



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Handbuch der Vermessungskunde**

**Jordan, Wilhelm**

**Stuttgart, 1896**

§. 46. Rechtwinklige sphärische (Soldnersche) Coordinaten

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83087](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83087)

Es ist auch leicht einzusehen, dass die Meridian-Konvergenz in erster Näherung durch  $\lambda \sin \varphi$  ausgedrückt ist, denn wenn die zwei Punkte  $P$  und  $P'$  in Fig. 1. unter sich unendlich nahe, in der Mittelbreite  $\varphi$  liegen, so ist für den Kugel-Halbmesser  $r$  der Parallelkreis-Halbmesser daselbst  $= r \cos \varphi$ , also der Parallelkreisbogen  $= r \cos \varphi \lambda$ , aber die Tangentenlänge  $PT = P'T = r \cotg \lambda$ , also der Winkel bei  $T$  gleich  $r \cos \varphi \lambda : r \cotg \varphi = \lambda \sin \varphi$ .

So viel genügt hier zur Wort-Erklärung und zur ersten geometrischen Betrachtung der Meridian-Konvergenz, von welcher später noch weiter gehandelt werden wird.

(Vgl. hiezu Fig. 1. § 61. und die Schlussbemerkungen von § 60.)

## § 46. Rechtwinklige sphärische (Soldner'sche) Coordinaten.

Der einfache Grundgedanke der rechtwinkligen sphärischen Coordinaten ist etwa um 1809 von Soldner zur Vermessung des Königreichs Bayern und unabhängig von Bohnenberger in Württemberg angewendet worden, und da diese Vorgänge Nachahmung bei vielen anderen deutschen Vermessungen gefunden haben, werden diese Coordinaten häufig nach Soldner benannt.

Wir denken uns in Fig. 1. einen Meridian  $NOS$  der kugelförmigen Erde als Anfangsmeridian des Systems angenommen, und darauf einen Punkt  $O$  als Ursprung oder Nullpunkt.

Um einen Punkt  $A$  durch Coordinaten zu bestimmen, legen wir einen Grosskreisbogen  $Q'A_1A$  durch den Punkt  $A$ , rechtwinklig zu dem Meridian  $ON$ , wobei  $A_1$  auf  $ON$  der Fusspunkt der Senkrechten  $AA_1$  ist und  $Q'$  sowie  $Q$  die sogenannten Pole des Meridians  $SON$  sind.

Durch den Fusspunkt  $A_1$  wird bestimmt:

$$\left. \begin{array}{l} OA_1 = x, \text{ die Abscisse von } A \\ A_1A = y, \text{ die Ordinate von } A \end{array} \right\} (1)$$

Wenn noch ein zweiter Punkt  $B$  durch Coordinaten bestimmt werden soll, so legt man durch ihn wieder einen Grosskreis  $Q'B_1B$ , welcher den Fusspunkt  $B_1$  liefert, und durch dieselben Polpunkte  $Q'$  und  $Q$  geht, wie der Bogen für  $A$ .

Durch den Fusspunkt  $B_1$  wird dann bestimmt:

$$\left. \begin{array}{l} OB_1 = x' \text{ die Abscisse von } B \\ B_1B = y' \text{ die Ordinate von } B \end{array} \right\} (2)$$

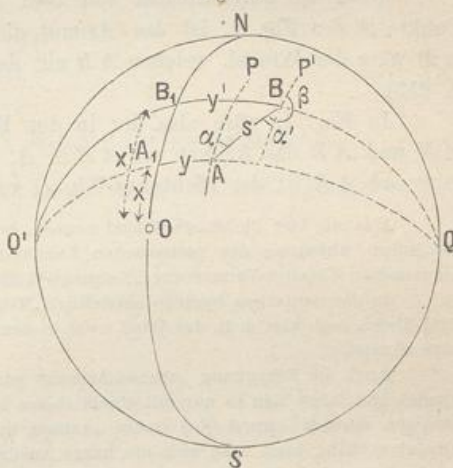
Wir zählen die Abscissen  $x$  nördlich positiv und die Ordinaten  $y$  östlich positiv.

### Richtungswinkel.

Ausser den Coordinaten selbst haben wir den Begriff des Richtungs-Winkels festzustellen. Der Richtungs-Winkel  $\alpha$ , welcher dem Grosskreisbogen  $AB$  in  $A$  zukommt, ist der Winkel, welchen dieser Bogen  $AB$  mit dem zu dem Meridian von  $O$  parallel gezogenen Bogen  $AP$  im Punkte  $A$  bildet.

Jordan, Handb. d. Vermessungskunde. 4. Aufl. III. Bd.

Fig. 1.





Bei der vorhin angegebenen Lage des Coordinaten-Systems, mit  $+x$  nach Norden und  $+y$  nach Osten, werden die Richtungs-Winkel  $\alpha$  vom nördlichen  $x$  gegen östliches  $y$  hin positiv gezählt, wie in Fig. 1. eingeschrieben ist.

Der Winkel  $\alpha$ , welcher hier Richtungs-Winkel genannt ist, ist derselbe, wie auch schon in den Formeln für ebene Coordinatenrechnung in unserem II. Bande, 4. Aufl. 1895, S. 225 ein Winkel in diesem Sinne eingeführt wurde.

Ausser dem Richtungs-Winkel  $\alpha$  von  $AB$  in  $A$  ist auch der Richtungs-Winkel  $\beta$  von  $BA$  in  $B$  bestimmt als Winkel zwischen der Parallelen-Tangente  $BP'$  und dem Strahle  $BA$ , im positiven Sinne gezählt.

Wir haben neben  $\beta$  bei  $B$  auch noch den Winkel  $\alpha'$  eingeschrieben, welcher um  $180^\circ$  kleiner ist als  $\beta$ , oder allgemeiner:

$$\alpha' = \beta \pm 180^\circ \quad (3)$$

Dieser Winkel  $\alpha'$  bedeutet also im wesentlichen dasselbe wie  $\beta$ , er ist aber in den Formeln meist angenehmer als  $\beta$  selbst, weil  $\alpha - \alpha'$  eine kleine Grösse ist, welche in einer Reihen-Entwicklung benützt werden kann. Man nennt auch, nach Analogie der Meridian-Konvergenz, diese kleine Grösse:

$$\alpha - \alpha' = \text{Ordinaten-Konvergenz.} \quad (4)$$

Wohl zu unterscheiden von dem Richtungs-Winkel  $\alpha$  des Strahls  $AB$  im Punkte  $A$  der Fig. 1. ist das *Azimut* dieses Strahles  $AB$ , denn das Azimut von  $AB$  wäre der Winkel, welchen  $AB$  mit dem Meridiane  $AN$  in  $A$  bildet (vgl. Fig. 1. S. 255).

In Fig. 1. wäre also der in der Figur *nicht* angezeichnete Winkel zwischen  $AN$  und  $AB$  das Azimut von  $AB$  in  $A$ , und der mit  $\alpha$  bezeichnete Winkel zwischen  $AP$  und  $AB$  ist der Richtungs-Winkel von  $AB$  in  $A$ .

Was wir hier Richtungs-Winkel nennen, heisst auch in den Veröffentlichungen der trigonometrischen Abteilung der preussischen Landes-Aufnahme „Richtungs-Winkel“, dagegen bei der preussischen Kataster-Vermessung „Neigungs-Winkel“.

In der deutschen Sprache bezeichnet „Neigung“ im allgemeinen einen Winkel in einer Vertikal-Ebene, man sagt z. B. der Wind weht in der Richtung N.O. in einer Neigung von  $5^\circ$  aufwärts oder abwärts.

Auch die Benennung „ebenes Azimut“ wird von Vielen für jenen Richtungs-Winkel angewendet. So lange man es nur mit einem ebenen Systeme zu thun hat, wo gar keine Unterscheidung zwischen ebenem Azimut (bei Gauss „Azimut in plano“) und sphärischem oder sphäroidischem Azimut vorkam, kann man sich die kurze Ausdrucksweise Azimut wohl erlauben; aber nun, da solche Unterscheidung nötig wird, wollen wir das Wort „Azimut“ für die Abweichung von dem Meridian vorbehalten, und die Abweichungen von der Parallelen konsequent mit „Richtungs-Winkel“ bezeichnen.

#### Entwicklung der Grund-Formeln.

Mit Beziehung auf Fig. 1. stellen wir folgende Aufgabe:

Gegeben sind die Coordinaten  $x$  und  $y$  eines Punktes  $A$ , ferner die Länge  $s$  des Bogens  $AB$  und dessen Richtungs-Winkel  $\alpha$  in  $A$ .

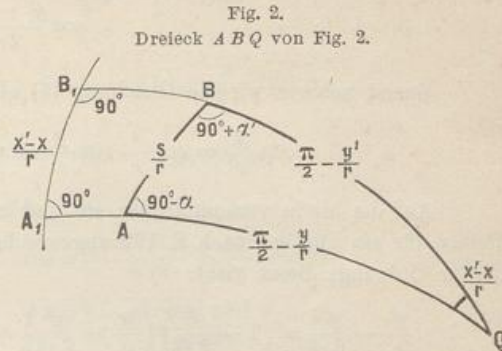
Gesucht sind die Coordinaten  $x'$  und  $y'$  des jenseitigen Punktes  $B$  und der jenseitige Richtungs-Winkel  $\beta$  des Bogens  $BA$  in  $B$ , oder statt  $\beta$  selbst die Ordinaten-Konvergenz  $\alpha - \alpha'$ .

Wir werden diese Aufgabe mit Hilfe des sphärischen Dreiecks  $ABQ$  von Fig. 1. lösen können, und haben deshalb dieses Dreieck in Fig. 2. nochmals besonders herausgezeichnet.



Alle Seiten und Winkel dieses Dreiecks stehen in einfacher Beziehung zu den besprochenen Coordinaten und Richtungs-Winkeln, z. B. der Winkel bei  $A$  ist  $= 90^\circ - \alpha$  und der Winkel bei  $B$  ist  $= 90^\circ + \alpha'$ , wie die Vergleichung mit Fig. 1. unmittelbar ergibt; und im übrigen ist nur noch die Bemerkung zu machen, dass die linearen Werte von Fig. 1. nun in Fig. 2., durch Division mit dem Erd-Halbmesser  $r$ , auf Erd-Centriwinkel in analytischem Masse gebracht sind, z. B.

die Entfernung  $s$  in Fig. 1. giebt  $\frac{s}{r}$  in Fig. 2. u. s. w. Der Wert  $\frac{x' - x}{r}$  erscheint in Fig. 2. zweimal, erstens als Bogen  $A_1 B_1$  und zweitens als Win-



kel  $Q$ , weil  $QA_1$  und  $QB_1$  beide Quadranten, d. h. analytisch  $= \frac{\pi}{2}$  sind.

Nach dieser Vorbereitung benützen wir drei Formeln der sphärischen Trigonometrie, nämlich:

- 1) eine Cosinus-Formel (von S. 164),
- 2) eine Sinus-Formel (von S. 164),
- 3) eine Gauss'sche Formel (S. 165).

Im einzelnen geben diese 3 Formeln ausführlichst geschrieben:

$$\begin{aligned}
 1) \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{y'}{r}\right) &= \cos \frac{s}{r} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{y}{r}\right) + \sin \frac{s}{r} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{y}{r}\right) \cos(90^\circ - \alpha) \\
 2) \quad \frac{\sin \frac{x' - x}{r}}{\sin \frac{s}{r}} &= \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{y'}{r}\right)} \\
 3) \quad \tan \frac{(90^\circ + \alpha') + (90^\circ - \alpha)}{2} &= \frac{\cos \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\pi}{2} - \frac{y}{r} \right) - \left( \frac{\pi}{2} - \frac{y'}{r} \right) \right)}{\cos \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\pi}{2} - \frac{y}{r} \right) + \left( \frac{\pi}{2} - \frac{y'}{r} \right) \right)} \cotg \frac{x' - x}{2r}
 \end{aligned}$$

Wenn man diese drei Gleichungen, welche sehr ausführlich geschrieben sind, damit ihre Entstehungsweise ersichtlich bleibt, vereinfacht, so erhält man:

$$1) \text{ für } y': \quad \sin \frac{y'}{r} = \cos \frac{s}{r} \sin \frac{y}{r} + \sin \frac{s}{r} \cos \frac{y}{r} \sin \alpha \quad (5)$$

$$2) \text{ für } x': \quad \sin \frac{x' - x}{r} = \frac{\sin \frac{s}{r}}{\cos \frac{y'}{r}} \cos \alpha \quad (6)$$

$$3) \text{ für } \alpha': \quad \cotg \frac{\alpha - \alpha'}{2} = \frac{\cos \frac{y' - y}{2r}}{\sin \frac{y' + y}{2r}} \cotg \frac{x' - x}{2r}$$



und wenn man hier Zähler und Nenner umkehrt, so hat man:

$$\operatorname{tang} \frac{\alpha - \alpha'}{2} = \frac{\sin \frac{y' + y}{2r}}{\cos \frac{y' - y}{2r}} \operatorname{tang} \frac{x' - x}{2r} \quad (7)$$

Zuerst nehmen wir die Gleichung (5) allein vor:

$$\sin \frac{y'}{r} = \cos \frac{s}{r} \sin \frac{y}{r} + \sin \frac{s}{r} \cos \frac{y}{r} \cos \alpha$$

Auf die hierin vorkommenden  $\sin$  und  $\cos$  kleiner Grössen werden die Potenz-Reihen für  $\sin$  und  $\cos$  nach S. 172 angewendet, jedoch mit Beschränkung auf Glieder dritter Ordnung; dieses giebt:

$$\frac{y'}{r} - \frac{y'^3}{6r^3} = \left(1 - \frac{s^2}{2r^2}\right) \left(\frac{y}{r} - \frac{y^3}{6r^3}\right) + \left(\frac{s}{r} - \frac{s^3}{6r^3}\right) \left(1 - \frac{y^2}{2r^2}\right) \sin \alpha$$

Wenn man mit Vernachlässigung der höheren Glieder weiter rechnet, so erhält man:

$$y' - \frac{y'^3}{6r^2} = y \left(1 - \frac{s^2}{2r^2} - \frac{y^2}{6r^3}\right) + s \sin \alpha \left(1 - \frac{s^2}{6r^2} - \frac{y^2}{2r^2}\right) \quad (8)$$

Diese Gleichung soll nach  $y'$  aufgelöst werden; man hat es also mit einer cubischen Gleichung zu thun. Da jedoch von vornherein alle Glieder von höherer als der dritten Ordnung vernachlässigt worden sind, so kann auch die Auflösung von (8) entsprechend genähert ausgeführt werden. Man bildet nämlich zuerst eine erste Näherung für  $y'$ :

$$y' = y + s \sin \alpha + \frac{1}{r^2} \dots$$

Dieser Näherungs-Wert von  $y'$  genügt, um das zweite Glied  $\frac{y'^3}{6r^2}$  in (8) auf Glieder von der Ordnung  $\frac{1}{r^2}$  einschliesslich genau zu bestimmen. Man hat daher durch Einsetzen der ersten Näherung in jenes zweite Glied:

$$\begin{aligned} y' - \frac{(y + s \sin \alpha)^3}{6r^2} &= y + s \sin \alpha + y \left(-\frac{s^2}{2r^2} - \frac{y^2}{6r^3}\right) + s \sin \alpha \left(-\frac{s^2}{6r^2} - \frac{y^2}{2r^2}\right) \\ y' &= y + s \sin \alpha - \frac{3s^2y - 3s^2y \sin^2 \alpha + s^3 \sin \alpha - s^3 \sin^3 \alpha}{6r^2} \\ y' &= y + s \sin \alpha - \frac{s^2y \cos^2 \alpha}{2r^2} - \frac{s^3 \sin \alpha \cos^2 \alpha}{6r^2} \end{aligned} \quad (9)$$

Damit ist die Gleichung für  $y'$  erledigt, und wir gehen über zur Entwicklung für  $x'$ . Zur Bestimmung von  $x' - x$  haben wir die Gleichung (6):

$$\sin \frac{x' - x}{r} = \frac{\sin \frac{s}{r}}{\cos \frac{y'}{r}} \cos \alpha$$



Dieses giebt bis zur dritten Ordnung entwickelt:

$$\begin{aligned}\frac{x' - x}{r} - \frac{(x' - x)^3}{6r^3} &= \frac{s}{r} - \frac{s^3}{6r^3} \cos \alpha \\ \frac{x' - x}{r} - \frac{(x' - x)^3}{6r^3} &= \left( \frac{s}{r} - \frac{s^3}{6r^3} \right) \left( 1 + \frac{y'^2}{2r^2} \right) \cos \alpha \\ x' - x - \frac{(x' - x)^3}{6r^2} &= s \cos \alpha \left( 1 - \frac{s^2}{6r^2} + \frac{y'^2}{2r^2} \right)\end{aligned}$$

Erste Näherung  $x' - x = s \cos \alpha + \dots$

folglich:

$$\begin{aligned}x' - x &= \frac{(s \cos \alpha)^3}{6r^2} + s \cos \alpha - \frac{s^3 \cos \alpha}{6r^2} + \frac{s \cos \alpha y'^2}{2r^2} \\ x' &= x + s \cos \alpha + \frac{s \cos \alpha y'^2}{2r^2} - \frac{s^3 \cos \alpha \sin^2 \alpha}{6r^2}\end{aligned}\quad (10)$$

Damit ist auch die zweite Gleichung für  $x'$  erledigt, und wir gehen zur Entwicklung für die Ordinaten-Konvergenz. Zur Bestimmung von  $\alpha - \alpha'$  haben wir die Gleichung (7), bei deren Entwicklungen man überall schon beim ersten Gliede stehen bleiben kann, weil dadurch schon rechts ein Glied von der Ordnung  $\frac{1}{r^2}$  entsteht, über welches wir nicht hinaus gehen. Wir haben daher kurz aus (7):

$$\begin{aligned}\frac{\alpha - \alpha'}{2} + \dots &= \frac{\frac{y' + y}{2r} - \dots x' - x}{1 - \dots} \frac{1}{2r} + \dots \\ \alpha - \alpha' &= \frac{y' + y}{2r^2} (x' - x)\end{aligned}\quad (11)$$

Eine etwas andere Form bekommt man hiefür, wenn man  $y' = y + s \sin \alpha + \dots$  nach (9) einsetzt, nämlich:

$$\alpha - \alpha' = (x' - x) \frac{y}{r^2} + \frac{(x' - x) s \sin \alpha}{2r^2}\quad (12)$$

In (11) und (12) ist zur Reduktion auf Sekunden noch der Faktor  $\varrho = 206\,265''$  hinzu zu setzen.

#### Zusammenfassung.

Zur Übersicht führen wir noch eine abkürzende Bezeichnung ein, indem wir setzen:

$$s \sin \alpha = v \quad \text{und} \quad s \cos \alpha = u\quad (13)$$

Damit geben die Formeln (9), (10) und (12), letztere mit Zusetzung von  $\varrho$ :

$$y' = y + v - \frac{u^2 y}{2r^2} - \frac{u^2 v}{6r^2}\quad (14)$$

$$x' = x + u + \frac{u y'^2}{2r^2} - \frac{u v^2}{6r^2}\quad (15)$$

$$\alpha - \alpha' = u y \frac{\varrho}{r^2} + u v \frac{\varrho}{2r^2} \quad \text{oder} \quad = u \frac{y + y'}{2} \frac{\varrho}{r^2}\quad (16)$$

Hiezu  $\beta = \alpha' \pm 180^\circ$ ,

also:

$$\beta = \alpha \pm 180^\circ - u y \frac{\varrho}{r^2} - u v \frac{\varrho}{2r^2}\quad (16a)$$



Die von  $r$  abhängigen Coëfficienten dieser und einiger verwandter Formeln kann man bei gegebener geographischer Breite immer nach der Hilfstafel Seite [8]–[29] des Anhangs bestimmen; für die Breiten  $\varphi = 45^\circ, 50^\circ, 55^\circ$  sind die Logarithmen dieser Coëfficienten folgende (mit Weglassung der  $-10$  u. s. w.) und bei  $\mu$  für Einheiten der 7<sup>ten</sup> Stelle:

$\varphi$	$\log \frac{1}{2r^2}$	$\log \frac{1}{6r^2}$	$\log \frac{\varrho}{r^2}$	$\log \frac{\varrho}{2r^2}$	$\log \frac{\mu}{2r^2}$	$\log \frac{\mu}{6r^2}$
$45^\circ$	6.08969	5.61257	1.70514	1.40411	2.72747	2.25035
$50^\circ$	6.08918	5.61206	1.70464	1.40361	2.72697	2.24985
$55^\circ$	6.08869	5.61157	1.70415	1.40312	2.72648	2.24936

Wenn man in den Formeln (14), (15), (16) den Halbmesser  $r = \infty$  setzt, d. h. wenn man die Kugel in die Ebene übergehen lässt, so bekommt man:

$$y' = y + s \sin \alpha \quad x' = x + s \cos \alpha \quad \alpha' = \alpha \quad (17)$$

Dieses sind die für die ebene Coordinaten-Rechnung gültigen Formeln.

Dasselbe hat man in anderer Form, wenn man nicht  $r = \infty$ , aber die Entfernung  $s$  und damit auch  $m$  und  $n$  sehr klein setzt; man sieht daraus, dass die sphärischen Formeln von selbst in die Formeln der Ebene übergehen, sobald die Entfernungen so klein werden, dass sich das Anbringen der Korrektions-Glieder nicht lohnt.

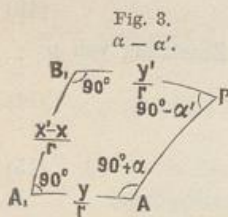
Unsere Schluss-Formeln (14), (15), (16) werden auch noch in manchen anderen Formen gebraucht, wie für die Ordinaten-Konvergenz schon bei (11) und (12) gezeigt wurde.

Auch die Ordinaten-Formel (14) kann umgeformt, d. h. etwa so geschrieben werden:

$$y' - y = s \sin \alpha - \frac{2y + y'}{3} \frac{u^2}{2r^2} \quad (18)$$

Der algebraisch scheinbar störende Umstand, dass in der Gleichung (15) für  $x$  das erst zu bestimmende  $y'$  selbst vorkommt, ist für unsere Anwendungen unwesentlich, wenn  $y'$  zuerst bestimmt wird, um es für die Einsetzung in das Korrektions-Glied für  $x$  zu haben; sollte ausnahmsweise  $x$  allein zu bestimmen sein, so müsste man zur Berechnung des ersten Korrektions-Gliedes von  $x$  einen Näherungs-Wert von  $y' = y + s \sin \alpha$  nehmen.

#### Geometrische Bedeutung der Ordinaten-Konvergenz.



Die Formel (11) hat eine sehr einfache geometrische Bedeutung, es ist nämlich  $\alpha - \alpha'$  der sphärische Excess des Vierecks  $APB_1A_1$ , dessen Fläche, eben, genähert

$$= \frac{y' + y}{2} (x' - x) \text{ ist.}$$

Man kann diese Bedeutung von  $\alpha - \alpha'$  unmittelbar leicht nachweisen, nämlich nach Fig. 3. ist der Excess des Vierecks:

$$90^\circ + 90^\circ + (90^\circ + \alpha) + (90^\circ - \alpha') - 360^\circ = \alpha - \alpha' \quad (19)$$

Dieses ist dieselbe Anschauung, welche auch auf die Meridian-Konvergenz (§ 45.) angewendet werden kann.



*Rechen-Hilfsmittel für die Korrektions-Glieder der Soldnerschen Formeln.*

Wenn man zu häufiger Anwendung dieser Coordinaten-Formeln Schemate lithographiert, und hiebei die konstanten Coëfficienten-Logarithmen  $\log \frac{1}{2r^2}$ ,  $\log \frac{\rho}{2r^2}$  u. s. w. mit vordruckt, so geht die Rechnung nach den Formeln (14), (15), (16) ziemlich rasch; doch sind auch schon mehrfach besondere Hilfsmittel angewendet worden.

In unserem Anhang Seite [44] haben wir zwei kleine Tabellen I. und II. für die Korrektions-Glieder der Formeln (14), (15), (16) gegeben, insofern alle diese Glieder im wesentlichen die Form  $\frac{A^2 B}{2r^2}$  oder  $\frac{A B}{r^2} \rho$  haben, doch sind diese Tabellen I. und II. auf Seite [44] nicht zum eigentlichen Rechnen bestimmt, sondern nur zur Übersicht, oder als Hauptwerte zu graphischen Darstellungen, oder auch zur Unterstützung von Rechnungen mit dem Rechenschieber u. dergl.

Eine ausführlichere, für  $\varphi = 51^\circ$  gültige, zum unmittelbaren praktischen Gebrauch bestimmte Tabelle der Werte  $\frac{A^2 B}{2r^2}$  ist enthalten in dem Werke: „Die trigonometrischen und polygonometrischen Rechnungen in der Feldmess-Kunst von F. G. Gauss“, 2. Aufl. 1892, II. Teil, S. 54–61.

Graphische Hilfsmittel für die Soldnerschen Korrektions-Glieder sind bei der badischen Landes-Vermessung benützt worden (uns jedoch nicht näher bekannt geworden). Drei Schichten-Tafeln für den vorliegenden Zweck giebt Franke, „Die Grundlehren der trigonometrischen Vermessung“, Leipzig 1879, Anhang Tafel I., II., III.

Alle diese Hilfsmittel sind aber kaum im stande, das unmittelbare Ausrechnen der Korrektions-Glieder zu ersetzen, zumal man bei solchen Rechnungen, zum Schutz gegen die vielen Abrundungs-Häufungen die einzelnen Glieder meist auf 0,001<sup>m</sup> ausrechnet, um im Schlussresultat 0,01<sup>m</sup> noch scharf zu haben, und hiezu ist das Ausrechnen der Glieder im vorgedruckten Schema mit 4–5stelligen Logarithmen immer noch das Beste.

Die Soldnerschen Korrektions-Glieder sind zwar alle von der Ordnung  $1:r^2$ , aber unter sich doch gewissermassen von verschiedener Ordnung, je nachdem  $s \sin \alpha$ ,  $s \cos \alpha$  oder  $y$ ,  $y'$  selbst, mehr noch, je nachdem  $s^2 \sin^2 \alpha$ ,  $s^2 \cos^2 \alpha$  oder  $y^2$ ,  $y'^2$  darin auftreten, denn die  $s \sin \alpha = v$  und  $s \cos \alpha = u$  sind im allgemeinen erheblich kleiner als die  $y$ , und deswegen ist das Glied  $\frac{u y'^2}{2r^2}$  in (15) das erheblichste von allen. Wir werden später bei den konformen Coordinaten (§ 52.) finden, dass dort solche Glieder mit  $y^2$  nicht vorkommen.

Die Unmöglichkeit genauer und bequemer Hilfstafeln für die Soldnerschen Korrektions-Glieder ist ein Übelstand des Systems selbst, der namentlich bei der Vergleichung mit den später in § 52. zu behandelnden konformen Coordinaten zu Tage tritt.

**§ 47. Beispiel der Soldnerschen Coordinaten-Berechnung.**

Zu einem zusammenhängenden Zahlen-Beispiel, an welchem der ganze Gang der Soldnerschen Coordinaten-Berechnung gezeigt werden kann, eignet sich sehr gut der nördliche Teil des badischen Netzes, den wir schon früher mehrfach behandelt haben.