Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1896

§. 26. Bedeutung der geographischen Coordinaten in der Geodäsie

urn:nbn:de:hbz:466:1-83087

Allgemein in der Länge λ östlich von Greenwich werden die erwähnten Komponenten x und y der Polabweichung eine Polhöhenänderung erzeugen:

$$\varphi - \varphi_0 = x \cos\lambda + y \sin\lambda \tag{2}$$

Hat man eine Gruppe gleichzeitiger Bestimmungen von $\varphi - \varphi_0$ auf möglichst verschiedenen Längen λ, so kann man daraus die Konstanten x und y durch Ausgleichung bestimmen, und zwar nach denselben Formeln, welche z. B. in diesem Bande § 6. für periodische Schraubenfehler S. 45—48 angewendet wurden.

Das Ergebnis der hiernach geführten Ausgleichung ist in Fig. 5. S. 161 gezeichnet. Diese Figur ist nicht dem Anblick am Himmel entsprechend, sondern sie ist so gedacht, als ob der Beobachter ausserhalb der Erde steht und auf die Erdoberfläche sieht. Der Coordinaten-Nullpunkt stellt den mittleren Pol mit der Polhöhe φ_0 vor und die verschiedenen Kurvenpunkte sind die Momentan-Pole zu verschiedenen Zeiten mit den Polhöhen φ. Die $+x$ Axe von Fig. 5. ist von dem mittleren Pol gegen Greenwich hin gerichtet und die $+y$ Axe entspricht der Länge $\lambda = 90°$ westlich von Greenwich.

Liegt der Momentanpol P im ersten Quadranten des Coordinatensystems (zwischen $+x$ und $+y$), so befindet sich P für alle Orte, deren Länge λ zwischen 0° und 90° beträgt, näher an diesem Orte als P_0, d. h. es ist der Polabstand $90° - \varphi$ kleiner als $90° - \varphi_0$ oder es ist φ grösser als φ_0, oder es gilt auch in diesem Sinne die Gleichung (2).

§ 26. Bedeutung der geographischen Coordinaten in der Geodäsie.

Unter geographischen Coordinaten eines Punktes auf der krummen Erdoberfläche versteht man die geographische Breite und die geographische Länge des Punktes in der bekannten, schon in der elementaren Geographie geläufigen Bedeutung, welche auf dem Umdrehungs-Ellipsoid Gegenstand weiterer Betrachtung im Nachfolgenden sein werden.

Nach der Mitteilung von § 25. über die Veränderlichkeit desjenigen astronomisch-geodätischen Elementes, welches man seit Jahrtausenden als das festeste von allen gehalten hatte, haben wir noch einige Worte zu sagen über die Bedeutung, welche die geographischen Breiten und die dazu gehörigen Längen und Azimute in der *Geodäsie* spielen:

Auch wenn von der jetzt konstatierten Veränderlichkeit dieser Elemente abgesehen wird, ist deren Messungsgenauigkeit, im günstigsten Fall, 0,1″ bei weitem noch nicht entsprechend der geodätischen Punktbestimmung auf der Erde, welche linear auf weite Entfernungen etwa $\pm$ 0,1 Meter und auf kurze Entfernungen $\pm$ 0,01 Meter beträgt. Da nun eine Breitensekunde rund $= \dfrac{10\,000\,000}{324\,000} = 31$ Meter giebt, also 0,1″ immer noch 3 Metern entspricht, kann die astronomische Genauigkeit der geodätischen Punktfestlegung noch bei weitem nicht folgen.

Dazu kommen aber noch die Lotabweichungen (vgl. Einleitung S. 11—12), welche auf den Verlauf einer Dreieckskette leicht mehrere Sekunden bringen kann, so dass also von der Übereinstimmung der astronomischen Breiten- und Längenbestimmung mit der geodätischen Punktbestimmung in Hinsicht auf Messungsschärfe keine Rede sein kann.

Allerdings astronomische Längen und Azimute *zusammen* spielen hier noch eine andere Rolle, wovon aber hier auch noch nicht gehandelt werden kann.

Vielmehr ist es hier, vor Beginn der mathematisch-geodätischen Rechnungen auf dem Ellipsoid, nur nötig zu erklären, dass die Breiten und Längen, welche bis auf Tausendel und Zehntausendel-Sekunden (0,001″ bis 0,0001″ und teilweise noch weiter) angegeben werden, in der Geodäsie zunächst gar keinen anderen Zweck haben als die geometrische Punktbestimmung auf einer krummen Fläche, welche, als Umdrehungs-Ellipsoid angenommen, selbst nur hypothetischer Natur ist.

Dieser Entwicklungsgang ist unerlässlich, und *nach* Erledigung der geodätischen Theorieen für Ellipsoid und Kugel wird auch das Verständnis für die von jenen Voraussetzungen freie Geodäsie sich eröffnen.

Kapitel II.

Mathematische Hilfsmittel der geodätischen Entwicklungen.

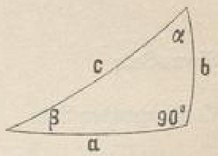
Wir schalten dieses kleine Kapitel hier ein, um die gebräuchlichsten Formeln und Zahlenwerte für geodätische Entwicklungen zur Hand zu haben und nach Bedarf citieren zu können.

§ 27. Sphärische Trigonometrie.

I. Rechtwinkliges sphärisches Dreieck.

Wir nehmen nach Andeutung von Fig. 1. die Bezeichnungen an:

Fig. 1. Rechtwinkliges sphärisches Dreieck.



Hypotenuse	$= c$	Gegenwinkel $= 90°$
Kathete	$= a$	Gegenwinkel $= \alpha$
Kathete	$= b$	Gegenwinkel $= \beta$

Hiemit hat man folgende Gleichungen:

$$\cos c = \cos a \cos b$$
$$\cos c = \operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta$$
$$\sin \alpha = \frac{\sin a}{\sin c} \text{ und } \sin \beta = \frac{\sin b}{\sin c}$$
$$\cos \alpha = \frac{\operatorname{tang} b}{\operatorname{tang} c} \text{ und } \cos \beta = \frac{\operatorname{tang} a}{\operatorname{tang} c}$$
$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{\operatorname{tang} a}{\sin b} \text{ und } \operatorname{tang} \beta = \frac{\operatorname{tang} b}{\sin a}$$
$$\cos \alpha = \sin \beta \cos a \text{ und } \cos \beta = \sin \alpha \cos b$$

In dieser Gestalt prägen sich diese Gleichungen leicht dem Gedächtnis ein, wenn man die Analogieen mit den Formeln der *ebenen* Trigonometrie im Auge behält.