



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

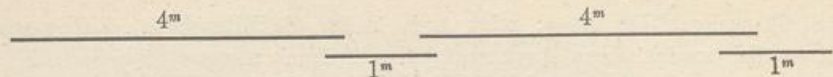
Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1896

§. 14. Massbestimmungen für bimetallische Stäbe

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83087](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83087)



Die kurzen 1^m langen Stäbe tragen an ihren Enden Mikroskope, welche auf die 4^m langen Stäbe hinüberreichen und so die Messung ermöglichen.

§ 14. Massbestimmungen für bimetallische Stäbe.

Die Verbindung zweier verschiedener Metalle, z. B. Zink und Eisen, Kupfer und Platin, zu einem Massstabe, welche bei der ersten Betrachtung so grosse Vorteile zu haben scheint, leidet doch an dem Übelstande, dass die beiden Metalle sehr oft *nicht gleiche* Temperaturen haben, und damit wird der Vorteil der ganzen Einrichtung fraglich.

Allerdings wenn die Temperatur im allgemeinen längere Zeit *konstant* bleibt, so werden wohl auch beide Metalle gleiche Temperatur annehmen, wenn aber die Temperatur der umgebenden Luft sich ziemlich rasch *ändert*, oder wenn strahlende Wärme einwirkt, so werden zwei verschiedene Metallstangen, je nach ihrer Masse, ihrer spezifischen Wärme u. s. w., den äusseren Wärme-Einflüssen mehr oder weniger rasch folgen, und deswegen zu gleichen Zeiten verschiedene Temperaturen haben.

Eine hierauf bezügliche Rechnung hat Oudemans angestellt in dem Werke: „Die Triangulation von Java“, erste Abteilung Vergleichung der Massstäbe, Batavia 1875, S. 7—8. Oudemans nimmt nach dem „Lehrbuch der Experimental-Physik von Wüllner“ die nachfolgenden Zahlen für Zink und Stahl an, welchen wir zugleich die Zahlenwerte für Platin und Messing beifügen (letztere ebenfalls nach Wüllner angenommen von Fischer, astr. Nachr., 103. Band (1882) Nr. 2451):

		Zink	Stahl, Eisen	Platin	Messing
Spezifische Wärme	w	0,089	0,109	0,034	0,094
Absorptions-Vermögen	α	0,19	0,175	0,17	0,07
Wärmeleitungs-Fähigkeit	λ	363	374	84	231
Dichte	Δ	6,86	7,82	21,51	8,00

Ferner sei die freie der Luft ausgesetzte Oberfläche eines Stabes $= F$

Das Volumen eines Stabes $= V$

Damit ist die Wärmemenge, welche einem Stab von seiner freien Oberfläche ins Innere zugeführt wird, proportional dem Produkt:

$$F \alpha \lambda$$

Andererseits ist die Temperatur-Zunahme des Stabes umgekehrt proportional dem Produkt:

$$V \Delta w$$

Im Ganzen ist also die Temperatur-Zunahme eines Stabes proportional zu setzen der Grösse:

$$(\Delta t) = \frac{F}{V} \frac{\alpha \lambda}{\Delta w} \quad (1)$$

Der erste Quotient $F : V$ ist rein geometrischer Natur; jedenfalls wird die Länge beider in Frage kommender Stangen gleich sein, etwa $= l$; dann seien ferner die Breiten und Höhen beider Stangen $= b$ und h , bzw. $= b'$ und h' . Wenn die Stangen von allen Seiten der Luft (bzw. der Wärme-Einwirkung) ausgesetzt sind, so ist:

$$F = 2(b + h)l \quad V = b h l$$

$$\text{also:} \quad (\Delta t) = \frac{2(b + h)}{b h} \frac{\alpha \lambda}{\Delta w}$$

Die Oudemansschen Stangen lagen scharf *nebeneinander*, hatten gleiche Höhen $h = 22^{\text{mm}}$ und die Breiten $b = 13,5^{\text{mm}}$ für Stahl und $b' = 11,5^{\text{mm}}$ für Zink, es ist also zu setzen: $F = (2b + h)l$ oder $= (2b' + h)l$, folglich:

$$(\Delta t)_s = \frac{27 + 22}{13,5 \times 22} \frac{\alpha \lambda}{\Delta w}, \quad (\Delta t)_z = \frac{23 + 22}{11,5 \times 22} \frac{\alpha' \lambda'}{\Delta w'}$$

Die Ausrechnung giebt 12,7 und 20,1 oder das Verhältnis 0,63 : 1, d. h. die Stangen entsprechen nicht genügend den Wärme-Verhältnissen.

Auch bei Bessels Stangen (vgl. Fig. 2. S. 68) sind diese Verhältnisse nicht eingehalten, die Stangen liegen *aufeinander* und geben, wenn man die Tragstange als nicht vorhanden annimmt:

alles rund in Millimetern:

Eisen: $F = 55 l$	$V = 189 l$	Zink: $F' = 27 l$	$V' = 91 l$
$\alpha = 0,175$	$\lambda = 374$	$\alpha = 0,19$	$\lambda = 363$
$\Delta = 7,82$	$w = 0,11$	$\Delta = 6,86$	$w = 0,089$

Die Ausrechnung giebt hiefür nach der Formel (1):

$$(\Delta t)_z : (\Delta t)_s = 22 : 34$$

Hier ist die Zinkstange offenbar zu schwach, und das Verhältnis ist deswegen nicht richtig.

Dagegen berichtet Fischer für den Platin-Messing-Basismessstab des geodätischen Instituts, wobei beide Teile je 21^{mm} breit und 5^{mm} dick, durch einen Zwischenraum von 7^{mm} von einander getrennt sind, dass das thermische Verhältnis nach der Formel (1) sich = 1,00 : 1,08 ergab. („Astr. Nachr.“ 103. Band, 1882, Nr. 2451, S. 43.)

Zugleich teilt Fischer eine Bestimmung des Temperatur-Unterschiedes beider Stäbe durch Thermo-Elemente mit, welche am 25. Mai 1882 in dem Beobachtungsraum zu Steglitz bei Berlin eine mittlere Differenz von nur = $0,05^{\circ}$ ergab, von $0,01^{\circ}$ bis $0,12^{\circ}$ anwachsend und bis $0,02^{\circ}$ wieder abnehmend, mit Schlusswert $0,04^{\circ}$.

In Bezug auf die vorerwähnte thermische Theorie der Formel (1) besteht natürlich eine grosse Unsicherheit, wie auch Oudemans selbst hervorhebt. Trotzdem handelt es sich hier um Überlegungen, welche nicht zu umgehen sind.

Neue Massbestimmungen für den Besselschen Apparat, von General Schreiber.

Die Massbestimmungen, welche zuerst 1834 von Bessel mit den Zink- und Eisenstangen vorgenommen wurden, haben wir bereits in § 11 S. 74—76 beschrieben.

Vor der Braaker Basismessung (welche 1871 stattfand) wurde jedoch der Vergleichs-Apparat neu und besser eingerichtet, statt der früheren Holzgerüste in Königsberg wurden in dem Untergeschoss des Generalstabs-Gebäudes in Berlin Zementpfeiler aufgebaut, und die Keilmessung für die Konstanten-Bestimmung durch Mikroskop-Ablesung ersetzt. Zur Temperatur-Regulierung wurden Holzkästen mit Doppelwänden zur Aufnahme von Wasser konstruiert.

Dieses ist mitgeteilt in dem Werke: „Die königlich preussische Landes-Triangulation, Haupt-Dreiecke, II. Teil, erste Abteilung“, Berlin 1873, S. 1–37 mit Tafel II. und III, und die Ergebnisse der Vergleichen in dem Werke: „Die königlich preussische Landes-Triangulation, Hauptdreiecke, VI. Teil“, Berlin 1894, S. 181–213.

Auch in anderer Hinsicht wurden die Vergleichen gegen früher abgeändert, so dass nicht mehr bloss *eine* der 4 Stangen, nämlich die erste l_1 , mit dem Normalmass verglichen wurde, sondern alle 4 Stangen l_1, l_2, l_3, l_4 jede für sich.

Dabei wurde zuerst die Formel zu Grunde gelegt nach (32) § 11 S. 77 (wobei wir jedoch wieder L statt L' schreiben):

$$l = L - (k - 1,4) m \quad (2)$$

Dabei ist l die Stangenlänge, k das innere Keilmass, m der relative Ausdehnungs-Coefficient und L das Absolutglied, d. h. die Länge l , welche zu $k = 1,4$ gehört.

Als erste Verbesserung der Formel (2) wurde von General Schreiber ein quadratisches Glied hinzugefügt, und gesetzt:

$$l = L - (k - 1,4) m - (k - 1,4)^2 \rho \quad (3)$$

Eine wichtigere Neuerung wurde ferner gemacht durch Zufügung eines Gliedes αh , welches die Temperatur-Änderung berücksichtigt. Um dieses begreiflich zu machen, erinnern wir zuerst an das, was schon vorher bei (1) S. 94 über die Wärme-Verhältnisse in bimetallischen Stäben gesagt wurde. Die Eisen- und Zinkstangen folgen der allgemeinen Temperatur-Änderung nur langsam nach, und noch mehr: Die Eisenstange und die Zinkstange folgen den Temperatur-Änderungen nicht *gleich*, sondern die schwächere Zinkstange eilt bei dem Besselschen Apparat der Eisenstange immer voraus. Diese Erscheinung findet ihren Ausdruck in dem Glied αh der dritten Schreiberschen Formel:

$$l = L - (k - 1,4) m - (k - 1,4)^2 \rho + \alpha h \quad (4)$$

Dabei bedeutet α die *einstündige* Änderung des Temperatur-Keilmasses k , und h ist ein durch Versuche bestimmter Coefficient, in runder Zahl $h = 0,05$. Um die Wirkung des letzten Gliedes (Folge-Korrektion) beurteilen zu können, berechnen wir eine kleine Übersichts-Tabelle:

Zeit	Keilmasse		Temperaturen	Folge-Korrektion	
	k	α	in R°	$h \alpha = 0,05 \alpha$	
0 ^h	1,30		18,13°		} (5)
1 ^h		+ 0,10	— 2,19°	+ 0,005' = + 0,011 ^{mm}	
1 ^h	1,40		15,94		
1 ^h		+ 0,10	— 2,20°	+ 0,005' = + 0,011 ^{mm}	
2 ^h	1,50		13,74		

Wenn also die Temperatur im allgemeinen um rund 2° in 1 Stunde abnimmt, so zeigt das Keilmass k die Stange um rund 0,01^{mm} zu klein, weshalb die Korrektion $\alpha h = + 0,01^{\text{mm}}$ zugesetzt werden muss. Nimmt die Temperatur im allgemeinen zu, so erscheint die Stange vermöge des Keilmasses k zu lang. Alles dieses lässt sich vollständig durch das schon erwähnte Voraneilen des Zinks (oder Zurückbleiben des Eisens) erklären, denn dieses giebt bei Temperatur-Zunahme eine Verkleinerung von k , also in $l = L - (k - 1,4) m$ eine Vergrößerung von l .

Endlich ist noch eine vierte Formel durch Zufügung eines quadratischen Folge-Gliedes gebildet worden:

$$l = L - (k - 1,4) m - (k - 1,4)^2 \rho + \alpha h + \alpha^2 k \quad (6)$$

Durch diese neuen Formeln, namentlich (4), sind nicht bloss die auf dem Komparator gemachten Stangen-Vergleichungen in bessere Übereinstimmung gebracht, sondern auch die bei den Basismessungen selbst auftretenden Differenzen der metro-nomischen Rechnung zugänglich gemacht.

Trotzdem haben die Stangen-Vergleichungen noch erhebliche Schwankungen und Unsicherheiten gezeigt; während in den einzelnen Gruppen bessere Übereinstimmung war, zeigten die Gruppen-Mittel bis zu 0,01 Par. Linien = 0,026^{mm} gehende Abweichungen.

Diese Erscheinung, welche auch in anderen Fällen beobachtet ist, giebt die Warnung, dass mittlere Fehler, welche aus einzelnen Gruppen von Messungen im wesentlichen unter gleichen Umständen erlangt wurden, nicht ohne weiteres als reelle Genauigkeits-Masse anzusehen sind, und es scheint, dass die sehr kleinen mittleren Fehler der Besselschen Vergleichungen von 1834, welche wir auf S. 74 erwähnt haben, aus solchen Gründen zu klein ausgefallen sind.

General Schreiber hat die vorstehenden Angaben in der „Zeitschr. f. Verm.“ 1882, S. 1–17 veröffentlicht, und dazu noch folgendes bemerkt: „Es ist nicht gelungen, die Ursachen der enormen Schwankungen (bei den verschiedenen Vergleichungen) dergestalt festzustellen, dass sie in Zukunft vermieden werden können. Man wird vielmehr Unsicherheiten bis zu etwa einer hundertel Linie oder 0,02 Millimeter, auch bei ferneren mit den Besselschen Messstangen auszuführenden Vergleichungen und Basismessungen gewärtigen müssen.“

Massvergleichen für den Repsold'schen Stahl-Zink-Apparat von Comstock.

Ähnliche Verhältnisse wie General Schreiber mit den Besselschen Zink-Eisen-Stangen fand auch General Comstock in Washington mit Zink-Stahl-Stangen. Aus dem „Report upon the primary triangulation of the United States Lake Survey by Comstock etc. Washington 1882“, S. 223–230, entnehmen wir hierüber folgendes:

Die Zink-Stahl-Stange, deren mechanische Einrichtung wir schon in § 13. S. 90 bis 93 beschrieben haben, wurde in gleichen Umständen wie bei der Basismessung selbst, d. h. in einer Röhre eingeschlossen, im freien Felde, unter Zelt-Schutz, in folgender Weise besonders untersucht:

Eine Messing-Stange diente in einer Verpackung von schmelzendem Eis zur Vergleichung, indem diese durch Eis auf 0° erhaltene Stange und die Zink-Stahl-Stange in ihrer jeweiligen Temperatur, abwechselnd unter dasselbe Mikroskopen-Paar zur Ablesung gebracht wurden. Dabei wurde an der Zink-Stahl-Stange die jeweilige Differenz $Z - S$ mikroskopisch *beobachtet*, ausserdem konnte aber auch ein Wert $Z - S$ *berechnet* werden aus der gleichzeitigen Vergleichung mit der in Eis verpackten Messing-stange und aus der früher vielfach und genau bestimmten Differenz $z - s$ der einzelnen Ausdehnungs-Coëfficienten für Zink und Stahl.

Die Differenzen zwischen berechneten $Z - S$ und beobachteten $Z - S$ zeigten einen regelmässigen Tagesverlauf, dessen Hauptwerte nachstehende Tabelle zeigt. Dabei ist gesetzt:

$$(Z - S) \text{ Rechnung} - (Z - S) \text{ Beobachtung} = \Delta$$

$$\frac{e}{z - e} \Delta = 0,6522 \Delta = \delta$$

Folgendes ist eine Reihe von Mittelwerten solcher Beobachtungen:
8 Tage zwischen 23. August und 3. September 1881 (Report S. 228—230)

Tageszeit	Temperatur	Δ	δ
Morgen	8 ^h 20,6° C	— 5,9 ^m	— 3,8 ^m
	10 22,8	— 2,4	— 1,6
Mittag	12 25,4	+ 4,7	+ 3,1
	2 26,6	+ 14,5	+ 9,4
	4 26,3	+ 14,6	+ 9,5
Abend	6 25,2	+ 6,5	+ 4,2
	8 23,9	— 1,6	— 1,0
	10 22,5	— 10,0	— 6,5
Nacht	12 21,4	— 16,7	— 10,9
	2 20,7	— 15,1	— 9,8
	4 20,3	— 12,1	— 7,9
Morgen	6 19,9	— 15,1	— 9,8

Die hier mit δ bezeichneten Werte entsprechen dem Schreiberschen Gliede $h\alpha$ (s. o. (4) und (6) S. 96), jedoch mit anderen Vorzeichen, was darin seinen Grund hat, dass die Massen-Verhältnisse von Zink und Eisen bei Repsold (Fig. 6. S. 90) ganz andere sind als bei Bessel (Fig. 2. S. 68). Auf Grund von solchen Versuchen wurden für die amerikanischen Basismessungen von Chicago kleine Korrekturen δ in Rechnung gebracht, in ähnlicher Weise wie durch αh und $\alpha^2 k$ in den Schreiberschen Formeln für die Göttinger und Meppener Messungen. (Formeln (4) und (6) S. 96 und 97).

Hiezu ist noch im Anschluss an S. 84 zu citieren Hammer: Von der neuen französischen Basismessung, „Zeitschr. f. Verm.“ 1892, S. 26—29.

§ 15. Verschiedene Projekte zur Basismessung.

Die Konstruktion von Basismess-Apparaten bietet dem Erfindungsgeist ein weites Feld, und obgleich nicht anzunehmen ist, dass wirklich leistungsfähige Apparate anders als im engsten Anschluss an die Berufs-Praxis entstehen werden, können wir doch einige solche Projekte betrachten.

Das Messrad.

Einen kühnen Gedanken hat in der Anfangszeit der „Europäischen Gradmessung“ 1868, Steinheil in München ausgesprochen, nämlich, mit einem Messrad gewöhnliche geradlinige Eisenbahn-Linien zu befahren, und dadurch Basismessungen in grosser Menge ohne viele Mühe oder Kosten zu erlangen. Nach Steinheils Vorschlägen wurden von Voit in München einige Versuche im kleinen angestellt, über welche Steinheil in den astr. Nachr. 72. Band (1868) Nr. 1728, S. 369—378 berichtet. Es wurde ein Doppelgeleise von 20^m Länge von gewöhnlichen Eisenbahn-Schienen wie bei der bayerischen Staatsbahn (mit Laschenverbindungen und kleinen Zwischenräumen zwischen je 2 Schienen) angelegt. Das Messrad war von Holz mit einem kupfernen Reif von 0,922^m Durchmesser, und wurde aus freier Hand geleitet; die Wiederholungen stimmten unter einander auf etwa 0,01^o/_o. Später wurde für das Rad ein Gestelle konstruiert, welches die Rad-Ebene genau in der Vertikal-Ebene der Schienen erhalten soll. Damit wurden 50 Befahrungen einer Strecke von 17,383^m (6 Radumfänge) gemacht, wobei sich der mittlere unregelmässige Fehler der einmaligen Befahrung = $\pm 0,30^{\text{mm}}$ ergab oder $\pm 2,3^{\text{mm}}$ für 1^{km}.