die meisten Krystalle nur zu einer theilweisen Ausbildung, und viele derselben nur zu einer sehr geringen Entwicklung ihrer Dimensionen gelangt sind. Ja, man kann wohl behaupten, dass an keinem Krystall jene ideale Regelmässigkeit der Gestaltung thatsächlich erreicht worden ist, auf deren Verwirklichung die Natur doch in jedem Falle hinarbeitete. Diese Erscheinungen sind das Resultat des Wachstums und des successiven Aufbaus der Krystalle.

§ 64. **Unvollkommenheit der Krystallflächen.** Die Unvollkommenheit in der Beschaffenheit der Krystallflächen gibt sich theils als eine durch viele kleinere Unebenheiten bewirkte Abweichung von der ebenflächigen Ausdehnung, theils als eine scheinbare oder wirkliche Krümmung zu erkennen.

Zu der ersten Art der Unvollkommenheit gehören besonders diejenigen Unebenheiten, welche als Streifung, Drusigkeit und Rauheit bezeichnet werden. Die Streifung (oder Reifung) ist eine sehr häufig vorkommende Erscheinung, welche durch die oscillatorische (d. h. nicht stetige, sondern in schmalen, abwechselnden Flächenstreifen treppenartig ausgebildete) Combination irgend zweier Formen hervorgebracht wird (Quarz, Pyrit, Turmalin und viele andere Mineralien). Die Flächen einer Krystallform sind drusig, wenn aus ihnen viele kleine, in paralleler Stellung dicht aneinander stossende Ecken oder Theile einer anderen Krystallform hervorragen (Flussspath). Rauhe Flächen endlich sind mit ganz kleinen, nicht mehr erkennbaren Unebenheiten besetzt, können aber bisweilen durch Vergrösserung als sehr feindrüsige Flächen erkannt werden. In anderen Fällen erscheinen die Krystallflächen wie gekörnt, genarbt, geschuppt, gebrochen, getäfelt, parquettirt oder zerfressen.

Von allen diesen Unvollkommenheiten ist die Streifung die bemerkenswertheste Erscheinung, deren sorgfältige Beachtung nicht selten auf die Kenntniss von Formen gelangen lässt, welche in der betreffenden Krystallreihe noch gar nicht selbständig beobachtet worden sind. Man unterscheidet übrigens die einfache Streifung der Krystallflächen, welche nur nach einer Richtung stattfindet, von der mehrfachen, nach verschiedenen Richtungen zugleich ausgebildeten Streifung, welche federartig, triangulär, quadratisch, rhombisch u. s. w. erscheinen kann, jedenfalls aber, wie die einfache Streifung, aus der oscillatorischen Combination zu erklären ist. So erscheinen z. B. die prismatischen Flächen ∞P des Quarzes einfach und horizontal gestreift durch oscillatorische Combination von ∞P und $4P$; die Würfelflächen des Flussspaths bedeckt mit quadratischen Streifensystemen (wobei die Seiten der Quadrate mit den Würfelkanten parallel gehen) durch die oscillatorische Combination von $\infty 00$ mit einem sehr stumpfen Tetrakishexaëder $\infty 0n$. Die verticale Streifung des Turmalins erfolgt durch Combination von Flächen der Prismenzone. Die Würfelflächen des Pyrits sind durch Combination von $\infty 00$ und einem Pentagondodekaëder parallel einer Kante, die Rhombendodekaëderflächen des Magnetits durch solche von $\infty 0$ und 0 parallel der längeren Diagonale gestreift. Uebrigens darf die Combinationsstreifung nicht mit der sehr ähnlichen, durch Zwillingsbildung bedingten Streifung oder Riefung, und die Drusigkeit der Krystallflächen nicht mit dem drusigen Ueberzuge derselben verwechselt werden; vergl. § 54.

Der Verlauf dieser Oberflächenstreifung ist auch geeignet, zur Entscheidung über den vollflächigen oder theilflächigen Charakter einer Form zu gelangen. Reguläre Würfel, gestreift wie *a* und *b* in Fig. 283, können unmöglich holoëdrisch sein, *a* muss

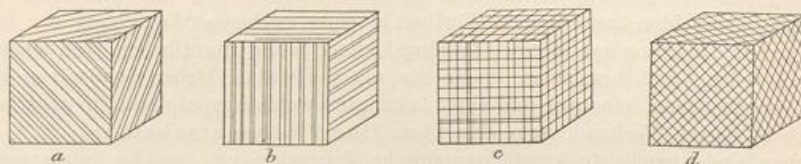


Fig. 283.

der tetraëdrischen, *b* der pentagondodekaëdrischen Hemiëdrie angehören. Streifung auf einem holoëdrischen Würfel würde wie *c* oder *d* verlaufen.

Scheinbar gekrümmte Flächen entstehen theils durch die soeben erwähnte oscillatorische Combination (Turmalin, Beryll), oder dadurch, dass zahlreiche sehr schmale Flächen eine Zone bilden, welche so den Eindruck einer continuirlichen cylindrischen Krümmung hervorruft (Vesuvian, Beryll), theils durch eigenthümliche Aggregation vieler sehr kleiner Individuen (Subindividuen), deren Flächen ungefähr so wie die Mauersteine eines Gewölbes, in nicht völlig paralleler (hypoparalleler) Stellung unter sehr stumpfen Winkeln zusammenstossen (Desmin, Prehnit, Strahlerz). Eine wirkliche Krümmung der Flächen dürfte dagegen z. B. an den sattelförmig gebogenen Rhomboëdern des Braunspaths und Eisenspaths, an den linsenförmigen Krystallen des Gypses, an Formen des Diamants (an welchem indess die Oktaëderflächen stets eben sind) und Antimonits vorkommen. Zu den ganz regellosen Krümmungen der Oberfläche gehören diejenigen, welche gerade so erscheinen, als ob der Krystall in Folge einer beginnenden Schmelzung halb zerflossen, oder auch an allen Kanten und Ecken abgerundet worden wäre (Bleiglanz, Augit von Arendal, Apatit im körnigen Kalk).

Endlich kommen auch noch andere, gleichfalls regellose, durch ganz unbestimmte Vertiefungen und Erhöhungen verursachte Unebenheiten der Krystallflächen vor. Eine fast allgemein gültige und für die Orientirung der Combinationen sehr wichtige Regel ist es übrigens, dass alle Flächen einer und derselben Form oder Partialform auch eine und dieselbe Beschaffenheit der Oberfläche besitzen, und sich überhaupt als völlig gleichwerthig erweisen.

Anm. Vgl. über diese Erscheinungen und ihre letzten Ursachen *Sadebeck* in seiner Angewandten Krystallographie (*Rose-Sadebeck's Elem. d. Krystallogr.* II. 494). Von ihm werden jene kleinen Krystallindividuen, welche sich auf einer grösseren Krystallfläche in paralleler Stellung aber nicht immer übereinstimmend verjüngter Gestaltung bald mehr, bald weniger emporheben, Subindividuen genannt. Gröber werdende Ausbildung dieser Art geleitet zu dem Begriff des Krystallstocks (§ 54).

Bisweilen sind die feineren und gröberen Unebenheiten der Oberfläche nicht ursprünglich bei der Bildung derselben, sondern erst nachträglich entstanden, indem die ebenen Krystallflächen dem Angriff natürlich wirkender Corrosions- und Lösungsmittel unterlagen. Entstehen dabei eingesenkte Vertiefungen (zu vergleichen den künstlichen Aetzfiguren, s. § 92), so sind dieselben innerlich bisweilen krystallographisch regelmässig gestaltet; haben sie irreguläre Form, so heisst die Oberfläche zerfressen.

Die häufig vorkommende Erscheinung des Gebrochenseins der Flächen in mehre äusserst schwach gegen einander geneigte Felder hat *Scacchi* als Polyëdrie

bezeichnet; dieser Name war nicht glücklich gewählt, denn Polyëdrie, d. h. Umgrenzung von vielen ebenen Flächen, ist eine Eigenschaft aller Krystalle, welche gerade deshalb allgemein als Polyëder definirt werden. *Websky* will nur dann, wenn die Abweichungen der Neigungsverhältnisse gewisser Flächen von den mit ihnen in Verbindung gebrachten theoretischen Werthen in einer analogen Abweichung der inneren Structur, insbesondere in einer Zwillingsbildung ihren Grund haben, von einer Polyëdrie reden, und bezeichnet anderseits als vicinale Flächen denjenigen Complex von verschiedenen, einander und einer bekannten wohlausgeprägten sehr nahe liegenden Flächen, dessen Vorhandensein eine blose Oberflächenerscheinung ist¹⁾. Diesen Flächen sind complicirte krystallographische Zeichen eigen, welche indess nur wenig von einfachen Zeichen abweichen. Die Triakisoktaëder mO sind vicinal dem Oktaëder, wenn die Coëfficienten m der Einheit sehr nahe stehen, z. B. $\frac{4}{11}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{2}$; vicinal dem Rhombendodekaëder, wenn m einen sehr hohen Werth hat; das Skalenoëder $\frac{1}{2}R$ ist z. B. dem Rhomboëder R , das Makrodoma $\frac{1}{6}P$ der Basis OP , das Brachyprisma ∞P dem Grundprisma ∞P vicinal. Solche vicinale Flächen bieten z. B. der Diamant, Granat, Adular, Aragonit u. viele a. Mineralien dar. *Websky* hat am Adular, v. *Zepharovich* am Aragonit, *Grünhut* am Topas beobachtet, dass die Symbole vicinaler Flächen häufig gleiche Factoren aufzuweisen haben; bei letzterem findet sich z. B. in der Prismenzone die Reihe $\infty P \frac{2}{3}$, $\infty P \frac{3}{5}$, $\infty P \frac{4}{7}$, $\infty P \frac{5}{9}$, in welchen den die Axenschnitte ausdrückenden Verhältnisszahlen sämmtlich der Nenner 25 gemeinsam ist. Eine andere Prismenreihe, deren Verhältnisszahlen sämmtlich auf das allgemeine Zeichen $\frac{n}{n-1}$ führen, ist beim Topas: $\infty P \frac{2}{3}$, $\infty P \frac{3}{4}$, $\infty P \frac{4}{5}$, $\infty P \frac{5}{6}$.

Die Brachydomen des Topases $\frac{2}{3}P$, $\frac{3}{4}P$, $\frac{4}{5}P$, $\frac{5}{6}P$ stehen in dem Verhältniss, dass die Zähler der hier auftretenden Brüche, sofern man sie auf gleichen Nenner 9 bringt, eine arithmetische Reihe bilden. — *Hintze* gibt der Ansicht Raum, dass die Vicinalflächen nicht sowohl von irgend einer Rationalität abhängig sind, dass ihre Gesetzmässigkeiten sich nicht in den Parametern abspiegeln, sondern eher in den Neigungen selbst, also direct in den Winkeldifferenzen liegen.

Unechte Flächen, welche bisweilen wegen ihrer Glätte oder Streifung u. s. w. den wirklichen zum Verwechseln ähnlich sind, entstehen, wenn ein wachsender Krystall einen anderen bereits vorhandenen als Hinderniss antrifft und an diesem eine ganz zufällig verlaufende Contactebene abformt, welche dann noch desto mehr wie eine eigenthümliche Krystallfläche aussehen kann, wenn vielleicht der vorhanden gewesene Krystall später weggeführt worden ist. An Quarz-Individuen finden sich so vielfach die Flächen benachbarter Kalkspathkrystalle mit grosser Vollkommenheit ausgeprägt.

§ 65. **Unregelmässigkeiten der Krystallformen.** Es kann die Streifung und es muss die Krümmung der Krystallflächen schon eine mehr oder weniger auffallende Verunstaltung der ganzen Form bedingen; allein die meisten Unregelmässigkeiten der Formen können bei völlig ebener und stetiger Ausdehnung der Flächen vorkommen. Es gehören dahin besonders folgende Erscheinungen:

1) Ungleiche Centraldistanz gleichwerthiger Flächen. Die Flächen einer und derselben Form oder Partialform können nur dann die für sie geforderte Gleichheit und Aehnlichkeit der Figur besitzen, wenn sie in gleichen Abständen vom Mittelpunkt des Krystalls ausgebildet sind; anderenfalls werden sie nicht nur

¹⁾ Auch *Tschermak* will den Ausdruck Polyëdrie auf die betreffende Erscheinung bei den verzwilligten mimetischen Krystallen (vgl. § 64) beschränken, bei welchen sie dadurch zu Stande kommt, dass die einzelnen Felder oft verschiedenen Individuen angehören, welche nahezu in derselben Fläche endigen. Alsdann verhalte sich die Polyëdrie zu dem Auftreten der Vicinalflächen, wie die Zwillingsstreifung zur Combinationsstreifung (Lehrb. d. Miner. 1894. 405).

von ungleicher Grösse, sondern auch mit ganz anderer Figur erscheinen, als sie ihnen eigentlich zukommt, wodurch dann auch die Totalform des Krystalls mehr oder weniger entstellt werden muss. Da nun die Ungleichheit der Centraldistanz



Fig. 284.

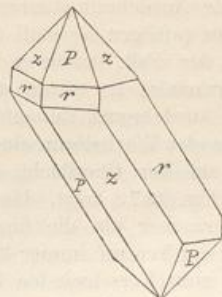


Fig. 285.

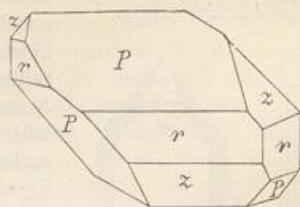


Fig. 286.

in Folge einer nicht allseitig gleichmässig erfolgten Lösungszufuhr eine ganz gewöhnliche Erscheinung ist, so begegnet man auch sehr häufig den so bedingten Abweichungen von der Regelmässigkeit der Ausbildung. Dadurch wird jedoch die, auch in ihrer physikalischen Beschaffenheit sich offenbarende völlige Gleichwerthigkeit aller Flächen einer und derselben Form nicht aufgehoben.

Man muss sich also eine jede Krystallfläche als parallel mit sich selbst beweglich vorstellen. Gewöhnlich erscheinen die dadurch erzeugten Unregelmässigkeiten als einseitige Verlängerungen oder Verkürzungen der Formen nach einer der Axen, nach einer Kante, oder nach irgend einer anderen krystallographisch bestimmten Linie, wodurch in manchen Krystallsystemen und namentlich im regulären System so auffallende Verzerrungen entstehen können, dass es nicht selten grosser Aufmerksamkeit bedarf, um den wahren Charakter des Systems zu erkennen. Ein Würfel, durch irreguläres Wachstum nach einer Hauptaxe verlängert, sieht aus wie ein tetragonales Prisma mit $0P$; nach einer Axe verkürzt, wie die tetragonale Comb. von ∞P und stark entwickeltem $0P$; nach allen 3 Axen ungleich ausgedehnt, wie die Comb. der 3 rhombischen Pinakoide (Bleiglänze). Ein Oktaeder, abgeplattet nach einem Paar paralleler Flächen (d. h. in der Richtung einer trigonalen Zwischenaxe) gleicht einem Rhomboeder mit der Basis; stark ausgedehnt nach einer rhombischen Zwischenaxe kann es wie die Comb. eines rhombischen Makro- und Brachydomas aussehen (Spinell, Magnetit, Fluorit). Das Rhombendodekaeder, in der Direction einer Hauptaxe verlängert, liefert scheinbar die tetragonale Comb. $\infty P.P\infty$; nach solcher Richtung verkürzt, die tetragonale Comb. $P\infty.\infty P$ (Granat, Sodalith); nach einer trigonalen Zwischenaxe ausgedehnt, die rhomboëdrische Comb. $\infty P2.R$. Auch die übrigen regulären Formen gewinnen durch Ausdehnung nach einer trigonalen Zwischenaxe die Symmetrie der rhomboëdrischen Abtheilung, z. B. das Ikositetraeder. Das letztere, nach einer Hauptaxe verlängert, erscheint wie eine ditetragonale Pyramide, die oben und unten mit einer Protopyramide combinirt ist. — Fig. 285 und 286 stellen derartige Verzerrungen der in Fig. 284 abgebildeten normalen Krystallform des Quarzes dar. Zu den auffallendsten Beispielen gehören wohl die Salmiakkrystalle, welche von *Marx* und von *Naumann*, sowie die Kochsalzkrystalle, welche von *v. Kobell* beschrieben wurden.

Für die Gewinnung der äusseren Gestalt gilt im Allgemeinen der Satz, dass der Krystall sich mit denjenigen Flächen umgibt, welchen das langsamste Wachstum zukommt (*Becke*).

Dies erläutert sich aus folgender Erwägung: Soll ein würfelförmiger Krystall beim Wachstum seine Form behalten, so müssen die gleichzeitig auf allen

Würfel­flächen abgelagerten Schichten gleich dick, die Wachsthumsgeschwindigkeit muss auf allen Flächen gleich sein. Setzt sich aber auf den oberen und unteren Flächen, indem diese langsamer wachsen, verhältnissmässig weniger Substanz ab, als auf den rascher

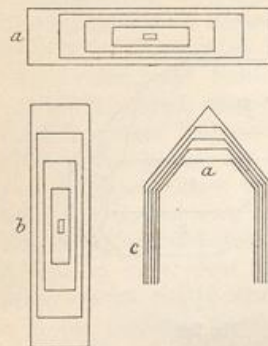


Fig. 287.

wachsenden seitlichen, so müssen gerade die ersteren die grösste Ausdehnung erlangen und es entsteht ein nach ihnen tafeliger Krystall (Fig. 287a). Ist das Umgekehrte der Fall, wachsen die oberen und unteren Flächen rascher, so würde die Gestalt auf Kosten der seitlichen Ausdehnung säulenförmig werden (Fig. 287b). Je rascher das Wachsthum einer Fläche ist, desto mehr tritt sie auf der Oberfläche des wachsenden Krystalls zurück. Fig. 287c zeigt, dass die am oberen Ende des Krystalls rascher als die übrigen wachsende Fläche *a* nicht nur im Verlauf immer kleiner wird, sondern endlich ganz zum Verschwinden kommt.

Wird ein verletzter, z. B. am einen Ende abgebrochener Krystall in eine Lösung gebracht, in welcher er weiterwachsen kann, so vergrössert er sich durch Substanzansatz an der verletzten Bruchfläche viel rascher als an den unversehrt gebliebenen Stellen, so dass die ursprüngliche Form des Krystalls durch Ausheilung wieder hergestellt wird. Auch im Mineralreich wird dieser Vorgang bisweilen beobachtet. Eine aus einem Krystall geschliffene Kugel umgibt sich in ihrer Lösung alsbald mit ebenen Flächen und wird, wie auch jedes unregelmässig begrenzte Körnchen oder Splitterchen allmählich durch Auswachsung zu einem regelmässigen Krystall.

2) Unvollständigkeit der Flächen. An die aus der ungleichen Centraldistanz entstehenden Unvollkommenheiten der Ausbildung schliessen sich unmittelbar diejenigen an, welche darin begründet sind, dass die Zahl der zu einer und derselben Form gehörigen Flächen gar nicht vollständig vorhanden ist; eine Erscheinung, welche sowohl an einfachen Formen, als auch (und noch häufiger) an Combinationen vorkommt, und, bei ihrer völligen Regellosigkeit, weder mit der Hemiëdrie, noch mit der Hemimorphie verwechselt werden darf.

Das Oktaëder kann durch Ausfallen zweier gegenüberliegender Flächen wie ein Rhomboëder erscheinen. Grüne Flussspathkrystalle von der Form $\infty 03$ sind nach einer trigonalen Zwischenaxe ausgedehnt und haben nur die Hälfte ihrer Flächen entwickelt auf Kosten der anderen, so dass sie wie ein hexagonales Skalenoëder aussehen. Pentagondodekaëder von Eisenkies nehmen durch denselben Vorgang die anscheinende Gestalt eines spitzen Rhomboëders an.

3) Unvollständige äussere Raumerfüllung. Man sieht nicht selten Krystalle, deren Substanz den, durch die Umrisse des Kantennetzes vorgeschriebenen Raum nicht vollständig erfüllt, indem nur die unmittelbar an den Kanten und von diesen aus nach dem Mittelpunkt zu liegenden Theile ausgebildet sind. Die Flächen erscheinen dabei zurückgeblieben, trichterförmig vertieft oder ausgehöhlt, mit treppenartigen Absätzen (Fig. 288), und dies findet bisweilen in dem Grade statt, dass nur noch gleichsam Skelette von Krystallen übrig bleiben. Andererseits beobachtet man auch die Erscheinung, dass die Kanten wie eingekerbt oder eingeschnitten aussehen,

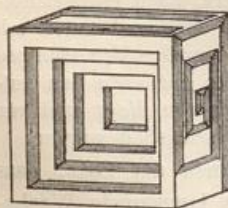


Fig. 288.

was auf denjenigen gestörten Bildungsact zurückzuführen ist, bei welchem die Flächen fortwachsen und die Kanten im Wachstum zurückbleiben.

Die erstere lückenhafte Ausbildungsweise ist zumal an gewissen künstlichen, aus dem aufgelösten und geschmolzenen Zustande, oder auch durch Sublimation dargestellten Krystallen zu beobachten; z. B. an Kochsalz, Alaun, Wismut, Silber, arseniger Säure, Bleiglanz; sie tritt insbesondere da auf, wo eine rasche Krystallisation stattfindet. Quarze mit rippenartig vorstehenden Kanten zwischen den Rhomboëderflächen beschrieb *Laspeyres* vom Süderholz bei Siptenfelde im Harz; bei allen diesen Erscheinungen handelt es sich um das regelmässige Zurückbleiben von Flächen beim lagenweisen Wiederaufbau von Krystallen. (Aehnliche Einsenkungen kommen auch bei den nicht hierher gehörigen Pseudomorphosen vor, wo sie aber, wie bei den in Malachit umgewandelten Oktaëdern von Rothkupfer, dadurch hervorgebracht wurden, dass die neu entstandene Verbindung weniger Raum beanspruchte, als die ursprüngliche, und nicht hinreichte, den Umriss derselben ganz auszufüllen.) — Die sog. Krystallgerippe (oder Gitterkrystalle) bestehen aus Reihen von linear aneinander gefügten kleineren, insgesamt parallel und im Sinne eines Individuums orientirten Kryställchen (Subindividuen), wobei diese Reihen von einem Centrum aus in der Richtung gewisser Axen geradlinig auslaufen. Diese so in die Erscheinung tretenden Wachstumsrichtungen nennt *Hirschwald* genetische Axen, *Sadebeck* tektonische Axen. In dem regulären System, in welchem Krystallgerippe oder discontinuirliche Wachstumsformen sehr häufig sind, erfolgt die Aneinanderreihung sowohl, wie Fig. 289 zeigt, in der Richtung der drei Hauptaxen (z. B. Salmiak, Rothkupfererz, Bleiglanz, Magnetit, auch beim Gusseisen), als auch in der Richtung der trigonalen Zwischenaxen, welche das Centrum des Würfels mit dessen Ecken verbinden (z. B. Chlorkalium, Speiskobalt, ged. Silber), als auch selten in der Richtung der rhombischen Zwischenaxen, welche vom Centrum des Krystalls gegen die Mittelpunkte der Rhombendodekaëderflächen verlaufen. Dasselbe Mineral kann übrigens je nach den Bedingungen, unter welchen es krystallisiert, bald in der einen, bald in der anderen Axenrichtung wachsen. Wachsen die Krystallgerippe weiter, so können sie sich endlich zu einem einheitlichen Individuum schliessen.

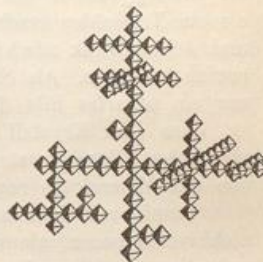


Fig. 289.

Vgl. *Knop*, Molecularconstitution u. Wachstum d. Krystalle. Leipzig 1867; *Hirschwald*, N. Jahrb. f. Min. 1870. 183; *Lehmann*, Z. f. Kryst. I. 1877. 458. — Hierher gehört auch ein Theil der sog. gegitterten, gestrickten, netzartigen Formen, Individuen, bei denen das Voraneilen des Wachstums an den Ecken und Kanten stern-, strauch-, netzähnliche Gestalten erzeugt, die aus Aestchen, Stäbchen, Blättchen zusammengesetzt sind. Vgl. auch die mikrokrySTALLINISCHEN Aggregationsformen.

Wenn zufolge *Lehmann* das wachsende Krystallindividuum sich dadurch vergrössert, dass dasselbe aus der zunächst umgebenden, etwas übersättigten Lösung Stoff entnimmt, und wenn dadurch um dasselbe ein Hof verdünnter Lösung entsteht, diese Verdünnung aber durch Diffusionsströmung wieder ausgeglichen wird, so sind bei raschem Stoffansatz aus stark übersättigter Lösung die Ecken und Kanten des wachsenden Krystalls gewissermassen im Vortheil gegenüber den Flächen, weil sie ein viel ausgedehnteres Feld der in diesem Falle starken Diffusionsströmung beherrschen, als es einem gleich grossen ebenen Flächenstück möglich ist. Während auf letzterem sich nur eine dünne plane Anwachsschicht bildet, lagert sich auf den geknickten Stellen der Ecken und Kanten gleichzeitig ein dickerer Ansatz ab, welcher von Krystallflächen begrenzt ist, und nun mit seinen eigenen Ecken und Kanten Veranlassung zur Wiederholung des Vorgangs bietet. So entstehen die skelettartigen, gestrickten, gegitterten Formen, deren Auftreten auch durch die Zähigkeit der Lösung begünstigt wird. — Erfolgt das Wachstum ganz allmählich aus wenig übersättigter Lösung, so ist der

Hof verdünnter Lösung schmal, die Diffusionsströmung schwach; ein Voraneilen der Kanten und Ecken kommt alsdann nicht zur Geltung und es bildet sich ein gleichmässiger Absatz über die ganze Krystalloberfläche hin aus.

Die schalenförmige Auflagerung, oder eine Parallelaggregation mit treppenartiger Ausbildung, wodurch eine Einkerbung der Kanten entsteht, ist sehr ausgezeichnet an Oktaëdern des gediegenen Silbers von Kongsberg, am Rothkupfererz, am ged. Gold von Sysertsch im Ural zu gewahren, auch an künstlichen Alaunkrystallen.

4) Anomalieen der Kantenwinkel. Die Unregelmässigkeiten der Krystallflächen scheinen sich bisweilen sogar bis auf die Lage derselben zu erstrecken, indem solche kleinen Schwankungen unterworfen sein kann, so dass die gleichwerthigen Kanten einer und derselben Krystallform die für sie geforderte absolute Gleichheit des Winkelmaasses nicht in allen Fällen erkennen lassen.

Breithaupt hat wohl zuerst auf diese Anomalieen aufmerksam gemacht, indem er z. B. fand, dass die Grundformen mehrer tetragonal und hexagonal krystallisirter Mineralien keineswegs die vorausgesetzte Gleichheit ihrer Polkanten besitzen, und dass selbst bei manchen regulären Formen ähnliche Ungleichheiten vorkommen. Doch hat sich anderseits die Thatsächlichkeit solcher Abweichungen vielfach nicht bestätigt. Dass z. B. die an den beiden Rhomboëdern der Quarzpyramide angeblich vorhandenen Winkeldifferenzen nicht existiren, davon haben sich *Kupffer*, *G. Rose*, *Naumann* und *Dauber* durch sehr genaue Messungen überzeugt, und dass ferner z. B. die für die Grundpyramide des Vesuvians behaupteten Monstrositäten, welche diese Pyramide als ein Triploëder erscheinen liessen, an den Varietäten aus Piemont, von *Poljakowsk* und *Achmatowsk* nicht vorhanden sind, wurde durch *v. Kokscharow* und *v. Zepharovich* bewiesen. Als *Strüver* u. a. die Winkel eines Spinell-Oktaëders, dessen Flächen nur ein scharfes Bild des Fadenkreuzes reflectirten, möglichst sorgfältig maass, fand er, dass »der Krystall allen billigen Anforderungen entspreche, welche man an ein physisches Oktaëder stellen kann«, sowie »dass man vom geometrischen Standpunkt aus das Mineral als regulär zu betrachten hat«.

Damit soll jedoch keineswegs behauptet werden, dass solche Anomalieen gar nicht vorkommen; sie mögen sich recht häufig finden, aber wohl nur auf kleine und unbestimmte Schwankungen beschränken, welche jeder Gesetzmässigkeit ermangeln. So berichtet *Pfaff*, dass er bei genauen, in dieser Richtung angestellten Messungen die Würfelflächen eines Flussspaths im Mittel $94\frac{1}{2}^{\circ}$ von 90° , die Dodekaëderflächen eines Granats im Mittel $135\frac{3}{4}^{\circ}$ von 60° , die Prismenflächen eines Berylls 6° von 120° abweichend befunden habe, was darauf hindeute, dass da, wo für eine Form ein sehr unwahrscheinliches complicirtes Flächensymbol gefunden wurde, eine Winkelcorrection um mehrer Minuten zur Herbeiführung eines annehmbaren in manchen Fällen wohl gestattet sei. *Dauber* hat mehrfach auf die physischen Einwirkungen aufmerksam gemacht, welche eine Störung in der Lage der Flächen verursachen können, ohne doch immer die Glätte und Ebenheit derselben zu alteriren. Wenn man bedenkt, wie manchen solchen störenden Einflüssen die Krystallbildung unterworfen gewesen sein mag, so wird man es ganz begreiflich finden, dass nur wenige Krystalle jener idealen Regelmässigkeit in der Ausdehnung und Beschaffenheit ihrer Flächen nahe kommen, welche in der reinen Krystallographie vorausgesetzt wird. Dergleichen Anomalieen können aber die Gesetze der Krystallsysteme nimmermehr erschüttern. — Die von den mimetischen Bildungen (§ 64) dargebotenen Winkelunterschiede gehören selbstverständlich nicht hierher, da es sich bei ihnen nur um scheinbar einfache Formen, thatsächlich um Zwillingbildungen höheren Grades handelt. Ferner ist einleuchtend, dass bei der Entstehung der Umwandlungs-Pseudomorphosen (§ 83) Verschiebungen der für die ursprüngliche Substanz gültigen Winkelwerthe leicht eintreten können.

§ 66. Unvollständige Ausbildung und andere abnorme Gestaltung der Krystalle. Freier Raum nach allen Seiten, oder räumliche Isolirung, verbunden

mit einer allseitig gleichmässigen Zufuhr von Nahrung ist die erste Bedingung zu einer vollständigen Ausbildung der Krystalle. Die meisten ganz vollständigen Krystalle haben sich ursprünglich innerhalb einer sie umgebenden Masse als einzeln eingewachsene, gewissermassen schwebende Krystalle gebildet, und erscheinen als lose Krystalle, wenn sie durch [die Zerstörung und Fortschaffung ihrer Matrix, oder auch durch absichtlichen Eingriff des Menschen frei gemacht worden sind. Solche eingewachsene und lose Krystalle stellen das Individuum des Mineralreichs in seiner völligen Isolirung, und wenn sie ausserdem regelmässig und scharf ausgebildet sind, in seiner vollkommensten Verwirklichung dar. Viele eingewachsene Krystalle sind jedoch während ihrer schwebenden Bildung durch die sie umgebende Mineralmasse in ihrer Entwicklung gehemmt worden oder haben nicht von allen Seiten her gleiche Substanzzufuhr erhalten, ermangeln daher einer scharfen Ausprägung ihrer Form und gehen endlich durch verschiedene Abstufungen in ganz regellos gestaltete Individuen über (Granat, Pyroxen, Spargelstein).

Die nächst vollkommene Form der Ausbildung gewähren die einzeln aufgewachsenen oder sitzenden Krystalle, welche sich auf der Oberfläche einer (gleichartigen oder fremdartigen) starren Masse gebildet haben und in einen Hohlraum hineinragen. Solche Krystalle werden freilich nur eine theilweise Formausbildung besitzen, weil sie in ihrem Fundament ein Hinderniss ihres freien Wachstums finden mussten. Gewöhnlich zeigen sie nicht viel mehr, als die eine (obere) Hälfte ihrer Form; doch können sie bei günstiger Lage noch eine ziemlich vollständige Entwicklung, ja bisweilen, wenn sie nur von einem einzelnen Stützpunkt aus gewachsen sind, eine fast völlige Integrität der Form erreichen.

Der erwähnte Gegensatz der eingewachsenen schwebend und der aufgewachsenen sitzend gebildeten Krystalle ist für manche Mineralien charakteristisch; so finden sich z. B. unter den üblichen Verhältnissen die Leucite, Diamanten, Boracite nur in ersterer, die Zeolithe, Axinite nur in letzterer Form; die meisten Mineralien können allerdings in beiderlei Weise auftreten.

Wenn aber, wie dies nach § 3 meist der Fall, keine Isolirung, sondern eine Gruppierung oder Aggregation der Individuen stattfindet, so wird auch, im eingewachsenen, wie im aufgewachsenen Zustande, eine unvollständige Bildung eintreten müssen, weil sich die neben und über einander gewachsenen Individuen gegenseitig nach verschiedenen Richtungen beschränken. Gewöhnlich ragen dann nur die zuletzt gebildeten Krystalle mit ihren freien Enden hervor.

Der Mineralog befindet sich daher öfters in derselben Lage, wie der Archäolog, welchem die Aufgabe vorliegt, aus einzelnen Gliedern, aus dem verstümmelten Torso einer Statue die ganze Form herauszufinden, und solche, wenigstens in seiner Vorstellung, zu reproduciren.

Während die vorstehend erwähnten Gestaltungen als ursprünglich so gebildete Wachstumsformen gelten müssen, kommen bei manchen Mineralien, namentlich den als Gemengtheile in Felsarten eingewachsenen, gar nicht selten Zerbrechungen, und damit verbundene Verschiebungen ihrer Theile gegen einander vor, wobei dann die Fragmente durch dazwischen getretene Mineralmasse wieder verkittet erscheinen (Feldspathe in Graniten, Quarze in Porphyren, Granaten, Berylle, Turmaline in krystallinischen Schiefern). Diese Störungen in dem Regelmaass der formellen Ausbildung sind ohne Zweifel durch eine spätere mechanische Einwirkung auf bereits fest gewordene und fertige Individuen veranlasst worden; einestheils müssen sie in

den schon starr gewesenen Gesteinen mit dem Gebirgsdruck in Verbindung gebracht werden, anderentheils können in den aus dem Schmelzfluss sich verfestigenden Eruptivgesteinen die Bewegungen des noch plastischen Magmas mechanische Deformationen und Fracturen der bereits darin zu einer relativ frühen Ausrystallisation gelangten Individuen herbeiführen. Der in dem letzteren Falle um das schwebend aus ihm gebildete Individuum befindlich gewesene Schmelzfluss vermochte aber auch bisweilen durch chemische Corrosion die gewonnene Krystallform desselben zu verstümmeln oder abzurunden.

§ 67. Geringe Ausdehnung und mikroskopische Kleinheit der Krystalle.

Die absolute Grösse der Individuen eines und desselben Minerals ist nach § 3 sehr schwankend; sind ihr auch aufwärts gewisse Grenzen gesetzt, so kann die Dimension doch abwärts bis zu mikroskopischer Kleinheit herabsinken.

So gibt es z. B. vom Quarz, Gyps, Beryll fuss- bis ellenlange Krystalle, wogegen man noch niemals einen Borackkrystall oder Diamantkrystall von solcher Grösse gesehen hat; wie denn überhaupt die regulären Krystalle, wegen ihrer gleichen Dimensionen, die absolute Grenze derselben weit eher erreichen, als die der übrigen Systeme.

Es ist daher begreiflich, dass bei sehr kleiner Ausdehnung der Individuen eine genaue Erkennung und Bestimmung ihrer Krystallform für das unbewaffnete Auge theils erschwert, theils auch ganz unmöglich gemacht werden muss. Dies gilt nicht nur für solche Krystalle, welche nach allen drei Dimensionen sehr geringe Ausdehnung besitzen, sondern auch für solche, bei denen dies nur nach einer oder zweien der Fall ist. Zeigt ein Krystall sehr geringe Ausdehnung nach einer Dimension, so hat er eine dünn-tafelartige oder lamellare, irgend einem Pinakoid entsprechende Form, und dann sind nicht selten die Randflächen der Tafel so klein und schmal, oder auch so unvollkommen gebildet, dass eine nähere Untersuchung der Form nicht einmal bis zur Bestimmung des Krystallsystems gelangen lässt. Sind zugleich auch die übrigen Dimensionen sehr klein, so erscheinen die Krystalle nur noch als dünne Blättchen und Schüppchen. Wenn ein Krystall nur nach einer Dimension bedeutende, nach den beiden anderen Dimensionen aber sehr geringe Ausdehnung besitzt, so hat er eine nadelförmige, oder haarförmige, meist durch die Flächen eines Prismas bestimmte Gestalt, und dann sind wiederum die Seitenflächen dieses Prismas oft so schmal, und die terminalen Flächen so klein, dass man gleichfalls auf eine nähere Bestimmung der Form verzichten muss. In vielen solchen Fällen lässt zwar die Anwendung einer Loupe oder eines Mikroskops zu einer allgemeinen Bestimmung der Form gelangen; doch ist eine ganz genaue Ermittlung derselben nicht leicht vorzunehmen.

Eine Anzahl von Mineralien gibt es übrigens, welche bis zur allergrössten Winzigkeit ihrer Individuen, deren eigenthümliche Formgestaltung mit fast modellgleicher Schärfe beizubehalten vermögen. Dazu gehören z. B. Leucit, Quarz, Augit, Magnet-eisen, Eisenglanz, Spinell, Apatit, Zirkon, die mitunter in den niedrigsten, um und um ausgebildeten Kryställchen von wenigen Tausendstel Millimeter Länge als Gemengtheile von Gesteinen auftreten.

Die in mikroskopischer Kleinheit ausgebildeten Mineral-Individuen, wie dieselben namentlich als Gemengtheile von Gesteinen oder als Einschlüsse in Mineralien sich finden, erscheinen, abgesehen von den eben erwähnten wohlgeformten Vorkommnissen, namentlich in der Gestalt von rundlichen Körnern, Lamellen oder langen nadelförmigen Säulchen.

Die mikroskopischen lamellaren Krystalltäfelchen zeigen mancherlei Deformitäten durch gestörte Ausbildung, indem ihre begrenzenden Ränder zum Theil oder sämmtlich nicht linear ausgezogen, sondern mit den verschiedensten Contouren ausgebuchtet, ausgezackt und ausgefrant sind, oder indem diese Blättchen in einzelne isolirte und durch fremde Substanz getrennte Striemen auseinander gelöst erscheinen, welche gleichwohl in ihrer Vereinigung augenscheinlich zu einem Individuum zusammengehören. Im grösseren Maassstab kommt letzteres z. B. bei den wie zerschnitten aussehenden Titaneisenlamellen im Basalt vor.

Ausserordentlich beliebt ist für die mikroskopischen Individuen mehrerer Mineralarten die Nadelform oder langgestreckte dünne Säulengestalt. *H. Vogelsang* hat für diese Gebilde, wie sie insbesondere als Gemengtheile von Felsarten auftreten, die sehr passende allgemeine Gruppenbezeichnung Mikrolith in Vorschlag gebracht (*Philosophie der Geologie*, 1867. 439). In vielen Fällen kann man mit grösster Sicherheit feststellen, welchem Mineral der Mikrolith angehört, und alsdann bedient man sich der genaueren Benennung Hornblende-, Feldspath-, Augit-, Apatit-, Sillimanit-, Rutil-Mikrolith u. s. w. Andererseits ist bei manchen nadelförmigen Gebilden dieser Art die Zurechnung zu einem makroskopisch bekannten Mineral nicht mit genügender Gewissheit möglich, sei es, weil dieselben zu arm an charakteristischen Eigenthümlichkeiten sind, sei es, weil sie vielleicht überhaupt nicht makroskopisch aufzutreten pflegen. Die

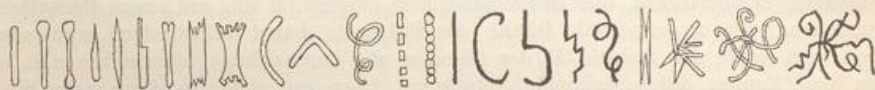


Fig. 290.

Mikrolithen (Fig. 290) sind gleichfalls allerhand Abweichungen in ihrer äusseren Gestalt unterworfen: bald erscheinen diese Nadeln an einem oder an beiden Enden etwas keulenförmig verdickt, oder pfriemenförmig zugespitzt, oder gabelartig in zwei Zinken ausgezogen, oder fein eingesägt und gefranzt, auch wohl in der Mitte sanduhrähnlich eingeschnürt; bald sind sie schwächer oder stärker hakenähnlich gekrümmt oder gar geknickt, schleifenförmig verdreht oder pfropfenzieherartig geringelt; bald wird es durch die abwechselnde Verdickung und Verdünnung eines und desselben Mikroliths ersichtlich, dass er durch die Vereinigung mehrerer linear aneinandergereihter rundlicher Körnchen entstanden ist. Doch sind solche Gestaltungen immerhin nur Ausnahmen gegenüber den regelmässig in der einfachen Nadelform gewachsenen Mikrolithen. Die regulären Mineralien besitzen wegen ihres isometrischen Aufbaues keinerlei Neigung zur mikrolithischen Ausbildungsweise, ebensowenig diejenigen, welche auch makroskopisch als Tafeln oder Lamellen aufzutreten vorziehen.

Anm. Anfertigung von Präparaten für die mikroskopische Untersuchung. Bei dieser Gelegenheit, wo zum ersten Mal von dem Verhalten der Mineralien unter dem Mikroskop die Rede ist, mag Einiges über die Art und Weise eingeschaltet werden, wie die für die mikroskopische Untersuchung im durchfallenden Licht vor allem dienlichen Objecte, die sog. Dünnschliffe hergestellt werden. Diese Untersuchung erstreckt sich nicht nur auf die Wahrnehmung und Erkennung von Mineralpartikeln, die wegen ihrer Kleinheit dem freien Auge unsichtbar sind, sondern sie hat den ferneren Zweck, das Detail der innerlichen Beschaffenheit auch grösserer Individuen zur Anschauung zu bringen (z. B. schichtenartigen Aufbau, das Dasein fremder fester, flüssiger oder gasförmiger Einschlüsse, Zwillingsbildung, Spaltbarkeit, Umwandlungserscheinungen u. s. w.), und in Verbindung mit optischen Methoden sowohl die physikalischen Eigenschaften (Lichtbrechung, Anzahl und Lage der optischen Axen, Lage und Werth der optischen Elasticitätsaxen, Pleochroismus u. s. w.) festzustellen als überhaupt die Diagnose zu vermitteln.

Durch Abschlagen mit einem Hammer, durch Abspalten mit dem Meissel oder durch Abschneiden vermittels einer sog. Steinschneidemaschine verschafft man sich ein

möglichst dünnes, flaches, scherbenähnliches Stückchen des zu präparirenden Minerals (oder Gesteins). Letztere Maschine, bei welcher das Schneiden durch eine rotirende, an der Peripherie mit Diamantstaub besetzte Weissblechscheibe erfolgt, ist namentlich dann von Nutzen, wenn Präparate in einer bestimmten krystallographisch orientirten Richtung gewonnen werden sollen, oder wenn es sich um nur sehr spärlich vorliegendes Material handelt. Dem von Sprüngen möglichst freien Scherbchen oder Plättchen wird nun durch einseitiges Anschleifen auf einer homogenen Unterlage, am besten auf einer Gusseisenplatte, die mit Wasser benetzt und mit gröberem oder feinerem Smirgel- oder Carborundpulver bestreut ist, eine ganz ebene Fläche verliehen, welche dann auf einer matten Glastafel mit äusserst feinem Smirgelschlamm geglättet und gewissermassen polirt wird. Darauf wird es mit dieser letzteren Oberfläche auf einem handlichen dickeren Glasplättchen vermittels festwerdenden Canadabalsams aufgeklebt und es erfolgt nun das eigentliche Dünnschleifen, welches zuvörderst wieder in derselben Weise, wie das anfängliche Anschleifen vorgenommen wird, wobei das Gläschen als Handhabe dient. Hat das Plättchen allmählich eine solche Dünne erreicht, dass es durch diese gröbere und rauhere Operation leiden könnte, so geht man zu der matten Glastafel mit möglichst allerfeinstem Smirgelschlamm oder zu einem Wetzstein mit Terpentinöl über. Nach der gründlichen Reinigung von schmutzigem Balsam wird das hinlänglich dünn gewordene Präparat von der erwärmten Unterlage auf einen reinen Objectträger übertragen, hier in Canadabalsam eingebettet und mit einem Deckgläschen versehen. Die zu erzielende Dünne des Präparats hängt selbstredend vorzugsweise von dem Grade der Pellucidität des Objectes ab: durchsichtige, durchscheinende oder an den Kanten durchscheinende Substanzen brauchen nicht so dünn präparirt zu werden, wie solche, welche im gewöhnlichen Sprachgebrauch als impellucid gelten. Das fertige Präparat sollte, sofern es ausführbar ist, immer so fein sein, dass man, wenn es auf Druckschrift gelegt wird, letztere durch dasselbe hindurch lesen kann. Die durchschnittliche Dicke wohlgelungener Dünnschliffe beträgt 0,025 bis 0,05 mm. Dünne lichtdurchlässige Lamellen, die aus leicht nach einer Richtung spaltbaren Mineralien unschwer gewonnen werden, gelangen ohne weitere Präparation zur Einbettung. — Die unbedeckt gelassenen Dünnschliffe können auch zu chemischen Reactionen im kleinen Maassstab benutzt werden, deren Verlauf und Resultat dann mit dem Mikroskop verfolgt wird (§ 463). — Andererseits geben in gewissen Fällen zerkleinerte Mineralsubstanzen ebenfalls den Gegenstand mikroskopischer Untersuchung ab, wie sie theils durch directes Pulvern, theils nach einer mechanischen oder chemischen Separation gemengter Pulvermassen als isolirte Portionen erhalten werden. Solche Pulver werden, um die innere Structur ihrer Partikelchen besser hervortreten zu lassen, gleichfalls in Canadabalsam eingebettet und mit einem Deckgläschen versehen; will man die äussere Begrenzung der Körnchen scharf erblicken, so untersucht man sie in einer Flüssigkeit, deren Brechungsquotient mehr von dem des Pulvers abweicht, als es bei dem Canadabalsam ($n = 1,549$) der Fall ist, z. B. in Wasser. — Bei Mineralsubstanzen, welche, wie die meisten Erze, selbst bei grösster Verdünnung nicht lichtdurchlässig werden, kann nur die angeschliffene Oberfläche im auffallenden Lichte untersucht werden. Ueber Specielles vgl. *F. Zirkel*, Lehrb. der Petrographie. 2. Aufl. I. 1893. 20 ff.

b) Innere Beschaffenheit der Krystalle.

Nicht nur mit Bezug auf das Regelmaass der äusseren Umrissse sondern auch betreffs der inneren Continuität und Homogenität der Substanz bieten die Individuen des Mineralreichs ausserordentlich viele Abweichungen von der normalen oder idealen Ausbildungsweise dar, welche es verlangt, dass jeder Theil des Krystalls dieselbe chemische und physikalische Natur besitzt, wie ein benachbarter. Hierher gehören vor allem die meisten Erscheinungen der Umrundung und des Schalenbaues, sowie das Dasein von fremden Einschlüssen.

§ 68. **Umrundung und Schalenbau.** Die Umrundungen bestehen in dem parallelen Umschlossensein eines innerlichen Kerns von einer Hülle oder mehreren derselben, wie sich dies an den durchbrochenen oder durchschnittenen Krystallen zeigt. Solche zonar gebaute Krystalle sind also durch fortwährende Umlagerung, welche aber mit gewissen Unterbrechungen erfolgte, zu ihrer jetzigen Grösse gewachsen, jede schalenartige Umhüllung entspricht einer Bildungsperiode, die Grenze zwischen zweien derselben bezeichnet die Intermittenz des Wachstumsactes. Diese Umrundungen geben sich theils schon dem freien Auge kund, theils sind sie in solcher Zartheit ausgebildet, dass sie nur bei stärkerer Vergrösserung unter dem Mikroskop an den Mineraldurchschnitten erkannt werden. Bei ihnen handelt es sich um verschiedene, insbesondere um folgende drei Fälle:

1) Kern und Schalen sind krystallographisch und chemisch identisch; alsdann wird der Gegensatz zwischen den einzelnen, gleich beschaffenen und auch gleich gefärbten Umhüllungen vielfach nur dadurch ersichtlich gemacht, dass Partikel fremder Substanz, welche während des successiven Wachstums die jedesmalige Oberfläche bestäubten, auf der Grenze zwischen jenen abgelagert erscheinen. Hin und wieder wechseln trübere und klarere Schalen mit einander ab oder es wird ihr Dasein dadurch dargethan, dass innerhalb gewisser derselben fremde färbende Mineralpartikel eingeschlossen liegen; z. B. Schwerspathkrystalle, zusammengesetzt aus wasserklaren und rothen, durch eingelagerte Realgartheilchen so gefärbten Zonen. — Grosse Individuen von Quarz (Kappenquarz), von Wolframit zeigen solche Zusammensetzung aus Schalen, welche gewöhnlich mehr oder weniger fest mit einander verwachsen, mitunter aber so locker verbunden sind, dass man sie ohne weiteres abheben kann. Bisweilen erfolgt der Schalenaufbau nicht gemäss der ganzen Krystallgestalt, sondern blos nach einer einzigen Fläche, wie beim Diallag, Bronzit.

2) Kern und die einzelnen Schalen sind krystallographisch isomorph (gleichgestaltet), aber chemisch mehr oder weniger verschieden, oder wenigstens nicht identisch, deshalb auch, wo gefärbte Mineralien vorliegen, durch das wechselnde Eintreten von Bestandtheilen etwas abweichend und manchmal in häufiger Wiederholung abwechselnd gefärbt. Diese Erscheinung verweist offenbar auf successive Veränderung in der Beschaffenheit derjenigen Substanzen, aus welchen der wachsende Krystall sich ausschied; bei den Gemengtheilen der Eruptivgesteine ist dieser zonare Aufbau die Folge der zeitlich verschiedenen chemischen Zusammensetzung des Magmas. Während die einzelnen Anwachsschichten meist untereinander und mit den äusseren Contouren des Krystalls parallel verlaufen, zeigt sich bisweilen auch ein anders begrenzter Kern, dessen Kanten und Ecken, bei der fortschreitenden Vergrösserung, den krystallographischen Gesetzen entsprechend, durch Flächen ersetzt wurden und umgekehrt.

Grosse Individuen des Vesuvians oder Granats sind so aus vielen Schalen von verschiedenem Braun, grosse Epidote aus solchen von abweichend grünen Tönen zusammengesetzt, beim Turmalin umschliessen z. B. braune Schalen einen inneren blauen Kern; beim Flusspath finden sich honiggelbe Würfel mit weissen trüben Kernen, weingelbe Würfel mit violetten, farblose Würfel mit blauen Kernen; bräunliche oder gelbliche Kalkspathe tragen wasserklare Hülle. — Würfelige Flusspathkrystalle besitzen einen oktaëdrisch gestalteten Kern, oder sind weiss mit violblauen Ecken. Krystalle

von Kalkspath, äusserlich die Form des Grundrhomboëders R aufweisend, lassen einen dunkeln Kernkrystall von der Form — 2R durchscheinen. Krystallographische Abweichungen zwischen Kern und Hülle zeigen auch viele Barytkrystalle.

Die schalige Zusammensetzung offenbart sich bei vielen Krystallen erst mit Hülfe des Mikroskops durch die Untersuchung der von ihnen angefertigten Dünnschliffe, erscheint alsdann aber auch im allergrössten Detail; die einzelnen Schichten geben sich in solchen Durchschnitten als rahmenähnliche, ineinander geschachtelte Streifen oder Zonen zu erkennen, deren gegenseitige Abgrenzung theils durch verschiedenen Farbenton der aufeinander folgenden, theils durch zwischengestreute oder eingestreute fremde Körperchen oder durch Wechsel der Pellucidität, auch wohl durch abweichendes optisches Verhalten, z. B. durch Gegensätze in der Auslöschungsschiefe, in den Brechungsquotienten, in den optischen Axenwinkeln besonders deutlich wird. Augite, Hornblenden, Feldspathe, Granaten, Leucite, namentlich solche, welche als Gemengtheile der Felsarten auftreten, weisen diese Erscheinung ungemein schön auf. Derart fein fallen manchmal die einzelnen zusammensetzenden Lagen aus, dass sie nur wenige Tausendstel Mm. in der Dicke messen: an Durchschnitten von millimeterlangen Augitkrystallen sind bisweilen an hundert einander umhüllende Schichten zu zählen.

Bei der optischen Untersuchung von Durchschnitten der Plagioklasfeldspathe wird oft erkannt, dass die vom Centrum nach der Peripherie auf einander folgenden, deutlich abgegrenzten Zonen einen Wechsel der Auslöschungsschiefe besitzen, welcher auf eine, nach bestimmter Richtung fortschreitende Veränderung in der chemischen Zusammensetzung schliessen lässt, meist so, dass der Kern kieselsäurearm, kalkreich und natronarm ist, nach aussen zu immer kieselsäurereicher, kalkärmer und natronreicher werdende Schichten sich gegenseitig umhüllen. Nicht selten erfolgt auch, wie das optische Verhalten zeigt, die Substanzänderung von innen nach aussen stetig und continuirlich, d. h. ohne ersichtliches Dasein von einzelnen getrennten Schalen.

Künstlich lässt sich die isomorphe Schichtung nachahmen, indem man z. B. dunkle Oktaëder von Chromalaun in eine Lösung von gewöhnlichem Kalialaun hängt, welche eine farblose Hülle um den Kern absetzt. Bringt man Bittersalzkrystalle abwechselnd in Lösungen von Bittersalz und Manganvitriol und wieder in solche von reinem Bittersalz, so wachsen abweichend gefärbte isomorphe Schichten in beliebiger Zahl umeinander.

In einem gewissen Sinne gehört zu der isomorphen Schichtung auch die Erscheinung, dass das Weiterwachsen in der isomorphen Mischung nicht allseitig peripherisch, sondern nur einseitig geschah, wie es z. B. bei den säulenförmigen Turmalinen der Fall, welche in der Richtung der Verticalaxe verschiedene, ungefähr basisch abgegrenzte Färbung zeigen. — Eine besondere Modification des successiven Krystallaufbaus besteht in dem Dasein der sog. Anwachspyramiden oder Anwachskegel. Der Krystall erscheint alsdann gewissermassen als eine Vereinigung von lauter (umgekehrten) Pyramiden, deren Basis eine Krystallfläche ist und deren Spitze sich da befindet, wo die Fläche zuerst aufgetreten war, also im idealen Falle in der Mitte (Fig. 291). Im Durchschnitt gibt sich daher eine Zusammensetzung aus einzelnen Sektoren zu erkennen, welche den auf den einzelnen Flächen eines kleinen Kerns zum Absatz gelangten Partien entsprechen. Natürlich ist die Zahl der Anwachspyramiden ebenso gross wie diejenige der Flächen, parallel denen die Vergrösserung des Krystalls stattfand: ein Würfel würde 6, ein Oktaëder 8 derselben aufweisen; auf gleichwerthigen Flächen bilden sich übereinstimmende Anwachspyramiden aus. Die Erscheinung wird aber namentlich dadurch deutlich, dass ungleichwerthige Flächen auch eine Abweichung in der Beschaffenheit der zugehörigen Pyramiden erkennen lassen; dies spricht sich z. B. darin aus, dass ihnen verschiedene Färbung, verschiedene chemische Zusammensetzung oder ein etwas anderes optisches Verhalten eigen ist (sog. Sanduhrbau beim Augit), oder dass sie fremde Einschlüsse in verschiedentlicher Weise

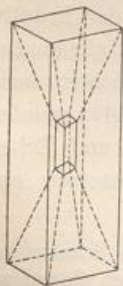


Fig. 291.

enthalten (Chiaistolith), oder dass in Verbindung damit die Aetzfiguren differirende Form und Anordnung zeigen. Für das Zustandekommen des Sanduhrbaus scheint namentlich das Dasein anisomorpher Substanzen von Belang zu sein (vgl. *Blumrich*, Min. u. petr. Mitth. XIII. 1892. 239; *Pelikan*, ebendas. 258, sowie dessen ausgezeichnete Abhandlung »Ueber den Schichtenbau der Krystalle«, ebendas. XVI. 1896. 4). — An den durch dilutes Pigment gefärbten Krystallen treten die Anwachspyramiden dadurch hervor, dass verschiedene Krystallflächen den Farbstoff in verschiedenem Grade auf sich niederschlagen. Aus einer gesättigten Lösung von Strontiumnitrat, welche mit dem Farbstoffextract von Haematoxylon Campechianum versetzt ist, scheiden sich Krystalle ab, bei denen die Anwachskegel auf den Prismenflächen ungefärbt, diejenigen auf den übrigen Flächen prachtvoll roth erscheinen. Künstliche Meconsäurekrystalle, gefärbt mit Methylviolett, zeigen 2 violette und 2 blaue Anwachspyramiden. — Andere Beispiele dafür, dass den Krystallflächen eine gewisse auswählende Kraft zukommt, liefern Baryte, Turmaline (bei welchen auf den Rhomboëderflächen Substanzen abgelagert werden, die auf den Prismenflächen fehlen), Zinnstein.

3) Kern und Schalen sind krystallographisch und chemisch abweichend, aber es ist das Zusammenfallen gewisser ausgezeichneter Flächen oder Spaltrichtungen möglich und vorhanden; hierher gehören z. B. die primären Umrindungen von Hornblende um Augit, die von monoklinem Pyroxen um rhombischen, die von triklinem Plagioklas um monoklinen Orthoklas.

§ 69. **Fremde Einschlüsse in den Mineralien.** Die Continuität der innerlichen Raumerfüllung durch eine und dieselbe Substanz wird bei den Individuen des Mineralreichs sehr häufig auf verschiedene Weise unterbrochen, indem dieselben sowohl mit grösseren oder kleineren Krystallen oder krystallinischen Partikeln anderer Mineralien durchwachsen, als auch mit anderen theils festen, theils flüssigen amorphen fremden Substanzen in grösserem oder geringerem Grade erfüllt oder endlich von Poren und Hohlräumen durchzogen sind. Alle diese fremden Einschlüsse treten ausserordentlich viel häufiger in mikroskopischem Maassstab als von makroskopischen Dimensionen in den Mineralien hervor¹⁾.

Die Einschlüsse sind zwar häufig ganz regellos durch das Mineral vertheilt, finden sich aber doch in sehr vielen Fällen auf deutlich ersichtliche Weise an gewissen Stellen desselben besonders angehäuft, während sie an anderen Stellen sehr spärlich erscheinen oder ganz fehlen. Sie liegen nämlich vor allem bald im Centrum des Krystalls versammelt, wobei dann dessen äussere Theile einschlussarm oder einschlussfrei sind, oder, im Gegensatz zum Centrum, gerade an der Peripherie besonders reichlich, oder sie finden sich schliesslich in den Durchschnitten innerhalb einzelner concentrischer Zonen eingelagert, treten also bei dem Schalenbau zwischen je zwei Schichten auf oder sind an gewisse derselben geknüpft. Wenn, worauf Beobachtungen bei künstlichen Krystallbildungen hinweisen, die Einlagerungen desto reichlicher von dem Krystall aufgenommen werden, je rascher sein Wachsthum erfolgt, so würde die centrale Anhäufung der Einschlüsse auf eine anfangs beschleunigte, später verlangsamte Vergrösserung des Krystalls schliessen lassen, die peripherische auf den gerade umgekehrten Vorgang, die zonare auf einen Wechsel in der Wachstumsgeschwindigkeit.

Das Vorkommen solcher mit blosem Auge wahrnehmbarer krystallisirter oder krystallinischer Einschlüsse gehört zu den ziemlich häufigen Erscheinungen des Mineralreichs, und findet sich in sehr verschiedener Weise der Ausbildung. Bald sind es grössere, sehr deutlich erkennbare Krystalle, bald nur

1) Vgl. dar. *F. Zirkel*, Lehrb. d. Petrographie. 2. Aufl. 1894, Bd. I. 162—192.

haarförmige oder feinschuppige Individuen eines Minerals, welche in ganz regelloser Lage von grösseren Krystallen eines anderen Minerals umschlossen werden. Im ersteren Falle ragen die eingeschlossenen Krystalle bisweilen mehr oder weniger weit aus dem einhüllenden Krystall heraus, auch sind sie wohl mitunter verbogen oder zerbrochen; im zweiten Falle kommt es oft vor, dass die feinen schuppigen oder körnigen Individuen nur nahe an oder auf der Oberfläche des einschliessenden Krystalls vertheilt, ihm gleichsam nur aufgestreut sind.

Besonders häufig ist die Erscheinung am Quarz, zumal an denjenigen reineren Varietäten, welche Bergkrystall genannt werden, und bei ihrer grossen Durchsichtigkeit ganz vorzüglich geeignet sind, die eingeschlossenen Krystalle deutlich erkennen zu lassen. Auch der Kalkspath, der Flussspath, der Baryt, die Feldspathe und Turmaline sind nicht selten mit krystallisirten Einschlüssen versehen, deren Vorhandensein, bei den höheren Graden der Pellucidität, welche diesen Mineralien eigen zu sein pflegen, ebenfalls leicht bemerkt werden kann.

Als weniger deutliche Einschlüsse in Form von staubähnlichen Partikeln, Schüppchen oder haarförmigen Gebilden kommen zumal häufig Pyrit, Kupferkies, Chlorit (Helminth), Amiant und Goethit vor. Die kleinen Pyrit- und Chloritkrystalle zeigen bisweilen innerhalb des sie umschliessenden Krystalls eine mehr oder weniger regelmässige Vertheilung, welche durch die Form dieses Krystalls bestimmt wird. Doch bleibt die gegenseitige Lage der Individuen untereinander eine regellose, weshalb die Erscheinung in diesem Falle nicht als eine Interposition zu bezeichnen ist.

Krystallisirte oder krystallinische Körper von mikroskopischer Kleinheit sind den verschiedensten Mineralien in reichlicher Fülle und vormals ungeahnter Verbreitung eingewachsen, wie dies namentlich die Untersuchung der Gemengtheile von Felsarten gelehrt hat. Obschon sie in der Regel während des Wachsthumactes des sie bergenden Minerals ganz ordnungslos und in zufälliger Stellung darin eingeschlossen wurden (sog. poikilitische Verwachsung), gibt es doch auch manche Fälle, wo ihre innerliche Einlagerung einen Parallelismus aufweist (sog. Interposition) oder in einer bestimmten Beziehung zu Form und Wachsthum des grossen Krystalls steht.

So enthalten z. B. die röthlichen Kalkspathkörner des serpentinführenden Kalksteins von Modum in Norwegen eine grosse Menge zinnberrother oder dunkelorange-farbiger, scharf begrenzter, durchscheinender Nadelchen (wahrscheinlich Nadeleisen) in sich, welche genau parallel den vier Axenrichtungen des Kalkspaths darin orientirt sind.



Fig. 292.



Fig. 293.

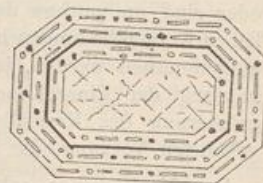


Fig. 294.

In den Nephelinen sind zarte grüne Augitprismen nach allen vier Axenrichtungen des hexagonalen Minerals eingeordnet. Im Dolomit vom Greiner liegen feine Tremolit-

fasern den Polkanten des Rhomboëders parallel. Der rhombische Hypersthen führt unzählige fremde Lamellen, die mit ihrer platten Fläche parallel dessen vollkommenster Spaltrichtung liegen, während ihre Längsausdehnung senkrecht auf die Verticalaxe des Hypersthen oder parallel derselben gerichtet ist. Der Leucit hat die charakteristische Tendenz, zahlreiche fremdartige Körperchen (z. B. Augitmikrolithen, Magnetiseinkörnchen) in sich einzuschliessen und dieselben so zu gruppieren, dass sie im Leucitdurchschnitt entweder einen centralen runden Haufen oder mehrere concentrische Kränze darstellen, welche entweder Kreise oder achteckige Figuren sind; sie liegen demnach auf der Oberfläche von kleineren Leucitformen vertheilt, welche man sich in den Krystall eingeschrieben denkt (Fig. 292). Mikrolithische Interpositionen zeigt Fig. 293 im Labradorit, Fig. 294 in einem schalig zusammengesetzten Querschnitt von Augit, Fig. 295 in einem Verticalschnitt des Nephelins. Fig. 296 stellt in einem Ikositetraëder von Granat Quarzeinschlüsse dar, welche sich der Form des ersteren angepasst haben.



Fig. 295.



Fig. 296.

Solche Einwachsungen von mikroskopischen krystallisirten oder krystallinischen Individuen sind es auch, wodurch gewisse Mineralien ihre besondere Farbe oder hervorstechende optische Eigenthümlichkeiten erlangen. Rother feinvertheilter Eisenglimmer färbt den bei Stassfurt vorkommenden Carnallit und den Stilbit aus dem tiroler Fassathal intensiv roth. Der Prasem von Breitenbrunn verdankt seine lauchgrüne Farbe einem dichten Gewirr von schilfigen und nadelförmigen Strahlsteinsäulen, mit welchen seine klare farblose Quarzmasse durch und durch gespickt ist; Bergkrystalle erscheinen schmutzig grün durch massenhaft eingewachsene Chloritstäubchen. Betreffs weiterer durch solche Einlagerungen hervorgebrachter Erscheinungen vgl. den Abschnitt über Farbenwandlung, Schillern, Asterismus.

In manchen Krystallen sind die eingewachsenen mikroskopischen Individuen in ganz ungeheurer Anzahl vorhanden. Die Substanz vieler dunkelgefärbter Mineralien strotzt wahrhaft von innig eingemengten isolirten winzigen Magnetiseinkörnchen. In den triklinen Feldspathen vieler Gesteine liegen schwarze und bräunlich durchscheinende Körnchen, Nadelchen und Täfelchen in enormer Anzahl und herabsinkend zu so kleinen Dimensionen, dass ein Theil derselben selbst bei stärkster Vergrösserung nur wie der allerfeinste Staub erscheint. — Ausserdem ist die grosse Verschiedenartigkeit der eingeschlossenen Kryställchen bemerkenswerth; so hat man z. B. Leucit-Individuen untersucht, welche ausser glasigen und flüssigen Partikeln nicht weniger als fünf verschiedene andere mikroskopische Mineralien einhüllten: grüne Pyroxene, farblose Nepheline, blaue Häüyne, braune Granaten, schwarzen Magnetit. Häufig aber ist es wegen der Kleinheit der körneligen, mikrolithischen oder lamellaren Einschlüsse schwierig oder nicht möglich, sie mit einem bekannten Mineral zu identificiren.

Bei sehr vielen chemischen Analysen ist eine Mineralsubstanz einschliesslich der fremden Einlagerungen zur Untersuchung gekommen, sei es, weil man die Gegenwart derselben überhaupt nicht voraussetzte, sei es, weil die vorherige mechanische oder chemische Entfernung derselben entweder verabsäumt wurde, oder thatsächlich unausführbar war. So haben manche, früher auffallende oder unerklärliche Ergebnisse

der Analysen, welche nicht mit der Normalformel des Minerals oder nicht unter einander stimmen wollen, in derlei fremden Einnengungen ihren Grund. (Vgl. z. B. Staurolith.) Davon machen die wohlausgebildeten, aber als solche undurchsichtigen Krystalle keine Ausnahme; denn makro- und mikroskopische Betrachtung lehrt, dass innige Erfüllung mit fremden Gebilden das Regelmässige der Krystallform keineswegs zu beeinträchtigen braucht. Denjenigen Mineralien gegenüber, welche, wie die meisten Erze, keine hinlänglich pelluciden Dünnschliffe liefern, hat das berechtigte Misstrauen in die Homogenität einen noch viel weiteren Spielraum.

Die Erscheinungen der Interposition gehen bis zur gegenseitigen innigen und vollständigen Durchdringung zweier verschiedener Mineralien, bei denen beide Substanzen in fast gleichem Volumen theilhaftig sind und die einzelnen der beiderseitigen Partikel vielfach unter einander parallele Orientirung aufweisen; z. B. Verwachsungen von Kalifeldspath mit Albit, von Feldspath mit Quarz (Schriftgranit), von monoklinen und rhombischen Pyroxenen, von Magnetit und Titaneisen. In seltenen Fällen bestehen dann hinsichtlich der gegenseitigen Verwachsung beider Mineralien auch noch gesetzliche Beziehungen.

Es ist nicht ausgeschlossen und wird durch manche Beobachtung wahrscheinlich gemacht, dass dergleichen innige Durchwachsungen in einem so feinen Maassstab erfolgen, dass sie, jenseits der Grenze der Wahrnehmung gelegen, bei stärkster Vergrösserung in den besten Präparaten nicht mehr als solche zu erkennen sind, dass also submikroskopische Verwachsungen vorliegen. Eine Annahme derselben würde mehrfach auch die Resultate chemischer Analysen deuten. So z. B. fände der Natrongehalt in Orthoklasen seine Erklärung, wenn die letzteren als eine submikroskopische Verwachsung von Kalifeldspath mit Natronfeldspath betrachtet werden könnten.

Im Vorstehenden ist vorausgesetzt worden, dass die fremden krystallinischen Partikel während des Wachstums des umgebenden Minerals von ihm eingeschlossen wurden. Die Durchsetzung einer Mineralmasse mit anderen nicht zugehörigen krystallinischen Substanzen kann aber auch so zu Stande kommen, dass dieselben sich, wie z. B. Chloritblättchen im Augit, Epidotkörnchen in der Hornblende, erst secundär als Neubildungsproduct aus jener Mineralmasse heraus entwickeln, oder dass auf Spältehen, welche die letztere durchziehen, fremde Mineralsubstanz zum Absatz gelangt, z. B. Infiltrationen von Brauneisenstein auf Klüftchen im Quarz. Solche erst nachträglich gebildete Einlagerungen werden nicht als Einschlüsse bezeichnet.

Anm. Zu den merkwürdigsten Beispielen einer sehr mangelhaften Raumerfüllung gehören noch die von *Scheerer* so genannten Perimorphosen oder Kernkrystalle: regelmässige, aus einem Individuum bestehende Krystallhüllen, welche meist mit ganz anderen Mineralien ausgefüllt sind, deren Aggregat sie wie einen Kern umschliessen. Sie sind bisweilen papierdünn, so dass der eigentliche Krystall gleichsam nur auf seine Epidermis reducirt ist. Die im körnigen Kalk vorkommenden Krystalle des Granats (z. B. von Arendal, Auerbach, Moldawa) lassen diese Ausbildungsweise zuweilen sehr auffallend erkennen; sie ist aber auch an anderen Mineralien beobachtet worden. Die Entstehung dieser Gebilde bietet noch manches schwer Erklärliche.

Mit blossem Auge sichtbare Einschlüsse einer Flüssigkeit sind u. a. in vielen Chalcedonen von Brasilien, Quarzen und Amethysten von Schemnitz und vom St. Gotthard, in manchen Steinsalzen, Flussspathen, Gypsen nicht eben selten und längst bekannt. Die in einem Hohlraum sitzende Flüssigkeit enthält gewöhnlich ein Bläschen, eine Libelle, und bewegt sich deshalb beim Neigen der Stücke wie diejenige einer Wasserwaage hin und her. Auch nachdem Sir *David Brewster* nachgewiesen, dass solche Höhlungen mit Flüssigkeiten sich gleichfalls in mikroskopischer Kleinheit in manchen anderen Mineralien (z. B. Smaragd, Beryll, Chrysoberyll,

Chrysolith, Feldspath, Topas, Sapphir⁴⁾ finden, glaubte man zunächst noch, dass dieselben nur in wohl ausgebildeten Krystallen und in diesen blos spärlich und zufällig vorkommen. Erst durch *Henry Clifton Sorby*¹⁾ wurden (1858) diese Beobachtungen über die Verbreitung mikroskopischer Flüssigkeitseinschlüsse weiter ausgedehnt, verallgemeinert und zugleich auf zwei ganz neue Gebiete gelenkt, indem einerseits die künstlich gebildeten Krystalle in dieser Rücksicht eingehend zur Vergleichung untersucht wurden und anderseits die als Gemengtheile von Gesteinen auftretenden Mineralien eine Prüfung erfuhren. Im Laufe der Zeit haben sich die Nachweise über die Verbreitung dieser Gebilde so vervielfacht, dass es nicht mehr zweifelhaft ist, eine jede Mineralsubstanz sei unter den erforderlichen genetischen Bedingungen fähig, liquide Einschlüsse und zwar selbst in reichlicher Anzahl innerhalb ihrer Masse zur Ausbildung gebracht darzubieten.

So sind dieselben z. B. beobachtet in: Quarz, monoklinem und triklinem Feldspath, Nephelin, Elaeolith, Leucit, Meionit, Augit, Hornblende, Chlorit, Olivin, Phenakit, Topas, Cordierit, Vesuvian, Smaragd, Beryll, Spinell, Sapphir, Apatit, Kalkspath, Gyps, Flussspath, Steinsalz, Kryolith, Zinnstein, Zinkblende, Zinnober. Diese Mineralien sind allesamt solche, welche in Dünnschliffen genügende Pellucidität erlangen; für die völlig impellucid bleibenden Mineralkörper, z. B. die meisten Erze, lassen sich diese Einschlüsse durch das Mikroskop nicht nachweisen; es ist aber wahrscheinlich, dass sie hier in einem vielleicht nicht minderen Maasse ebenfalls vorhanden sind.

Die kleineren der mikroskopischen Flüssigkeitseinschlüsse in den Mineralien (Fig. 297) sind gewöhnlich rundlich, dem Kugelrunden genähert, eiförmig, die grösseren oft auf das Verschiedenartigste gestaltet mit unregelmässigen Verästelungen und schlauchförmigen Verzerrungen. Weitaus die meisten derselben zeigen ein ganz deutlich erkennbares kugelförmiges und dunkelumrandetes Gasbläschen (Libelle) in der Flüssigkeit, welches sich sehr oft innerhalb derselben hin und her bewegt. Die freiwillige, zitternde oder wirbelnde Beweglichkeit der Libelle ist es, wodurch der ganze Einschluss auf den ersten Blick in entscheidender Weise als eine Flüssigkeit charakterisirt wird. Man pflegt diese constante spontane Bewegung als durch stetige kleine Temperaturschwankungen hervorgebracht zu deuten, mit denen ein fortwährender Wechsel von Evaporation und Condensation verbunden ist. Anderen Flüssigkeitseinschlüssen ist diese selbständige Motion der Libelle nicht eigen. Bei einem Theil derselben kann aber eine einfache Orts- oder Formveränderung der letzteren durch eine einseitige Erwärmung des Präparats herbeigeführt werden, wodurch gleichfalls die liquide Natur der Substanz gekennzeichnet ist. Bei noch anderen Einschlüssen verbleibt die Libelle sowohl bei gewöhnlicher als erhöhter Temperatur fortwährend ganz unbeweglich; dieses indifferente Verhalten darf indessen keineswegs als ein Beweis gegen den flüssigen Charakter gelten. — Die grösseren mikroskopischen Flüssigkeitseinschlüsse messen selten mehr als 0,06 Mm.

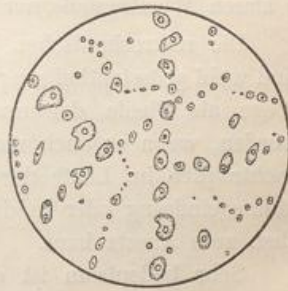


Fig. 297.

4) In seiner für alle Zeit classischen Abhandlung: On the microscopical structure of crystals, indicating the origin of minerals and rocks (Quart. journ. of geol. soc. XIV. 435).

Naumann-Zirkel, Mineralogie. 14. Aufl.

im grössten Durchmesser und es finden sich alle Abstufungen der Kleinheit; die winzigsten erscheinen selbst bei 4000facher Vergrösserung nur als die allerfeinsten, kaum mehr wahrnehmbaren Punkte. Sind die Wandungen, welche die liquiden Einschlüsse begrenzen, überhaupt gerade und flach, so entsprechen sie, wie bei den künstlich aus Lösungen entstandenen Gebilden, meist auch den Flächen des betreffenden Krystalls.

So sind die mit einem Bläschen ausgestatteten liquiden Einschlüsse im Steinsalz meist hexaëdrisch gestaltet; im Quarz gibt es solche, welche genau die Form seiner hexagonalen Pyramide oder der Combination einer solchen mit dem Prisma besitzen. Ja flüssige Einhüllungen von einer den Orthoklas-Combinationen entsprechenden Gestalt wurden im Adular vom St. Gotthard beobachtet.

Die Flüssigkeitseinschlüsse erscheinen innerhalb der Mineralmasse entweder einzeln unregelmässig durcheinander gestreut, oder zu vielfach sich verzweigenden und wieder vereinigenden Reihen und Streifen, auch wohl zu Haufen und förmlichen Schichten versammelt. In den Gesteinen bemerkt man manchmal, wie ein Zug solcher Einschlüsse unter Beibehaltung seiner Richtung durch mehrere benachbarte Mineralindividuen von übereinstimmender oder abweichender Natur hindurchgeht. Eine übergrosse Menge allerwinzigster Flüssigkeitspartikel verursacht oftmals ein milchiges oder trübes Aussehen der damit imprägnirten sonst völlig klaren Mineralsubstanz, z. B. beim Quarz, Steinsalz, Kalkspath.

Unter den Mineralien ist wohl keines durchschnittlich reicher an solchen flüssigen Einschlüssen als der Quarz, namentlich derjenige, welcher als Gemengtheil der Gesteine (Granite, Gneisse) sowie auf Gängen auftritt. Sie sind stellenweise so massenhaft darin vorhanden, dass es in der That von ihnen wimmelt, und dass nach einer Berechnung in einem Cubikzoll daran sehr reichen Quarzes über 4000 Millionen derselben enthalten sind. — Uebrigens scheinen die verschiedenen Mineralsubstanzen mit Bezug auf ihre Tendenz, während ihres Wachstums flüssige Theilchen in ihre Masse einzuhüllen, von einander abzuweichen. So berichtet auch *Sorby*, dass, wenn gemischte Lösungen von Alaun und Chlornatrium nicht allzu rasch bei gewöhnlicher Temperatur verdunsten, die sich ausscheidenden Chlornatriumkrystalle so zahlreiche Flüssigkeitseinschlüsse enthalten, dass sie völlig weiss und impellucid erscheinen, während die klaren Alaunkrystalle nur sehr spärliche derselben aufgenommen haben.

Die mikroskopischen Flüssigkeitseinschlüsse in den verschiedenen Mineralien sind wohl grösstentheils ursprünglich bei der Bildung derselben auf mechanischem Wege als Theile der umgebenden Lösung oder als condensirte Gase eingehüllt worden, wenn es auch nicht ausgeschlossen ist, dass bisweilen das Liquidum erst nachträglich im Laufe der Zeit in leere, d. h. mit Gas erfüllte präexistirende Hohlräume eindrang oder in der Ausfüllungsmasse allmählich wieder zuheilender Spältchen zum Absatz kam.

Sehr bedeutsam ist die Ermittlung der physikalischen und chemischen Beschaffenheit der Flüssigkeitseinschlüsse. Wohl die meisten bestehen aus Wasser oder aus einer Lösung von Salzen oder von Gas in vorwaltendem Wasser. Bei ihnen wird durch steigende Temperatur, durch Erwärmung des Präparats, innerhalb der Beobachtungsgrenzen das Volumenverhältniss zwischen Libelle und Flüssigkeit nicht merklich verändert, selbst bei Temperaturen von 420° ist keine Condensation der ganz indifferenten (oft aber lebhaft beweglichen) Libelle durch Verkleinerung derselben zu beobachten. Ja es kommen in der That auch

gesättigte Salzlösungen als mikroskopische Flüssigkeitseinschlüsse vor, welche durch die darin ausgeschiedenen Salzkrystalle charakterisirt sind. Die merkwürdigste Natur ist aber denjenigen Einschlüssen eigen, an welchen sich die flüssige Kohlensäure betheilt und welche sich dadurch kennzeichnen, dass während einer Erhöhung der Temperatur schon bei ca. 32° C. durch die enorme Expansivkraft der Kohlensäure die Libelle zum Verschwinden gebracht wird, worauf sie alsdann während der Abkühlung genau bei demselben Temperaturgrad wiederum in dem Einschluss zum Vorschein kommt.

Die in mehreren Quarzen eingeschlossene Flüssigkeit wurde von *H. Davy* und *Sorby* als fast reines Wasser befunden, während der Letztere in anderen Quarzen wässrige Flüssigkeiten untersuchte, welche oft eine sehr beträchtliche Menge von Chlorkalium und Chlornatrium, von Sulfaten des Kaliums, Natriums, Calciums und mitunter freie Säuren enthielten. Sehr weit verbreitet scheinen die Liquida zu sein, welche aus kohlensäurehaltigem Wasser bestehen.

Die gesättigten Salzlösungen sind bis jetzt hauptsächlich nur in Quarzen (auch ganz selten im Kalkspath, Nephelin, Smaragd) nachgewiesen worden, scheinen aber, wo dies Mineral als Gemengtheil von Felsarten auftritt, gar nicht so selten zu sein. Zur Zeit hat man so nur Chlornatriumlösung gefunden, in welcher neben der Libelle ein kleines oft scharfkantiges wasserhelles isotropes Würfelchen des Salzes schwimmt. Dass hier in der That Chlornatrium vorliegt, dies wurde einmal auf spectralanalytischem Wege dargethan, indem der in der Flamme decrepitirende Quarz ein prachtvolles Aufblitzen der Natriumlinie hervorrief; anderseits ergab destillirtes Wasser, in welchem derselbe Quarz gepulvert worden war, mit Silbernitrat einen sehr deutlichen Niederschlag von Chlorsilber¹⁾. Das Würfelchen löst sich bei sehr starker Erhitzung des Minerals in der Flüssigkeit und krystallisirt bei der Abkühlung wieder heraus.

Den Nachweis von der Gegenwart flüssiger Kohlensäure in den Mineralien verdanken wir den ingeniosen Experimenten von *H. Vogelsang* und *Geissler*. Nachdem schon 1858 *Simmler* vermuthet hatte, dass wohl gewisse der von *Brewster* mehrfach in Krystallen beobachteten Flüssigkeiten liquide Kohlensäure sein dürften, weil insbesondere das so beträchtliche Expansionsvermögen am meisten mit demjenigen dieser seltsamen Substanz übereinstimme, thaten jene beiden Forscher 1869 die wirkliche Existenz derselben in Mineralien dar. Das Liquidum in einem Bergkrystall und in Topasen besass genau diejenigen Expansionsverhältnisse, welche nach *Thilorier* der flüssigen Kohlensäure zukommen. Beim Decrepitiren ergeben diese Mineralien in dem Spectralapparat das Spectrum der reinen Kohlensäure und beim Zersprengen in Kalkwasser erzeugen sie eine Abscheidung von kohlensaurem Kalk²⁾. Fast gleichzeitig und unabhängig wies *Sorby* überzeugend nach, dass auch das in Sapphiren eingeschlossene Liquidum Kohlensäure ist. Nachdem einmal die Beweise für ihre wirkliche Existenz in den Mineralien geführt und die Unterscheidungsmerkmale festgestellt waren, gelang es, die flüssige Kohlensäure auch in Gemengtheilen von Gesteinen aufzufinden, wie sie denn in Quarzen von Graniten und Gneissen gar nicht so selten ist, und auch in Augiten, Olivinen und Feldspathen der Basalte vorkommt³⁾. Ihre

1) *F. Zirkel*, N. Jahrb. f. Mineral. 4870. 802.

2) *Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. 437. 1869. 56 u. 265.

3) Vgl. noch über diese Einschlüsse die Abhandlung von *Erhard* und *Stelzner* (Min. u. petr. Mitth. I. 4878. 450), worin u. a. angegeben wird, dass der »kritische Punkt«, diejenige Temperatur, bei welcher Kohlensäure aus dem flüssigen in den gasförmigen Zustand übergeht, bei den selbst in demselben Krystall befindlichen einzelnen Flüssigkeiten etwas verschieden sein kann, sowie dass auch für manche Einschlüsse, welche wahrscheinlich aus unreiner Kohlensäure bestehen, der kritische Punkt niedriger, z. B. zwischen 23° und 26° C. liegt. Ueber das Verschwinden der Libelle bald durch allmähliche Verkleinerung, bald durch allmähliche Vergrößerung sowie über das bei der Abkühlung zunächst erfolgende Auftreten zahlreicher ganz kleiner Bläschen, ferner

Gegenwart führt zu dem Schluss, dass die sie enthaltenden Mineralien unter hohem Druck gebildet sind.

Wie ein aus einer wässerigen Lösung entstehender Krystall Mutterlaugepartikelchen mechanisch in sich aufnimmt, so hüllt ein aus einer künstlich geschmolzenen Materie sich ausscheidender Krystall während seines Wachstums sehr häufig kleine isolirte Partikel des umgebenden Schmelzflusses in seine Masse ein, welche, indem sie rasch erstarren, sich gewöhnlich als Einschlüsse von glasiger Substanz darstellen. Mikroskopische Glaseinschlüsse solcher Art besitzen auch in gewissen natürlichen Mineralvorkommnissen eine ganz ungeheure Verbreitung; sie finden sich sowohl in den Gemengtheilen derjenigen Gesteine, deren Masse zum grössten oder grossen Theil selbst zu Glas erstarrt ist, wie z. B. der porphyrtigen Obsidiane, der Pechsteine, als auch solcher, welche bei ihrer Festwerdung fast gänzlich oder lediglich zu einem krystallinischen Aggregat ausgebildet wurden. Wo immer diese primären Glaseinschlüsse sich zeigen, da liefern sie den unwiderleglichsten Beweis dafür, dass der sie einhüllende Krystall in Gegenwart einer geschmolzenen Masse fest geworden ist, eine Thatsache, welche für die genetische Mineralogie, Petrographie und Geologie die höchste Bedeutung besitzt.

Die in fremder Krystallmasse eingeschlossenen mikroskopischen Glaspartikel haben sehr oft eine dem Eirunden oder Kugelrunden genäherte tropfengleiche Umgrenzung, mitunter aber auch eckige und zackige, unregelmässige und keilähnliche Form. Nicht selten ist die oben gleichfalls für die Flüssigkeitseinschlüsse hervor gehobene Erscheinung, dass ihre Contour die Gestalt des sie einschliessenden Krystalls im Miniaturmaassstabe wiedergibt.

Wir haben es hier gewissermassen mit negativen Krystallen zu thun, wobei der durch sie bedingte Hohlraum mit Glas erfüllt ist. So kommen in den vesuvischen Leuciten isolirte Partikel braunen Glases vor, welche ihrerseits ausserordentlich scharf die Leucitform zur Schau tragen. Vielorts (z. B. in Quarzporphyren, Rhyolithen, Pechsteinen) besitzen die Glaseinschlüsse im Quarz vermöge ihres pyramidalen Umrisses, der oft als solcher hervortritt, einen hexagonalen oder rhomboidalen, diejenigen im Feldspath einen länglich-rechteckigen Durchschnitt, so dass man schon aus der Configuration derselben zu erkennen vermag, ob es Quarz oder Feldspath ist, der sie einhüllt.

In den Glaseinschlüssen findet sich nun gewöhnlich gleichfalls ein, im Gegensatz zu demjenigen der flüssigen Einschlüsse sehr dunkel umrandetes Bläschen oder auch mehrere derselben. Diesem Bläschen innerhalb des starren Glases ist natürlich die freiwillige Bewegung oder die durch Erwärmung bewirkte Ortsveränderung, wie sie die Libellen der liquiden Partikel charakterisirt, durchaus versagt. Die Libelle ist in der Regel ziemlich kugelförmig, oft eiförmig, hin und wieder birnförmig, oder sackähnlich und schlauchförmig gekrümmt; es existirt selbst innerhalb desselben Krystalls keinerlei Beziehung zwischen ihrem Volumen und demjenigen des ganzen Einschlusses, wie denn dicke Glaspartikel mit ganz kleinem und solche mit ausnehmend grossem Bläschen nebeneinander vorkommen. Die hyalinen Einschlüsse finden sich bald ganz unregelmässig durch die Krystallmasse vertheilt, bald auf gewisse Stellen, z. B. das Centrum beschränkt, wobei dann die anderen Krystall-

über die Gegenwart von zwei Flüssigkeiten in einem Hohlraum vgl. *F. Zirkel*, *Lehrb. d. Petrogr.* 2. Aufl. I. 1893. 175 ff.

theile arm daran oder frei davon sind. Häufig ist die charakteristische Erscheinung, dass die innerliche Gruppierung der Glaskörner in Schichten erfolgte, welche mit den äusseren Flächen des Krystalls parallel gehen und durch Lagen einschlussfreier Krystallsubstanz von einander getrennt sind¹⁾.

Der Krystall wurde daher in einem Zeitpunkt seines Wachstums auf seiner ganzen Oberfläche von zahlreich anhaftenden isolirten Theilchen des umgebenden Schmelzflusses bedeckt, und vergrösserte sich darauf wieder durch Ansatz seiner eigenen Masse. Mitunter fand dieser Process wiederholt statt und es ergeben sich dann in dem Krystalldurchschnitt mehrere concentrische Zonen von Glasparkeln. — Aehnlich sind die von *v. Dechen* schon 1829 beschriebenen Feldspathkrystalle im Pechstein der Insel Arran, welche aus abwechselnden dünnen Feldspathschalen und glasigen Pechsteinlagen bestehen, Erscheinungen, die sich auch mikroskopisch wiederholen.

Die Anzahl der von den Krystallen eingehüllten mikroskopischen Glasparkel geht oft ins Erstaunliche. Durchschnitte von Leucitkrystallen aus Vesuvlaven z. B., welche das Gesichtsfeld des Mikroskops bilden, bieten manchmal Hunderte von winzigen braungelben Glaseinschlüssen in einer Ebene dar, und bei der um ein Minimum veränderten Focaldistanz treten Hunderte andere tiefer oder höher gelegene Glaskörner innerhalb der farblosen Leucitsubstanz hervor, so dass diese in der That durch und durch auf das Innigste mit feinen Glasparkeln imprägnirt ist, welche in einem nur den Bruchtheil eines Millimeters messenden Krystall nach Tausenden zählen. In derselben Weise strotzen z. B. Feldspathe, Augite, Nepheline, Olivine von Glastheilchen.

Schliesslich sei noch erwähnt, dass in den Glaseinschlüssen, welche ja im Moment ihrer Einhüllung geschmolzene Partikel waren, sich manchmal eine Ausscheidung winziger Mikrolithen in Form feinsten Nadelchen oder Fäserchen ereignet hat.

Ausser den eigentlich glasigen Einschlüssen begegnet man in den Mineralindividuen, welche als Gemengtheile von gewissen Eruptivgesteinen vorkommen, noch anderen, ebenfalls als solche nicht individualisirten Einhüllungen, welche hauptsächlich aus der den Grundteig des Gesteins bildenden Substanz bestehen, und genetisch sowie morphologisch den Glasparkeln sehr ähnlich sind.

Leere, d. h. nicht absolut leere, sondern mit einem Gas oder Dampf erfüllte Hohlräume oder Poren (Gasporon, Dampfporon) sind in manchen Krystallen schon mit grösseren Dimensionen dem blosen Auge erkennbar. Bisweilen zeigen diese Höhlungen eine mit der äusseren Form der Krystalle übereinstimmende oder doch vereinbare Form, und dann befinden sie sich in paralleler Stellung zu einander und zu dem Krystall selbst; wie solches von *Leydolt* am Eis, Bergkrystall und Topas, von *G. Rose* am Gyps nachgewiesen worden ist.

Ausgezeichnet sind die 1—3 Mm. grossen Hohlräume von der scharfen Form ∞ P.P in den wasserklaren Bergkrystallen von Middleville, New-York. Solche ebenflächig begrenzte Cavitäten heissen wohl negative Krystalle. Mikroskopische Untersuchungen haben nun nachgewiesen, dass dunkelumrandete, anscheinend leere Poren von äusserster Winzigkeit eine ungemein weit verbreitete Erscheinung in den verschiedensten Mineralien sind. Sie sind gewöhnlich kugelförmig oder eiförmig, seltener

4) Ueber Glaseinschlüsse überhaupt und die Anhaltspunkte zur Unterscheidung derselben von den Flüssigkeitseinschlüssen vgl. *F. Zirkel*, Lehrb. d. Petrogr. 2. Aufl. I. 1893. 481. — Im Gegensatz zu den primären, auf Einhüllung von Schmelzflusspartikelchen während des Wachstums zurückzuführenden Glaseinschlüssen stehen die — übrigens nur an ganz besonderen Orten und unter ganz besonderen Verhältnissen sich findenden — secundären Glaseinschlüsse in den Mineralien, welche innerhalb der letzteren erst nachträglich durch äussere Einwirkung eines geschmolzenen Eruptivgesteins entstanden sind und in ihrer speciellen Bildungsweise noch manches Unaufgeklärte darbieten.

regelrecht polygonal begrenzt, und liegen entweder regellos zerstreut, oder zu Haufen und Schwärmen gruppiert, perlschnurartig aneinander gereiht, oder zu förmlichen, durch den Krystall hindurchziehenden Schichten vereinigt, deren Lage mitunter eine Beziehung zur äusseren Krystallgestalt erkennen lässt. Gewisse Mineralien finden sich in einer ganz unermesslichen Menge von mikroskopischen Poren erfüllt; so sind im Häüyn von Melfi kleine Hohlkugeln örtlich so dicht gedrängt, dass bei der Voraussetzung einer gleichmässigen Vertheilung durch die Krystallsubstanz nach einer Berechnung in einem Cubikmillimeter so porenreichen Häüyns 360 Millionen derselben enthalten sein würden¹⁾. Nach den bisherigen Untersuchungen bestehen die gasförmigen Einschlüsse zumeist aus Wasserdampf, Kohlensäure, Stickstoff-, Sauerstoffgas, sowie Kohlenwasserstoffen. Das im sog. Knistersalz von Wieliczka würfelförmige Höhlungen erfüllende, stark comprimirt Gas ist zufolge *Bunsen* vorwiegend Sumpfgas und Stickstoff; beim Auflösen des Salzes entweicht dasselbe unter knackendem Geräusch.

II. Abtheilung. Morphologie der krystallinischen Aggregate.

1. Allgemeine Verhältnisse der Aggregation.

§ 70. **Verschiedene Beschaffenheit der Aggregate.** Nach § 3 sind es besonders das herrschende Gesetz der Aggregation und die unbestimmte, oft sehr geringe Grösse der Individuen, welche den meisten Vorkommnissen des Mineralreichs einen ganz eigenthümlichen Charakter ertheilen. Die Aggregate der krystallinischen Mineralien lassen sich nach ihrer makroskopischen Erscheinungsweise in vier Abtheilungen bringen, je nachdem noch eine theilweise freie Auskrystallisirung der Individuen stattfindet oder nicht, je nachdem die krystallinische Zusammensetzung des Aggregats selbst noch deutlich wahrnehmbar ist oder nicht, und je nachdem die Individuen selbst noch deutlich erkennbar sind oder nicht. Hiernach gibt es also dem unbewaffneten Auge gegenüber:

I. Aggregate wenigstens theilweise frei ausgebildeter, deutlich erkennbarer Individuen (krystallisirte Aggregate *Naumann's*).

II. Aggregate nicht mehr frei auskrystallisirter Individuen:

1) die Zusammensetzung aus krystallinischen Partikeln ist als solche erkennbar (phanerokrystallinische Aggregate);

a) auch die einzelnen Individuen sind als solche erkennbar und bestimmbar (phanerokrystallinische eudiagnostische Aggregate).

b) die einzelnen Individuen sind als solche nicht mehr makroskopisch erkennbar (phanerokrystallinische adiagnostische Aggregate).

2) die vorhandene Zusammensetzung aus krystallinischen Partikeln ist als solche nicht mehr erkennbar, selbstverständlich können dann auch

¹⁾ Von den beim ursprünglich lückenhaften Wachsthum der Krystalle darin entstandenen primären Poren würden die secundären Cavitäten zu unterscheiden sein, welche in der soliden Krystallsubstanz erst nachträglich durch Wegführung oder Auflösung von gewissen Theilen derselben oder von fremden Einschlüssen hervorgebracht wurden. Zu der letzteren Kategorie würden diejenigen von der Form negativer Krystalle gehören, welche nach der Auffassung von *Judd* in grosser Tiefe und unter hohem Druck vermöge der dann gesteigerten Lösungsfähigkeit des circulirenden Wassers längs gewissen kristallographischen Ebenen (den Ebenen »chemischer Schwäche«) aus den Mineralien förmlich innerlich herausgeätzt worden sein sollen.