



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Elemente der Mineralogie**

**Naumann, Carl Friedrich**

**Leipzig, 1901**

§. 9. Krystalsysteme. Symmetrie

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84232](https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:466:1-84232)

sich nicht vorkommen. Die Zahl der Flächen einer einfachen Form beträgt höchstens 48, in der Regel<sup>1)</sup> mindestens 2. — Eine Krystallgestalt, welche von den Flächen mehrerer, neben einander ausgebildeter einfacher Formen begrenzt wird, nennt man eine Combination dieser Formen; eine solche weist daher ungleichwerthige Flächen auf. Die Durchschnittslinien zweier Flächen, welche zwei verschiedenen einfachen Formen angehören, heissen Combinationskanten. Offene Formen bedürfen zu ihrer Existenz immer der Combination mit anderen offenen oder geschlossenen Formen.

In Combinationen erleiden gleiche Begrenzungselemente der Krystalle — gleiche Flächen, Kanten und Ecken — auch gleiche Veränderungen (Modificationen) durch die dazutretenden Flächen. Eine von 2 gleichwerthigen Flächen gebildete Kante eines vollflächigen Krystalls kann daher von einer einzeln hinzutretenden Fläche nie anders als gerade abgestumpft werden. Wenn eine solche Kante durch eine Fläche schief abgestumpft wird, so erfordert dies allemal das Dasein noch einer zweiten Fläche, welche dieselbe Kante nach der anderen Seite hin ebenso schief abstumpft, d. h. diese beiden hinzutretenden Flächen schärfen dann zusammen die Kante gleichmässig zu. Kanten zwischen zwei ungleichwerthigen Flächen können aber auch von einer einzelnen Fläche schief abgestumpft werden. Ist an einer vollflächigen Krystallform eine Kante so abgestumpft oder zugeschärt, so müssen auch alle anderen ihr gleichwerthigen Kanten in genau derselben Weise eine Abstumpfung oder Zuschärfung erleiden. Die an den Ecken erfolgenden Modificationen stehen unter demselben Gesetz.

Um nun überhaupt die Krystalle einer mathematischen Untersuchung unterwerfen zu können, bezieht man ihre Gestalt auf krystallographische Axen, d. h. auf Linien, welche durch den Mittelpunkt der Krystalle gezogen gedacht werden und welche in zwei gegenüberliegenden gleichartigen Flächen, Kanten oder Ecken übereinstimmend endigen. Die Axen sind ein Coordinatensystem, welches man den Gestalten im Raum zu Grunde legt, um, in ganz ähnlicher Weise, wie dies in der analytischen Geometrie geschieht, die Lage der Flächen darauf zu beziehen und einen mathematischen Ausdruck für die Bezeichnung derselben zu gewinnen. Alle Theile des Krystalls liegen regelmässig oder symmetrisch um dieses Kreuz von idealen, einander durchschneidenden Linien vertheilt.

Die krystallographischen Axen sind im Allgemeinen die Durchschnittslinien dreier Ebenen (Axenebenen), welche parallel gedacht werden zu drei Krystallflächen, die ihrerseits entweder unmittelbar oder nach ihrer Verlängerung eine Ecke bilden und, wenn sie auch nicht an dem Krystall auftreten, wenigstens daran möglich sein müssen. Auf dieselben Axenrichtungen gelangt man, wenn man die drei, einander nicht parallelen Kanten, welche von den drei ausgewählten Flächen gebildet werden, parallel mit sich in den Krystall versetzt, so dass sie dort durch einen gemeinsamen Durchschnittspunkt gehen. Aus praktischen Gründen wird stets ein solches Axensystem gewählt, welches bestimmte Vortheile für die Berechnung und für die Angabe der gegenseitigen Lage der Flächen zu einander bietet.

**§ 9. Krystallsysteme. Symmetrie.** Mit Rücksicht auf den durch die verhältnissmässige Länge gegebenen Werth, auf die Anzahl und gegenseitige Lage der krystallographischen Axen lassen sich die Krystalle in sechs verschiedene Abtheilungen oder Systeme bringen, wie folgt<sup>2)</sup>:

1) In gewissen Fällen kann eine »einfache Krystallform« sogar nur aus einer einzelnen Fläche bestehen, indem eine damit parallele Gegenfläche nicht vorhanden, oder wenn sie auftritt, mit ersterer streng genommen nicht aequivalent ist.

2) V. v. Lang (Lehrb. d. Krystallogr. S. 99) und Sohncke (Ann. d. Phys. u. Chem. Bd. 132)

Die verschiedenen Kystallformen werden bezogen:

- I. Auf gleichwerthige Axen: drei Axen von gleicher Länge schneiden sich unter rechten Winkeln: 1) Reguläres System.
- II. Auf Axen von zweifach verschiedenem Werth:
  - a) zwei gleichwerthige Axen schneiden sich in einer Ebene unter rechtem Winkel, eine dritte von abweichendem Werth steht rechtwinkelig darauf: 2) Tetragonales System.
  - b) drei gleichwerthige Axen schneiden sich in einer Ebene unter  $60^\circ$ , eine vierte von abweichendem Werth steht rechtwinkelig darauf: 3) Hexagonales System.
- III. Auf Axen von dreifach verschiedenem Werth:
  - a) drei Axen, alle von abweichendem Werth, kreuzen sich rechtwinkelig: 4) Rhombisches System.
  - b) zwei ungleichwerthige Axen schneiden sich unter schiefem Winkel, eine dritte von verschiedenem Werth kreuzt beide rechtwinkelig: 5) Monoklines System.
  - c) drei Axen von verschiedenem Werth kreuzen sich schiefwinkelig: 6) Triklines System.

Ein Krystalsystem ist die Vereinigung aller Gruppen krystallirter Körper, welche auf ein übereinstimmendes krystallographisches Axensystem zu beziehen sind. Das reguläre System begreift nur geschlossene Formen, in den übrigen Krystalsystemen spielen offene Formen eine mehr oder weniger wichtige Rolle.

Durch Erhöhung oder Verminderung der Temperatur wird die Zugehörigkeit eines Krystals zu einem dieser sechs Systeme nicht verändert, sofern sein Moleculargefüge bei jenen Temperaturänderungen dasselbe bleibt.

Man kann auch den Begriff eines Krystalsystems so definiren, dass man dasselbe als die Gesammtheit aller Krystallformen bezeichnet, welche bei vorhandener Vollflächigkeit denselben Grad von Symmetrie besitzen. Eine gewöhnliche Symmetrie-Ebene (oder ein Hauptschnitt, im Folgenden der Kürze halber als S.-E. bezeichnet) ist diejenige Ebene, nach welcher ein Krystall symmetrisch ist, d. h. die den Complex aller möglichen Flächen des Krystals in zwei Hälften zerlegt, welche unter sich genau gleich und entgegengesetzt sind, von welchen die eine das Spiegelbild der anderen mit Bezug auf diese S.-E. darstellt. Wenn von einer Seite her eine Fläche unter einem bestimmten Winkel auf die S.-E. stösst, so gehört zu dieser Fläche auf der entgegengesetzten Seite der S.-E. eine zweite Fläche, welche die letztere unter demselben Winkel schneidet. Dabei brauchen die entsprechenden Flächen beiderseits nicht in gleichen Entfernungen von der S.-E. vorhanden zu sein; sie müssen nur Gleichheit der Lage gegen die letztere aufweisen, womit alsdann zusammenhängt, dass zu beiden Seiten derselben die entsprechenden Kanten und Ecken gleiche Winkel besitzen, und die gleichwerthigen Begrenzungselemente übereinstimmend auf einander folgen. Schliesst eine Fläche

---

haben auf verschiedenem Wege den Beweis erbracht, dass in der That nur sechs Krystalsysteme möglich sind. Vgl. auch *Sohneke*, Entwicklung einer Theorie der Krystalsstructur. Leipzig, 1879. In den Fällen der Hemimorphie (§ 14) gewinnen einzelne Axen eine polare Entwicklung.

mit einer S.-E. einen Winkel von  $90^\circ$  ein, so fällt die entsprechende Fläche auf der anderen Seite der S.-E. natürlich in der Richtung mit ihr zusammen. Eine Linie, welche von irgend einem Punkt auf der einen Seite des Krystals senkrecht zu der durch den Mittelpunkt gelegten S.-E. gezogen und jenseits derselben um ihre eigene Erstreckung verlängert wird, trifft bei normaler Ausbildung stets einen gleichartigen entsprechenden Punkt auf der anderen Seite des Krystals. Eine S.-E. hat stets die Richtung einer vorhandenen oder möglichen Krystallfläche, weil sie mit jedem einzelnen Flächenpaar in einer Zone liegt. Schon die Beobachtung, dass nur ein Paar von Flächen, Kanten oder Ecken eines Krystals symmetrisch zu einer Ebene gelegen ist, gestattet den Schluss, dass diese letztere auch für alle anderen Begrenzungselemente des Krystals — mithin für diesen überhaupt — eine S.-E. ist. — Bei einem vollflächigen Krystall kann die Anzahl der S.-E.n nur 9, 7, 5, 3, 1 oder 0 betragen.

Durch das Auftreten von 3 sich rechtwinklig kreuzenden S.-E.n wird der Raum in 8 gleiche Theile (Oktanten) getheilt; eine Fläche, die in einem dieser Oktanten alle 3 S.-E.n gleichzeitig schneidet, muss in jedem der übrigen 7 Oktanten übereinstimmend auftreten und diese 8 Flächen bilden dann eine einfache Krystallform (S. 12).

Ebenen der Symmetrie heissen gleiche, wenn es gleiche Hälften sind, in welche durch sie der Krystall getheilt wird. Als Haupt-Symmetrie-Ebene (H.-S.-E.) gilt diejenige, auf welcher mehre der gewöhnlichen S.-E.n von unter einander gleichem Werth senkrecht stehen; das Vorhandensein einer oder mehrerer H.-S.-E.n bedingt natürlich einen höheren Grad der Regelmässigkeit in der Ausbildung der betreffenden Krystallgestalt.

Lässt sich ein Krystall durch eine bestimmte, von  $360^\circ$  abweichende Drehung mit sich selbst wieder zur Deckung bringen, indem dadurch jede Fläche und jede Richtung in eine gleichwerthige Fläche und gleichwerthige Richtung übergeführt wird, so liegt Symmetrie nach einer Axe vor und die betreffende, als Drehungsaxe dienende gerade Linie wird Symmetrie-Axe (S.-A.) genannt. Eine solche S.-A. hat stets die Lage einer an dem Krystall möglichen Kante, oder diejenige der Axe einer daran möglichen Zone; sie ist auch allemal die Normale einer möglichen Fläche. Stets ist der Durchschnitt zweier S.-E.n auch eine S.-A. Die Normale auf einer S.-E. ist immer auch eine S.-A., aber es braucht nicht umgekehrt jede auf einer S.-A. senkrecht stehende Ebene auch eine S.-E. zu sein (wie z. B. zwar die Normale auf einer Oktaëderfläche eine S.-A., die Oktaëderfläche selbst aber keine S.-E. ist).

Die Krystalle können nur durch eine Drehung um  $180^\circ$ , durch eine solche um  $120^\circ$ , um  $90^\circ$  oder um  $60^\circ$  mit sich selbst zu einer derartigen Deckung gebracht werden, dass sie in allen ihren Punkten mit Punkten der Anfangslage zusammenfallen. Darnach unterscheidet man je nach dem aliquoten Theil von  $360^\circ$  die S.-A.n beziehungsweise als zweizählige (digonale,  $180^\circ$ ), dreizählige (trigonale,  $120^\circ$ ), vierzählige (tetragonale,  $90^\circ$ ), sechszählige (hexagonale,  $60^\circ$ ). Andere S.-A.n kommen in der Krystallwelt nicht vor. Der Anblick des Krystals wird also bei einer vollkommenen Umdrehung um eine zweizählige S.-A. zweimal wiederhergestellt, bei einer solchen um eine vierzählige S.-A. viermal u. s. w. Zweizählig ist z. B. die

Verticalaxe in Fig. 4, dreizählig die in Fig. 465 oder 466, vierzählig die in Fig. 20 oder 411, sechszählig die in Fig. 136 oder 454.

Die Normale auf einer Haupt-Symmetrie-Ebene bezeichnet man als Haupt-Symmetrie-Axe (H.-S.-A.) oder Hauptaxe. In ihr schneiden sich daher zwei oder mehr gleichwerthige gewöhnliche S.-E.n. Eine zweizählige S.-A. kann keine H.-S.-A. sein.

Sind 3 oder mehr S.-A.n vorhanden, so werden aus ihnen stets die krystallographischen Axen gewählt, wobei immer die H.-S.-A.n, auch wenn deren nur eine vorhanden ist, vor den gewöhnlichen den Vorzug erhalten. Existirt überhaupt nur 1 gewöhnliche S.-A., dann werden als fernere krystallographische Axen andere, an sich beliebige Linien genommen.

Abgesehen von den vorstehend betrachteten Erscheinungen der Symmetrie, bei welchen die Deckung einerseits blos durch Spiegelung nach einer Ebene, anderseits blos durch Drehung um eine Axe erfolgt, können in gewissen Fällen Krystalle aber auch noch durch ein drittes Verfahren mit sich selbst zur Deckung gebracht werden, indem nämlich eine Zerlegung des Krystals nach einer Ebene in zwei Hälften und sodann noch eine Drehung um die zu dieser Ebene senkrechte Axe ausgeführt wird. Diese Vereinigung der oben getrennt erwähnten Vornahmen heisst die Drehspiegelung. Wo die Symmetrie nur vermöge dieser combinirten Operation zur Anschauung gebracht werden kann, ist sie keine unmittelbar sich kundgebende Erscheinung. Den Krystallen, welche so durch Drehspiegelung mit sich selbst zur Deckung gelangen, schreibt man daher eine Axe und Ebene der zusammengesetzten oder mittelbaren Symmetrie zu. Im Gegensatz dazu würden die obenstehenden Ausführungen sich auf die einfache oder unmittelbare Symmetrie beziehen<sup>1)</sup>.

Besitzt jede an einem Krystall vorhandene Fläche eine parallele Gegenfläche, so muss es im Inneren desselben einen Punkt geben, welcher sämmtliche, durch ihn gelegten und äusserlich vom Krystall begrenzten geraden Linien halbirt; dieser Punkt ist das sog. Centrum der Symmetrie. Derselbe ist gleichzeitig stets der geometrische Mittelpunkt. Aber nicht umgekehrt ist der geometrische Mittelpunkt eines Krystals allemal auch ein Centrum der Symmetrie, wie denn z. B. die hemiédrischen Krystalle, welche keinen Flächenparallelismus aufweisen, zwar einen geometrischen Mittelpunkt, aber kein Centrum der Symmetrie besitzen. Ein Centrum der Symmetrie wird noch von vielen Krystallen aufgewiesen, welche einer Ebene oder einer Axe der Symmetrie entbehren. Bei einer kleinen letzten Abtheilung von Krystallen ist aber überhaupt gar kein Element der Symmetrie mehr vorhanden.

Aus dem durch Ebenen, Axen und Centrum der Symmetrie gegebenen Symmetriegrad eines Krystals lassen sich unmittelbar die an ihm möglichen einfachen Formen ableiten.

Betrachtet man die vollflächigen Krystalle nach ihrer Symmetrie, nach dem Vorhandensein oder Fehlen der beiden Arten von Symmetrie-Ebenen, so ergeben sich folgende sechs Abtheilungen, welche sich mit den oben genannten sechs Krystalsystemen decken:

<sup>1)</sup> Die Verticalaxe ist bei der holoédrischen hexagonalen Pyramide (Fig. 436) eine sechszählige Axe der einfachen Symmetrie, bei einem Rhomboëder (Fig. 458) eine dreizählige Axe der einfachen Symmetrie. Wenn man dagegen ein Rhomboëder in derselben um  $60^\circ$  dreht, aber gleichzeitig eine Spiegelung nach der zur Drehungsaxe senkrechten Ebene der Basis vornimmt, so kommt eine Fläche ebenfalls wiederum in die Lage einer gleichwerthigen Fläche. Von diesem Gesichtspunkt aus ist dann die Verticalaxe des Rhomboëders zugleich eine sechszählige Axe der zusammengesetzten Symmetrie.

- I. Krystalle mit drei rechtwinkelig auf einander stehenden gleichwerthigen Haupt-Symmetrie-Ebenen (mit drei gleichwerthigen Hauptaxen), und sechs gewöhnlichen Symmetrie-Ebenen, welche die Winkel der letzteren halbiren: 1) Reguläres System.
- II. Krystalle mit einer Haupt-Symmetrie-Ebene (mit einer Hauptaxe):
- ausserdem mit vier gewöhnlichen Symmetrie-Ebenen, senkrecht auf der Hauptebene: 2) Tetragonales System.
  - ausserdem mit sechs gewöhnlichen Symmetrie-Ebenen, senkrecht auf der Hauptebene: 3) Hexagonales System.
- III. Krystalle ohne Haupt-Symmetrie-Ebene (ohne Hauptaxe):
- mit drei auf einander senkrechten gewöhnlichen Symmetrie-Ebenen: 4) Rhombisches System.
  - mit einer gewöhnlichen Symmetrie-Ebene: 5) Monoklines System.
  - ohne Symmetrie-Ebene überhaupt: 6) Triklines System.

Es muss noch besonders hervorgehoben werden, dass diese Charakteristik der Krystallsysteme sich nur auf die vollflächigen Formen bezieht und die aus den letzteren abgeleiteten theilflächigen Krystalle in den einzelnen Abtheilungen ein minderes Maass der Symmetrie aufweisen. Die auf die krystallographischen Axen gegründete Charakteristik der Systeme (S. 14) ist aber sowohl für die vollflächigen, als für die theilflächigen Formen derselben gültig.

Es ist ein Grundgesetz der Krystallographie, dass mit einer Form nur solche andere in Combination treten, welche denselben Grad der Symmetrie besitzen. Die S.-E.n der Combination fallen dabei mit denjenigen zusammen, welche die einfachen, mit einander combinirten Formen für sich selbst aufweisen.

Mit der Symmetrie der Krystalle steht auch diejenige der daran auftretenden Flächen im Zusammenhang. Eine Linie theilt eine Fläche symmetrisch, wenn zu beiden Seiten der erstenen die Kanten gleich gelegen sind. Eine Fläche wird asymmetrisch genannt, wenn sie keine solche Linie besitzt, also überhaupt nicht in zwei symmetrische Hälften theilbar ist (z. B. ungleichseitiges Dreieck, Rhomboid); monosymmetrisch, wenn nur eine solche Linie vorhanden ist (z. B. gleichschenkeliges Dreieck, Deltoid Fig. 27, symmetrisches Pentagon Fig. 75); disymmetrisch, wenn zwei solcher Linien (z. B. Rhombus, Rechteck); trisymmetrisch, wenn drei (z. B. gleichseitiges Dreieck); tetrasymmetrisch, wenn vier (z. B. Quadrat); hexasymmetrisch, wenn sechs (z. B. regelmässiges Hexagon) derselben zugegen sind. Im Allgemeinen muss nun natürlich eine Fläche einen um so höheren Grad von Symmetrie zeigen, je grösser die Zahl der S.-E.n ist, auf denen sie senkrecht steht: ist sie senkrecht auf einer S.-E., so hat sie monosymmetrischen, senkrecht auf keiner, dann asymmetrischen Charakter. Daraus folgt, dass die triklinen Krystalle lediglich von asymmetrischen Flächen begrenzt werden; die monoklinen besitzen asymmetrische und monosymmetrische; die rhombischen ausser diesen beiden noch disymmetrische; die tetragonalen ausser diesen drei auch tetrasymmetrische; die regulären ausser diesen vier auch trisymmetrische Flächen; die hexagonalen zeigen ausser a-, mono-, di- und trisymmetrischen auch hexasymmetrische Flächen.

**§ 40. Lage und Bezeichnung der Flächen.** Diejenigen Abschnitte, welche irgend eine Fläche nach entsprechender Vergrösserung an den Axen hervorbringt, werden, gemessen vom Durchschnittspunkt der letzteren, Parameter genannt.  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  sind die Parameter der Fläche  $ABC$  (Fig. 2); bei ihnen kommt es nicht auf ihre absolute, sondern nur auf die relative gegenseitige Länge an.