



Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1896

§. 47. Beispiel der Soldnerschen Koordinaten-Berechnung

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83087](https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:466:1-83087)

Rechen-Hilfsmittel für die Korrektions-Glieder der Soldner schen Formeln.

Wenn man zu häufiger Anwendung dieser Coordinaten-Formeln Schemata lithographiert, und hiebei die konstanten Coefficienten-Logarithmen $\log \frac{1}{2r^2}$, $\log \frac{\varrho}{2r^2}$ u. s. w. mit vordruckt, so geht die Rechnung nach den Formeln (14), (15), (16) ziemlich rasch; doch sind auch schon mehrfach besondere Hilfsmittel angewendet worden.

In unserem Anhang Seite [44] haben wir zwei kleine Tabellen I. und II. für die Korrektions-Glieder der Formeln (14), (15), (16) gegeben, insofern alle diese Glieder im wesentlichen die Form $\frac{A^2 B}{2r^2}$ oder $\frac{A B}{r^2} \varrho$ haben, doch sind diese Tabellen I. und II. auf Seite [44] nicht zum eigentlichen Rechnen bestimmt, sondern nur zur Übersicht, oder als Hauptwerte zu graphischen Darstellungen, oder auch zur Unterstützung von Rechnungen mit dem Rechenschieber u. dergl.

Eine ausführlichere, für $\varphi = 51^\circ$ gültige, zum unmittelbaren praktischen Gebrauch bestimmte Tabelle der Werte $\frac{A^2 B}{2r^2}$ ist enthalten in dem Werke: „Die trigonometrischen und polygonometrischen Rechnungen in der Feldmess-Kunst von F. G. Gauss“, 2. Aufl. 1892, II. Teil, S. 54—61.

Graphische Hilfsmittel für die Soldner schen Korrektions-Glieder sind bei der badischen Landes-Vermessung benutzt worden (uns jedoch nicht näher bekannt geworden). Drei Schichten-Tafeln für den vorliegenden Zweck giebt Franke, „Die Grundlehren der trigonometrischen Vermessung“, Leipzig 1879, Anhang Tafel I., II., III.

Alle diese Hilfsmittel sind aber kaum im stande, das unmittelbare Ausrechnen der Korrektions-Glieder zu ersetzen, zumal man bei solchen Rechnungen, zum Schutz gegen die vielen Abrundungs-Häufungen die einzelnen Glieder meist auf $0,001''$ ausrechnet, um im Schlussergebnis $0,01''$ noch scharf zu haben, und hiezu ist das Ausrechnen der Glieder im vorgedruckten Schema mit 4—5 stelligen Logarithmen immer noch das Beste.

Die Soldner schen Korrektions-Glieder sind zwar alle von der Ordnung $1:r^2$, aber unter sich doch gewissermassen von verschiedener Ordnung, je nachdem $s \sin \alpha$, $s \cos \alpha$ oder y , y' selbst, mehr noch, je nachdem $s^2 \sin^2 \alpha$, $s^2 \cos^2 \alpha$ oder y^2 , y'^2 darin auftreten, denn die $s \sin \alpha = v$ und $s \cos \alpha = u$ sind im allgemeinen erheblich kleiner als die y , und deswegen ist das Glied $\frac{u y'^2}{2r^2}$ in (15) das erheblichste von allen.

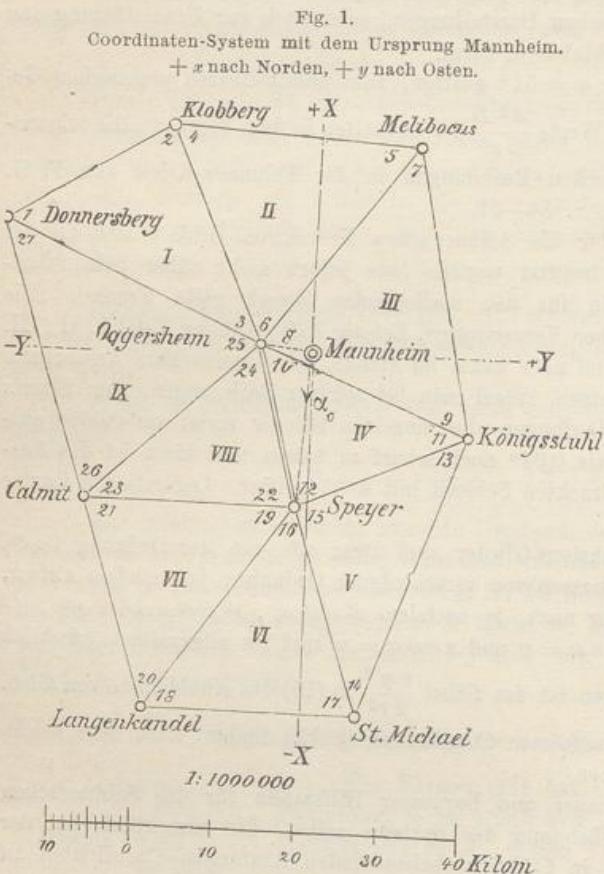
Wir werden später bei den konformen Coordinaten (§ 52.) finden, dass dort solche Glieder mit y^2 nicht vorkommen.

Die Unmöglichkeit genauer und bequemer Hilfstafeln für die Soldner schen Korrektions-Glieder ist ein Übelstand des Systems selbst, der namentlich bei der Vergleichung mit den später in § 52. zu behandelnden konformen Coordinaten zu Tage tritt.

§ 47. Beispiel der Soldnerschen Coordinaten-Berechnung.

Zu einem zusammenhängenden Zahlen-Beispiel, an welchem der ganze Gang der Soldner schen Coordinaten-Berechnung gezeigt werden kann, eignet sich sehr gut der nördliche Teil des badischen Netzes, den wir schon früher mehrfach behandelt haben.

Dieses in der nachfolgenden Fig. 1. dargestellte Netz wurde aus badischen und einigen anderen Winkeln zusammengesetzt und (unabhängig von den amtlichen Berechnungen) in sich selbst ohne weitere Anschlüsse ausgeglichen und 1870 veröffentlicht in den „astronom. Nachrichten“ 75. Band, S. 289—306 „über die Genauigkeit süddeutscher Triangulierungen“, und jene Ausgleichung ist auch unverändert in den ersten zwei Auflagen dieses Werkes 1873 und 1878 aufgenommen, dagegen in 3. Aufl. I. Band, 1888, S. 194—204 schärfer neu berechnet, wobei die Winkel sich teilweise um $0,001''$ oder $0,002''$ geändert haben. In der 4. Aufl. I. Band, 1895, S. 174 ist die Ausgleichung nicht mehr aufgenommen, weshalb wir nun die ausgeglichenen Winkel und Seiten von 3. Aufl. I. Band, 1888, S. 202—203 hier benutzen, wie sie in dem nachfolgenden Abrisse (S. 265) sich darstellen.



Coordinaten-Nullpunkt, durch welchen der Meridian als x -Axe geht, ist das Azimut gleich dem Richtungswinkel, während in allen anderen Punkten die Richtungswinkel sich von den Azimuten unterscheiden.

Wir geben sofort den ganzen Abriss des Netzes mit ausgeglichenen Richtungswinkeln α und ausgeglichenen Entfernungen $\log s$, obgleich zwar alle $\log s$ als Ergebnisse der Netzausgleichung eingesetzt werden können, die Spalten der Richtungswinkel α aber erst allmählich im Laufe der nachfolgenden Coordinatenrechnung sich füllen werden.

Das Netzbild mit Andeutung des Coordinaten-Systems ist in nebenstehender Fig. 1. gezeichnet.

Von dem Punkt Mannheim Sternwarte, der als Coordinaten-Nullpunkt dient, zählt die amtliche badische Vermessung $+ x$ nach Süden und $+ y$ nach Westen, während wir nun, dem allgemeineren Gebrauche in Deutschland entsprechend, $+ x$ nach Norden und $+ y$ nach Osten zählen wollen.

Auf der Sternwarte Mannheim wurde das Azimut nach Speyer astronomisch gemessen, von Norden über Osten gezählt:

Azimut Mannheim-Speyer
= $183^\circ 40' 25,291''$ (1)

Dieses Azimut Mannheim-Speyer wird man unter der Bezeichnung *Richtungswinkel* in dem nachfolgenden Ausgleichsabriss S. 265 wieder finden, denn im Coor-

Abriss der Triangulierung des Netzes Fig. 1. S. 264 mit Soldnerschen Coordinaten.

Stationen und Zielpunkte	Richtungswinkel			Entfernung		
	sphärisch α	Redukt. $\delta \alpha$	eben $\alpha_0 = \alpha + \delta \alpha$	sphärisch $\log s$	Redukt. $\delta \log s$	eben $\log s_0$
<i>1. Mannheim.</i>						
Speyer	183° 40' 25,29"	- 0,02	183° 40' 25,27"	4.275 4362·8	+ 0·0	4.275 4362·8
Oggersheim	273 42 22,23	+ 0,00	273 42 22,23	3.779 1890·3	+ 0·3	3.779 1890·6
<i>2. Speyer.</i>						
Mannheim	3° 40' 25,23"	+ 0,04	3° 40' 25,27"	4.275 4362·8	+ 0·0	4.275 4362·8
Königsstuhl	65 10 11,04	- 0,25	65 10 10,79	4.358 8019·0	+ 1·1	4.358 8020·1
St. Michael	161 20 31,86	+ 1,13	161 20 32,99	4.430 2529·8	+ 0·8	4.430 2530·6
Langenkandel	215 0 1,15	- 0,63	215 0 0,52	4.502 8974·0	+ 5·0	4.502 8979·0
Calmit	270 34 57,86	+ 0,00	270 34 57,86	4.418 4219·3	+ 0·3	4.418 4219·6
Oggersheim	345 59 7,49	+ 0,13	345 59 7,62	4.296 5476·9	+ 0·3	4.296 5477·2
<i>3. Oggersheim.</i>						
Melibocus	35° 38' 31,00"	- 0,07	35° 38' 30,93	4.507 0618·5	+ 1·9	4.507 0620·4
Mannheim	93 42 22,24	- 0,01	93 42 22,23	4.779 7890·3	+ 0·3	3.779 1890·6
Königsstuhl	110 37 58,62	+ 0,14	110 37 58,76	4.435 7945·9	+ 0·9	4.435 7946·8
Speyer	165 59 7,85	- 0,23	165 59 7,62	4.296 5476·9	+ 0·3	4.296 5477·2
Calmit	228 30 28,54	- 1,02	228 30 27,52	4.456 1549·3	+ 7·7	4.456 1557·0
Donnersberg	294 51 17,21	+ 1,17	294 51 18,38	4.549 3120·0	+ 5·6	4.549 3125·6
Klobberg	336 22 4,82	+ 0,75	336 22 5,57	4.479 8976·0	+ 7·2	4.479 8983·2
<i>4. Calmit.</i>						
Oggersheim	48° 30' 26,93"	+ 0,59	48° 30' 27,52"	4.456 1549·3	+ 7·7	4.456 1557·0
Speyer	90 34 57,88	- 0,02	90 34 57,86	4.418 4219·3	+ 0·3	4.418 4219·6
Langenkandel	163 12 53,76	- 1,29	163 12 52,47	4.439 5852·2	+ 26·9	4.439 5879·1
Donnersberg	342 23 54,18	+ 3,44	342 23 57,62	4.550 1058·1	+ 52·3	4.550 1110·4
<i>5. Donnersberg.</i>						
Klobberg	57° 29' 38,98"	+ 0,08	57° 29' 39,06"	4.375 9182·8	+ 13·2	4.375 9196·0
Oggersheim	114 51 18,88	+ 0,50	114 51 18,38	4.549 3120·0	+ 5·6	4.549 3125·6
Calmit	162 23 59,80	- 2,18	162 23 57,62	4.550 1058·1	+ 52·3	4.550 1110·4
<i>6. Klobberg.</i>						
Melibocus	92° 51' 35,28"	- 0,02	92° 51' 35,26"	4.489 5442·5	+ 0·3	4.489 5442·8
Oggersheim	156 22 6,51	- 0,94	156 22 5,57	4.479 8976·0	+ 7·2	4.479 8983·2
Donnersberg	237 29 40,80	- 1,74	237 29 39,06	4.375 9182·8	+ 13·2	4.375 9196·0
<i>7. Melibocus.</i>						
Königsstuhl	169° 13' 40,29"	+ 1,49	169° 13' 41,78"	4.560 7787·3	+ 13·9	4.560 7801·2
Oggersheim	215 38 30,55	+ 0,38	215 38 30,93	4.507 0618·5	+ 1·9	4.507 0620·4
Klobberg	272 51 35,26	+ 0,00	272 51 35,26	4.489 5442·5	+ 0·3	4.489 5442·8
<i>8. Königsstuhl.</i>						
St. Michael	199° 2' 30,38"	+ 1,23	199° 2' 31,61"	4.569 8613·7	+ 9·2	4.569 8622·9
Speyer	245 10 10,59	+ 0,20	245 10 10,79	4.358 8019·0	+ 1·1	4.358 8020·1
Oggersheim	290 37 58,96	- 0,20	290 37 58,76	4.435 7945·9	+ 0·9	4.435 7046·8
Melibocus	349 13 43,21	- 1,43	349 13 41,78	4.560 7787·3	+ 13·9	4.560 7801·2
<i>9. St. Michael.</i>						
Königsstuhl	19° 2' 32,78"	- 1,17	19° 2' 31,61"	4.569 8613·7	+ 9·2	4.569 8622·9
Langenkandel	263 48 10,93	+ 0,86	263 48 11,79	4.429 4468·0	+ 0	4.429 4468·0
Speyer	341 20 32,27	- 0,27	341 20 32,00	4.430 2529·8	+ 0·8	4.430 2530·6
<i>10. Langenkandel.</i>						
Speyer	34° 59' 59,18"	+ 1,34	35° 0' 0,52"	4.502 8974·0	+ 5·0	4.502 8979·0
St. Michael	88 48 10,91	+ 0,88	88 48 11,79	4.429 4468·0	+ 0·0	4.429 4468·0
Calmit	343 12 50,62	+ 1,85	343 12 52,47	4.439 5852·2	+ 26·9	4.439 5879·1

Zuerst müssen wir die nötigen Konstanten für die Soldnerschen Glieder zweiter Ordnung bilden:

Der Coordinaten-Nullpunkt hat die geographische Breite rund $\varphi = 49^\circ 30'$, und damit bilden wir nach Seite [20] des Anhangs die für uns nötigen konstanten Coefficienten-Logarithmen:

$$\left. \begin{array}{l} \log \frac{1}{2r^2} = 6.08923 \quad \log \frac{1}{6r^2} = 5.61211 \quad \log \frac{1}{3r^2} = 5.91314 \\ \log \frac{\varrho}{r^2} = 1.70469 \quad \log \frac{\varrho}{2r^2} = 1.40366 \quad \log \frac{\varrho}{6r^2} = 0.92654 \end{array} \right\} \quad (2)$$

Wir beginnen mit dem schon bei (1) angegebenen Ausgangswerte

$$\text{Mannheim-Speyer } \alpha_0 = 183^\circ 40' 25,291'' \text{ und } \log s = 4.275\,4362\cdot8 \quad (3)$$

Damit können wir sofort die Coordinaten y', x' von Speyer berechnen, und zwar vereinfachen sich diesesmal die allgemeinen Formeln deswegen, weil die Ausgangs-Coordinaten y, x für Mannheim beide Null sind. Setzt man also $y = 0$ und $x = 0$ in den Formeln (13)–(16) § 46, S. 261, so bekommt man:

$$\left. \begin{array}{l} s \sin \alpha_0 = v \quad s \cos \alpha_0 = u \\ \text{Speyer} \quad y' = v - \frac{u^2 v}{6r^2} \quad , \quad x' = u + \frac{u v^2}{3r^2}, \\ \alpha' = \alpha_0 - \frac{\varrho}{2r^2} u v \end{array} \right\} \quad (4)$$

Nun rechnen wir hiernach mit 7steligen Logarithmen (mit einer an sich unsicheren, durch Interpolation nach Schrön erhaltenen 8. Kontrollstelle 0·1):

$$\begin{array}{r|l} \alpha_0 = 183^\circ 40' 25,291'' & \log s \quad 4.275\,4362\cdot8 \\ \hline \log \sin \alpha_0 & 8.806\,6825\cdot0_n \\ \hline \log v & 3.082\,1187\cdot8_n \end{array} \quad \begin{array}{r|l} \log s \quad 4.275\,4362\cdot8 \\ \hline \log \cos \alpha_0 \quad 9.999\,1066\cdot6_n \\ \hline \log u & 4.274\,5429\cdot4_n \end{array} \quad \begin{array}{r|l} \log s \quad 4.275\,4362\cdot8 \\ \hline \log u \quad 4.274\,5429\cdot4_n \\ \hline v = -1208,144^m \quad u = -18816,678^m \end{array} \quad (5)$$

Hiezu die Korrektions-Glieder nach (4):

$$\begin{array}{r|l} \log u^2 \quad 8.5491 & \log u \quad 4.2745_n \\ \log v \quad 3.0821_n & \log v^2 \quad 6.1642 \\ \hline \log (-1:6r^2) \quad 5.6121_n & \log (1:3r^2) \quad 5.9131 \\ \hline 7.2433 & 6.3518_n \\ \hline & + 0,0017 & - 0,0002 \end{array} \quad (6)$$

Diese kleinen Beträge zu (5) hinzunehmend hat man:

$$\text{Speyer} \quad y = -1208,142^m \quad x = -18816,678^m \quad (7)$$

Endlich noch die Ordinaten-Konvergenz:

$$\begin{array}{r|l} \log u \quad 4.2745_n \\ \log v \quad 3.0821_n \\ \hline \log (-\varrho:2r^2) \quad 1.4037_n \\ \hline 8.7603_n & - 0,058'' \end{array} \quad (8)$$

Man hat also nun in Zusammenfassung:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Richtungs-Winkel Mannheim-Speyer} & \alpha = 183^\circ 40' 25,291'' \\
 \text{hiezu nach (8):} & -0,058 \\
 \\
 & \alpha' = 183^\circ 40' 25,233'' \\
 & +180^\circ
 \end{array}$$

$$\text{Also Richtungs-Winkel Speyer-Mannheim } \alpha_2 = 3^\circ 40' 25,233'' \quad (9)$$

Nun kann man die Richtungs-Winkel aller von Speyer ausgehenden Strahlen angeben, denn man braucht nur die auf Speyer ausgeglichenen Winkel mit α_2 zusammenzusetzen. Dazu brauchen wir, wie der Anblick des Netzbildes Fig. 1, S. 264 zeigt, die ausgeglichenen Dreieckswinkel der Station Speyer, welche nach Band I, 3. Aufl. 1888, S. 202, 203 sind:

Mannheim	...	=	61° 29' 45,804"	{
Königsstuhl	[15]	=	96 10 20,829	
St. Michael	[16]	=	53 39 29,285	
Langenkandel	[19]	=	55 34 56,714	
Calmit	[22]	=	75 24 9,630	
Oggersheim	...	=	17 41 17,738	

Wenn man diese 6 Winkel zu dem soeben berechneten $3^{\circ} 40' 25,233''$ nach-einander addiert, so erhält man die sämtlichen Richtungswinkel, wie sie für die Station 2, Speyer auf S. 265 angegeben sind, auf $0,01''$ abgerundet.

Nach diesem ersten Beispiele können wir kurz sagen, dass auch die zweite vom Nullpunkt Mannheim ausgehende Richtung Mannheim-Oggersheim ebenso wie Mannheim-Speyer behandelt wird, und dann auch den Abriss 3. Oggersheim auszufüllen gestattet, wie auf S. 265 zu sehen ist.

Nach diesem kommen aber die allgemeinen Koordinatenformeln von (14)–(16) § 46, S. 261, deren Anwendung an dem Beispiel Speyer-Langenkandel gezeigt werden soll.

Aus dem soweit ausgefüllten Abrisse S. 265 entnimmt man hiezu:

Speyer-Langenkandl		$\alpha = 215^\circ 0' 1,150'$ und $\log s = 4.502\ 8974\cdot 0$	
$\log s$	4.502 8974·0	$\log s$	4.502 8974·0
$\log \sin \alpha$	9.758 5947·8 _n	$\log \cos \alpha$	9.913 3628·3 _n
$\log v$	4.261 4921·8 _n	$\log u$	4.416 2602·3 _n
	$v = -18\ 259,639$	$u = -26\ 077,156$	
Speyer (7) gegeben:	$y = -1\ 208,142$	$x = -18\ 816,678$	
	$x + y = -19\ 467\ 781$	$x + u = -14\ 898,834$	

Korrektions-Glieder für y .			Korrektions-Glieder für x .		
$\log u^2$	8.8325	$\log u^2$	8.8325	$\log u$	4.4163 _a
$\log y$	3.0821 _a	$\log n$	4.2615 _a	$\log y'^2$	8.5786
$\log(-1:2r^2)$	6.0892 _a	$\log(-1:6r^2)$	5.6121 _a	$\log(1:2r^2)$	6.0892
	8.0038		8.7061		9.0841 _a
+ 0.010		+ 0.051		- 0.121	+ 0.036

Zusammenfassung:

$$\begin{array}{rcl}
 y + v = -19\,467,781^m & & x + u = -44\,893,834^m \\
 + 0,010 & & - 0,121 \\
 + 0,051 & & + 0,036 \\
 \hline
 \text{Langenkandel: } y' = & -19\,467,720 & x' = & -44\,893,919
 \end{array}$$

Korrektions-Glieder für α :

$$\begin{array}{rcl}
 \log u & 4.4163_n & \log u & 4.4163_n \\
 \log y & 3.0821_n & \log v & 4.2615_n \\
 \log(-\varrho : r^2) & 1.7047_n & \log(-\varrho : 2r^2) & 1.4037_n \\
 \hline
 & 9.2031_n & & 0.0815_n \\
 & - 0,160 & & - 1,206
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 \text{Statt dessen kann auch die} \\
 \text{Rechnung geführt werden nach} \\
 \text{der zweiten Formel (16) § 46. S. 261} \\
 \alpha' - \alpha = u \frac{y + y'}{2} \frac{\varrho}{r^2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Zusammenfassung: } \alpha = 215^\circ 0' 1,150'' & & \\
 & - 0,160 & \\
 & - 1,206 & \\
 \hline
 \alpha' = 214^\circ 59' 59,784'' & & \\
 & \pm 180^\circ & \\
 \alpha_{10} = 34^\circ 59' 59,784'' & = \text{Richtungs-Winkel Langenkandel-Speyer.}
 \end{array}$$

Mit diesem Richtungs-Winkel α_{10} und mit den auf Langenkandel ausgeglichenen Dreiecks-Winkeln kann man nun von neuem einen orientierten Abriss für die Station 10. Langenkandel aufstellen, wie auf S. 265 zu sehen ist.

In dieser Weise wird in dem ganzen Netze auf verschiedenen Wegen herum gerechnet, wobei zahlreiche Proben sowohl für die Richtungs-Winkel als auch für die Coordinaten entstehen, z. B. nachdem die beiden Stationen 2. Speyer und 3. Oggersheim erledigt sind, kann man nach 4. Calmit von beiden Seiten her rechnen, und man wird finden:

$$\begin{array}{lll}
 \text{von 2. Speyer her:} & 4. Calmit & y_4 = -27\,414,066^m \quad x_4 = -18\,550,184^m \\
 & " 3. Oggersheim her: & " ,065 ,185
 \end{array}$$

also hinreichende Übereinstimmung. Ebenso auch die Richtungs-Winkel:

$$\begin{array}{lll}
 \text{von 2. Speyer her:} & \text{Richtungs-Winkel (4.2)} = 90^\circ 34' 57,882'' \\
 & " 3. Oggersheim her: " (4.3) = 48^\circ 30' 26,932''
 \end{array}$$

Diese beiden Richtungs-Winkel werden in den Abriss der Station Calmit eingesetzt, und geben mit den auf Calmit ausgeglichenen Dreiecks-Winkeln Proben, welche in unserem Falle zu Abänderungen von $0,002''$ und $0,003''$ geführt haben, was jedoch auf S. 265, wo alles auf $0,01''$ abgerundet ist, nicht mehr bemerklich werden kann.

Man sieht, dass die Stations-Abrisse von S. 265 in Hinsicht auf die Richtungs-winkel allmählich entstehen. Die Endwerte der Coordinaten sind folgende:

Punkt	y	x	
1. Mannheim . . .	0,000 ^m	0,000 ^m	Rechtwinklige sphärische Soldnersche Coordinaten aller Punkte des Netzes Fig. 1. S. 264. Nullpunkt Mannheim mit + x nach Norden, und + y nach Osten. (10)
2. Speyer	— 1 208,142	— 18 816,676	
3. Oggersheim . . .	— 6 001,777	— 388,767	
4. Calmit	— 27 414,066	— 18 550,184	
5. Donnersberg . . .	— 38 145,688	— 15 278,872	
6. Klobberg	— 18 104,628	— 28 049,296	
7. Melibocus	— 12 727,470	— 26 509,100	
8. Königsstuhl	— 19 525,476	— 9 223,075	
9. St. Michael	— 7 407,498	— 44 332,386	
10. Langenkandel	— 19 467,721	— 44 893,918	

Vergleichungen dieser Coordinaten mit den amtlichen Coordinaten von Baden, Bayern Hessen, und Bemerkungen dazu, wurden gegeben in Band I, Aufl. 3, 1888, S. 203—204, II. Band Aufl. 2, 1878, S. 272 und astr. Nachr., 75. Band, 1870, Nr. 1795—1796, S. 289—306 und S. 367.

Der grosse Abriss von S. 265 wäre für die Zwecke der Soldnerschen Coordinaten-Behandlung genügend, wenn er die sphärischen Richtungs-Winkel α und die sphärischen Entfernungen $\log s$ enthielte. Wir haben aber auch noch die ebenen Richtungs-Winkel α_0 und die ebenen Entfernungen s_0 dazu berechnet, nach den einfachen Formeln:

$$\tan \alpha_0 = \frac{y' - y}{x' - x}$$

$$s_0 = \frac{y' - y}{\sin \alpha_0} = \frac{x' - x}{\cos \alpha}$$

wobei die Coordinaten x, y, x', y' selbst die sphärischen in der vorstehenden Tabelle (10) enthaltenen sind. Die Differenzen $\delta \alpha$ und $\delta \log s$ sind dann einfach aus $\alpha_0 - \alpha$ und $\log s_0 - \log s$ erhalten. Wie man diese $\delta \alpha$ und $\delta \log s$ selbstständig berechnet, wird im folgenden § 48. gezeigt werden.

Wir haben diese $\delta \alpha$ und $\delta \log s$ auf S. 265 mit aufgenommen, auch wegen der späteren Vergleichung mit den konformen Coordinaten.

§ 48. Bestimmung von Entfernung und Richtungs-Winkeln aus Soldnerschen Coordinaten.

Es handelt sich um Umkehrung der bisherigen in § 46.—47. behandelten Aufgabe, und um die Übersicht zu gewinnen, wollen wir an die entsprechenden einfachen Aufgaben der Ebene erinnern. Man hat bekanntlich in der Ebene:

$$y' - y = s \sin \alpha \quad x' - x = s \cos \alpha \quad (a)$$

$$\tan \alpha = \frac{y' - y}{x' - x} \quad \text{und} \quad s = \frac{y' - y}{\sin \alpha} = \frac{x' - x}{\cos \alpha} \quad (b)$$

$$\text{oder} \quad s = \sqrt{(y' - y)^2 + (x' - x)^2} \quad (c)$$

Während in § 46. die sphärischen Analogien zu den ebenen Formeln (a) behandelt worden sind, handelt es sich jetzt darum, auch zu den umgekehrten For-