



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1896

§. 59. Die rechtwinkligen Coordinaten-Systeme des Deutschen Reichs

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83087](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83087)

Bei den Höhenangaben bedeutet Kn. = Knopfmitte, R. = Rand des Turmes, Pf. = Pfeileroberfläche (= Oberfläche des trigonometrischen Signalsteins), Unt. = Unterer Dachrand, Ob. = Oberer Rand = höchster Punkt.

Die Koordinatenrechnung ist nur auf Centimeter geführt, also mit $\pm 0,01^m$, was für den vorliegenden Zweck genügt.

Rechnet man zur Kontrolle von (21) auch noch nach den Formeln (17) und (18), so findet man $\varphi_1 = 52^\circ 22' 20,3192''$ und dann $Y = -403\,93,196 - 1,174 = -403\,94,370^m$, was mit dem früheren (21) hinreichend stimmt.

Dieses ist konformes Y , und wenn man kongruentes y haben will, so hat man noch zu rechnen $\frac{Y^3}{6r^2} = 0,270^m$, was zu dem Vorigen giebt kongruent $y = -403\,94,100^m$.

Also in Zusammenfassung, zugleich für Wasserturm:

	kongruent y	konform Y	$X - 5000\,000 = x$
Ägidius	$-40394,10^m$	$-40394,37^m$	$+804173,29^m$
Wasserturm	$-42663,42$	$-42663,69$	$+803418,07$

Diese Y und x sind in der Tabelle S. 324 eingesetzt.

Auf beschränktem Gebiete kann man die x noch weiter kürzen, etwa durch konstantes Weglassen von $700\,000^m$.

§ 59. Die rechtwinkligen Koordinaten-Systeme des Deutschen Reiches.

Eine Übersicht der Deutschen rechtwinkligen Koordinaten-Systeme, welche zugleich ein gutes Stück Geschichte der Deutschen Vermessungen überhaupt vor Augen führt, haben wir in Fig. 1. S. 326 gebildet.

Im Folgenden haben wir die aus verschiedenen Quellen gesammelten geschichtlichen Angaben über die verschiedenen Landes- und Provinzial-Koordinaten-Systeme zusammengestellt, obgleich unsere Theorien teilweise noch nicht soweit gediehen sind, um alles im Einzelnen zu verstehen. In einem späteren Kapitel wird weiter darüber zu handeln sein, inzwischen genügt die Kenntnis der rechtwinkligen kongruenten (Soldnerschen) Koordinaten (§ 46.) und der rechtwinkligen konformen Koordinaten (§ 50.) zum allgemeinen Verständnis, jedenfalls in geschichtlicher Beziehung.

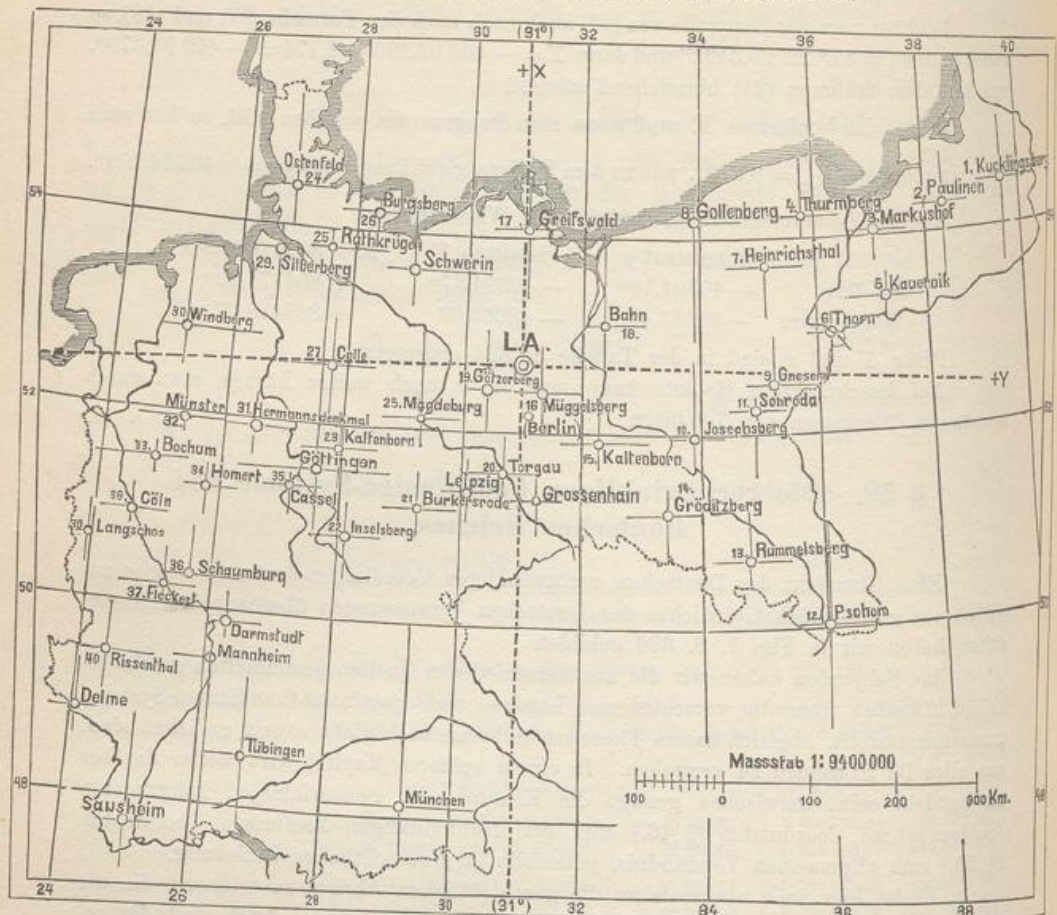
Es ist hier auch nochmals an die geschichtlichen Abrisse zu erinnern, die wir schon im I. Bande, 4. Aufl. 1895, S. 479—551 gegeben haben. Auch sind die geschichtlichen Abschnitte in Jordan-Steppes, „Deutsches Vermessungswesen, 1881“, zuziehen.

Über die rechtwinkligen geodätischen Koordinaten im Allgemeinen ist vorauszuschicken, dass dieselben ohne Zweifel französischen Ursprungs sind, sie wurden schon 1734 von Cassini angewendet, zuerst wohl lediglich als zusammengesetzte rechtwinklige ebene Koordinaten und schrittweise auf kurze Entfernungen geradezu in der Form von ebenen Koordinaten behandelt, und Clairaut erkannte darin den unwillkürlich betretenen Weg zur geodätischen Linie (Helmert, höhere Geodäsie I, S. 240).

Soldner hat in der monatlichen Korrespondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde 11. Band 1805, S. 7—23 eine Abhandlung über die kürzeste Linie auf dem Sphäroide geschrieben, in welcher er auf S. 15—17 auch auf die rechtwinkligen Koordinaten kommt, und als „gewöhnliche Methode den Perpendikel und

Abstand zu finden“, die ebene Rechnung mit $a \sin \alpha$ und $a \cos \alpha$ anführt, so dass also anzunehmen ist, dass Soldners spätere Behandlung der Sache in Bayern sich hieraus entwickelt hat.

Fig. 1.
Die rechtwinkligen Koordinaten-Systeme des Deutschen Reiches.



Bayern.

Das Bayerische Koordinaten-System wurde im Jahr 1810 von Soldner angelegt, mit der Mitte des nördlichen Frauenturms in München als Koordinaten-Ursprung, und dem Meridian dieses Punktes als Abscissen-Axe. Weiteres hierüber giebt das amtliche Werk: „Die Bayerische Landesvermessung in ihrer wissenschaftlichen Grundlage, München 1873“, S. 253.

Dieses System gilt nur für das eigentliche rechtsrheinische Bayern; für die bayerische Pfalz gilt derselbe Nullpunkt Mannheim wie für Baden.

Die eine Bayerische Meridian- x -Axe, welche durch den Münchener Frauenturm geht, war zur Zeit der Anlage dieses Systems, da es sich nur um Messtisch-Aufnahmen in 1:5000 handelte, genügend, und für die Übersichtlichkeit des ganzen nützlich.

Die grössten Ordinaten dieses Systems sind östlich bei Passau $y = 56\,000$ Ruten = 163^{km} und nordwestlich bei Aschaffenburg $y = 64\,000$ Ruten = 187^{km} , was eine Verzerrung $\frac{y^2}{2r^2} = 0,00043$ oder $0,43^{\text{m}}$ auf 1^{km} giebt. Da diese Verzerrung in der Kleinmessung Schwierigkeiten bereitet, hat man sich bis jetzt geholfen durch Einführung von Lokal-Systemen mit schiefen x -Axen, d. h. mit solchen Axen, welche gegen den Meridian des Nullpunkts um die Meridian-Konvergenz verdreht sind.

Vergl. hierzu: „Technische Anleitung zu den trigonometrischen Netz- und Coordinaten-Rechnungen von Dr. J. H. Franke, München 1889“, S. 14 und S. 99. Ferner „Transformation rechtw.-sphär. Coordinaten, Astr. Nachr., 126. Band 1890“, S. 355, System I, und „Korrespondenz-Blatt des bayerischen Geometer-Vereins, Band IX, München Februar 1894“, Nr. 1, „Betrachtungen über das Coordinaten- und Blatt-System der bayerischen Landesvermessung von Dr. J. H. Franke“, S. 1–21.

Da Bayern durch den Übergang von der Messtischzeichnung zu der trigonometrischen Rechnung jetzt Veranlassung hat, zwei neue Axen westlich und östlich von München anzulegen, so wäre das die beste, vielleicht in 100 Jahren nicht so schön wiederkehrende Gelegenheit, unbeschadet der alten Messtischeinteilung, die neuen Axen meridional und mit *konformen* Coordinaten anzulegen.

Württemberg.

Die Sternwarte von Tübingen als Ursprung eines rechtwinkligen Coordinaten-Systems, und der Meridian von Tübingen, als x -Axe, wurde von Bohnenberger schon im vorigen Jahrhundert für seine Karte von Schwaben angenommen, das dabei orientierende Azimut Tübingen-Kornbühl wurde schon 1792 gemessen, und auch bis heute beibehalten, obgleich die Messung von 1819 eine Änderung um $15''$ ergab, so dass also das heutige Württembergische System um $15''$ gegen den Meridian von Tübingen verdreht ist.

Am Anfang dieses Jahrhunderts rechnete Bohnenberger in Württemberg rechtwinklige geodätische Coordinaten schrittweise wie eben, was bei der damaligen Genauigkeit der Messungen auf Minuten genügte. Bohnenberger hat aber auch alsbald die wichtigste Aufgabe, welche sich hieran anschliesst, meisterhaft gelöst, nämlich die Umformung zwischen rechtwinkligen und geographischen Coordinaten und umgekehrt.

In dieser Sache scheint uns Bohnenbergers Verdienst höher zu stehen als Soldners; die wenigen *sin*- und *cos*-Entwicklungen Soldners waren viel leichter als die Formeln zwischen x , y und φ , λ , welche Bohnenberger im Jahre 1802 veröffentlicht und schon vor 100 Jahren angewendet hat, mindestens ebenso gut und teilweise besser als heute 1896 geschieht; und das System im Ganzen, mit rechtwinkligen und geographischen Coordinaten hat Bohnenberger schon vor Soldner gehabt, er berichtet 1826 in seiner Schrift *De computandis dimensionibus etc.* § 16. über seine Formeln für rechtwinklige Coordinaten: „conveniunt cum iis, quibus usus est cel. Soldner in computandis dimensionibus bavaricis“.

Alles, was wir hierüber Geschichtliches finden konnten, haben wir gesammelt und veröffentlicht in Jordan-Steppes, „Deutsches Vermessungswesen, 1882“, I. S. 244 bis 259.

Baden.

Die topographische Vermessung des Grossherzogtums Baden wurde schon frühe auf ein rechtwinkliges Coordinaten-System bezogen, mit der Sternwarte in

Mannheim als Nullpunkt und mit dem Meridian von Mannheim als x -Axe. Das zur Orientierung dienende Azimut Mannheim-Speyer (vgl. § 47. S. 264) ist schon im Jahre 1820 von Nicolai gemessen worden. Die Koordinaten waren früher als eben berechnet; das heutige sphärische rechtwinklige System der badischen Katastervermessung stammt etwa aus der Zeit von 1840; dasselbe wurde von dem Obergeometer Rheiner eingeführt.

Hessen-Darmstadt.

In dem „Gesetz, die Vollendung des Immobilien-Katasters betreffend“ und Instruktion vom 30. Juni 1824, wird in Art. 3. bestimmt: „Sphäroidische Koordinaten, der Meridian von Darmstadt soll hiebei als Hauptaxe angenommen werden“. Über einige Eigentümlichkeiten der Hessischen rechtwinkligen Koordinaten haben wir in Jordan-Steppes, „Deutsches Vermessungswesen“, S. 289, berichtet.

Hannover.

Für die Hannoversche Landesvermessung hat Gauss schon frühzeitig ein rechtwinkliges sphäroidisches konformes Koordinaten-System mit dem Ursprung Göttingen und dem Meridian von Göttingen als x -Axe angeordnet, dessen Theorie wir in erster Näherung in § 50. u. § 58. behandelt haben. Die vollständige Theorie dieses klassischen Koordinatensystems können wir erst in einem späteren Kapitel bringen.

Zur Geschichte dieser Koordinaten entlehnen wir aus dem Berichte von Gäde in der „Zeitschr. f. Verm. 1885“, S. 113, 145, 161, 177, 193, 225 Folgendes:

Im Anschluss an die dänische Gradmessung, welche 1816 von Schumacher begonnen wurde, führte Gauss die geodätischen Messungen des Gradbogens zwischen Göttingen und Altona in den Jahren 1821–1823 aus (Netzbild hiezu giebt unser I. Band, 4. Aufl. 1895, S. 493).

Eine weitere Ausdehnung gegen Westen zum Zweck eines neuen Anschlusses, der ursprünglich nicht projektiert war, erfuhren die Gauss'schen Dreiecke 1824 und 1825. Dabei wurden ausser dem wissenschaftlichen Interesse der Gradmessung sehr frühe auch die Zwecke der Landesvermessung ins Auge gefasst. „Es ist jetzt allgemein anerkannt, dass eine genaue Landesvermessung ohne eine gehörige Triangulierung unmöglich ist“ (Gauss 1824). Im Jahre 1823 hat Gauss eigens auf dem Ägidiumsturm in Hannover, der nicht zu den Gradmessungspunkten gehörte, Winkelmessungen zu topographischen Aufnahmen angestellt. Aus solchen Nebenmessungen erzielte Gauss 1821–1825 über 400 gut bestimmte Punkte, im ganzen wurden es 2600. Diese Punkte wurden nach Koordinaten berechnet und auf die Messtische aufgetragen. „Die Angabe der Lage von einem beliebigen Anfangspunkt (der Göttinger Sternwarte) bis auf wenige Fuss genau, muss als die Hauptausbeute betrachtet werden.“

Am 25. März 1828 wurde die Ausdehnung der Triangulierung über das ganze Königreich befohlen, sie fand ihren Abschluss 1844. (Das Netzbild der Hauptdreiecke mit 89 Punkten im Massstab 1:1 000 000 ist enthalten in „Papens Geogr. Karte des Königreichs Hannover und Herzogtums Braunschweig“.)

Im Jahre 1830 schrieb Gauss: „Späterhin könnte es geraten sein, das Verzeichnis von 2600 Punkten durch den Druck zu veröffentlichen, für den Augenblick noch nicht, erstlich weil eine wissenschaftliche Entwicklung der Zahlen nur in Verbindung mit der Entwicklung der mir eigentümlichen mathematischen Theorien gegeben werden kann, welche ich in etwa 3–4 Abhandlungen zu liefern beabsichtige.“ (Davon sind nur die „Untersuchungen über Gegenstände der höheren Geodäsie“ 1845 und 1846 erschienen.) Der Abschluss der rechnerischen Bearbeitung der Landesvermessung hat sich bis 1848 verzögert. Im Jahre 1859, 4 Jahre nach Gauss' Tode, wünschte das Ministerium die Herausgabe durch den Druck, den aber der Generalstab ablehnte, „weil die Koordinaten nicht nur einen ausserordentlich relativen Wert haben und viele derselben unzuverlässig und gar falsch sind; von solchen müsste das Verzeichnis zuvor gesäubert werden.“

Die Theorie dieser Koordinaten ist der Wissenschaft gerettet worden in dem Werke: „Theorie der Projektionsmethode der Hannoverschen Landesvermessung von Oskar Schreiber, Hauptmann im Königl. Hannov. 1. Jäger-Bataillon Hannover, Hahn'sche Hofbuchhandlung 1866“.

Die Vorrede dieses Werkes von Wittstein (Mai 1866) sagt: Selbst in Hannover, wo auf Grundlage der Gauss'schen Projektion fortwährend topographische Aufnahmen stattgefunden haben, war die Kenntnis der Fundamente dieser Projektion so gut wie verloren gegangen, und man arbeitete nur unter dem Einflusse einer Art von Tradition nach überlieferten Schablonen. Es kam darauf an, die vorhandenen Andeutungen und Bruchstücke aufzusuchen, mit Sorgfalt an dieselben anzuknüpfen, und so den Versuch zu wagen, die analytischen Entwicklungen, welche Gauss schon besessen haben muss, vollständig wieder ins Leben zu rufen.

Bald darauf erschien auch: „Allgemeines Koordinaten-Verzeichnis als Ergebnis der Hannover'schen Landesvermessung aus den Jahren 1821–1844, abgedruckt zum Zwecke der Benützung bei den Vermessungsarbeiten zur Vorbereitung der anderweitigen Regelung der Grundsteuer, Hannover 1868“, Druck von Wilh. Riemschneider, mit einer Einleitung von Wittstein, enthaltend die wichtigsten Koordinaten-Formeln mit Gliedern von der Ordnung $1:r^2$ einschliesslich.

Inzwischen war Hannover preussisch geworden, und man dachte daran, die Gauss'schen Koordinaten auch zur Katastervermessung zu benützen, welche bisher markungsweise mit Kette und Bussole u. dergl. gemacht worden war.

Dabei verfiel man aber auf den Gedanken, die Koordinaten nach der politischen Kreis-Einteilung des Landes in 31 Partialsysteme zu zerstückeln. Wittstein hatte für die 31 neuen Nullpunkte die Meridian-Konvergenzen und Vergrößerungs-Coëfficienten m zu berechnen, und darnach wurden die Partialsysteme umgerechnet. Die Stadt Hannover bekam den neuen Nullpunkt Osterwald, dessen Reduktionsformeln in unserem II. Bande, 3. Aufl. 1888, S. 196–197 mitgeteilt sind.

Katastersekretär Clotten in Hannover (gestorben etwa 1887), welcher über die Vermessungen im ehemaligen Königreich Hannover mehreres geschrieben hat (Zeitschr. f. Verm. 1881, S. 22, 292, 376, 425, 445 und 1882 S. 22, 256) hat uns früher manches über die Übergangszeit nach 1866 mitgeteilt. Da man in der konformen Projektion in jedem Punkte einen Vergrößerungsfaktor $m = 1 + \frac{y^2}{2r^2}$ berechnen kann, scheint man geglaubt zu haben, dass man bezirksweise solche Reduktions-Coëfficienten rechnen und benützen müsse, und dieser Irrtum kann der Grund für jene Zerlegung des Gauss'schen Systems in 31 Partialsysteme gewesen sein, indem man dann mit der Zerlegung soweit ging, bis man glaubte, jene $1 + \frac{y^2}{2r^2}$ hinreichend genau = 1 setzen zu können.

Die 31 konformen Partialsysteme wurden 1879 wieder abgeschafft, und durch neue Systeme nach süddeutscher (Soldnerscher) Art ersetzt, mit den Nullpunkten 27. Celle, 28. Kaltenborn, 29. Silberberg, 30. Windberg u. s. w.

Als Hannoveraner hätten wir gewünscht, die alte klassische Göttinger Axe (schon aus Pietät gegen Gauss) zu erhalten und dadurch in der Übergangszeit 1880 bis 1890 viele Umrechnungsmühe zu ersparen, und später eine durchgreifende Kritik der alten Koordinaten zu ermöglichen. Östlich von dem Göttinger Meridian sind Ordinaten von nur etwa 70^{km} Länge, mit Ausnahme des Kreises Dannenberg in der nordöstlichen Ecke, der aber von dem 9^{ten} nach Osten verschobenen System 27. Celle auch ausgeschieden und dem System 23. Magdeburg zugeteilt ist. (Vgl. „Zeitschr. f. Verm. 1896“, S. 197–199.)

Kurhessen.

Die Triangulierung von Gerling hatte ursprünglich kein rechtwinkliges Koordinaten-System, dagegen wurden die Längen und Breiten aller 48 Hauptpunkte im Anschluss an Göttingen berechnet (Gerling, „Beiträge zur Geographie Kurhessens, Cassel 1839“, S. 200–204). An diese geographischen Koordinaten wurden dann von

den Kataster-Behörden rechtwinklige Partial-Systeme angeschlossen, mit dem Kirchthurm der jeweiligen Gemarkung als Ursprung und dem Meridian des jeweiligen Kirchthurms als x -Axe. Wo der Anschluss an die Haupt-Triangulierung fehlte, mass man eine kleine Basis mit Messlatten und ein Azimut durch korrespondierende Sonnenhöhen, für jede Gemarkung besonders.

Als um das Jahr 1853 die General-Katastervermessungen in den Provinzen Hanau und Fulda ausgeführt und auf das übrige Hessen ausgedehnt werden sollten, wurden die geographischen Coordinaten der für Kataster-Vermessungen brauchbaren trigonometrischen Punkte in rechtwinklige sphärische Coordinaten für den Indifferenzpunkt Cassel, Martinsturm, umgerechnet (mit Erddimensionen nach Walbeck, vgl. S. 334).

(Vorstehendes ist zusammengestellt aus gütiger Mitteilung von Herrn Landesvermessungsrat Kaupert, sowie Gehrmann, in Jordan-Steppes, „Deutsches Vermessungswesen II.“, S. 105.)

Thüringen-Gotha.

In einer Schrift „Über die Ergänzung der topographischen Aufnahme und Kartierung von Deutschland in Bezug auf Thüringen, von C. Frhrn. von Gross, Kammerherrn etc., Weimar 1848“ ist auf S. 33–72 eine von dem Astronomen und Geodäten Hansen in Gotha verfasste „Instruktion für die Ausführung der Triangulation“ veröffentlicht, welche in mancher Beziehung interessant ist, und in Hinsicht auf Coordinaten eine Meridian- x -Axe annimmt, von welcher die geographischen Längen nach Osten $+10'$, $+20'$ u. s. w., nach Westen $-10'$, $-20'$ u. s. w. gezählt werden. Auf diesem Meridian ist die Polhöhe $50^\circ 36'$ als Nullpunkt für die Abscissen x bestimmt. Die rechtwinkligen Coordinaten werden zuerst genähert als *eben* berechnet,

§, η , S. 51, worauf noch Korrekturen von der Ordnung $\frac{s^3}{2r^2}$ (S. 53 $\varrho' = \frac{1}{2r^2}$) hinzukommen, wodurch Coordinaten x , y erhalten werden, „auf der krummen Oberfläche der Erde, jedoch in einem etwas anderen Sinne, wie man diese Coordinaten früher aufgefasst hat“ (S. 53). Die Theorie dieser Coordinaten wird nicht mitgeteilt, die angegebenen Formeln (S. 53) sind in Bezug auf x und y symmetrisch (was bei den Soldnerschen und Gauss'schen Formeln nicht der Fall ist) und können durch Zufügung weiterer einfacher Glieder ebenfalls von der Ordnung $\frac{s^3}{r^2}$ (S. 72) in die rechtwinkligen ebenen Coordinaten der stereographischen Projektion übergeführt werden.

Nach neuesten Mitteilungen über die Thüringischen Vermessungen ist diese Hansensche Instruktion von 1848 mit ihren eigenartigen Coordinaten xy nur Entwurf geblieben.

Nassau.

Das Herzogtum Nassau hat etwa um 1855 ein rechtwinkliges System mit dem Ursprung Schaumburg nach Soldners Theorie angenommen. (Weiteres s. „Zeitschr. f. Verm. 1882“, S. 315–316 und I. Band, 4. Aufl. 1895, S. 535.)

Preussen, Landesaufnahme.

In Preussen sind sehr lange die Punkte nur nach geographischen Coordinaten berechnet worden.

Bessel hat sich mit der Frage der Coordinaten gelegentlich beschäftigt, aber in „astr. Nachr., 1. Band Nr. 3 vom Dezember 1821“ nur die *ebenen* Coordinaten

„das Resultat der Formeln $x = s \sin \alpha + \dots$ und $y = s \cos \alpha + \dots$ “ in Betracht gezogen, wie in der „Bayerischen Landesvermessung“ S. 253 bemerkt wird.

Eine lithographierte „Instruktion für die topographischen Arbeiten des Königl. Preussischen Generalstabes“ von dem Chef des Generalstabes der Armee von Müffling, Berlin den 15. Januar 1821, giebt für Berechnung geographischer Coordinaten die nötigen Gebrauchsformeln, welche entsprechend sind einer Abhandlung von Soldner „Über die kürzeste Linie auf dem Sphäroide“ in der monatlichen Korrespondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde 1805, S. 7–23.

Die Einführung rechtwinkliger Coordinaten in die Preussischen Generalstabsmessungen geschah erst nach 1870 durch General Schreiber, welcher die Sache auch in die Öffentlichkeit gebracht hat durch eine autographierte Schrift „Rechnungsvorschriften für die trigonometrische Abteilung der Landesaufnahme vom 8. September 1877“, welche er zur Verfügung stellte für das Werk Jordan-Steppes, „Deutsches Vermessungswesen, I. Band 1882“, S. 151–164. Dort findet sich auch auf S. 103 bis 121 eine nach Schreiberschen Angaben von uns bearbeitete Darstellung der Rechnungsvorschriften für geographische Coordinaten, deren Gebrauchsformeln und Tabellen schon in unserem Citate auf § 39, S. 228 erwähnt sind. Was die von Schreiber eingeführten rechtwinkligen Coordinaten betrifft, so beruhen sie auf einer konformen Doppelprojektion, nämlich zuerst konforme Projektion des Ellipsoids auf die Kugel nach Gauss' Untersuchungen über Gegenstände der höheren Geodäsie, erste Abhandlung 1843, und dann konforme Projektion der Kugel auf die Ebene, deren erste Näherungen wir bereits in § 50.–52. behandelt haben. Alles weitere hierüber auf ein späteres Kapitel versparend, müssen wir hier nur noch zur allgemeinen Orientierung folgendes bemerken:

Die geographischen Längen und Breiten, welche die trigonometrische Abteilung der Landesaufnahme veröffentlicht, stützen sich alle auf *einen* Fundamentalpunkt, die Sternwarte Berlin, bzw. deren Übertragung auf den benachbarten Triangulierungspunkt Rauenberg, woselbst auch ein die ganze Landesaufnahme orientierendes Azimut Marien-turm bestimmt wurde. Die hiefür noch heute benützten Annahmen wurden im Jahre 1859 gemacht, und insbesondere dabei die geographische Länge der Sternwarte $= 31^\circ 3' 41,25''$ östlich von Ferro (d. h. $11^\circ 3' 41,25''$ östlich von Paris) angenommen. Nach neueren telegraphischen Bestimmungen ist diese Länge erheblich anders, nämlich $31^\circ 3' 28,30''$, oder um $12,95''$ kleiner als die Annahme von 1859.

Diesen Betrag $12,95''$ müsste man an allen Längenangaben der Landesaufnahme abziehen, wenn man dieselben mit neueren astronomischen Bestimmungen in Übereinstimmung bringen wollte. Indessen kämen dann noch viele andere Reduktionen für Lotabweichungen u. s. w. hinzu, und für die Feld- und Landmessung, wo es sich immer nur um Differenzen geographischer Längen handelt, kommt eine konstante Verschiebung überhaupt nicht in Betracht.

Die astronomischen Bestimmungen auf dem Fundamentalpunkt Rauenberg bei Berlin, insbesondere das für die Landesaufnahme massgebende Orientierungs-Azimut daselbst, sind in neuerer Zeit wiederholt worden, und es hat das Azimut gegen früher die Differenz $3,88''$ ergeben. („Veröffentlichung des K. Preuss. geodätischen Instituts, astronomisch-geodätische Arbeiten I. Ordnung“, Berlin 1889, S. 186.)

Hiezu ist auch noch anzuführen: von Schmidt, „Projektionsmethode der trigonometrischen Abteilung der preussischen Landesaufnahme“, Zeitschr. f. Verm. 1894 S. 385–401 und 409–418, mit Fundamentalzahlen S. 386–387. Das konforme

System der Landesaufnahme hat als x -Axe den Meridian von 31° Länge (Berlin). Als Nullpunkt dient der Punkt mit der Breite $52^\circ 42' 2,53251''$, entsprechend der Breite $52^\circ 40'$ auf der Gaußschen konformen Kugel, der mittlere Krümmungshalbmesser A dieser Breite ist gegeben durch $\log A = 6.805\,0274\,003$. Die Ordinaten gehen westlich bis $y = 540^{\text{km}}$ bei Metz und östlich bis $y = 622^{\text{km}}$ bei Lyck. Die Verzerrungsverhältnisse sind daher sehr bedeutend; wie aus der Hilfstafel Seite [46] des Anhangs zu sehen, geht $\log m$ bis 0.002 oder m selbst bis 1,0046 oder $4,6^{\text{mm}}$ auf 1^{m} , so dass schon die Excentricitäten bei excentrischen Theodolit-Aufstellungen und ähnliche örtliche Masse dem Verhältnis m entsprechend reduziert werden müssen. Aus diesem Grunde, d. h. seiner Grösse wegen, ist dieses System zur unmittelbaren praktischen Anwendung nicht geeignet, es findet seinen Hauptzweck in dem Zusammenhalt der Triangulierungen I.—II. Ordnung.

Innerhalb eines schmalen Streifens von etwa 100^{km} links und rechts vom Berliner Meridian könnten aber die konformen Koordinaten der Landesaufnahme unmittelbar praktisch benützt werden.

Preussen, Katastervermessung.

Auch in der Preussischen Katastervermessung haben die rechtwinkligen Koordinaten-Systeme grösserer Ausdehnung verhältnismässig spät Eingang gefunden.

In der Broschüre von General Baeyer „Mein Entwurf zur Anfertigung einer guten Karte u. s. w., Berlin 1868“, welche für die geschichtliche Entwicklung des Preussischen Vermessungswesens die beste Quelle ist, werden die rechtwinkligen Koordinaten-Systeme, welche damals schon seit einem halben Jahrhundert sich in Süddeutschland bewährt hatten, nicht erwähnt. (Auch eine Notiz in unserem I. Bande, 4. Aufl. 1895, S. 529 mag hier zugezogen werden.)

Die „Anweisung vom 7. Mai 1868 für das Verfahren bei den Vermessungsarbeiten in den Provinzen Schleswig-Holstein, Hannover und Hessen-Nassau, zweite Ausgabe, Berlin 1870“, sagt in § 40. S. 35: „Zum Zwecke des weiteren Gebrauchs der trigonometrischen Messungen ist die Lage der Dreieckspunkte gegeneinander nach rechtwinkligen Koordinaten zu berechnen, welche auf die wirkliche Mittagslinie eines nach der Bestimmung des Katasterinspektors hiezu zu wählenden geeigneten Punktes zu beziehen sind.“

Über die rechtwinkligen Koordinaten-Systeme in den Preussischen Rheinlanden haben wir folgende Mitteilung von F. G. Gauss in Jordan-Steppes, „Deutsches Vermessungswesen 1881“, S. 165:

Durch die Instruktion vom 12. März 1822 wurde allgemein eingeführt, dass die Detailnetze durch Netze höherer Ordnung miteinander verbunden, sowie dass die Dreiecksseiten derselben aus Seiten I. Ordnung abgeleitet und nach diesen orientiert wurden.

Für sämtliche Punkte sollten rechtwinklige Koordinaten berechnet werden, welche sich für die Punkte I. Ordnung auf den Kölner Dom und dessen Meridian, für die Punkte II. bis IV. Ordnung auf einen passenden, in dem betreffenden Distrikt liegenden Punkt I. Ordnung und dessen Meridian beziehen sollten. Hiervon ist abgewichen worden, indem für die Punkte II. bis IV. Ordnung nicht der Meridian des als Ausgangspunkt für die Koordinaten benützten Punktes I. Ordnung, sondern die durch diesen gelegte Parallele zum Meridian von Köln als Abscissenaxe angenommen und die ohne Berücksichtigung der Erdkrümmung berechneten Koordinaten durch Addition derselben zu denen des Ausgangspunktes sämtlich *nominell* auf den Kölner Dom bezogen wurden. Thatsächlich bestand demnach aber auch ferner eine grössere Zahl von Koordinaten-Systemen. Der Umfang derselben richtete sich nach der Einteilung der Arbeitsbezirke und war sehr verschieden von einzelnen Gemeindebezirken bis zu einigen Kreisen. Für die Punkte, welche in mehreren

Systemen vorkamen, wurden in jedem System andere Abstände vom Meridian und Perpendikel des Kölner Doms berechnet, da die Berechnung der Coordinaten, als in der Ebene liegend, die gegenseitige Übereinstimmung der Bezifferung nicht ermöglichte.

In den östlichen Provinzen Brandenburg, Pommern, Sachsen, Schlesien, Posen, Preussen sind vor 1876 keine umfangreichen genauen Parzellaraufnahmen ausgeführt worden, allgemeine Coordinaten-Systeme waren nicht vorhanden.

In dem Werke F. G. Gauss, „die trig. und polygon. Rechnungen der Feldmesskunst 1876“, S. 297—301 werden die Soldnerschen Coordinaten nach süddeutschen Quellschriften erwähnt und ein Zahlenbeispiel mit dem Nullpunkt Berlin Marienkirchturm gegeben.

Denselben Nullpunkt Marienkirche hatte auch die Stadtvermessung von Berlin vorläufig; die Coordinaten wurden aber transformiert auf den Nullpunkt Rathhausturm, welcher für die Stadtvermessung beibehalten wurde. (Zeitschr. f. Verm. 1881, S. 14.)

Die „Anweisung IX. vom 25. Oktober 1881, für die trigonometrischen und polygonometrischen Arbeiten bei Erneuerung der Karten und Bücher des Grundsteuerkatasters, Berlin 1881“, giebt in dem Anhang S. 337—351 die „Bestimmungen vom 29. Dezember 1879 über den Anschluss der Spezial-Vermessungen an die trigonometrische Landes-Vermessung“. Dadurch werden 40 Coordinaten-Nullpunkte festgestellt, die wir in unserer Übersichtskarte S. 326 aufgezeichnet haben.

Oldenburg.

Als Nullpunkt des rechtwinkligen Coordinaten-Systems dient der Schlossturm zu Oldenburg, der durch diesen Punkt gelegte Meridian dient als Abscissenaxe mit $+x$ nach Süden, $-x$ nach Norden, und entsprechend wird $+y$ nach Westen und $-y$ nach Osten gezählt.

Über die durch Güte der Herren Vermessungs-Inspektor Treiss und Vermessungs-Direktor Scheffler in Oldenburg erhaltenen geodätischen Schriften von 1836 und von 1838 haben wir bereits in Band I, 4. Aufl. 1895, S. 537—539 berichtet, und um nicht wiederholen zu müssen, verweisen wir auf jene erste Mitteilung, welche aber in Hinsicht auf die Art der rechtwinkligen Coordinaten noch nicht zu einem Schluss-ergebnis gelangen konnte.

Inzwischen haben wir auch noch die geographischen Coordinaten zugezogen mit Rücksicht auf die dabei benützten Erddimensionen. Es ist nämlich in dem Werke „Ergebnisse der 1835—1837 ausgeführten Triangulierung des Herzogtums Oldenburg, abgeleitet aus der Hannoverschen Gradmessung“ auf S. 1 angegeben: „Bei allen Rechnungen ist unterstellt worden, dass unsere Erde ein Ellipsoid, das Abplattungsverhältnis $= 1:302,78$, der mittlere Erdmeridiangrad $= 57009,76$ Toisen sei“.

Dieses sind die bekannten Walbeckschen Erddimensionen, welche wir schon in der Einleitung § 1. S. 8—9 erwähnt haben, und es kam nun die Aufgabe, dieselben zur Coordinatenrechnung herzurichten. Dazu haben wir zuerst berechnet:

$$\text{Meridianquadrant } Q = 10\,000\,268,30^m, \log Q = 7.0000117,$$

dann nach § 35. S. 215, Gleichung (24 b) und Tabelle unten:

$$\text{mit } \alpha = 1:302,78, \log a = 6.804\,6093.$$

$$\text{Dazu auch } \log b = 6.803\,1726, \log c = 6.806\,0460$$

$$e^2 = 2\alpha - \alpha^2, \log e^2 = 7.819\,1850, \log e'^2 = 7.822\,0585$$

$$\log(1 - e^2) = \log \frac{1}{1 + e'^2} = 9.997\,1265$$

Dann eine Tabelle der $\log [1]$ und $\log [2]$ nach S. 230:

Hilfstafel für Walbecks Erddimensionen.

φ	$\log \frac{\rho}{M} = \log [1]$		$\log \frac{\rho}{N} = \log [2]$	
52° 30'	8.509 9797	—	8.508 9126	—
52° 40'	509 9676	121	508 9086	40
52° 50'	509 9556	120	508 9046	40
53° 0'	509 9435	121	508 9006	40
53° 10'	509 9314	121	508 8965	41
53° 20'	509 9194	120	508 8925	40
53° 30'	509 9074	120	508 8885	40
53° 40'	500 8953	121	508 8845	40

Damit berechneten wir ein Dreieck Crapendorf-Windberg-Quekenberg, dessen Lage auf unserem Netzbilde von § 21. S. 129 insofern angegeben ist, als die Punkte Windberg und Quekenberg dort im westlichen Teile geradezu vorkommen, und Crapendorf ungefähr in der Gegend von Cloppenburg angenommen werden kann.

Aus den geographischen Koordinaten dieser drei Punkte, welche bereits in unserem I. Bande, 4. Aufl. 1895, S. 538 angegeben sind, haben wir die Berechnung nach den sphäroidischen Mittelbreitenformeln unseres späteren § 77. (aber mit den [1] und [2] nach Walbecks Erddimensionen) gemacht und folgende Entfernungen und Azimute gefunden:

	$\log S$	Azimut	Winkel
1. Crapendorf			
Quekenberg	4.587 4672	209° 17' 7,07"	
Windberg	4.535 6446	277 1 53,18	67° 44' 46,11"
2. Windberg			
Crapendorf	4.535 6446	96° 37' 40,47"	
Quekenberg	4.611 1920	117 49 42,35	61° 12' 1,88"
3. Quekenberg			
Crapendorf	4.587 4672	29° 3' 48,39"	
Windberg	4.611 1930	338 0 33,23	51° 3' 15,16"
			180° 0' 3,15"

Die Winkelsumme 180° 0' 3,15" stimmt auch, wenigstens innerhalb 0,1" mit dem sphärischen Excess, und die $\log S$ stimmen mit den Sinus der Winkel wenigstens bis zur 6ten Stelle genau, die Rechnung mag also innerhalb der hier nötigen Genauigkeit als stimmend gelten. Nun haben wir aus den rechtwinkligen Koordinaten, die ebenfalls schon in Band I, 4. Aufl. 1895, S. 538 mitgeteilt sind, die Entfernungen zweifach berechnet, erstens unter der Annahme, dass die rechtwinkligen Koordinaten kongruent nach Soldner und zweitens dass dieselben konform nach Gauss seien; Folgendes ist die Vergleichung:

Dreiecksseite	$\log S_0$ Oldenburg	$\log S_1$ aus φ und λ	$\log s$ eben	$\log S'$ Soldner	$\log S''$ konform
1. Windberg-Quekenberg	4.611 1937	4.611 1930	4.611 2004	4.611 1933	4.611 1922
2. Crapendorf-Quekenberg	4.587 4703	4.587 4672	4.587 4690	4.587 4668	4.587 4662
3. Windberg-Crapendorf	4.535 6451	4.535 6446 $= \log S'$	4.535 6443	4.535 6442 $= \log S_1$	4.535 6401

Die Oldenburgischen $\log S_0$ sind entnommen aus dem Generalbericht für die mitteleuropäische Gradmessung für 1865, Seite 26, Dreieck Nr. VIII, mit dem Verwandungslogarithmus 0.575 9082 zum Übergang von Preussischen Ruten in Meter. Dort sind auch die Dreieckswinkel angegeben, bis zu 1" abweichend von unseren aus φ , λ rückwärts berechneten Winkeln.

Bleiben wir nun bei den vorstehenden Seitenvergleichen stehen, so stimmen am besten $\log S_1$ und $\log S'$ unter sich, und — soweit aus diesen wenigen Vergleichen Schlüsse gezogen werden dürfen — müsste man nun annehmen, dass die Oldenburgischen Koordinaten bereits in den Jahren 1835 und 1836 dieselben waren, wie die gleichzeitigen Bayerischen und Württembergischen Koordinaten von Soldner und Bohnenberger.

Mecklenburg.

Mecklenburg ist zur Zeit der einzige Staat in Deutschland, der die Vorteile der Konformität bis zu den Katasterkarten sich nutzbar gemacht hat. Dort ist das konforme Prinzip praktisch geodätisch in I.—III. Ordnung der Triangulierung erhalten geblieben durch den mecklenburgischen Geodäten Paschen, welcher als unmittelbarer Schüler von Gauss auf der Universität Göttingen in die feinen geodätischen Ideen des Meisters eingeweiht wurde und in sein Heimatland Mecklenburg zurückgekehrt, das Gelernte zur Anwendung gebracht hat, in einer von der hannoverschen abweichenden, der geographischen Erstreckung von West nach Ost angepassten Form.

Es ist die konforme Kegelprojektion mit Berührung nach dem Mittelparallel des Landes in der Breite $P = 53^\circ 45'$, und entsprechend ist das Koordinatensystem so angelegt, dass die x -Axe in dem Meridian des Schlossturmes von Schwerin liegt und die y -Axe rechtwinklig dazu in der Breite $53^\circ 45'$. Allerdings wurde dazu noch eine Verschiebung der x um den konstanten Betrag 13919,812^m vorgenommen, um den Nullpunkt in den Schweriner Schlossturm selbst zu verlegen, aber das hat nur formelle Bedeutung; denn in allen Fällen theoretischer Rechnung mit den Mecklenburgischen Koordinaten muss man die ursprünglichen von der Breite $53^\circ 45'$ aus gerechneten Abscissen x benutzen. Die Linear-Verzerrung ist in erster Näherung übereinstimmend mit derjenigen des Gauss'schen konformen Systems, nämlich in Mecklenburg $m = 1 + \frac{x^2}{2r^2}$ entsprechend dem Gauss'schen $1 + \frac{y^2}{2r^2}$, weil die x an Stelle der y treten, und ebenso gehen auch die übrigen Formeln von § 50. in erster Näherung in die Mecklenburgischen Formeln über, wenn man überall x und y vertauscht.

In Hinsicht auf die Verzerrung $m = 1 + \frac{x^2}{2r^2}$ hat aber Mecklenburg durch einen kleinen Kunstgriff den Maximalwert auf die Hälfte reduziert, indem ein Zwischenwert

eingeschaltet wurde gleich der Hälfte des Maximalwertes, und da bei der Ausdehnung von $0^{\circ} 45'$ in der Breite oder $82,5^{\text{km}}$ von dem Normalparallel nach Süden und nach Norden der Maximalwert $\log m = 0.0000371$ beträgt, was $85,4^{\text{mm}}$ auf 1^{km} entspricht, so ist die lineare Maximalverzerrung durch jene Verschiebung in ganz Mecklenburg auf den Maximalwert von rund 4^{cm} auf 1^{km} beschränkt worden.

Die Theorie der Mecklenburgischen Projektion können wir erst in einem späteren Kapitel dieses Bandes behandeln; das amtliche Werk hierüber ist:

Grossherzoglich Mecklenburgische Landes-Vermessung. V. Teil. Die konforme Kegelprojektion und ihre Anwendung auf das trigonometrische Netz I. Ordnung. Herausgegeben im Auftrage der Grossherzoglichen Ministerien des Innern und der Finanzen, Abteilung für Domänen und Forsten, von Dr. W. Jordan, Professor an der technischen Hochschule in Hannover, Karl Mauck, Kammeringenieur in Schwerin, R. Vogeler, Kammeringenieur in Schwerin. Mit einer lithographischen Netzkarte. Schwerin 1895. Zu beziehen durch die Stiller'sche Hofbuchhandlung (J. Ritter).

Vgl. hierzu auch „Zeitschr. f. Verm. 1896“, S. 257—263.

Sachsen.

Im Bereiche des Königreichs Sachsen sind auf unserer Übersichtskarte zwei Punkte, Grossenhain und Leipzig eingetragen, und zwar nach einer Mitteilung von Nagel vom 5. Mai 1889, wonach als eigentlicher Nullpunkt für Sachsen der Pfeiler für den Basis-Zwischenpunkt ist, welcher den Namen Grossenhain führt. Der Pfeiler B. Leipzig auf der Pleissenburg in Leipzig gilt nur als Koordinatenanfang für die Leipziger Stadt-Vermessung.

Dabei hat man in Sachsen (nach Mitteilung von Fuhrmann in der „Zeitschr. f. Verm. 1894“, S. 266—270) noch eine Art Lokal-Systeme angenommen, in welchen bezirksweise wie eben gerechnet werden kann, aber mit dem Opfer des Zusammenschlusses im Ganzen.

Elsass-Lothringen.

Für die Kataster-Vermessung von Elsass-Lothringen wurden zwei Koordinaten-Nullpunkte angenommen, Delme und Sausheim, worüber eine erste Mitteilung von Vermessungs-Kontrolleur Rodenbusch gemacht wurde in der „Zeitschr. f. Verm. 1888“, S. 545—552. Die amtlichen Angaben hierzu sind enthalten in dem Werke: „Anweisung vom 30. Januar 1889 für das Verfahren bei der Stück-Vermessung von Gemarkungen zum Zwecke der Errichtung von Kataster-Urkunden, Strassburg 1889“, S. 9.

Schlussbetrachtung.

Die Übersichtskarte der deutschen Koordinaten-Systeme und der Rückblick auf ihre allmähliche Entstehung zeigen beide ein treues Abbild der ungleichen politischen Entwicklung der einzelnen Staaten unseres Vaterlandes.

In geodätischer Beziehung haben wir diese Ungleichheit in der Vergangenheit nicht zu beklagen. Aus der 100jährigen Arbeit der *Bohnenberger*, *Soldner*, *Rheiner*, *Schleiermacher*, *Gauss*, *Paschen*, *Schreiber*, und wie sie alle heissen, ist eine solche Fülle von Erfahrungen verfügbar geworden, dass wir heute, um das richtige zu treffen, fast keine eigene Arbeit mehr aufzuwenden, sondern nur noch richtig auszuwählen brauchen.

Die Koordinaten-Systeme unserer Landesvermessungen sind von grundlegender Bedeutung für die Vermessungen selbst, für die mathematische Festlegung und für

die zeichnerische Darstellung der Vermessungs-Ergebnisse, und aus diesem Grunde ist der Wert und die Dauer einer Landesvermessung zum grössten Teil durch die mehr oder weniger gute Wahl eines Coordinaten-Systems bedingt.

Eine für die ganze Erde zu Land und zu Wasser gültige Art der Punktbestimmung durch geographische Coordinaten (geogr. Breiten und Längen) ist auch bei den Landesvermessungen immer angewendet worden, und in manchen Vermessungen wurden die geographischen Netzlinsen für Längen und Breiten als einziger mathematischer Zusammenhalt genommen.

Allein diese geographischen Netzlinsen liegen dem Feld- und Landmesser, der im Kleinen misst, zu fern, sie passen nicht in sein tägliches Geschäft mit rechten Winkeln, denn die Meridiane eines Landes sind zwar für das Feldmessen als Gerade zu betrachten, aber sie sind unter sich nicht parallel, und die Parallelkreise sind nicht gerade.

Der Feldmesser muss *rechtwinklige* Coordinaten haben, und zwar solche, die auf die Erdkrümmung Rücksicht nehmen und den Übergang zwischen der Kleinvermessung und den höheren geodätischen Rechnungen mit geographischen Coordinaten vermitteln.

In dieser Beziehung haben die süddeutschen Landesvermessungen, namentlich Bayern und Württemberg unter Soldner und Bohnenberger am Anfang dieses Jahrhunderts bahnbrechend gewirkt, die Systeme jener Vermessungen waren nachahmungswert, so lange man nichts Besseres hatte.

Das ist nun aber der Fall seit 1866, da die Gauss'sche konforme Projektion durch Wittstein-Schreiber der Öffentlichkeit übergeben ist; und im nächsten Jahrhundert wird die konforme Projektion nach Gauss'schem Prinzip ebenso unbestritten als zweckmässigste für Landesvermessungen und Katasteraufnahmen gelten, wie heute die vor kaum 2 Jahrzehnten noch für „unausführbar“ erklärte Gauss'sche Ausgleichung der Kataster-Dreiecksmessungen.

Zwischenbemerkung.

Mit den geographischen Coordinaten sind wir so weit in der Theorie der Geodäsie gelangt, als zum praktischen Verständnis unserer deutschen Landesvermessungen im Ganzen nötig ist.

Für weitergehende Zwecke ist nun der richtige Weg zur geodätischen Linie vorgezeigt, welche in unserem nächsten Kapitel VI. behandelt werden wird.

Wenn nun trotzdem noch in diesem Kapitel V. eine Anzahl rein sphärischer Aufgaben abgehandelt wird, so hat das den Zweck der Vorbereitung von späteren sphäroidischen Aufgaben.

Eine Aufgabe spielt dabei eine durchlaufende Rolle, nämlich Herstellung der Beziehungen zwischen den geographischen Coordinaten zweier Punkte einerseits und der Entfernung nebst den Azimuten ihrer Verbindungslinie andererseits, oder umgekehrt, in verschiedenem Zusammenhang.

Wir haben dieses früher „Hauptaufgabe der höheren Geodäsie“ genannt, werden aber nun das mehr bezeichnende Wort „*Polardreieck*“ anwenden.

Das Polardreieck spielt in der Geodäsie eine gleich wichtige Rolle wie das astronomische oder nautische Dreieck (Pol-Zenit-Stern) in der praktischen Astronomie. Auch eine von Gauss gebrauchte Bezeichnung T oder t für das Azimut und dann auch für Richtungswinkel der Geodäsie scheint auf jene Verwandtschaft hinzudeuten, indem das Azimut in dem geodätischen Polardreieck dem Stundenwinkel t des astronomischen Dreiecks entspricht.

§ 60. Das sphärische Polar-Dreieck.

Wir knüpfen nochmals an den früheren § 56. an und setzen auch die Fig. 1. von S. 312 nochmals her.

Jordan, Handb. d. Vermessungskunde. 4. Aufl. III. Bd.