



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Handbuch der Vermessungskunde**

**Jordan, Wilhelm**

**Stuttgart, 1896**

§. 10. Der Besselsche Basis-Messapparat

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83087](#)

Die Basis Solitude-Ludwigsburg von 6687 Toisen oder rund 13 Kilometer Länge wurde in der Zeit vom 18. September bis 12. Oktober 1820 in 19 Arbeitstagen einmal gemessen.

Weiteres und Ausführlicheres über die älteren Basismess-Apparate giebt Westphal „Basisapparate und Basismessungen“, Zeitschrift für Instrumentenkunde, 1885, S. 257—274, S. 333—345, S. 373—385, S. 420—432. Ferner 1888, S. 189—203, S. 225—236, S. 337—346.

#### *Reduktion einer Basislänge auf den Meereshorizont.*

Ausser den Reduktionen für Temperatur, Stangenneigung, Zwischenräume u. s. w., welche bisher erwähnt worden sind, hat man bei Basismessungen, um sie unter sich trigonometrisch vergleichbar zu machen, auch noch die Reduktion auf dem Meereshorizont (bzw. auf *N. N.*) anzubringen.

Wenn  $h$  das arithmetische Mittel der Höhen der einzelnen Stangenlagen über dem Vergleichs-Horizont ist, und  $r$  der Erdkrümmungs-Halbmesser, wenn ferner  $B$  die Summe der horizontalen Stangenlagen und  $B_0$  deren centrale Projektion auf den Horizont ist, so besteht die Beziehung:

$$\frac{B}{B_0} = \frac{r+h}{r} = 1 + \frac{h}{r}$$

oder auch hinreichend genähert:

$$B - B_0 = B \frac{h}{r}$$

Zur Übersicht geben wir hiezu einige Zahlenwerte:

$h$	$\log \left(1 + \frac{h}{r}\right)$	$h$	$\log \left(1 + \frac{h}{r}\right)$	Differenz
0 <sup>m</sup>	0.0000000	500 <sup>m</sup>	0.0000340·3	68·1
100	68·1	600	408·4	
200	136·1	800	544·5	für 100 <sup>m</sup>
500	340·3	1000	680·6	

Für die Basislänge  $B = 1000^m$  und die Höhe  $h = 100^m$  beträgt die Reduktion — 0,0157<sup>m</sup>.

#### **§ 10. Der Besselsche Basis-Mess-Apparat.**

Als Bessel im Jahre 1834 zu seiner „Gradmessung in Ostpreussen“ einen Basis-Mess-Apparat bauen liess, standen ihm die Erfahrungen von Borda, Reichenbach, Repsold, Schwerd u. A. zu Gebote (Platin und Kupfer, Messkeil u. s. w.).

Bessel hat zu diesen Erfahrungen sein eigenes Verständnis hinzugefügt, er hat alle Einrichtungen und Berechnungen so scharfsinnig erdacht und so folgerichtig durchgeführt, dass der Apparat immer als klassisches Beispiel gelten wird, obgleich er natürlich jetzt nach 60 Jahren nicht mehr der beste sein kann.

Mit dem Besselschen Apparat sind bis jetzt 14 Grundlinien gemessen worden, nämlich 1) bei Königsberg 1834, 2) Kopenhagen 1838, 3) Upsala 1840, 4) Berlin 1846, 5) Bonn 1847, 6) Lommel in Belgien 1851, 7) Ostende 1853, 8) Strehlen in Schlesien 1854, 9) Braak in Holstein 1871, 10) Grossenhain in Sachsen 1872, 11) Ensisheim im Elsass 1877, 12) Göttingen 1880, 13) Meppen 1883, 14) Bonn, Neumessung 1892.

Obgleich der Apparat bei allen diesen Messungen in seinen Hauptteilen der selbe geblieben ist, und obgleich damit die Art der Basismessung einen gewissen konservativen Charakter angenommen hat, ist doch auch hier die Wissenschaft nicht stehen geblieben; seit der Braaker Basis ist die Art der Massvergleichung und die Ausführung der Messung (z. B. die Ablotung) gegen früher stetig vervollkommen worden, und vor der Göttinger Messung hat der Chef der trigonometrischen Abteilung, *Schreiber*, den (1830 mit den rohesten technischen Hilfsmitteln hergestellten) Apparat und alle Einzelheiten seiner Anwendung eingehender Kritik unterworfen, woraus die drei letzten Messungen bei Göttingen, Meppen und Bonn hervorgegangen sind, welche zur Zeit als die beste Ausnutzung des Bessel'schen Gedankens zu betrachten sind.

Wir geben im Folgenden die Beschreibung und die wichtigsten Zeichnungen des Apparates, teils nach der ersten Mitteilung von Bessel selbst („Gradmessung in Ostpreussen“, S. 1—51 und Tafel I—V), teils nach den vor Göttingen angebrachten Verbesserungen.

#### *Der Besselsche Basis-Mess-Apparat.*

(Darstellung in natürlicher Grösse.)

Fig. 1.

Ansicht der Stangen-Enden (Anordnung von 1834).

*E* = Eisen, *Z* = Zink, *St* = Stahl, *T* = Tragstange, *R* = Rollen.

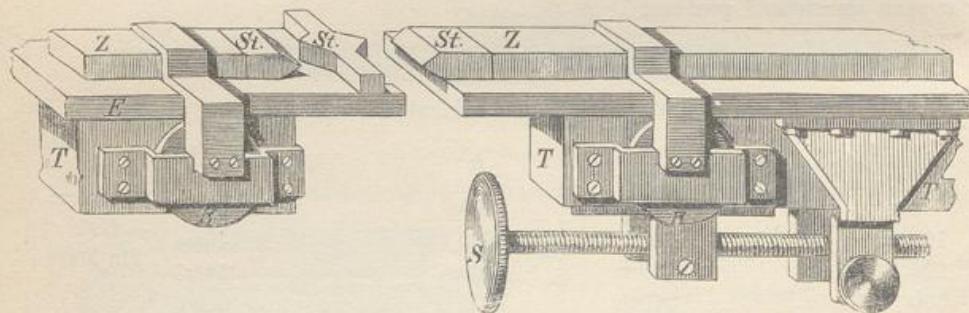


Fig. 2.

Querschnitt der Stangen mit Massen in Pariser Linien  
(1 Par. Linie = 2,26 mm).  
(Anordnung von 1834.)

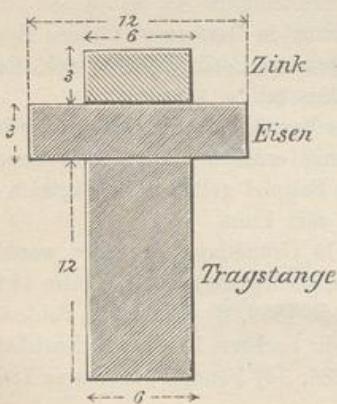


Fig. 3.

Einweis-Scheibe *E E*  
mittelst des Rahmens *R* auf das vordere  
Stangenende aufgeschraubt.  
(Anordnung von 1880.)

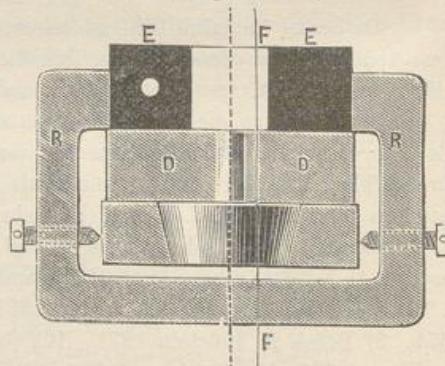


Fig. 4.

Vorderes und hinteres Stangen-Ende (Anordnung von 1880)  
im Längsschnitt und im Grundriss (natürl. Grösse).

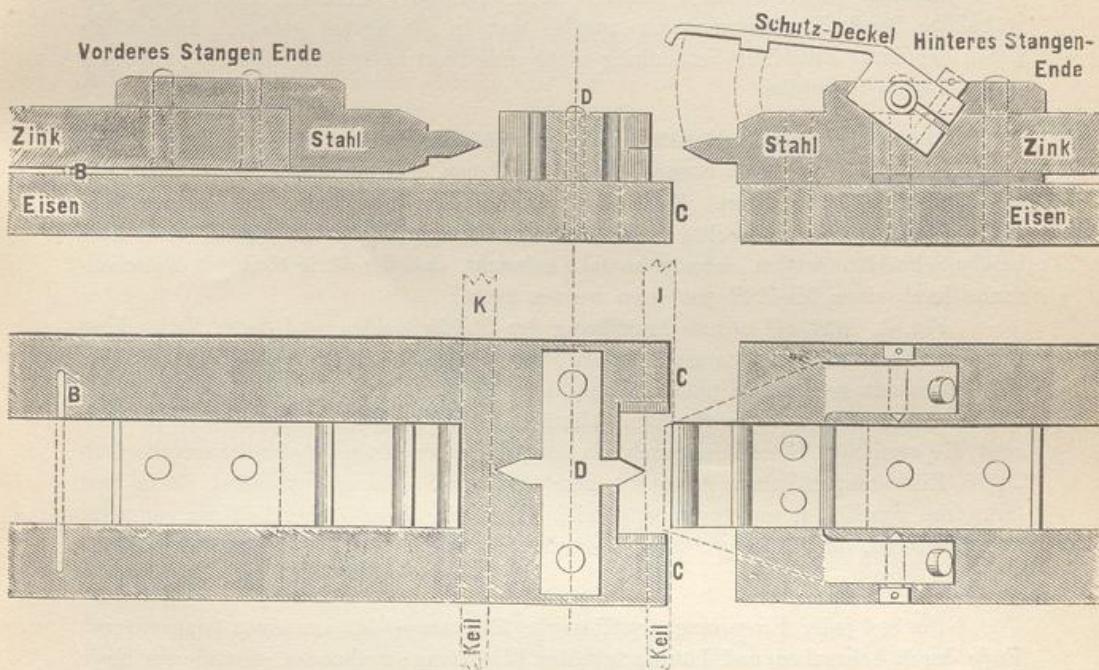
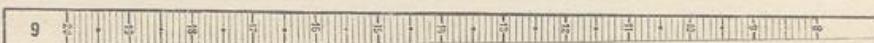


Fig. 5.

Der gläserne Messkeil (natürl. Grösse).

(20 = 2 Par. Linien = 4,5 mm                            8 = 0,8 Par. Linien = 1,8 mm)



(Ordinaten-Differenz, zwischen 2 Strichen, = 0,01 Par. Linien = 0,0226 mm.)

### I. Die Messstangen.

Es werden 4 Messstangen zusammen gebraucht, jede Messstange ist 3,898" (= 2 Toisen) lang, 27<sup>mm</sup> breit und 7<sup>mm</sup> dick. Dieses bezieht sich auf die eigentliche *eiserne* Messstange, auf welcher aber eine zweite, halb so breite *Zink*-Stange aufliegt, wie aus dem Querschnitt Fig. 2. zu ersehen ist.

Die Zinkstange ist an dem einen Ende mit der Eisenstange fest verbunden, im übrigen liegt sie frei auf und kann sich gegen die Eisenstange ausdehnen. Die horizontale Fuge zwischen Eisen und Zink gab aber zu Reibungen Veranlassung, und deswegen wurde diese Fuge später auf etwa 1<sup>mm</sup> erweitert, und durch kleine Rollen ausgefüllt, welche in Fig. 4. links durch *B* angedeutet sind.

Da die flachen Eisen- und Zinkstangen sich auf eine Länge von nahe 4<sup>m</sup> nicht freitragen könnten, ist ihnen eine Tragstange hochkantig unterlegt, jedoch durch Vermittlung von mehreren Rollenpaaren, nach Andeutung von Fig. 1. Die Bewegung auf den Rollen ist aber nur eine geringe, und wird durch die Mikrometer-Schraube *S* (wie an der Alhidade eines Theodolits) geregelt.

Die Holzkästen, in welche die Stangen eingelegt werden, sind in unseren Figuren S. 68 und 69 nicht gezeichnet, sie sind etwa 28<sup>cm</sup> breit und ebenso hoch.

Libellen sind auf den 4 Stangen zur Neigungs-Bestimmung angebracht. Gewöhnliche Quecksilber-Thermometer wurden mit in die Kästen gelegt, obgleich sie neben der Zink- und Eisen-Verbindung nicht unbedingt nötig sind, und nur ausnahmsweise abgelesen wurden.

Aus den erwähnten Holzkästen ragen nun die Stangen nur mit ihren Enden hervor. Fig. 1. zeigt zwei Stangen-Enden und man erkennt daraus die Art des Aneinanderlegens der Stangen. Es endigt nämlich die linke Stange in eine vertikale Stahlschneide, und die rechte Stange in eine horizontale Stahlschneide, und diese beiden Schneiden werden einander so nahe gebracht, dass der übrig bleibende Zwischenraum durch einen Messkeil gemessen werden kann.

Fig. 4. zeigt die neuere Anordnung der Stahlschneiden und deren Verbindung mit den Eisen- und Zinkstangen. Dabei wurden auch die horizontalen Schneiden der 4 Stangen mit gelenkartig niederzuklappenden Schutzdeckeln versehen, wodurch dem früher nicht seltenen Falle von Beschädigung dieser Schneiden vorgebeugt wird, während die vertikalen Schneiden durch die vorspringenden Enden C der darunter befindlichen Eisenstangen schon genügend geschützt sind. (Der Schutzdeckel ist in dem Grundriss von Fig. 4. nur teilweise gezeichnet, indem dessen linker Teil nur punktiert angedeutet ist, damit die darunter liegende horizontale Schneide nicht dem Anblick entzogen wird.)

Die auf jeder Eisenstange aufliegende *Zinkstange* ist am einen (linkseitigen) Ende durch Schrauben und Lötung mit der Eisenstange verbunden, von diesem Ende bis zum andern Ende ist sie ohne Verbindung mit der Eisenstange. Auf der entgegengesetzten (rechten) Seite endigt die Zinkstange in eine horizontale Stahlschneide, deren jeweiliger Abstand von einer vertikalen, auf der Eisenstange befestigten Stahlschneide durch einen horizontal eingeschobenen Keil gemessen wird.

Hier ist auch noch die kleine Einweis-Scheibe E E Fig. 3. S. 68, zu erwähnen, welche mittelst eines umgreifenden Rahmens R an dem rechtseitigen Ende D jeder Stange befestigt ist. Von dieser Scheibe mit ihren drei schwarzen und weissen Feldern wird bei der Geradrichtung der Basis weiter die Rede sein.

## II. Die Messkeile.

Die bei der Göttinger Messung 1880 gebrauchten Glaskeile sind in Fig. 5. S. 69 in natürlicher Grösse gezeichnet.

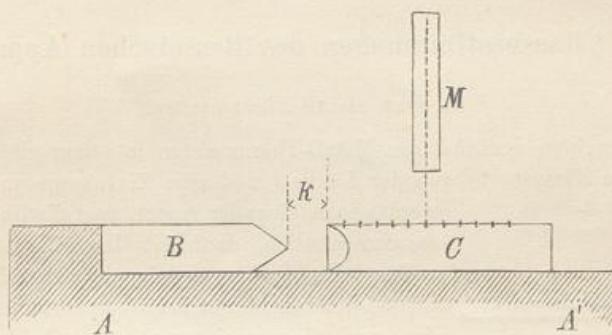
Die Zunahme der Keildicke von einem Strich zum folgenden ist = 0,01 Pariser Linien, und da man noch 0,1 des Intervalls schätzen kann, so hat man Ablesungen von 0,001 Linien für die Keildicken (0,001 Par. Linien = 2,256<sup>μ</sup>).

Die Bestimmung der Keildicken geschah durch eine Einrichtung, welche durch die schematische Fig. 6. S. 71 angedeutet ist.

Auf einer festen Unterlage A A' befindet sich ein Cylinder B mit horizontaler Schneide befestigt, und ein zweiter Cylinder C, welcher der horizontalen Schneide des Cylinders B eine vertikale Schneide gegenüberstellt, ist auf dieselbe Unterlage A A' beweglich aufgelegt. Dieser bewegliche Cylinder C trägt auf seiner oberen Fläche eine Teilung, welche durch ein lotrecht darüber angebrachtes Mikroskop M abgelesen

werden kann. Man schiebt den Cylinder *C* mit seiner Schneide gegen den Cylinder *B* berührend an und liest die Teilung auf *C* am Faden des Mikroskopes ab; zieht man dann den Cylinder *C* ein wenig zurück, und füllt den Zwischenraum *k* zwischen den beiden Schneiden durch den zu untersuchenden Messkeil aus, wobei eine zweite Ablesung auf *C* gemacht wird, so ist die Differenz der Ablesungen auf *C* gleich der betreffenden Keildicke *k*.

Fig. 6.  
Bestimmung der Keildicken *k*.



Auf diese Weise wurde jeder Keil an mehreren Stellen in Bezug auf seine Dicke untersucht, es zeigte sich, dass die Keildicken auf 0,01 Linien genau proportional den Keillängen waren, dass also die Keilflächen bis zu dieser Genauigkeit eben geschliffen waren. Nach diesen Bestimmungen, welche in Fig. 6. angedeutet sind, wurden Tabellen angelegt, aus denen für jede Keilablesung die zugehörige Keildicke entnommen werden kann.

Die Messkeile dienen zwei verschiedenen Zwecken: erstens werden damit die Zwischenräume zwischen je zwei Stangen-Enden gemessen (Keil *J* Fig. 4. S. 69) und zweitens werden damit die Verschiebungen der Zinkstangen gemessen (Keil *k* Fig. 4. S. 69.)

Die ganze Einrichtung von Zink und Eisen mit Keilmessung ihrer Differenz nennt man auch „Metall-Thermometer.“

### III. Die Messungs-Brücke.

Als Auflager für die Stangenkästen benützte Bessel kleine hölzerne Böcke, welche jedoch nicht geradezu auf den Boden gestellt wurden, sondern es wurden zuerst je drei 20<sup>cm</sup> lange eiserne Nägel in den Boden geschlagen, darauf ein Brett gelegt und darauf ein Bock gestellt, der außerdem mit etwa 50<sup>kg</sup> belastet wurde, um seine Standfestigkeit zu erhöhen.

Auf je zwei Böcke wurden dann die einzelnen Stangenkästen aufgelegt und sowohl nach der Höhe, als der Quere nach, eingerichtet. Dieses Einrichten geschah von der Königsberger Messung 1834 bis zur Braaker Messung 1871 von freier Hand, und war daher sehr mühsam. Nach den Erfahrungen von Braak wurden die hölzernen Böcke mit Kurbelschrauben versehen, zum raschen mikrometrischen Regulieren der Höhen sowohl als auch der Geradrichtung. Diese verbesserten Böcke sind seitdem bei Grossenhain in Sachsen und bei Oberhergheim im Elsass mit Vorteil gebraucht, zur Basismessung bei Göttingen und Meppen aber durch neue, aus Schmiedeeisen kon-

struierte Böcke ersetzt worden. Die hölzernen Unterlagsbretter und die eisernen 20<sup>m</sup> tief in den Boden einzuschlagenden Nägel, auf welchen diese Bretter ruhen, blieben dieselben wie bei Bessel. („Gradm. i. Ostpr.“ Tafel IV.)

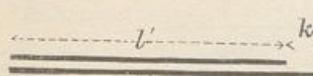
Wegen der Standfestigkeit ist die Auflegung der Stangen so *nieder* als möglich gehalten. Die Böcke sind nur 0,63<sup>m</sup> hoch, so dass mit Zurechnung der Unterlagsbrettdicke und der halben Kastenhöhe die Stangenschneiden nur 0,77<sup>m</sup> über dem Erd-  
boden zu liegen kommen, was gerade noch Handhabung und Ablesung der Keile ohne zu unbequeme Körperlage gestattet.

## § 11. Massbestimmungen des *Besselschen Apparates*.

### I. Das Metall-Thermometer.

Wir betrachten zunächst das Metall-Thermometer in seiner einfachsten Gestalt (Fig. 1.). Eine Eisenstange von der Länge  $l$  und eine Zinkstange von der Länge  $l'$

Fig. 1.  
Metall-Thermometer.



werden so aufeinander gelegt, dass die linkseitigen Enden zusammentreffen, dann ist der Abstand  $k$  der beiden rechten Enden die Angabe des Metall-Thermometers.

Bei irgend welcher Temperatur wird  $l = l'$  werden, und die gemeinsame Länge beider Stäbe sei in diesem Falle =  $L$ . Zählt man nun die Temperatur  $t'$  von jenem Stand rückwärts, nennt  $e$  und  $z$  die Ausdehnungs-Coëfficienten von Eisen und Zink, so ist:

$$l = L(1 - e t') \quad l' = L(1 - z t') \quad (1)$$

Die Differenz ist:

$$l - l' = L(z - e) t' = k \quad (2)$$

Durch Elimination von  $t'$  erhält man:

$$l = L - \frac{e}{z - e} k \quad (3)$$

Den relativen Ausdehnungs-Coëfficienten, welcher hier Coëfficient von  $k$  ist, bezeichnen wir mit  $m$ , d. h.:

$$\frac{e}{z - e} = m \quad (4)$$

und damit haben wir:

$$l = L - m k \quad (5)$$

Eine Gleichung von der Form (5) gilt für jede der 4 Stangen.

Dürfte man auf die *Gleichheit* der Ausdehnungen bei allen 4 Stangen (die aus einem Stück geschnitten sind) rechnen, so wären die Ausdehnungs-Coëfficienten  $e$  und  $z$ , für Eisen und Zink als konstant zu betrachten. Bessel nimmt jedoch für jede Stange besondere Werte  $e$  und  $z$ , also auch einen besonderen Wert  $m$  an, und demnach bestehen entsprechend (5) für die 4 Stangen folgende 4 Gleichungen:

$$\left. \begin{array}{l} l_1 = L_1 - k_1 m_1 \\ l_2 = L_2 - k_2 m_2 \\ l_3 = L_3 - k_3 m_3 \\ l_4 = L_4 - k_4 m_4 \end{array} \right\} \quad (6)$$

wo  $k_1, k_2, k_3, k_4$  die Keilmasse der Metall-Thermometer der 4 Stangen bedeuten.