Elemente der Mineralogie

Naumann, Carl Friedrich

Leipzig, 1901

§. 21. Die dodekaëdrische Hemiëdrie

urn:nbn:de:hbz:466:1-84232

körpers eine Abstumpfung der Ecken, durch die Flächen des (hemiëdrischen) Hexaëders eine Abstumpfung der Kanten, durch die Flächen des (hemiëdrischen) Rhombendodekaëders eine dreiflächige, auf die Flächen aufgesetzte Zuspitzung der Ecken, wobei die zuspitzenden Flächen mit einander Winkel von 120° bilden.

Das Rhombendodekaëder erleidet durch die Flächen des Tetraëders eine Abstumpfung der abwechselnden trigonalen Ecken, das Hexaëder durch dieselbe Form eine Abstumpfung seiner abwechselnden Ecken[1]), und jedes Trigondodekaëder durch das Tetraëder von gleicher Stellung eine Abstumpfung der trigonalen Pyramidenecken (Fig. 71).

§ 21. **Die dodekaëdrische Hemiëdrie.** Bei ihr sind die Formen nicht mehr nach den 6 gewöhnlichen S.-E.n symmetrisch, sondern nur noch nach den Würfelflächen (welche aber hier keine H.-S.-E.n mehr darstellen); sonst besitzen die Formen, wie die tetraëdrisch-hemiëdrischen 3 zweizählige S.-A.n, senkrecht zu einander und zu den Würfelflächen (die krystallographischen Hauptaxen), sowie 4 dreizählige S.-A.n, senkrecht zu den Oktaëderflächen. Ein Centrum der Symmetrie ist aber vorhanden. Jede Fläche besitzt eine parallele Gegenfläche, daher die Bezeichnung parallelflächige Hemiëdrie; vgl. die Projectionsfigur 72.

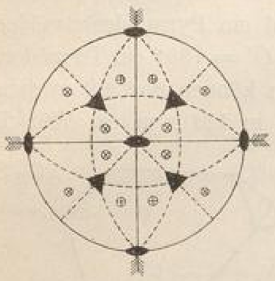


Fig. 72.

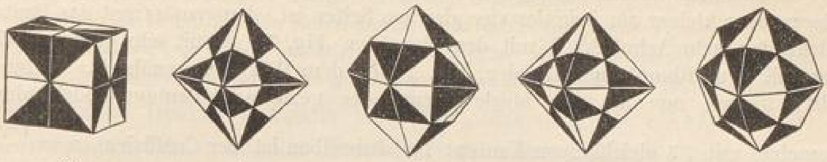
Wenn sich die dodekaëdrische Hemiëdrie darin geltend macht, dass die 24 Räume zwischen den 6 gewöhnlichen S.-E.n sich nur abwechselnd gleich verhalten, so sind es von allen holoëdrisch-regulären Formen blos die Tetrakishexaëder und die Hexakisoktaëder, bei welchen die Normalen der Flächen in diese Räume fallen und daher geschieht es, dass auch nur diese beiden in Folge solcher Hemiëdrie ihre Gestalt verändern, die fünf anderen Formen aber dabei in geometrischer Hinsicht anscheinend unverändert bleiben.

Dass das Hexaëder, das Oktaëder, das Rhombendodekaëder, die Triakisoktaëder und Ikositetraëder, wenn sie dieser Hemiëdrie unterliegen, demnach keine wesentliche Gestaltsveränderung erleiden, wird auch leicht eingesehen, indem man diese fünf Formen durch eine angemessene Theilung ihrer Flächen in Quasi-Hexakisoktaëder verwandelt, und dann für sie das Gesetz in Erfüllung bringt, dass nur die an den abwechselnden mittleren Kanten gelegenen Flächenpaare allein ausgebildet sein sollen. Die bleibenden und die verschwindenden Flächenfelder fallen alsdann immer zu je zwei oder mehren in eine Ebene, weshalb denn die Hemiëdrie scheinbar gar keinen Erfolg hat, obgleich, streng genommen, die Bedeutung der Flächen eine wesentlich andere geworden ist.

In nachstehenden Figuren entsprechen die weiss gelassenen Flächenfelder den bleibenden, die schwarzen Flächenfelder dagegen denjenigen Flächenpaaren, welche eigentlich als verschwunden zu denken sind. Es ist augenscheinlich, dass z. B. bei dem so nach der dodekaëdrischen Hemiëdrie hälftflächig gewordenen Würfel die Begren-

1) Daraus ergibt sich auch, dass dieses Hexaëder, ungeachtet seines Aussehens, nicht holoëdrisch und nicht mehr zu seinen eigenen Flächen symmetrisch ist, denn sonst müssten alle seine Ecken als gleichwerthig auch gleichmässig abgestumpft werden.

zungselemente eine ganz andere Bedeutung besitzen, als bei dem ebenfalls scheinbar holoëdrischen, welcher (vgl. Fig. 52) das Resultat der tetraëdrischen Hemiëdrie ist. Die Flächen des Würfels sind hier disymmetrisch nach den Seiten des Quadrats, wie



$\frac{\infty O \infty}{2}$ $\frac{O}{2}$ $\frac{\infty O}{2}$ $\frac{mO}{2}$ $\frac{mOm}{2}$

Fig. 73.

sich dies auch in der Oberflächenstreifung (§ 64) kund gibt. Das Oktaëder, welches in der tetraëdrischen Abtheilung als solches nicht existirt, tritt also hier als vollgültiges Mitglied auf, aber seine Flächen sind asymmetrisch.

Bei den Tetrakishexaëdern ∞On sind die einzelnen Flächen das vollgültige Aequivalent derjenigen an den mittleren Kanten gelegenen Flächenpaare, um deren abwechselndes Wachsen und Verschwinden es sich auf dem Gebiete dieser Hemiëdrie bei dem Achtundvierzigflächner handelt (Fig. 74). Sind die Tetrakishexaëder nur mit ihren abwechselnden Flächen ausgebildet, so gehen aus ihnen die Pentagondodekaëder hervor, welche daher allgemein mit $\frac{\infty On}{2}$ bezeichnet werden. Die Pentagondodekaëder sind von 12 symmetrischen Pentagonen umschlossen, d. h. von Fünfecken, welche 4 gleiche Seiten und 2 Paare gleicher Winkel haben. Die allgemeine Gestalt der Formen schwankt zwischen jener des Hexaëders und des Rhombendodekaëders, ohne dass jedoch die Kanten einer dieser beiden Grenzformen jemals hervortreten könnten.

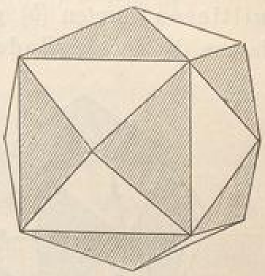


Fig. 74.

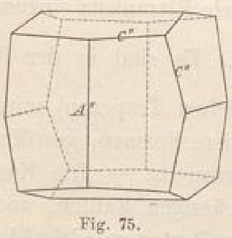


Fig. 75.

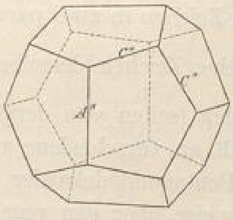


Fig. 76.

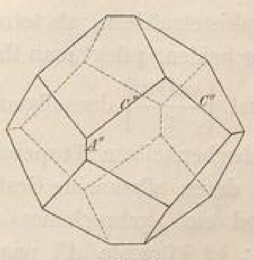


Fig. 77.

Die Kanten sind zweierlei: 6 regelmässige, die abweichend langen Seiten der Pentagone repräsentirende, meist längere (selten kürzere) Kanten A'', welche über den Flächen, und 24 unregelmässige, meist kürzere (selten längere) Kanten C'', welche, die gleichen Pentagonseiten darstellend, gewöhnlich paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Hexaëders liegen. Auch die Ecken sind zweierlei: 8 gleichkantig-dreiflächige (trigonale) und 12 ungleichkantig-dreiflächige (unregelmässige) Ecken. Die krystallographischen Axen verbinden die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegender regelmässiger Kanten. — Eisenkies, Kobaltglanz.

Je nachdem in den Pentagonen die einzelne, abweichend lange Seite entweder grösser oder kleiner als jede der vier gleichen Seiten ist, demgemäss hat das Pentagondodekaëder mehr Aehnlichkeit mit dem Hexaëder, Fig. 75 (n mit sehr grossem Werth), oder mit dem Rhombendodekaëder, Fig. 77 (n dem Werth 1 genähert). Mitten inne steht, freilich nur als eine ideale Form, das reguläre Pentagondodekaëder der Geometrie mit 30 gleichlangen Kanten; bei demselben ist der Coëfficient $n = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, also eine irrationale Zahl, weshalb denn auch die Form als Krystallform unmöglich ist (§ 10, S. 20); sehr nahe würde die Varietät $\frac{\infty O \frac{8}{5}}{2}$ kommen. Die gewöhnlichste Varietät $\frac{\infty O 2}{2}$ findet sich am Eisenkies oder Pyrit gar häufig ausgebildet und wird daher auch Pyritoëder genannt (Fig. 76).

Miller setzt hier vor das Symbol $\{hkl\}$ ein π (als Abkürzung von παράλληλος); das positive Pentagondodekaëder $= \pi\{hk0\}$, das negative $= \pi\{kh0\}$.

Werden die Hexakisoktaëder mOn nach denen an den abwechselnden mittleren Kanten (b) gelegenen Flächenpaaren (Fig. 78) hemiëdrisch, so gehen daraus die Dyakisdodekaëder (oder Diploëder) hervor (Fig. 79, 80); um sie von

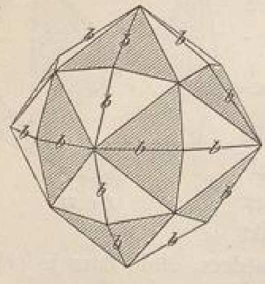


Fig. 78.

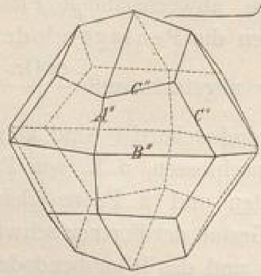


Fig. 79.

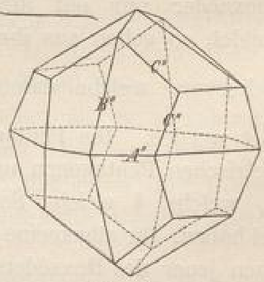


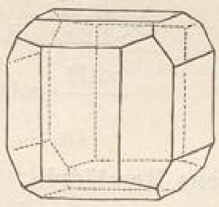
Fig. 80.

den Hexakistetraëdern, als tetraëdrisch-hemiëdrischen Formen derselben Stammform zu unterscheiden, pflegt man ihr Zeichen in zwei parallele Klammern einzuschliessen; sonach ist $\left[\frac{mOn}{2}\right]$ das allgemeine Zeichen derselben. Es sind in der Regel von 24 gleichschenkeligen Trapezoiden (selten von dergleichen Trapezen) umschlossene Formen, deren allgemeine Gestalt an verschiedene andere Formen, gewöhnlich aber an irgend ein »gebrochenes« Pentagondodekaëder erinnert. — Die Kanten sind dreierlei: 12 kürzeste A'', paarweise über den regelmässigen Kanten, und 12 längere B'', einzeln über den Flächen des eingeschriebenen Pentagondodekaëders, sowie 24 mittlere, unregelmässige Kanten C'', welche eine den unregelmässigen Kanten desselben Dodekaëders nahe kommende Lage haben. Die Ecken sind gleichfalls dreierlei: 6 gleichwinkelig-vierflächige (rhombische), 8 dreiflächige (trigonale) und 12 ungleichwinkelig-vierflächige (unregelmässige) Ecken. Die krystallographischen Axen verbinden je zwei gegenüberliegende rhombische Ecken. — Eisenkies (an ihm bisweilen selbständig), Kobaltglanz.

Am häufigsten kommen vor $\left[\frac{3O\frac{3}{2}}{2}\right]$, $\left[\frac{4O2}{2}\right]$ und $\left[\frac{5O\frac{5}{3}}{2}\right]$. Sind die Flächen Trapeze, so wird jede Kante C'' der gegenüberliegenden Kante B'' parallel, weshalb denn in jedem eine längste Kante bildenden Flächenpaare drei parallele Kanten hervortreten; diese auffallende Erscheinung rechtfertigt für solche Varietäten den Namen parallelkantige Dyakisdodekaëder, für welche die allgemeine Bedingung gilt: $m = n^2$; die zweite der oben aufgeführten Varietäten ist daher parallelkantig.

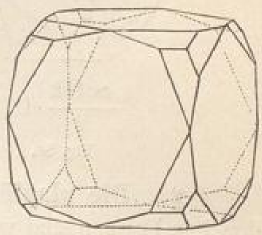
Das positive Dyakisdodekaëder ist $\pi\{hkl\}$, das negative $\pi\{khl\}$.

Combinationen. In den dodekaëdrisch-hemiëdrischen Combinationen erscheint gewöhnlich das Hexaëder, oder das Oktaëder, oder auch das Pentagondodekaëder als vorherrschende Form. Das Hexaëder erfährt durch die Flächen eines jeden Pentagondodekaëders (gewöhnlich der Varietät $\frac{\infty O2}{2}$) eine unsymmetrische Abstumpfung seiner Kanten (Gegensatz zur Combination mit dem Rhombendodekaëder, Fig. 33) und durch jedes Dyakisdodekaëder eine unsymmetrische dreiflächige Zuspitzung seiner Ecken.



$\infty O\infty \cdot \frac{\infty O2}{2}$.

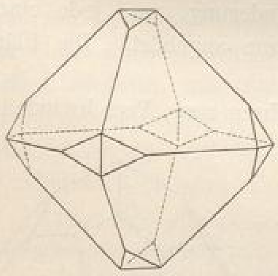
Fig. 81.



$\infty O\infty \cdot \left[\frac{4O2}{2}\right]$.

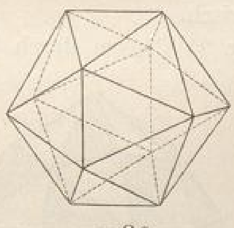
Fig. 82.

Das Oktaëder erleidet durch die Flächen eines jeden Pentagondodekaëders, meist der Varietät $\frac{\infty O2}{2}$, eine Zuschärfung, durch jedes Dyakisdodekaëder eine vierflächige Zuspitzung seiner Ecken, wobei sowohl jene Zuschärfungs- als diese



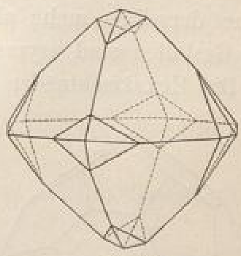
$O \cdot \frac{\infty O2}{2}$.

Fig. 83.



$O \cdot \frac{\infty O2}{2}$.

Fig. 84.



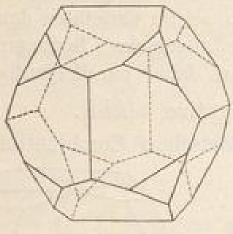
$O \cdot \left[\frac{3O\frac{3}{2}}{2}\right]$.

Fig. 85.

Zuspitzungsflächen (die letzteren paarweise) auf zwei gegenüberliegende Kanten aufgesetzt sind. Stehen die Flächen des Oktaëders und Pentagondodekaëders im Gleichgewicht, so erscheint die Combination ähnlich dem Ikosaëder der Geometrie; Fig. 84.

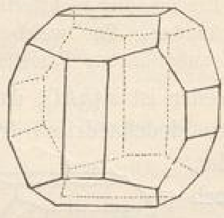
Das Pentagondodekaëder $\frac{\infty O2}{2}$ erfährt durch die Flächen des Oktaëders eine Abstumpfung seiner trigonalen Ecken, durch die Flächen des Hexaëders eine

Abstumpfung seiner regelmässigen Kanten, und durch die Flächen gewisser, in gleicher Stellung befindlicher Dyakisdodekaëder eine regelmässige dreiflächige, auf die Flächen aufgesetzte Zuspitzung seiner trigonalen Ecken.



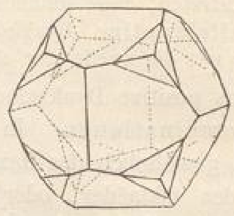
$\frac{\infty O2}{2} \cdot O.$

Fig. 86.



$\frac{\infty O2}{2} \cdot \infty O \infty.$

Fig. 87.



$\frac{\infty O2}{2} \cdot \left[\frac{3O\frac{3}{2}}{2}\right].$

Fig. 88.

§ 22. **Die plagiëdrische Hemiëdrie.** Die sämmtlichen 9 S.-E.n der holoëdrischen Formen sind verloren gegangen, weshalb die dieser Hemiëdrie angehörigen Formen überhaupt keine S.-E. mehr besitzen. Es existiren von S.-A.n 3 vierzählige senkrecht zu den Würfelflächen, 4 dreizählige senkrecht zu den Oktaëderflächen und 6 zweizählige senkrecht zu den Rhombendodekaëderflächen (also dieselben wie bei den regulären Holoëdern); ein Centrum der Symmetrie fehlt; vgl. Fig. 89. — Nur bei den Hexakisoktaëdern fallen die Normalen der Flächen in die 48 Räume zwischen den 9 S.-E.n und blos bei ihnen hat daher diese Hemiëdrie eine morphologische Wirkung. Alle übrigen 6 vollflächigen Formen erleiden keine Gestaltsveränderung, weil jede einzelne Fläche derselben mehr als nur einem jener 48 Räume angehört. Die Flächen aller Gestalten sind asymmetrisch.

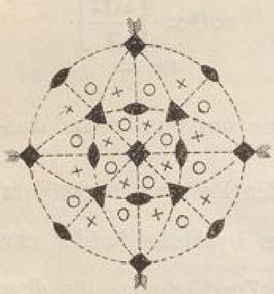


Fig. 89.

Die Hexakisoktaëder (Fig. 91) liefern durch Wachsen resp. Verschwinden der

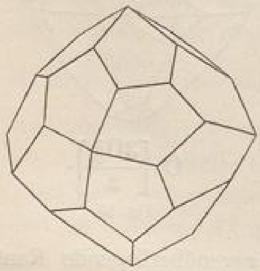


Fig. 90.

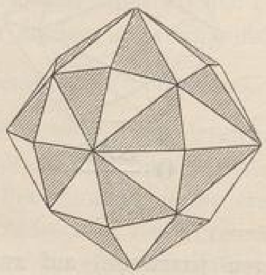


Fig. 91.

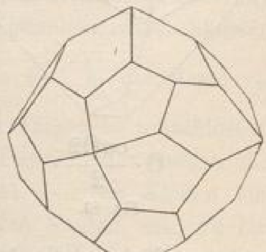


Fig. 92.

einzelnen abwechselnden Flächen als neue eigenthümliche Formen die Pentagon-Ikositetraëder[1]), begrenzt von 24 ungleichseitigen Fünfecken (Fig. 90 und 92).

1) Der Name ist dadurch gerechtfertigt, dass die übrigen Vierundzwanzigflächner theils (Tetrakishexaëder, Triakisoktaëder, Hexakistetraëder) von Dreiecken, theils (Ikositetraëder, Dyakisdodekaëder) von Vierecken begrenzt werden.