Elemente der Mineralogie

Naumann, Carl Friedrich

Leipzig, 1901

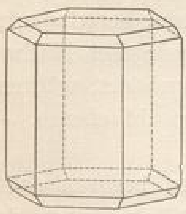
§. 32. Die Hemiëdrieen des hexagonalen Systems

urn:nbn:de:hbz:466:1-84232

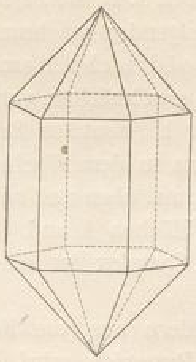
mit gerad angesetzten Randflächen, ist ziemlich häufig, sowie die tafelartige Combination $0P.P$ gleichfalls bisweilen vorkommt.

Das Protoprisma ∞P wird zuweilen an beiden Enden durch die Flächen der Grundpyramide P begrenzt, welche auch in der Combination $\infty P.0P$ nicht selten erscheinen und eine Abstumpfung der Combinationskanten bilden; Fig. 152 und 151. Dann kommt es wohl zuweilen vor, dass auch die Combinationsecken von

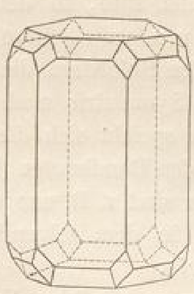
$0P.P$
Fig. 150.



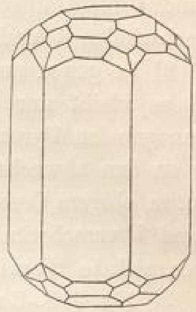
$\infty P.0P.P$
Fig. 151.



$\infty P.P$
Fig. 152.



$\infty P.0P.P.2P2$
Fig. 153.



$\infty P.0P.P.2P.2P2.3P\frac{3}{2}$
Fig. 154.

P und ∞P durch kleine rhombische Flächen abgestumpft werden, welche der Pyramide $2P2$ angehören; Fig. 153. Ueberhaupt hat man auch hier, wie im tetragonalen System, des Umstandes zu gedenken, dass bei Combinationen von Prismen und Pyramiden derselben Art oder Ordnung die Flächen der einen Form unter denen der anderen liegen, dagegen bei Combinationen von Prismen und Pyramiden verschiedener Art die Flächen der einen unter den Kanten der anderen und umgekehrt auftreten. Fig. 154 zeigt eine dihexagonale Pyramide beim Beryll.

Alle dihexagonalen Pyramiden mit dem Zeichen $mP\frac{m}{m-1}$ liegen mit parallelen Kanten zwischen ∞P und $2P2$.

§ 32. Die Hemiëdrieen des hexagonalen Systems. Sucht man auch hier, ganz analog wie im tetragonalen System (§ 27) die verschiedenen Möglichkeiten der Hemiëdrie sowohl auf Grund der Symmetrieverhältnisse, wie an der Hand der allgemeinsten Gestalt, der dihexagonalen Pyramide auf, so ergeben sich zunächst ebenfalls dreierlei, ganz entsprechende Arten der Hälftflächigkeit.

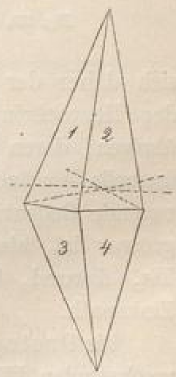


Fig. 155.

Bei der dihexagonalen Pyramide denke man sich die 4, über und unter den einzelnen Sextanten der Basis gelegenen Flächen wiederum zu einem Complex oder Glied vereinigt (Fig. 155); wenn zuvörderst während der Hemiëdrie kein Glied als solches ganz ausfallen soll, so hat ein jedes entweder zwei einzelne Flächen oder ein Flächenpaar zu der hemiëdrischen Form zu liefern. Die drei Möglichkeiten der Hemiëdrie gestalten sich alsdann wie folgt (vgl. die Anm. S. 90):

1) Aus den holoëdrischen Formen tritt die H.-S.-E. aus und damit ist auch als weitere Folge der Verlust von 3 der verticalen S.-E.n verknüpft, nämlich der primären Hauptschnitte, welche durch die Nebenaxen a gehen (I in Fig. 96). — Bei der dihexagonalen Pyramide handelt es sich alsdann darum, dass in ihren aufeinanderfolgenden Gliedern abwechselnd die oberen und die unteren Flächenpaare (oder die in den abwechselnden Dodekanten gelegenen Flächen) ausgebildet sind; d. h. in dem Complex Fig. 155 verbleiben z. B. die Flächen 1 und 2, wogegen 3 und 4 nicht ausgebildet sind, in dem folgenden wachsen umgekehrt 3 und 4, verschwinden 1 und 2 u. s. w. — Rhomboëdrische Hemiëdrie.

2) Es gehen aus den Holoëdern die 6 gewöhnlichen verticalen S.-E.n verloren und so bleibt nur die Symmetrie nach der horizontalen Basis erhalten. Bei der dihexagonalen Pyramide spricht sich dies aus in dem Wachsen oder Verschwinden der an den abwechselnden Randkanten jedesmal oben und unten gelegenen Flächen, d. h. in obigem Complex sind z. B. nur die Flächen 1 und 3 ausgebildet, während 2 und 4 verschwinden, in dem folgenden Complex ist die Auswahl ebenso. — Pyramidale Hemiëdrie.

3) Alle 7 S.-E.n treten aus den Holoëdern aus, die Formen besitzen daher keine derselben mehr. Die dihexagonale Pyramide wird hälftflächig nach den abwechselnden einzelnen Flächen, d. h. die Flächen 1 und 4 wachsen, wogegen 2 und 3 verschwinden, oder umgekehrt. — Trapezoëdrische Hemiëdrie.

Rhomboëdrische Hemiëdrie. Die Formen besitzen nach dem Vorstehenden nur noch 3, einander unter 60° schneidende verticale S.-E.n, nämlich die durch die Zwischenaxen gehenden secundären Hauptschnitte (II in Fig. 96). Die Horizontalaxen a sind zweizählige Axen der einfachen Symmetrie; die Verticalaxe c ist eine dreizählige Axe der einfachen Symmetrie (zugleich auch eine sechszählige der zusammengesetzten, vgl. S. 16). Centrum der Symmetrie vorhanden. Fig. 156.

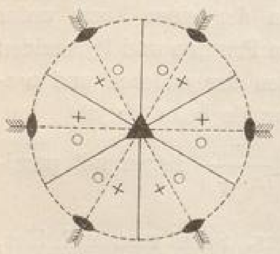


Fig. 156.

Mit Ausnahme der Protopyramide und der dihexagonalen Pyramiden stehen die Flächen sämmtlicher anderer Formen auf den verschwundenen S.-E.n senkrecht, sei es auf der horizontalen, oder auf den 3 verticalen. Nur für die beiden erstgenannten Formen wird sich daher der Umstand, dass die Dodekanten blos abwechselnd gleich sind, in der Hervorbringung einer besonderen neuen Gestalt geltend machen; alle übrigen, deren Flächennormalen in verschwundene S.-E.n fallen, erleiden keine formelle Veränderung. — Die rhomboëdrische Hemiëdrie besitzt eine hervorragende Bedeutung, da die Zahl der ihr folgenden hexagonalen Mineralien viel grösser ist, als die der holoëdrisch ausgebildeten. — Arsen, Antimon, Wismut, Eis, Korund, Eisenglanz, Kalkspath, Magnesitspath, Eisenspath, Manganspath, Zinkspath.

Die Protopyramiden werden dadurch hälftflächig, dass an ihnen nur die abwechselnden Flächen ausgebildet sind (Fig. 157), indem diese hier einzeln in den einzelnen Dodekanten liegen. Sie verwandeln sich dabei in Rhomboëder, von sechs gleichen Rhomben umschlossene Formen, deren Randkanten nicht in einer

Ebene liegen, sondern im Zickzack auf- und absteigen (Fig. 158 bis 160). Die Kanten sind zweierlei: 6 Polkanten X, und 6 Randkanten Z, welche beide gleich lang, aber ihrem Winkelmaass nach verschieden sind, indem sie sich gegenseitig zu 180° ergänzen; die Ecken sind gleichfalls zweierlei: 2 trigonale gleichkantige Polecken, und 6 unregelmässig dreikantige Randecken. Die Horizontalaxen verbinden die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegender Randkanten; man nennt diese, so an dem Axenkreuz gelegenen Rhomboëder diejenigen der **ersten** Art, zum Unterschied von den (sehr seltenen) Rhomboëdern der zweiten und dritten Art, welche beide überhaupt keine hemiëdrischen Formen sind, sondern als

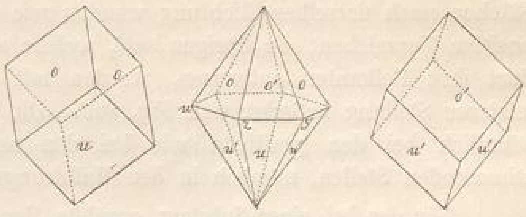


Fig. 157.

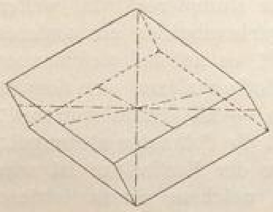


Fig. 158.

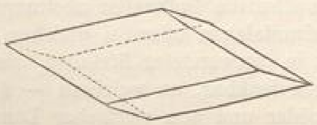


Fig. 159.

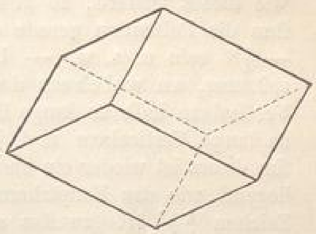


Fig. 160.

tetartoëdrische betrachtet werden müssen. — Uebrigens unterscheidet man alle Rhomboëder als **stumpfe** oder **spitze** Rhomboëder, je nachdem ihre **Polkanten** grösser oder kleiner als 90° sind[1]).

Der Mittelquerschnitt des Rhomboëders durch die Horizontalaxen ist ein regelmässiges Hexagon; die zwei Querschnitte, von welchen der eine durch die drei oberen Randecken, der andere durch die drei unteren Randecken gelegt wird, zertheilen die Verticalaxe in drei gleiche Theile.

Da nun mP das allgemeine Zeichen der Protopyramiden ist, so würde eigentlich $\frac{mP}{2}$ das Zeichen der Rhomboëder sein müssen. Indessen ist es aus mehreren Gründen weit zweckmässiger, den Rhomboëdern ein **besonderes** Zeichen zu geben, und das aus P abgeleitete Rhomboëder mit R, das aus mP abgeleitete Rhomboëder mit mR zu bezeichnen, wobei natürlich immer **zwei** (geometrisch identische) complementäre Gegenkörper, ein $(+)m$R und ein $-m$R zu unterscheiden sind, welche sich in einer gegenseitig um 60° verwendeten Stellung befinden. Dabei geht man von einem ausgewählten Rhomboëder (vielfach dem durch die Spalt-

1) Da der Würfel, auf eine Ecke gestellt, stereometrisch als ein Rhomboëder von 90° Polkantenwinkel betrachtet werden kann und da bei diesem das Verhältniss der Entfernung zweier gegenüberliegender Ecken zu einer Quadratdiagonale $= \sqrt{3} : \sqrt{2}$, so muss die Verticalaxe, gemessen mit der Horizontalaxe, bei allen stumpfen Rhomboëdern kleiner als $\sqrt{\frac{3}{2}}$, bei allen spitzen grösser als $\sqrt{\frac{3}{2}}$ sein.

barkeit gegebenen) aus, welches dann das Grund- oder Hauptrhomboëder R heisst und die Aufstellung zu erhalten pflegt, dass oben eine Fläche dem Beschauer zugewendet ist (wie in Fig. 158, 159). Alle anderen Rhomboëder mR, welche ihre Flächen nach derselben Richtung wenden wie dieses, erhalten auch dasselbe, also positive Vorzeichen; die übrigen mR, welche als sog. Gegenrhomboëder aber eben dort ihre Polkanten aufweisen, werden mit negativem Vorzeichen versehen; in letzterer Stellung befindet sich Fig. 160. Die Horizontalaxen a endigen selbstverständlich bei den positiven wie bei den negativen Rhomboëdern an übereinstimmenden Stellen, nämlich in den Halbirungspunkten der Randkanten.

Für das bei einer Substanz erwählte Hauptrhomboëder R gibt es ein anderes, welches dessen Polkanten gerade abstumpft; es besitzt bei gleicher Länge der Verticalaxe die zwiefache Horizontalaxenlänge, oder bei gleich langen Horizontalaxen nur eine halb so lange Verticalaxe; da es sich auch in verwendeter Stellung befindet, so erhält es das Zeichen $-\frac{1}{2}$R (erstes stumpferes). Für dieses gibt es ein ferneres Rhomboëder, welches an ihm die Polkanten abstumpft; seine Hauptaxe besitzt nur den vierten Theil der Länge derjenigen von R, und da es seine Flächen wieder liegen hat, wie dieses letztere, so gewinnt es das Zeichen $(+)\,\frac{1}{4}$R (zweites stumpferes). Das an ihm die Polkanten gerade abstumpfende Rhomboëder (drittes stumpferes) wird weiter $-\frac{1}{8}$R sein u. s. w. — Umgekehrt existirt für das Hauptrhomboëder ein anderes spitzeres, an welchem dasselbe die Polkanten abstumpft; es hat bei gleichlanger Verticalaxe halb so lange Horizontalaxen oder bei gleichen Horizontalaxen eine doppelt so lange Verticalaxe und ist in verwendeter Stellung, also $-$ 2R (erstes spitzeres); für dieses ist wieder ein anderes denkbar, an welchem $-$ 2R die Polkanten abstumpft; liegend wie das Hauptrhomboëder und von vierfacher Länge der Verticalaxe ist sein Zeichen $(+)$ 4R (zweites spitzeres); das Rhomboëder, an welchem dieses letztere die gleiche Abstumpfung vollzieht (drittes spitzeres), wird $-$ 8R sein u. s. w.

Ist die Neigung eines Rhomboëders zur Basis $= \gamma$ bekannt, so ergibt sich die Länge seiner Verticalaxe nach der Formel c (resp. mc) $= \tan\gamma \,.\, \cos 30^{\circ}$.

Das *Weiss*'sche Flächenzeichen für das Rhomboëder ist dasselbe wie für die Protopyramide, dividirt durch 2; ist keine Verwechslung zu besorgen, so wird diese Division auch wohl weggelassen.

Das *Miller-Bravais*'sche Symbol für $m\mathrm{R} = \rho\{h0\bar{h}l\}$, für $-m\mathrm{R} = \rho\{0h\bar{h}l\}$; z. B. $\mathrm{R} = \rho\{10\bar{1}1\}$, oben mit den Flächen $(10\bar{1}1)$, $(\bar{1}101)$, $(0\bar{1}11)$, unten mit $(01\bar{1}\bar{1})$, $(\bar{1}01\bar{1})$, $(1\bar{1}0\bar{1})$; $-\mathrm{R} = \rho\{01\bar{1}1\}$; $\frac{1}{2}\mathrm{R} = \rho\{10\bar{1}2\}$; $-\frac{1}{2}\mathrm{R} = \rho\{01\bar{1}2\}$; $2\mathrm{R} = \{20\bar{2}1\}$; $-2\mathrm{R} = \rho\{02\bar{2}1\}$; $-\frac{5}{2}\mathrm{R} = \rho\{05\bar{5}2\}$. Auch wird wohl anstatt des ρ ein $\varkappa$ geschrieben oder, sofern eine Verwechslung mit Protopyramiden ausgeschlossen ist, dieses Zeichen der Hemiëdrie überhaupt weggelassen. — An jedem beliebigen Rhomboëder $\rho\{h0\bar{h}l\}$ stumpft das Rhomboëder $\rho\{0h\bar{h}2l\}$ die Polkanten gerade ab, wie z. B. $\rho\{01\bar{1}2\}$ oder $-\frac{1}{2}$R an $\rho\{10\bar{1}1\}$ oder R; $\rho\{10\bar{1}4\}$ oder $\frac{1}{4}$R an $\rho\{01\bar{1}2\}$ oder $-\frac{1}{2}$R.

Wendet man diese rhomboëdrische Hemiëdrie auf die hexagonalen Deuteropyramiden an, so erleiden dieselben dadurch gar keine Gestaltsveränderung, indem ihre Fläche gleichzeitig zwei Dodekanten deckt; daher bleiben auch ihre Zeichen unverändert. Sie sind in manchen Formencomplexen (z. B. des Kalkspaths) eine seltene, in anderen aber (z. B. des Korunds und Eisenglanzes) eine sehr gewöhnliche Erscheinung, und können daher aus dem Bereich der rhomboëdrischen Formen eben so wenig ausgeschlossen werden, als z. B. das Rhombendodekaëder oder der Würfel aus dem Bereich der tetraëdrisch-hemiëdrischen regulären Formen (§ 20). Auch das Protoprisma und das Pinakoid bleiben bei dieser Hemiëdrie gestaltlich unverändert; der Uebereinstimmung wegen werden dieselben aber, weil sie verticale und horizontale Grenzformen der Rhomboëder (und nicht der Protopyramiden) sind, (nicht als ∞P und 0P sondern) als ∞R und 0R bezeichnet. Auch ergibt sich, dass die 6 verticalen Flächen des Prismas ∞R nicht sämmtlich gleichmässig dem oberen und unteren Ende der Verticalaxe c angehören, sondern vielmehr abwechselnd als obere und als untere Flächen zu unterscheiden sind. — Ferner stimmt auch das rhomboëdrisch-hemiëdrische Deuteroprisma sowie das dihexagonale Prisma formell mit dem holoëdrischen überein.

Die dihexagonalen Pyramiden verwandeln sich bei dieser Hemiëdrie in die hexagonalen Skalenoëder (Fig. 161). Dies sind von 12 ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen, deren Randkanten, gerade so wie jene der Rhomboëder, nicht in einer Ebene liegen, sondern im Zickzack auf- und absteigen; ihre Flächen gruppiren sich in 6 Flächenpaare (Fig. 162 und 163). Die Kanten sind dreierlei: 6 kürzere schärfere Polkanten, 6 längere stumpfere Polkanten, und 6 Randkanten; stets liegt eine obere schärfere Polkante über einer unteren stumpferen und umgekehrt.

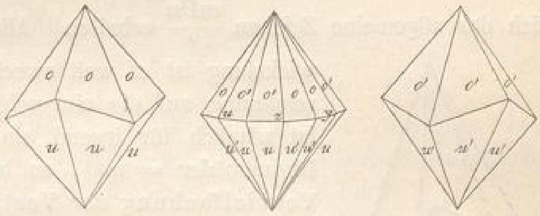


Fig. 161.

Die Ecken sind zweierlei: 2 sechsflächige (ditrigonale) Polecken, und 6 unregelmässig vierflächige Randecken. Die Horizontalaxen verbinden die Halbirungspunkte je zweier gegenüberliegender Randkanten. Der zickzackförmige Verlauf der Randkanten, sowie der abwechselnde Werth der Polkanten unterscheidet das Skalenoëder sofort von der hexagonalen Pyramide. Man spricht im Allgemeinen, jedoch ohne scharfe Grenze, von stumpfen und spitzen Skalenoëdern. Eine jede dihexagonale Pyramide liefert natürlich zwei, in verschiedener Stellung befindliche Skalenoëder (Fig. 161); das Skalenoëder erhält ein positives Vorzeichen, wenn seine stumpferen Polkanten über den Flächen eines als positiv angenommenen Rhomboëders liegen, ein negatives, wenn seine schärferen Polkanten diese Lage besitzen[1]).

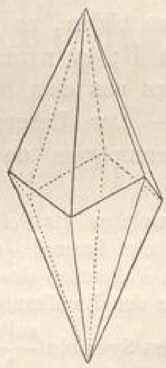


Fig. 162.

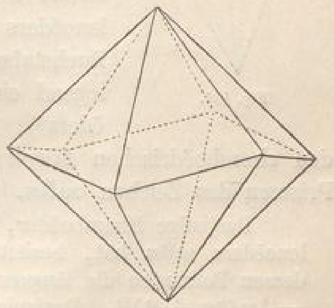


Fig. 163.

1) Wenn man zur Repräsentanz der Flächen einer dihexagonalen Pyramide die Ziffern 1 bis inclus. 12 in 2 horizontale Reihen übereinander schreibt, so würden dann für ein positives Skalenoëder von den 24 nur übrig bleiben die 12 Flächen:

oben	1 2 . . 5 6 . . 9 10 . .
unten	. . 3 4 . . 7 8 . . 11 12 .

Eine ebenso auffällige als bedeutsame Eigenschaft eines jeden Skalenoëders ist es, dass seine Randkanten allemal genau dieselbe Lage haben, wie die Randkanten irgend eines Rhomboëders, welches man daher das eingeschriebene Rhomboëder, oder auch das Rhomboëder der Randkanten nennt (Fig. 164).

Auch die stumpferen und schärferen Polkanten eines Skalenoëders haben dieselbe Lage, wie die stumpferen und schärferen Polkanten zweier verschiedener Rhomboëder; das Rhomboëder der stumpferen und das der schärferen Polkanten sind stets in verwendeter Stellung, das letztere ist aber immer in derselben Stellung, wie das der Randkanten.

Als Hälftflächner der dihexagonalen Pyramiden würden die Skalenoëder eigentlich das allgemeine Zeichen $\frac{mPn}{2}$ erhalten. Allein für die krystallographische Entwickelung ist es weit zweckmässiger, ihre Ableitung und Bezeichnung auf die eingeschriebenen Rhomboëder zu gründen. Ist nämlich für irgend ein Skalenoëder das eingeschriebene Rhomboëder $= mR$, so bedarf es nur einer angemessenen Vervielfachung der Verticalaxe dieses Rhomboëders nach einer bestimmten Zahl n (> 1), um die Pole des Skalenoëders zu erhalten (Fig. 164). Legt man dann in jede Randkante des Rhomboëders zwei Flächen, von welchen die eine den oberen, die andere den unteren Endpunkt seiner vergrösserten Verticalaxe schneidet, so ist offenbar das gegebene Skalenoëder construirt worden. Um nun demgemäss das Zeichen des Skalenoëders zu bilden, so schreibt man die Zahl n hinter den Buchstaben **R**; es wird daher mRn das allgemeine Zeichen irgend eines aus dem Rhomboëder mR abgeleiteten Skalenoëders[1]). — Der Uebereinstimmung wegen erhalten die, in den rhomboëdrischen Formencomplexen unverändert auftretenden dihexagonalen Prismen das Zeichen ∞Rn.

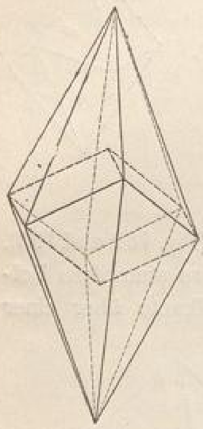


Fig. 164.

Dasjenige Rhomboëder, welches als Polkanten die kürzeren Polkanten des Skalenoëders mRn hat, besitzt die Formel $\frac{1}{2}m(3n-1)R$. Dasjenige Rhomboëder, dessen Polkanten die längeren Polkanten des Skalenoëders mRn sind, hat die Formel $-\frac{1}{2}m(3n+1)R$. Dasjenige der Randkanten ist natürlich mR.

Die beiden skalenoëdrischen Symbole $\frac{mPn}{2}$ und mRn stehen in dem gegenseitigen Verhältniss, dass das letztere, auf die Ableitungszahlen des ersteren bezogen, den Ausdruck $\frac{m(2-n)}{n}R\frac{n}{2-n}$ erhalten würde. Die dihexagonale Pyramide $4P\frac{4}{3}$ liefert so z. B. das Skalenoëder $2R2$. — Umgekehrt würde das erstere Symbol $\frac{mPn}{2}$, bezogen auf die Werthe m und n in mRn, die Form $\frac{mnP\frac{2n}{n+1}}{2}$ gewinnen; $2R2 = \frac{4P\frac{4}{3}}{2}$.

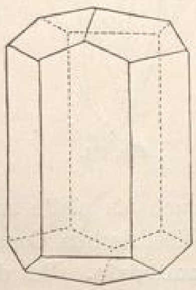
1) Das *Naumann*'sche Zeichen mRn, in welchem m und n natürlich ganz andere Bedeutung besitzen als in der holoëdrischen dihexagonalen Pyramide mPn, ist eben so einfach als repräsentativ, und enthält alle zur Berechnung des Skalenoëders erforderlichen Elemente, sobald auch der Werth der Verticalaxe gegeben ist; nur muss man eingedenk sein, dass sich die Ableitungszahl n, obschon sie hinter dem Zeichen der Grundform steht, hier nicht auf die Horizontalaxen, sondern auf die Verticalaxe des eingeschriebenen Rhomboëders mR bezieht; dies ist um so eher erlaubt, als bei dieser Ableitung die Horizontalaxen gänzlich ausser dem Spiele bleiben.

In der *Miller-Bravais*'schen Bezeichnung ist das Symbol für das Skalenoëder $+mRn = \rho\{hi\bar{k}l\}$, das für $-mRn = \rho\{ih\bar{k}l\}$, worin $h > i$; z. B. $R5 = \rho\{32\bar{5}1\}$; $R17 = \rho\{9.8.\overline{17}.1\}$; $R2 = \rho\{31\bar{4}2\}$; $\frac{1}{2}R\frac{11}{3} = \rho\{7.4.\overline{11}.6\}$; $\frac{1}{4}R3 = \rho\{21\bar{3}4\}$; $-2R3 = \rho\{24\bar{6}1\}$; $-2R\frac{4}{3} = \rho\{17\bar{8}3\}$; $-\frac{1}{2}R3 = \rho\{12\bar{3}2\}$.

Bei der Umwandlung der Skalenoëderformel mRn in $\rho\{hi\bar{k}l\}$ ist: $h = n + 1$; $i = n - 1$; $\bar{k} = -2n$; $l = \frac{2}{m}$; also $mRn = \rho\left\{n+1,\ n-1,\ -2n,\ \frac{2}{m}\right\}$; z. B. $R3 = \rho\{42\bar{6}2\} = \rho\{21\bar{3}1\}$, daher $-R3 = \rho\{12\bar{3}1\}$; $\frac{1}{2}R5 = \rho\{6.4.\overline{10}.4\} = \rho\{32\bar{5}2\}$.

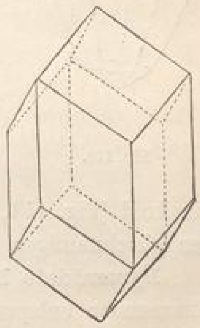
Bei der Umwandlung der Skalenoëderformel $\rho\{hi\bar{k}l\}$ in mRn ist $m = \frac{h-i}{l}$ und $n = \frac{h+i}{h-i}$; also $\rho\{31\bar{4}2\} = \frac{3-1}{2} R \frac{3+1}{3-1} = R2$; $\rho\{71\bar{8}3\} = \frac{7-1}{3} R \frac{7+1}{7-1} = 2R\frac{4}{3}$.

Einige Combinationen der rhomboëdrischen Formen. Dieselben finden sich in grösster Manchfaltigkeit, und namentlich der Kalkspath übertrifft alle anderen Mineralien durch die Menge seiner verschiedenen einfachen Formen und Combinationen. Hier können freilich nur einige der gewöhnlichsten Fälle erwähnt werden. Sehr häufig findet man das Protoprisma ∞R in Combination mit einem Rhomboëder mR (z. B. am Kalkspath mit $-\frac{1}{2}R$, oder auch mit $-2R$), dessen Flächen das Prisma an beiden Enden mit einer dreiflächigen Zuspitzung so begrenzen, dass die Zuspitzungsflächen auf die abwechselnden Seitenflächen aufgesetzt und pentagonal begrenzt erscheinen; Fig. 165; die Randecken des Rhomboëders werden durch ∞R abgestumpft. — Ganz anders verhält sich jedes Rhomboëder mR zu dem Deuteroprisma $\infty P2$, welches seine Flächen zwar wiederum mit einer dreiflächigen Zuspitzung begrenzen, jedoch so, dass sie auf die abwechselnden Randkanten aufgesetzt und als Rhomben ausgebildet sind; Fig. 166.



$\infty R . -\frac{1}{2}R$

Fig. 165.



$\infty P2 . R$

Fig. 166.

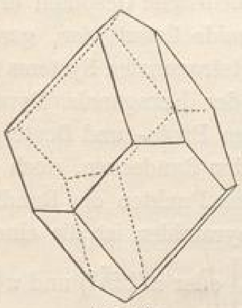


Fig. 167.

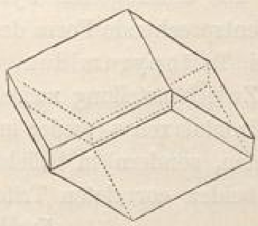


Fig. 168.

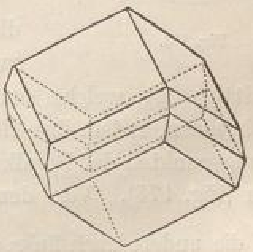


Fig. 169.

An jedem Rhomboëder mR werden die Polkanten durch das in verwendeter Stellung befindliche Rhomboëder von halber Axenlänge, also durch $-\frac{1}{2}mR$, die

Randkanten aber durch das Prisma $\infty\mathbf{P}2$ abgestumpft, sowie durch irgend ein aus ihm selbst abgeleitetes Skalenoëdèr $m\mathrm{R}n$ zugeschärft; Fig. 167, 168, 169. — An jedem Skalenoëder $m\mathrm{R}n$ werden die längeren Polkanten durch das Rhomboëder $\frac{1}{4}m(3n+1)\mathbf{R}$ und ebenso die kürzeren Polkanten durch das Rhomboëder $-\frac{1}{4}m(3n-1)\mathbf{R}$ abgestumpft; Fig. 171. An $\mathbf{R}3$ stumpft z. B. $\frac{5}{2}\mathbf{R}$ die längeren, $-2\mathbf{R}$ die kürzeren Polkanten ab. Eine sechsflächige Zuspitzung der Polecken findet gewöhnlich entweder mit horizontalen, oder auch mit solchen Combinationskanten statt, welche den Randkanten parallel sind; in beiden Fällen ist es ein flacheres Skalenoëder $m'\mathrm{R}n'$, welches die Zuspitzung bildet, und zwar wird im ersteren Falle $n' = n$, im zweiten Falle $m' = m$ (Fig. 170 und 172).

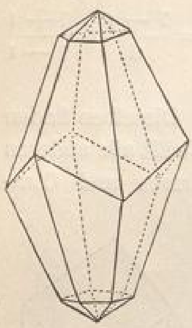


Fig. 170.

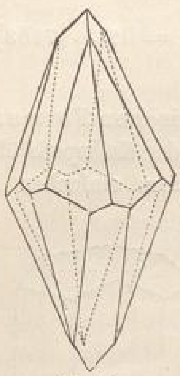


Fig. 171.

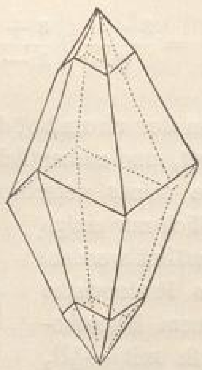


Fig. 172.

Zu den allergewöhnlichsten gehören endlich noch in vielen rhomboëdrischen Complexen die Combinationen $\infty\mathbf{R}.0\mathbf{R}$ oder auch $0\mathbf{R}.\infty\mathbf{R}$, d. h. das Protoprisma mit dem Pinakoid (Fig. 141, auch als platte sechsseitige Tafel ausgebildet), welche sich von den gleichnamigen holoëdrischen Combinationen durch nichts unterscheiden.

Pyramidale Hemiëdrie. Bei dieser, ganz der im tetragonalen System vorkommenden entsprechenden Hemiëdrie ist blos die horizontale Basis $0\mathbf{P}$ noch S.-E. Die Verticalaxe c ist eine sechszählige S.-A., ein Centrum der Symmetrie vorhanden. Fig. 173. Alle holoëdrischen hexagonalen Formen haben ihre Flächen auf den verschwundenen 6 verticalen S.-E.n senkrecht stehen, mit Ausnahme der dihexagonalen Pyramide und des dihexagonalen Prismas, und so werden auch nur diese beiden letzteren neue hemiëdrische Gestalten ergeben.

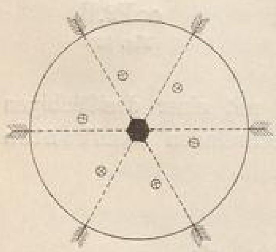


Fig. 173.

Die dihexagonale Pyramide liefert hier, ganz wie die entsprechende Form des tetragonalen Systems (S. 70), zwei Tritopyramiden, oder hexagonale Pyramiden der dritten Art, welche eine Zwischenstellung zwischen Proto- und Deuteropyramiden besitzen, indem ihre Horizontalaxen a (weder in den Randecken, noch in den Halbirungspunkten der Randkanten, sondern) in beliebigen Punkten der Randkanten endigen (Fig. 174). Von den beiden correlaten Tritopyramiden ist die eine nach rechts, die andere nach links gedreht; $+$ und $-\left[\frac{m\mathrm{P}n}{2}\right]$ oder $\pi\{ki\bar{h}l\}$ und $\pi\{h\bar{i}\bar{k}l\}$. — Auch die zwölfseitigen Prismen erscheinen nur mit den abwechselnden Flächen, als hexagonale Prismen dritter Art oder Tritoprismen. Dagegen erleiden die hexagonalen Pyramiden erster und zweiter Art, wenn sie dieser Hemiëdrie unterworfen werden, gar keine Gestaltsveränderung, so dass sie holoëdrisch ausgebildet erscheinen, und an ihnen allein diese Hemiëdrie gar nicht erkannt werden kann[1]).

Nur durch ihre Orientirung am Axenkreuz sind die Tritoformen von den entsprechenden erster und zweiter Art unterschieden; so können sie auch nur als solche formell erkannt werden, wenn sie mit den letzteren in Combination treten. — Die Formenreihe des Apatits und der ihm verwandten isomorphen Mineralien Pyromorphit, Mimetesit, Vanadinit ist dieser Hemiëdrie unterworfen. Fig. 175 stellt einen Krystall von Apatit dar, welcher ausser dem Protoprisma a (∞P), der Basis c (0P), der Protopyramide o (P) und der Deuteropyramide x (2P2) noch die Tritopyramide v (3P$\frac{3}{2}$) zeigt.

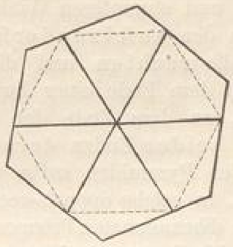


Fig. 174.

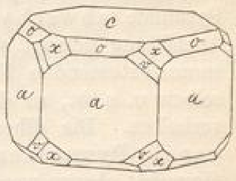


Fig. 175.

Trapezoëdrische Hemiëdrie. In ihr sind sämmtliche 7 S.-E.n verloren gegangen. Die Verticalaxe c ist eine sechszählige S.-A., die 3 Horizontalaxen a sowie die 3 Zwischenaxen sind 6 zweizählige S.-A.n. Kein Centrum der Symmetrie. Fig. 176.

Nur die dihexagonale Pyramide liefert hier und zwar durch Wachsthum und Verschwinden ihrer abwechselnden Flächen neue Gestalten, zwei hexagonale Trapezoëder, d. h. von 12 gleichschenkeligen Trapezoiden umschlossene Formen, mit 12 gleichen Polkanten und 6 längeren stumpferen, sowie 6 kürzeren schärferen, im Zickzack auf- und ablaufenden Randkanten (Fig. 177). Wegen des Mangels einer S.-E. sind sie enantiomorph. Für den Fall, dass $n > 1{,}366\ldots$ (vgl. S. 78), laufen die längeren stumpferen Randkanten bei den rechten Trapezoëdern von links unten nach

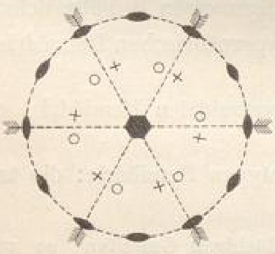


Fig. 176.

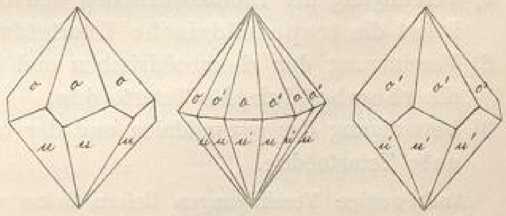


Fig. 177.

rechts oben (erste Fig.), bei den linken von rechts unten nach links oben (letzte Fig.). Die Symbole sind $\frac{mPn}{2}r$ oder $\tau\{ki\bar{h}l\}$ und $\frac{mPn}{2}l$ oder $\tau\{h\bar{i}\bar{k}l\}$. Die dieser dritten Hemiëdrie angehörigen Krystallformen sind daher geometrisch blos erkennbar, wenn ein Trapezoëder ausgebildet ist. Ein ihr folgendes Mineral ist nicht bekannt; unter den künstlichen Krystallen gehören auf Grund der Aetzfiguren hierher die des rechtsweinsauren Antimonyl-Baryums + salpetersauren Kaliums, welche allerdings scheinbar holoëdrisch ausgebildet sind.

1) *Baumhauer* beobachtete, dass die auf den scheinbar holoëdrischen Formen des Apatits durch Corrodirung vermittels Salzsäure hervorgebrachten Aetzeindrücke wegen ihrer Unsymmetrie deutlich für den pyramidal-hemiëdrischen Charakter sprechen.

Anmerkung. Im hexagonalen System wäre noch eine vierte Modalität der Hemiëdrie denkbar, welche von *Naumann* die trigonotype Hemiëdrie genannt wurde (von Anderen die ditrigonale Hemiëdrie), weil sie die Ausbildung von trigonalen Pyramiden, trigonalen Prismen und überhaupt von solchen Formen bedingt, deren Querschnitte gleichseitige Dreiecke (Trigone) und Ditrigone (gleichseitige Sechsecke mit abwechselnd schärferen und stumpferen Winkeln) sind. Ihr Gesetz würde wesentlich darin bestehen, dass in den aufeinanderfolgenden Gliedern der dihexagonalen Pyramide abwechselnd die rechten und die linken Flächenpaare allein zur Ausbildung gelangt sind: an dem Ende einer Zwischenaxe wachsen die vier dort zusammenstossenden Flächen, an dem Ende der darauf folgenden verschwinden dieselben u. s. w., so dass die beiden Enden derselben Horizontalaxe sich verschieden verhalten. Die dihexagonalen Pyramiden mPn verwandeln sich dadurch in ditrigonale Pyramiden, d. h. in solche doppelt-sechsseitige, deren Basis eine ditrigonale Figur ist; ebenso werden die dihexagonalen Prismen ∞Pn zu ditrigonalen Prismen. Die Protopyramiden erscheinen nur mit ihren an den abwechselnden Randkanten gelegenen Flächenpaaren, folglich als trigonale Pyramiden (vgl. Fig. 181) mit einem gleichseitigen Dreieck als Querschnitt; übereinstimmend tritt das Protoprisma nur mit seinen abwechselnden Flächen als trigonales Prisma auf. Deuteropyramiden $mP2$ und Deuteroprisma $\infty P2$ bleiben scheinbar unverändert. — Bei dieser Hemiëdrie verschwinden aus den holoëdrischen Formen die 3 durch die Nebenaxen a gehenden senkrechten S.-E.n, es bleiben also noch erhalten die Basis als H.-S.-E., sowie die 3 senkrechten S.-E.n durch die Zwischenaxen; die Formen besitzen ferner 1 verticale dreizählige und 3 horizontale zweizählige (polar ausgebildete) S.-A.n; ein Centrum der Symmetrie. Fig. 178. — Bis jetzt ist von dieser Hemiëdrie kein Beispiel bekannt[1]).

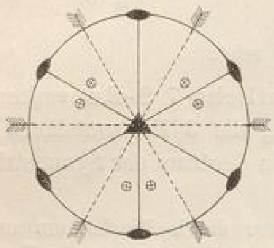


Fig. 178.

§ 33. **Die Tetartoëdrieen im hexagonalen System.** Das gleichzeitige Auftreten zweier Hemiëdrie-Modalitäten würde im Allgemeinen 3 Fälle liefern:

1) Vereinigung der rhomboëdrischen und der trapezoëdrischen Hemiëdrie; sie liefert die trapezoëdrische Tetartoëdrie;
2) Vereinigung der rhomboëdrischen und der pyramidalen Hemiëdrie; ergibt die rhomboëdrische Tetartoëdrie;
3) Vereinigung der pyramidalen und der trigonotypen Hemiëdrie: die trigonale Tetartoëdrie.

Anderweitige Vereinigungen liefern keine viertelflächigen Gestalten; so würden z. B. bei derjenigen der trapezoëdrischen mit der pyramidalen Hemiëdrie aus der allgemeinsten Gestalt, der dihexagonalen Pyramide, Formen hervorgehen, welche die übrigbleibenden 6 Flächen nur oberhalb oder unterhalb der Basis aufweisen, und deshalb ist diese Tetartoëdrie als solche nicht möglich; sie würde eine Hemimorphie in der Richtung der Verticalaxe bedingen.

Trapezoëdrische Tetartoëdrie. Bei ihr gehen die 3, in der rhomboëdrischen Hemiëdrie noch bestehenden S.-E.n verloren, es ist also überhaupt keine dergleichen mehr vorhanden. Die Formen besitzen aber noch c als eine dreizählige S.-A., ausserdem 3 horizontale zweizählige S.-A.n von polarer Ausbildung (worin

1) Für das tetragonale System ist eine Analogie dieser Modalität der Hemiëdrie ausgeschlossen, weil dadurch ein dem rhombischen System entsprechender Charakter entstände.