



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1896

§. 22. Seiten-Refraktion

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83087](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83087)

Mit diesen Netzbildern kann man auch die Übersichtskarte der Haupttriangulationen des Deutschen Reiches in 1:2 000 000, welche wir früher in dem Werke „Jordan-Steppes, deutsches Vermessungswesen 1882“ herausgegeben haben, ziemlich auf den heutigen Stand ergänzen.

§ 22. Seiten-Refraktion.

Bei den Unregelmässigkeiten der Wärme-Verteilung in der Atmosphäre, entsprechend der ungleichen Wärme-Ausstrahlung der Erdoberfläche (Wasser und Land, Wälder und Sand u. s. w.), ist es an sich wahrscheinlich, dass die Lichtstrahlen in der Atmosphäre nicht nur nach der Höhe abgelenkt werden, sondern auch *seitlich* kleine Refraktionen erleiden.

Wenn z. B. ein Heliotropenlicht im Fernrohr nicht als ein Punkt, sondern als ein Lichtfleck von 60'' Durchmesser erscheint, so haben jedenfalls die seitlichen Lichttheile seitliche Brechungen von $\pm 30''$ erfahren, und ob das Intensitäts-Zentrum des Lichtflecks, auf welches die Fadenmitte eingestellt wird, allein sich in einer vertikalen Ebene fortgepflanzt hat, kann man nicht sicher wissen.

Wichtiger als solche Überlegungen sind *Beobachtungen*, zu denen wir nun übergehen.

I. Struves Beobachtungen, 1829.

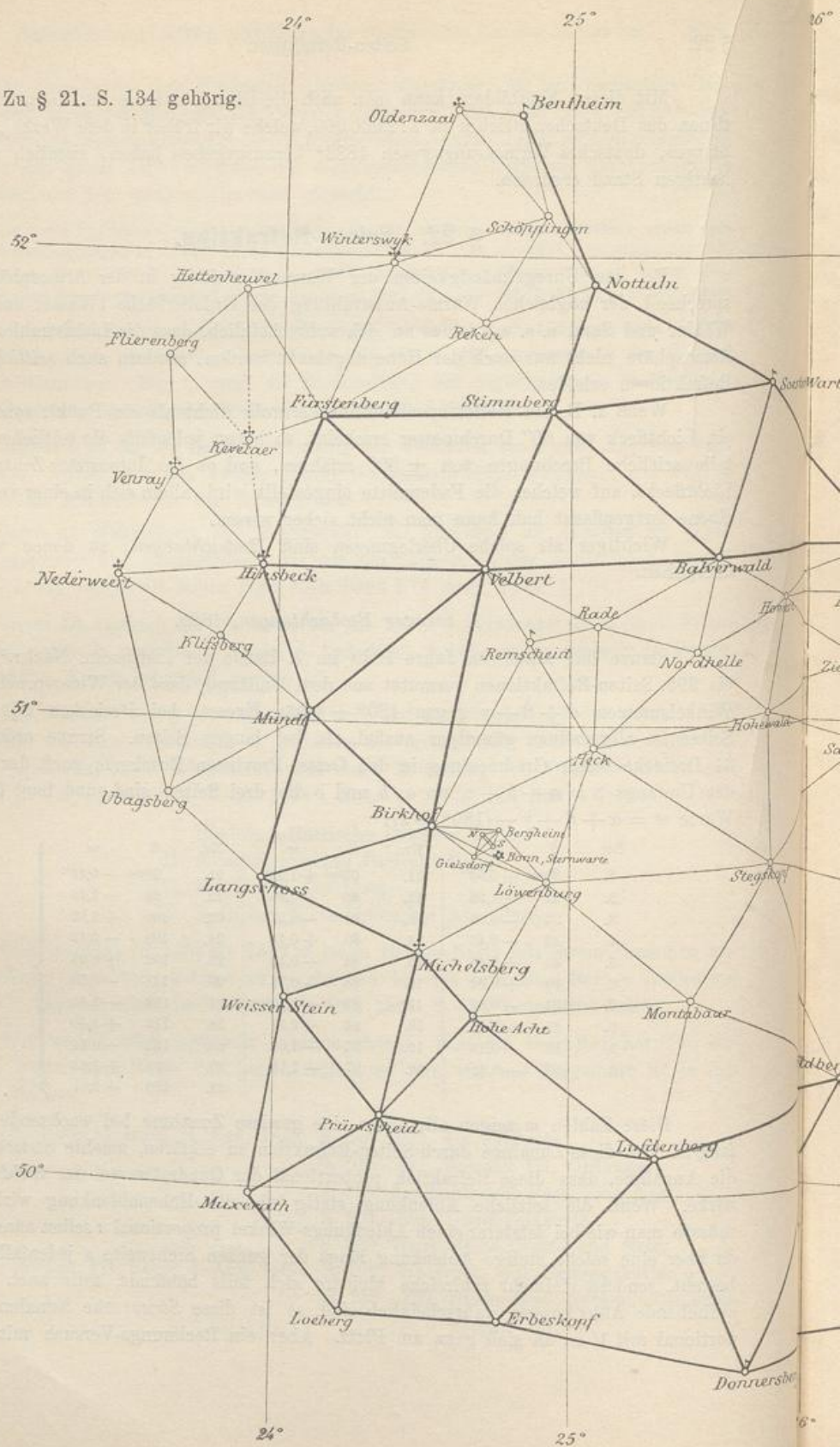
Struve hat schon im Jahre 1829 im 7. Bande der „astronom. Nachr.“ S. 391 bis 395, Seiten-Refraktionen vermutet aus dem Umstand, dass der Widerspruch w der Winkelsummen $\alpha + \beta + \gamma$ gegen $180^\circ + \text{sphär. Excess}$, bei Dreiecken mit kurzen Seiten im allgemeinen günstiger ausfiel, als bei langen Seiten. Struve ordnete die 31 Dreiecke seiner Gradmessung in den Ostsee-Provinzen Russlands nach der Grösse des Umfangs $S = a + b + c$, wo a , b und c die drei Seiten sind, und fand folgende Werte $w = \alpha + \beta + \gamma - (180^\circ + \epsilon)$:

Nr.	S	w	Nr.	S	w	Nr.	S	w
1.	20 ^{km}	+ 0,50''	11.	63 ^{km}	+ 1,09''	21.	98 ^{km}	- 0,16''
2.	22	- 1,36	12.	66	- 0,55	22.	98	- 1,15
3.	33	- 0,50	13.	80	- 0,55	23.	100	+ 1,82
4.	43	+ 0,46	14.	80	+ 0,18	24.	100	- 0,13
5.	43	+ 0,45	15.	84	- 0,19	25.	102	+ 0,03
6.	49	+ 0,22	16.	88	- 0,26	26.	111	- 0,28
7.	51	- 0,33	17.	89	+ 2,18	27.	113	- 1,43
8.	57	- 0,46	18.	94	- 0,51	28.	115	+ 1,40
9.	58	- 0,15	19.	95	- 1,03	29.	122	- 0,14
10.	59	- 0,61	20.	97	- 1,15	30.	129	+ 1,03
						31.	129	+ 2,81

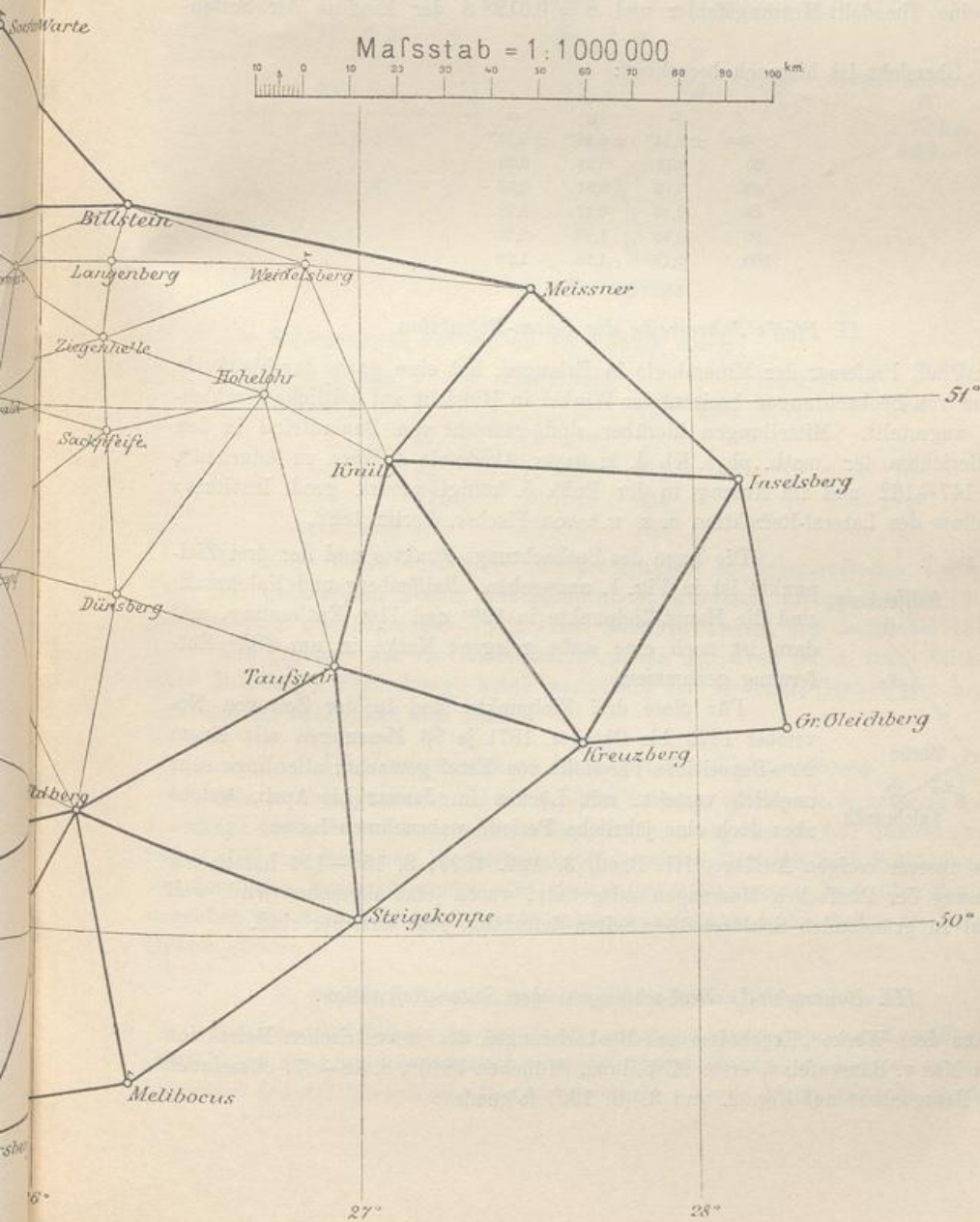
(1)

Diese Zahlen w zeigen allerdings eine gewisse Zunahme bei wachsendem Umfang S . Um diese Zunahme durch Seiten-Refraktion zu erklären, machte *Struve* zuerst die Annahme, dass diese Refraktion proportional der Quadratwurzel der Sichtweite s wirke. Wenn die seitliche Ablenkung stetig wie die Höhenablenkung wirkte, so müsste man wie bei letzterer einen Ablenkungs-Winkel proportional s selbst annehmen; da aber eine solche stetige Ablenkung längs der ganzen Sichtweite s jedenfalls nicht besteht, sondern vielmehr zahlreiche kleinere sich theils häufende, theils auch wieder aufhebende Ablenkungen wahrscheinlich sind, so ist diese *Struvesche* Annahme, proportional mit \sqrt{s} , an sich ganz am Platz. Aber ein Rechnungs-Versuch mit dieser

Zu § 21. S. 134 gehörig.



Rheinisch-Hessische Dreiecks-Kette,
Niederrheinisches Dreiecks-Netz
und
Südlicher Niederländischer Anschluss.



Annahme gab einen inneren Widerspruch, weshalb ein Versuch in anderer Form gemacht wurde, so dass der mittlere Fehler m eines Winkels mit den Schenkel-Längen a und b von Struve so dargestellt wurde:

$$m^2 = e^2 + k^2 (a^2 + b^2) \quad (2)$$

also:

$$w^2 = 3 e^2 + 2 k^2 (a^2 + b^2 + c^2) \quad (3)$$

Aus den in dieser Form geführten Struveschen Berechnungen haben wir die Formel gebildet:

$$m = \sqrt{0,152^2 + (0,0128 S)^2} = \sqrt{\mu^2 + \sigma^2} \quad (4)$$

Dabei ist m der mittlere Fehler einer beobachteten Richtung, $\mu = 0,152''$ der mittlere reine Theodolit-Messungsfehler und $\sigma = 0,0128 S$ der Einfluss der Seiten-Refraktion.

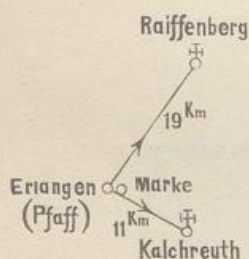
Zur Übersicht ist hiernach berechnet:

S	μ	σ	m
0 km	$\pm 0,15''$	$\pm 0,00''$	$\pm 0,15''$
20	0,15	0,26	0,30
40	0,15	0,51	0,53
60	0,15	0,77	0,78
80	0,15	1,02	1,03
100	0,15	1,28	1,29

II. Pfaffs Jahresreihe der Seiten-Refraktion.

Dr. Pfaff, Professor der Mineralogie in Erlangen, hat eine ganze durchlaufende Jahresreihe von Beobachtungen horizontaler Winkel in Hinsicht auf seitliche Strahlen-Brechung angestellt. Mitteilungen hierüber sind gemacht von Bauernfeind in den Sitzungs-Berichten der „math. phys. Kl. d. k. bayer. Akademie d. Wiss. zu München“, 1872, S. 147—162 und im Auszug in der Publ. d. königl. preuss. geod. Instituts: „Der Einfluss der Lateral-Refraktion u. s. w.“ von Fischer, Berlin 1882.

Fig. 1.



Die Lage des Beobachtungs-Punktes und der drei Zielpunkte ist in Fig. 1. angegeben. Raiffenberg und Kalchreuth sind die Haupt-Zielpunkte in 19^{km} und 11^{km} Entfernung, und dazu ist noch eine *nahe* gelegene Marke in nur 283^m Entfernung genommen.

Für diese drei Zielpunkte sind in der Zeit von November 1870 bis Oktober 1871 je 93 Messungen mit einem 20^{cm}-Repetitions-Theodolit von Ertel gemacht; allerdings sehr ungleich verteilt, mit Lücken im Januar bis April, welche aber doch eine jährliche Periode wahrnehmen lassen.

In unserer vorigen Auflage, III. Band, 3. Aufl. 1890, S. 153—154 hatten wir einen Auszug der Pfaffschen Messungen mitgeteilt, wovon jetzt abgesehen wird, weil die darauf zu gründenden Schlüsse über Seiten-Refraktion sehr unsicher sind.

III. Bauernfeinds Beobachtungen über Seiten-Refraktion.

Aus dem Werke „Ergebnisse aus Beobachtungen der terrestrischen Refraktion von Carl Max v. Bauernfeind, erste Mitteilung, München 1880“, S. 48—65, entnehmen wir mit Bezugnahme auf Fig. 2. und 3. (S. 139) folgendes:

Auf dem Punkte Döbra befand sich ein *Ertelscher* Höhenkreis mit Fernrohr, fest aufgestellt, mit welchem 4 Zielpunkte *N, II, III, IV* (Fig. 3.) in nahezu gerader Linie beobachtet wurden. Diese 4 Zielpunkte erschienen gemeinsam im Gesichtsfeld des Fernrohrs, so dass die Horizontal-Winkel, stets auf den Nullpunkt *N* bezogen, durch ein Okular-Mikrometer sehr genau gemessen werden konnten. Das Gesichtsfeld des Fernrohrs mit den 4 Zielpunkten ist in Fig. 2. angedeutet, ohne Umkehrung, so dass der Punkt *N*, welcher der tiefste ist, unten erscheint.

Fig. 2.
Gesichtsfeld des Fernrohrs
in Döbra.

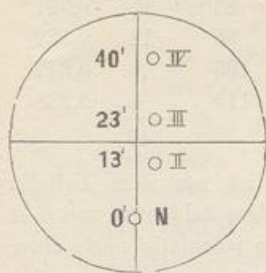
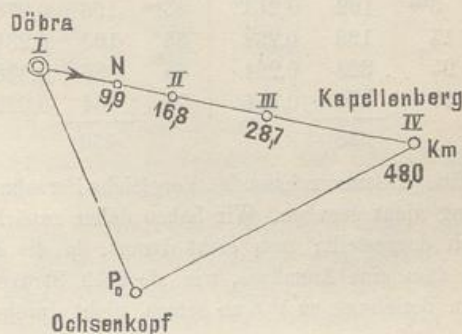


Fig. 3.
Lageplan (1 : 1 000 000.)



Die Entfernungen und Höhen der Punkte waren :

Punkt	Entfernung	Höhen
Döbra I	0 ^m	795 ^m über N. N.
N	9 921 ^m	..
II	16 766 ^m	619
III	28 701 ^m	604
Kapellenberg IV	47 958 ^m	765

In dieser Weise wurden die Horizontalwinkel in durchlaufenden Tagesreihen Tags mit Heliotropen, Nachts mit Lampenlicht, gemessen, im ganzen an 12 Tagen zwischen Juni und September 1877, sowie zwischen August und September 1878.

Das Ergebnis war für Seiten-Refraktion ein negatives, indem (nach Elimination einer Mikrometer-Verdrehung) keine ausserhalb der Messungs-Genauigkeit liegenden seitlichen Abweichungen sich fanden.

IV. Dreiecksschlüsse der sächsischen Triangulierung.

Bei der Triangulierung des Königreichs Sachsen, welche wir in unserem I. Bande, 4. Auflage 1895, S. 140 beschrieben haben, hat sich ergeben (S. 550 unseres Berichtes und S. 102 des amtlichen Werkes), dass die grössten Dreiecke gute Schlüsse zeigten, was durch den Umstand erklärt wird, dass lange Sichten stets *hoch* über den Boden weggehen und deswegen von Seiten-Refraktion weniger zu leiden haben als kurze und niedrigere Sichten.

V. Fischers Vergleichung der preussischen Triangulierungen.

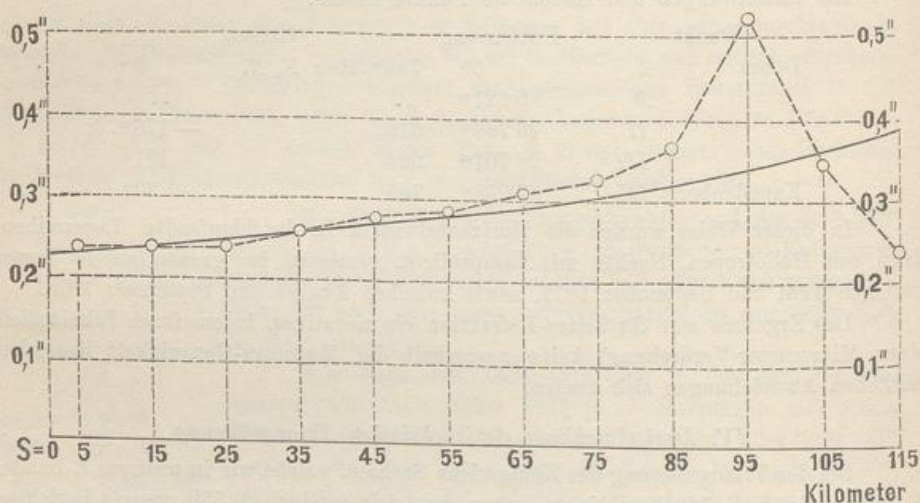
Sektions-Chef Fischer im geodätischen Institut hat im Jahre 1882 veröffentlicht: „Publikation des königlich preussischen geodätischen Instituts. Der Einfluss der Lateral-Refraktion auf das Messen von Horizontalwinkeln. Berlin 1882“ (Bericht hierüber s.

„Zeitschr. f. Verm. 1884“, S. 79—81). Es wurden von den preussischen Triangulierungs-Ausgleichungen, Gradmessung in Ostpreussen, Küsten-Vermessung u. s. w. bis zum rheinischen und hessischen Dreiecksnetz die sämtlichen Netz-Verbesserungen in der Form von Richtungs-Verbesserungen (mit Hilfe der Besselschen Nullpunkts-Korrekturen, vgl. Band I, § 74) dargestellt, und, in der Zahl 1434, nach der Grösse der Sichtweiten S geordnet, wie folgende Zusammenstellung zeigt, in welcher m den Mittelwert der fraglichen Richtungs-Verbesserungen in der Gruppe mit der durchschnittlichen Sichtweite S , und p die jeweilige Zahl in einer Gruppe bedeutet.

S	p	m	S	p	m	S	p	m
5 ^{km}	102	0,243''	45 ^{km}	196	0,278''	85 ^{km}	18	0,361''
15	198	0,238	55	100	0,281	95	12	0,522
25	328	0,234	65	86	0,308	105	6	0,347
35	330	0,254	75	54	0,322	115	4	0,238
958			436			40		
						[p] = 1434		

Eine zusammenfassende Vergleichs-Berechnung ist von dem Urheber dieser Sammlung nicht gegeben. Wir haben daher zunächst diese Zahlen m und S in Fig. 4. graphisch dargestellt; man sieht daraus, da die Kurve jedenfalls nach oben konkav verläuft, dass eine Annahme, wie sie auch Struve zuerst versuchte, das Anwachsen von m in Beziehung zu \sqrt{S} zu setzen, nicht durchzuführen ist.

Fig. 4.
Richtungsfehler als Funktion der Entfernung.



Wir haben daher drei andere Ausgleichungs-Versuche gemacht, wobei immer die Gruppenzahlen p als Gewichte im gewöhnlichen Sinne genommen wurden:

$$1) m = 0,208'' + 0,0016 S$$

$$2) m = 0,232'' + (0,0415 S)^2$$

$$3) m = \sqrt{0,237^2 + (0,00263 S)^2} = \sqrt{\mu^2 + \sigma^2}$$

In Bezug auf die Quadratsumme der übrig bleibenden Fehler sind alle diese 3 Formen nahezu gleich; im übrigen hat die dritte Form am meisten für sich; dieselbe giebt folgendes:

S	p	μ	σ	m	m' beob- achtet	$m-m'=v$
5 ^{km}	102	0,237''	0,013''	0,237''	0,243''	-0,006''
15	198	0,237	0,039	0,240	0,238	+0,002
25	328	0,237	0,066	0,246	0,234	+0,012
35	330	0,237	0,092	0,254	0,254	0,000
45	196	0,237	0,118	0,265	0,278	-0,013
55	100	0,237	0,145	0,278	0,281	-0,003
65	86	0,237	0,171	0,292	0,308	-0,016
75	54	0,237	0,197	0,308	0,322	-0,014
85	18	0,237	0,224	0,326	0,361	-0,035
95	12	0,237	0,250	0,344	0,522	-0,178
105	6	0,237	0,276	0,364	0,347	+0,017
115	4	0,237	0,302	0,384	0,238	+0,146

1434

Zu Fig. 4. ist über die drei letzten Werte für 95, 105 und 115^{km}, welche zusammen nur 22 mal (oder 1,5 %) vorkommen, zu bemerken, dass dieses wohl nur Zufalls-Werte sind, welche das bis 85^{km} schön verlaufende Gesetz nicht stören.

Im übrigen kann man nun sagen, dass nach den 50 jährigen Gesamt-Erfahrungen der preussischen Triangulierungen, weite Sichten im allgemeinen ungenauer sind als kurze. Ob der Grund hievon in eigentlicher sogen. Seiten-Refraktion liegt, oder nur darin, dass weite Sichten selten und nur undeutlich zu beobachten sind, ist für die darauf zu gründenden praktischen Folgerungen zunächst gleichgiltig.

Wenn man noch überlegt, ob die grössere Netz-Unsicherheit bei langen Sichten daher rührt, dass diese Sichten selten zu erlangen waren, und deswegen mit *geringeren Anschnittszahlen* in die Ausgleichung eingingen, so müssten die älteren Richtungs-Messungen, bei welchen ein fester Plan der Messungs-Anordnung nicht vorhanden war, von den neueren Winkel-Messungen in allen Kombinationen, unterschieden werden; reduziert man aber auf gleichen Zeit- oder Arbeits-Aufwand, so kommen die langen Sichten jedenfalls in den Nachteil.

In unserer vorigen Auflage, III. Band, 1895, 3. Aufl. S. 156—159, haben wir auch eine physikalische Theorie der Seiten-Refraktion versucht, auf welche im Falle weiteren Beobachtungs-Materials zurückzukommen wäre.

Grösse der Theodolite.

Indem mit diesem § 22. über Seiten-Refraktionen alles, was auf Winkelmessung Bezug hat, abgeschlossen wird, kann hier noch ein Nachtrag zu § 5. und überhaupt auch zu unserem II. Band, 4. Aufl. 1893, Kap. VI und Kap. VIII gebracht werden, nämlich betreffend die Grösse der Theodolite, mit Kreisdurchmesser-Wahl zwischen 10^{cm} und 40^{cm}.

Die trigonometrische Abteilung der preussischen Landesaufnahme hat die in unserem II. Bande, 4. Aufl. 1893, S. 182—183 abgebildeten Instrumente in folgenden Grössenverhältnissen:

Für Triangulierung I. Ordnung Fig. 13. S. 182 mit 35^{cm} und 27^{cm} Kreisdurchmesser,
 " " II. " " " " " 21^{cm} "
 " " III. " " 14. " 183 " 14^{cm} "

Die Hannoversche Stadt-Triangulierung, welche in unserem I. Bande, 4. Aufl. 1895, § 60. mitgeteilt ist, mit einem mittleren Fehler einer Netzrichtung = $\pm 1,0''$,

(I. Band, 1895, S. 195) ist mit den kleinen 13^{cm}-, 14^{cm}-Theodoliten von Band II, 1893, S. 183 und S. 184 ausgeführt, mit je 12 Sätzen im Hauptnetz (Band I, S. 185) und je 4 Sätzen in den Punkteinschaltungen (Band I, S. 400–401). Andere Stadtvermessungen haben teilweise grössere Instrumente, z. B. Berlin („Zeitschr. f. Verm.“ 1881, S. 13) ein 27^{cm}-Theodolit und 2 kleinere 14^{cm}-Instrumente, beide mit Nonien, Strassburg („Zeitschr. f. Verm.“ 1893, S. 130) ein 21^{cm}-Mikroskop-Theodolit und ein 14,5^{cm}-Nonien-Theodolit, Leipzig („Zeitschr. f. Verm.“ 1895, S. 104) ein 32^{cm}-Theodolit und ein 16^{cm}-Theodolit, beide mit Mikroskopen.

Über die Grösse der Theodolite, bzw. ob man zu gewissen Zwecken mit kleinen Instrumenten ausreichen kann, welche natürlich für Transport und Handhabung die Bequemsten sind, hat auf der Versammlung des Deutschen Geometer-Vereins 1895 in Bonn eine Erörterung stattgefunden, über welche in der „Zeitschr. f. Verm.“ 1895 S. 496 und ausführlicher in den Mitteilungen des Mecklenburgischen Geometer-Vereins 1895 S. 5–7 berichtet wird. An letztere Stelle giebt Kammeringenieur Vogeler noch einige weitere Angaben hinzu. Wir drucken dieses im wesentlichen hier ab:

Prof. Koll trug vor: „Es hat sich bei den trigonometrischen Arbeiten der preussischen Katasterverwaltung ganz sicher ergeben, dass eine, allen Anforderungen vollauf genügende Triangulation I. und II. Ordnung mit kleinen 5 zölligen (13,5^{cm}) Schraubenmikroskop-Theodoliten bei nur 12 maliger Beobachtung der Richtungen in I. Ordnung und 8 maliger Beobachtungen II. Ordnung ausgeführt werden kann.“—

Kammeringenieur Vogeler entgegnete hierauf: In Mecklenburg wird zur Zeit die Triangulierung des Netzes II. und III. Ordnung beschafft, wobei wir 8 zöllige (21,5^{cm}) Mikroskop-Theodolite verwenden. Wir haben seit 30 Jahren in Mecklenburg für die Zwecke der Kleintriangulierung dieselben kleinen Instrumente von nur 13,5^{cm} im Gebrauch, wie die vorher genannten, wir wissen auch sehr wohl, dass man mit diesen Theodoliten sehr genau messen kann, aber trotzdem haben wir uns entschlossen, neue grössere Instrumente anzuschaffen.

Wir hatten schon auf unserer Geometer-Versammlung 1891 in Berlin erfahren, wie günstige Resultate mit den fünfzölligen Theodoliten in der Kataster-Verwaltung gemacht worden seien, und weiter, dass diese Erfahrungen niedergelegt seien in dem Werke „Die Verbindungs-Triangulation zwischen dem Rheinischen Dreiecksnetze und der Triangulation des Dortmunder Kohlenreviers“, welches von Herrn Professor Dr. Reinhertz herausgegeben ist. Wir haben dieses Werk eingehend studiert und gefunden, dass die Erfahrungen sich nur auf wenige trigonometrische Punkte stützen, die man in den Jahren 1881 bis 1883 gemessen hat. Es sind dieses die Erfahrungen von zwei Trigonometern mit einem Instrumente. Es mag sein, dass gerade dieses Instrument besonders leistungsfähig gewesen ist; denn nach S. 31 der Verbindungs-Triangulation beträgt der mittlere Fehler einer Richtung $\pm 2,01''$ (mit Messung in zwei Fernrohrlagen). Nach unseren Erfahrungen und den Erfahrungen anderer Trigonometer mit verschiedenen Instrumenten kann man die durchschnittliche Leistungsfähigkeit fünfzölliger Mikroskop-Theodolite auf einen mittleren Richtungsfehler von 3'' bis 4'' veranschlagen, während die achtzölligen Theodolite nur etwa einen Fehler von 1,5'' bis 2'' erwarten lassen. Dies heisst aber mit andern Worten, dass man mit einem fünfzölligen Instrument einen Winkel viermal so oft beobachten muss, wie mit einem achtzölligen Instrument, wenn man dieselbe Genauigkeit erreichen will. Bei der Triangulierung eines Netzes II. und III. Ordnung hat man mit Entfernungen von 3 bis 4 Kilometer zu thun; hier gilt es, die günstigsten Beleuchtungsverhältnisse auszunützen und durch wenige Beobachtungen schon gute Resultate zu erzielen. Es ist hier also ein leistungsfähiges Instrument, und besonders ein Instrument mit starkem Fernrohr am Platze. Auch durch den Transport des grösseren Instruments werden die Arbeiten nicht verteuert, denn bei einer Triangulierung II. und III. Ordnung hat man einen grossen Apparat an Geräten mitzunehmen und Entfernungen von 3–4^{km} von einem Punkt zum andern zurückzulegen, daher ist ein Wagen unbedingt erforderlich. Wir haben bei der Neuanschaffung von Instrumenten uns nach den langjährigen Erfahrungen gerichtet, die man bei der preussischen Landes-Aufnahme gemacht hat. Diese Behörde verwendet für die Triangulierung II. Ordnung einen achtzölligen Theodolit (abgebildet in unserem II. Bande, 1895, 4. Aufl. S. 182) und zwei ebensolche Instrumente sind in Mecklenburg jetzt im Gebrauch. Ein Sektions-Chef des geodätischen Instituts, welcher grosse Erfahrung in Haupttriangulierungen besitzt, hat sich über diese Instrumentenfrage so aus-

gesprochen: Bei allen Theodoliten steht die Grösse des Fernrohrs mit der Grösse des Kreises in einem gewissen Verhältnisse. Wenn nun ein gutes Fernrohr für Triangulierungen von Netzen I. und II. Ordnung durchaus am Platze ist, so wird die ganze Konstruktion des Theodolits hierdurch schon wesentlich bedingt, dann wird man aber dieses Instrument nicht mit einem ganz kleinen Kreise ausrüsten lassen; denn im allgemeinen wird ja auch der grössere Kreis der besser geteilte sein und eine grössere Ablesungsgenauigkeit gestatten.

Soweit der Mecklenburgische Bericht über die Bonner Verhandlungen, den wir im wesentlichen abgedruckt haben. Im übrigen kann noch aus unseren eigenen Messungen mit 13^{cm}-Theodoliten aus „Zeitschr. f. Verm.“ 1892, S. 26 ein mittlerer Richtungsmessungsfehler von $\pm 2,31''$ berichtet werden (Messung in zwei Fernrohr-lagen mit zusammen vier Ablesungen, wie auch im Vorstehenden stets angenommen ist).

Es mag auch aus Reinhertz „Verbindungs-Triangulation“ S. 33 noch citiert werden, dass abgesehen von Teilungsfehlern das zehnzöllige Instrument der Landes-Aufnahme ein etwa zehnmal so grosses Gewicht liefert, wie das zur Verbindungs-Triangulation benützte fünfzöllige.

Aus der „Zeitschr. f. Instrumentenkunde“ 1892, S. 104—105 entnehmen wir „über die Leistung eines kleinen Instrumentes“, dass bereits Struve darauf hingewiesen hat, dass kleine Instrumente *verhältnismässig* genauere Resultate liefern als grosse, und dass astronomische Messungen mit 17,5^{cm}-Kreisen unerwartet günstige Ergebnisse lieferten.

Fassen wir alles dieses zusammen, so kann man wohl sagen, dass manche Praktiker mit teuren und *grossen* Instrumenten unnötig vorgehen, z. B. Stadtpolygon-züge mit 25^{cm}-Mikroskop-Theodolit („Zeitschr. f. Verm.“ 1888, S. 78), dass aber die auf der Bonner Versammlung aufgestellte Behauptung, für Triangulierung I. Ordnung seien fünfzöllige Theodolite (13,5^{cm}) ausreichend und zweckmässig, mit den dafür vor-gebrachten Messungsergebnissen noch nicht begründet ist.

§ 23. Genauigkeit und Geschwindigkeit der Basismessung.

Über die Leistungsfähigkeit der in den früheren § 9—15. behandelten Basismess-Einrichtungen haben wir verschiedene Angaben gesammelt, welche im Folgenden zusammengestellt sind.

Die Fehler der Basismessungen sind wesentlich zweierlei Art, erstens unregelmässige von der Handhabung der Apparate u. s. w. herrührende Fehler, von denen man gewöhnlich annimmt, dass sie proportional der Quadratwurzel der Länge wachsen, und zweitens regelmässige mit der gemessenen Länge selbst anwachsende Fehler, zu welchen vor allem die Mass-Unsicherheiten der gebrauchten Massstäbe selbst gehören.

Man wird im allgemeinen annehmen können, dass die regelmässigen Fehler im Gesamtergebnis überwiegen, indessen sind sie schwer zu bestimmen (und wahrscheinlich sind dieselben oft unterschätzt worden).

Leichter und sicherer zu bestimmen sind die unregelmässigen Fehler, mit welchen wir uns nun zuerst beschäftigen wollen. Man findet diese Fehler durch Messungs-Wiederholungen.

Besonders wichtig ist hiebei die Doppelmessung einer Linie in verschiedenen Teilstrecken.