Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1896

§. 74. Reihen-Entwicklungen nach Potenzen von s.

urn:nbn:de:hbz:466:1-83087

Ein Beispiel, das zwischen den beiden vorhergehenden liegt, ist von den Mecklenburgischen Geodäten als Kontroll-Diagonale über das ganze Land gerechnet worden. („Zeitschr. f. Verm." 1896, S. 240—242). Dasselbe giebt mit den Bezeichnungen von Fig. 1. folgendes:

III. Mecklenburgische Diagonale.

$$\left.\begin{array}{lll}
\varphi = 53^\circ\ 0' & \varphi' = 54^\circ 30' & l = 3^\circ 30' \\
\dfrac{\varphi'+\varphi}{2} = 53^\circ 45' & \varphi' - \varphi = \ 1^\circ 30' & l = 12\,600'' \\
\dfrac{\alpha'+\alpha}{2} = 54^\circ\ 8'\,20{,}77402'' & \alpha' - \alpha = 2^\circ 48'\,23{,}18112'' & \\
\dfrac{\alpha'-\alpha}{2} = \ 1^\circ 24'\,41{,}59056'' & \log s = 5.454\,5946{\cdot}712 & \\
\hline
\alpha' = 55^\circ 33'\ \ 2{,}36458'' & s = 284\,835{,}8642^{m} & \\
\alpha = 52^\circ 43\ 39{,}18346'' & &
\end{array}\right\} \quad (3)$$

Ein kleines Beispiel, mit nicht runden Zahlen, nehmen wir aus Bohnenbergers Triangulierung von Württemberg:

IV. P = Hornisgrinde. *P' = Tübingen.*

$$\left.\begin{array}{ll}
\varphi = 48^\circ 36'\,21{,}8966'' & \varphi' = 48^\circ 31'\,12{,}4000'' \\
\multicolumn{2}{c}{l = 0^\circ 50'\,55{,}5537'' = 3055{,}5537''} \\
\alpha = 98^\circ 21'\,29{,}9583'' & \alpha' = 98^\circ 59'\,40{,}6800'' \\
\log s = 4.801\,8443{\cdot}0 & s = 63\,364{,}218^{m}
\end{array}\right\} \quad (4)$$

Endlich nehmen wir noch ein grösseres Beispiel mit nicht runden Zahlen, welches auch schon anderwärts mehrfach benützt worden ist.

V. P = Berlin. *P' = Königsberg.*

$$\left.\begin{array}{ll}
\varphi = 52^\circ 30'\,16{,}7'' & \varphi' = 54^\circ 42'\,50{,}6'' \\
\multicolumn{2}{c}{l = 7^\circ 6'\,0'' = 25\,560''} \\
\alpha = 59^\circ 33'\,0{,}6892'' & \alpha' = 65^\circ 16'\,9{,}3650'' \\
\log s = 5.724\,2591{\cdot}353 & s = 529\,979{,}578^{m}
\end{array}\right\} \quad (5)$$

§ 74. Reihen-Entwicklungen nach Potenzen von *s*.

(Bezeichnungen nach Fig. 1. S. 391.)

Die drei Differential-Gleichungen, welche wir in § 69. S. 379 entwickelt haben, sind, wenn wir nun den Längenunterschied mit l bezeichnen, folgende:

$$d\,s\cos\alpha = M\,d\,\varphi \qquad (1)$$

$$d\,s\sin\alpha = N\cos\varphi\,d\,l \qquad (2)$$

$$d\,\alpha = d\,l\sin\varphi \qquad (3)$$

Dabei ist M der Meridian-Krümmungs-Halbmesser und N der Quer-Krümmungs-Halbmesser für die Breite φ, d. h. wie immer nach § 32. S. 197:

$$M = \frac{c}{V^3}\ ,\quad N = \frac{c}{V}\ ,\quad \text{wobei } V = \sqrt{1 + e'^2\cos^2\varphi} \qquad (4)$$

Wenn man diese Bezeichnung V einführt, und zugleich $d\,l$ aus (3) mittelst (2) eliminiert, so erhält man aus (1), (2) und (3):

$$\frac{d\,\varphi}{d\,s} = \frac{1}{c} V^3 \cos\alpha \tag{5}$$

$$\frac{d\,l}{d\,s} = \frac{1}{c} V \frac{\sin\alpha}{\cos\varphi} \tag{6}$$

$$\frac{d\,\alpha}{d\,s} = \frac{1}{c} V \sin\alpha \operatorname{tang}\varphi \tag{7}$$

Hierauf kann man eine Entwicklung nach dem Maclaurinschen Satze gründen, ganz entsprechend der früheren sphärischen Entwicklung von § 65. Wir haben bis zur fünften Potenz:

$$\varphi' - \varphi = \left.\frac{d\,\varphi}{d\,s}\right] s + \left.\frac{d^2\varphi}{d\,s^2}\right]\frac{s^2}{2} + \left.\frac{d^3\varphi}{d\,s^3}\right]\frac{s^3}{6} + \left.\frac{d^4\varphi}{d\,s^4}\right]\frac{s^4}{24} + \left.\frac{d^5\varphi}{d\,s^5}\right]\frac{s^5}{120} + \cdots \tag{8}$$

$$l = \left.\frac{d\,l}{d\,s}\right] s + \left.\frac{d^2 l}{d\,s^2}\right]\frac{s^2}{2} + \left.\frac{d^3 l}{d\,s^3}\right]\frac{s^3}{6} + \left.\frac{d^4 l}{d\,s^4}\right]\frac{s^4}{24} + \left.\frac{d^5 l}{d\,s^5}\right]\frac{s^5}{120} + \cdots \tag{9}$$

$$\alpha' - \alpha = \left.\frac{d\,\alpha}{d\,s}\right] s + \left.\frac{d^2\alpha}{d\,s^2}\right]\frac{s^2}{2} + \left.\frac{d^3\alpha}{d\,s^3}\right]\frac{s^3}{6} + \left.\frac{d^4\alpha}{d\,s^4}\right]\frac{s^4}{24} + \left.\frac{d^5\alpha}{d\,s^5}\right]\frac{s^5}{120} + \cdots \tag{10}$$

Da wir bei den fortgesetzten Differentiierungen stets auch die Ableitung von V brauchen (vgl. hiezu auch das frühere § 34. S. 208), schicken wir diese voran:

$$V = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2\varphi} \quad , \quad \frac{d\,V}{d\,\varphi} = -\frac{e'^2 \sin\varphi\cos\varphi}{V} \tag{11}$$

Zur Abkürzung werden wir immer schreiben:

$$e'^2 \cos^2\varphi = \eta^2 \quad \text{und} \quad \operatorname{tang}\varphi = t \tag{12}$$

und damit wird (11): $\quad V^2 = 1 + \eta^2 \qquad \frac{d\,V}{d\,\varphi} = -\frac{\eta^2}{V} t \qquad (13)$

$$\frac{d\,V}{d\,s} = \frac{d\,V}{d\,\varphi}\frac{d\,\varphi}{d\,s} = -\eta^2 \frac{V^2}{c} \cos\alpha\, t \tag{14}$$

Nun leiten wir (5) weiter ab:

$$\frac{d\,\varphi}{d\,s} = \frac{V^3}{c}\cos\alpha \quad , \quad \frac{d^2\varphi}{d\,s^2} = \frac{3\,V^2}{c}\frac{d\,V}{d\,s}\cos\alpha - \frac{V^3}{c}\sin\alpha \frac{d\,\alpha}{d\,s}$$

also wegen (14) und (7):

$$\frac{d^2\varphi}{d\,s^2} = -3\,\eta^2 \frac{V^4}{c^2}\cos^2\alpha\, t - \frac{V^4}{c^2}\sin^2\alpha\, t$$

$$\frac{d^2\varphi}{d\,s^2} = -\frac{V^4}{c^2}(\sin^2\alpha\, t + 3\cos^2\alpha\,\eta^2\, t) \tag{15}$$

Wenn wir dieses weiter ableiten, so ist es nützlich, die Funktion η^2, welche nach (12) Funktion von φ ist, stets so zu behandeln (ebenso wie früher S. 208):

$$\frac{d\,\eta^2}{d\,\varphi} = -2\,\eta^2 t \quad \text{allgemeiner} \quad \frac{d\,\eta^n}{d\,\varphi} = -n\,\eta^n\, t \tag{16}$$

In dieser Weise leiten wir (15) nochmals ab (mit Beachtung, dass $V^3 = V(+\eta^2)$):

$$\frac{d^3\varphi}{d\,s^3} = -\frac{4\,V^3}{c^2}\left(-\eta^2\frac{V^2}{c}\cos\alpha\, t\right)\left\{\sin^2\alpha\, t + 3\cos^2\alpha\,\eta^2\, t\right\}$$

$$-\frac{V^4}{c^2}\left\{2\sin\alpha\cos\alpha\frac{V}{c}\sin\alpha\, t^2 + \sin^2\alpha\,(1+t^2)\frac{V}{c}\cos\alpha\,(1+\eta^2)\right.$$

$$\left. -6\cos\alpha\sin\alpha\frac{V}{c}\sin\alpha\, t\,\eta^2\, t + 3\cos^2\alpha\,(-2\,\eta^2 t^2 + \eta^2(1+t^2))\frac{V}{c}\cos\alpha\,(1+\eta^2)\right\}$$

Wenn man dieses ordnet, so findet man:

$$\frac{d^3 \varphi}{d s^3} = -\frac{V^5 \cos \alpha}{c^3} \left\{ \sin^2 \alpha (1 + 3 t^2 + \eta^2 - 9 \eta^2 t^2) + \cos^2 \alpha (3 \eta^2 - 3 \eta^2 t^2 + 3 \eta^4 - 15 \eta^4 t^2) \right\} \tag{17}$$

In gleicher Weise werden auch die anderen Ableitungen behandelt, so dass wir bis zur dritten Ordnung einschliesslich erhalten:

$$\frac{d^2 l}{d s^2} = \frac{2 V^2}{c^2 \cos \varphi} \sin \alpha \cos \alpha \, t \tag{18}$$

$$\frac{d^3 l}{d s^3} = \frac{2 V^3}{c^3 \cos \varphi} \left\{ \sin \alpha \cos^2 \alpha (1 + 3 t^2 + \eta^2) - \sin^3 \alpha \, t^2 \right\} \tag{19}$$

$$\frac{d^2 \alpha}{d s^2} = \frac{V^2}{c^2} \sin \alpha \cos \alpha (1 + 2 t^2 + \eta^2) \tag{20}$$

$$\frac{d^3 \alpha}{d s^3} = \frac{V^3}{c^3} \left\{ \sin \alpha \cos^2 \alpha \, t (5 + 6 t^2 + \eta^2 - 4 \eta^4) - \sin^3 \alpha \, t (1 + 2 t^2 + \eta^2) \right\} \tag{21}$$

Ehe wir weiter entwickeln, wollen wir abkürzende Bezeichnungen einführen, wobei wir uns zu merken haben, dass $\frac{c}{V} = N$ der Quer-Krümmungs-Halbmesser für die Breite φ ist. Wir setzen dann:

$$\frac{\varrho}{N} s \sin \alpha = \frac{\varrho}{c} V s \sin \alpha = v \tag{22}$$

$$\frac{\varrho}{N} s \cos \alpha = \frac{\varrho}{c} V s \cos \alpha = u \tag{23}$$

Dabei ist s die geodätische Linie linear (in Metern) gemessen und nach S. 193:

$$\log \frac{\varrho}{c} = 8.508\,3274{\cdot}897 \quad , \quad \log \frac{c}{\varrho} = 1.491\,6725{\cdot}103 \tag{24}$$

Weitere Entwicklungen bis zur fünften Ordnung.

Ohne die Einzelheiten der Differentiierungen anzugeben, stellen wir im folgenden die weiteren Differential-Quotienten zusammen und zwar bis zur 4ten Ordnung mit allen Gliedern die überhaupt auftreten, bei der 5ten Ordnung nur noch mit den Gliedern ohne η^2, d. h. mit den sphärischen Gliedern. Um die Abkürzungen v und u nach (22) und (23) anwenden zu können, setzen wir links immer s, s^2, s^3 u. s. w. als Faktor zu, und nehmen auch den konstanten Faktor V^2 bei φ, und $\cos \varphi$ bei l auf die linke Seite herüber.

$$\frac{d \varphi}{d s} \frac{s}{V^2} = + u$$

$$\frac{d^2 \varphi}{d s^2} \cdot \frac{s^2}{V^2} = - v^2 t - u^2 (3 \eta^2 t)$$

$$\frac{d^3 \varphi}{d s^3} \frac{s^3}{V^2} = - v^2 u (1 + 3 t^2 + \eta^2 - 9 \eta^2 t^2) - 3 u^3 \eta^2 (1 - t^2 + \eta^2 - 5 \eta^2 t^2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \varphi}{d s^4} \frac{s^4}{V^2} = &+ v^4 t (1 + 3 t^2 + \eta^2 - 9 \eta^2 t^2) - 2 v^2 u^2 t (4 + 6 t^2 - 13 \eta^2 - 9 \eta^2 t^2 - 17 \eta^4 \\ &+ 45 \eta^4 t^4) + u^4 t \eta^2 (12 + 69 \eta^2 - 45 \eta^2 t^2 + 57 \eta^4 - 105 \eta^4 t^2) \end{aligned}$$

$$\frac{d^5 \varphi}{d s^5} \frac{s^5}{V^2} = + v^4 u (1 + 30 t^2 + 45 t^4) + 2 v^2 u^3 (4 + 40 t^2 + 30 t^4)$$

$$\frac{dl}{ds} s \cos\varphi = +v$$

$$\frac{d^2 l}{ds^2} s^2 \cos\varphi = +2\,v\,u\,t$$

$$\frac{d^3 l}{ds^3} s^3 \cos\varphi = +2\,v\,u^2 (1 + 3\,t^2 + \eta^2) - 2\,v^3\,t^2$$

$$\frac{d^4 l}{ds^4} s^4 \cos\varphi = 8\,v\,u^3\,t\,(2 + 3\,t^2 + \eta^2 - \eta^4) - 8\,v^3\,u\,(1 + 3\,t^2 + \eta^2)$$

$$\frac{d^5 l}{ds^5} s^5 \cos\varphi = 8\,v\,u^4 (2 + 15\,t^2 + 15\,t^4) - 8\,v^3\,u^2 (1 + 20\,t^2 + 30\,t^4) + 8\,v^5\,t^2 (1 + 3\,t^2)$$

$$\frac{d\alpha}{ds} s = v\,t$$

$$\frac{d^2\alpha}{ds^2} s^2 = v\,u\,(1 + 2\,t^2 + \eta^2)$$

$$\frac{d^3\alpha}{ds^3} s^3 = v\,u^2\,t\,(5 + 6\,t^2 + \eta^2 - 4\,\eta^4) - v^3\,t\,(1 + 2\,t^2 + \eta^2)$$

$$\begin{aligned}\frac{d^4\alpha}{ds^4} s^4 = {} & v\,u^3 (5 + 28\,t^2 + 24\,t^4 + 6\,\eta^2 + 8\,\eta^2 t^2 - 3\,\eta^4 + 4\,\eta^4 t^2 - 4\,\eta^6 + 24\,\eta^6 t^2) \\ & - v^3\,u\,(1 + 20\,t^2 + 24\,t^4 + 2\,\eta^2 + 8\,\eta^2 t^2 + \eta^4 + 12\,\eta^4 t^2)\end{aligned}$$

$$\frac{d^5\alpha}{ds^5} s^5 = v\,u^4\,t\,(61 + 180\,t^2 + 120\,t^4) - v^3\,u^2\,t\,(58 + 280\,t^2 + 240\,t^4) + v^5\,t\,(1 + 20\,t^2 + 24\,t^4)$$

Mehr als diese Glieder wird man fast nie brauchen. Übrigens haben wir in der vorigen 3. Auflage 1890 S. 392 die Glieder bis zur 5ten Ordnung mit allen Zusätzen η^2 u. s. w. und dann noch 6te Ordnung wenigstens sphärisch, d. h. ohne η^2 gegeben.

Zur Abkürzung kann man etwa bis zur 4ten Ordnung sphärisch gehen, und dann auch schon in dritter Ordnung nur noch η^2 mitnehmen und alle η^4 weglassen.

Damit bekommen wir folgende zur praktischen Anwendung zugerichtete Formeln, in welchen u und v die Bedeutungen von (22) und (23) haben:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\varphi' - \varphi}{V^2} = u \; & - \frac{1}{2\varrho} v^2\,t - \frac{3}{2\varrho} u^2\,\eta^2\,t \\ & - \frac{v^2 u}{6\varrho^2} (1 + 3\,t^2 + \eta^2 - 9\,\eta^2 t^2) + \frac{u^3}{2\varrho^2} \eta^2 (t^2 - 1 - \eta^2 + 5\,\eta^2 t^2) \\ & + \frac{v^4}{24\varrho^3} t\,(1 + 3\,t^2) - \frac{v^2 u^2}{6\varrho^3} t\,(2 + 3\,t^2)\end{aligned}\right\} \quad (25)$$

$$\left.\begin{aligned}l \cos\varphi = v \; & + \frac{1}{\varrho} v\,u\,t \\ & - \frac{v^3}{3\varrho^2} t^2 + \frac{v\,u^2}{3\varrho^2} (1 + 3\,t^2 + \eta^2) \\ & - \frac{v^3 u}{3\varrho^3} t\,(1 + 3\,t^2) + \frac{v\,u^3}{3\varrho^3} t\,(2 + 3\,t^2)\end{aligned}\right\} \quad (26)$$

$$\left.\begin{aligned}\alpha'-\alpha = v\,t &+ \frac{v\,u}{2\,\varrho}(1+2\,t^2+\eta^2) \\ &- \frac{v^3}{6\,\varrho^2}\,t\,(1+2\,t^2+\eta^2) + \frac{v\,u^2}{6\,\varrho^2}\,t\,(5+6\,t^2+\eta^2) \\ &- \frac{v^3\,u}{24\,\varrho^3}(1+20\,t^2+24\,t^4) + \frac{v\,u^3}{24\,\varrho^3}(5+28\,t^2+24\,t^4)\end{aligned}\right\} \quad (27)$$

Die hiebei nötigen konstanten Logarithmen sind:

$$\left.\begin{aligned} &log\,\frac{1}{\varrho} = 4.685\,5750 \;, && log\,\frac{1}{2\,\varrho} = 4.384\,5449 \;, && log\,\frac{3}{2\,\varrho} = 4.861\,6661 \\ &log\,\frac{1}{2\,\varrho^2} = 9.070\,120 \;, && log\,\frac{1}{3\,\varrho^2} = 8.894\,028 \;, && log\,\frac{1}{6\,\varrho^2} = 8.592\,998 \\ &log\,\frac{1}{3\,\varrho^3} = 3.57960 \;, && log\,\frac{1}{6\,\varrho^3} = 3.27857 \;, && log\,\frac{1}{24\,\varrho^3} = 2.67651 \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

Wenn man in (25), (26), (27) alle η^2 weglässt, so bekommt man wieder die sphärischen Formeln (27)—(29) § 64. S. 359, wie es sein muss.

Mit diesen konstanten Coëfficienten kann man auch unsere Hilfstafeln Seite [47]—[51] des Anhangs benützen.

Wir wollen unser kleines sphäroidisches Normal-Beispiel (1) § 73. S. 391 in dieser Weise berechnen:

Gegeben $\varphi = 49°\,30'\,0''$ $\alpha = 32°\,25'\,21{,}5909''$ $log\,s = 5{,}121\,6103.1$
hiezu von Seite [21] des Anhangs $log\,[2] = 8.508\,9420{\cdot}3$ und $log\,V^2 = 0.0012290{\cdot}7$

Im übrigen giebt die Ausrechnung nach dem angegebenen Verfahren, in ähnlicher Weise wie bei dem sphärischen Beispiel § 64. S. 360:

$log\,[2]$	8.508 9420·3	$log\,[2]$	8.508 9420·3
„ s	5.121 6103·1	„ s	5.121 6103·1
„ $sin\,\alpha$	9.729 2947·4	„ $cos\,\alpha$	9.926 4021·9
$log\,v$	3.359 8470·8	$log\,u$	3.556 9545·3

Die weitere Ausrechnung hat folgendes gegeben:

Breite.		*Länge.*		*Azimut.*	
$+V^2u =$	$+3615{,}6269''$	$v =$	$+3526{,}1653''$	$v\,t =$	$+2681{,}3172''$
$-v^2\ldots$	$-14{,}9269$	$+v\,u\ldots$	$+72{,}1660$	$+v\,u\ldots$	$+74{,}9467$
$-u^2\eta^2\ldots$	$-0{,}3146$	$-v^3\ldots$	$-0{,}1986$	$-v^3\ldots$	$-0{,}2063$
$-u^2v\ldots$	$-0{,}3774$	$+v\,u^2\ldots$	$+1{,}8371$	$+v\,u^2\ldots$	$+1{,}8061$
$+u^3\eta^2\ldots$	$+0{,}0006$	$-v^3u\ldots$	$-0{,}0152$	$-v^3u\ldots$	$-0{,}0152$
$+v^4\ldots$	$+0{,}0008$	$+v\,u^3\ldots$	$+0{,}0452$	$+v\,u^3\ldots$	$+0{,}0455$
$-v^2u^2\ldots$	$-0{,}0093$				
$\varphi'-\varphi =$	$3600{,}0001''$	$\lambda = +$	$3599{,}9998''$	$\alpha'-\alpha =$	$2757{,}8940''$
$= 1°\,0'$	0,0001	$= 0°\,59'$	59,9998	$= 45'$	57,8940
soll	0,0000	soll	60,0000	soll	57,8942

Meridianbogenlänge.

Unsere Formeln enthalten auch den besonderen Fall der Meridianbogen-Rektifizierung, wenn das Azimut $\alpha =$ Null wird. Setzen wir dann auch den zugehörigen Wert $s = m$, so werden wir aus (25) folgendes erhalten bis zur dritten Ordnung:

$$\frac{\varphi' - \varphi}{V^2} = \frac{m}{N} - \frac{3}{2}\eta^2 t \frac{m^2}{N^2} + \frac{m^3}{N^3}\frac{\eta^2}{2}(t^2 - 1 - \eta^2 + 5\eta^2 t^2) \qquad (29)$$

Dieses ist die Umkehrung der früheren Formel (37) in § 35. S. 218, wie sich deutlicher zeigt, wenn man jene Formel so schreibt:

$$\frac{m}{N} = \frac{\varphi' - \varphi}{V^2} + \left(\frac{\varphi' - \varphi}{V^2}\right)^2 \frac{3}{2}\eta^2 t - \left(\frac{\varphi' - \varphi}{V^2}\right)^3 \frac{\eta^2}{2}(t^2 - 1 - \eta^2 - 4\eta^2 t^2) \qquad (30)$$

Dass diese beiden Formeln (29) und (30) unter sich übereinstimmen, kann man leicht durch genäherte Auflösung nachweisen.

Die erste Entwicklung nach Potenzen der geodätischen Linie (bis s^3 einschliesslich) zur Übertragung von Breiten, Längen und Azimuten, ist gegeben von Legendre in den Memoiren der Pariser Akademie von 1806. Diese Legendreschen Formeln sind bei der badischen Landesvermessung benützt worden. Helmert, höhere Geodäsie I. 1880, S. 296—300 giebt die Entwicklungen bis zur dritten Ordnung mit e^2 und dann noch 4.—5. Ordnung sphärisch, mit Litteraturangaben S. 300. Um die in vorstehendem § 74. behandelten Reihenentwicklungen praktisch im Grossen anzuwenden, müsste man bequeme und genaue Coëfficienten-Tabellen herstellen, wobei in den Reihen (25)—(27) die Coëfficienten mit *allen* Gliedern η^2 einzuführen wären.

Von der Vermessung des Staates New-York und von der Küsten- und Landesvermessung der Vereinigten Staaten wird ein solches Verfahren angegeben in einem Berichte in der „Zeitschr. f. Verm.“ 1890, S. 177—179.

Bei der preussischen Landesaufnahme sind Formeln von ähnlichem Charakter im Gebrauche, die wir schon in § 39. S. 228 und § 59. S. 331 erwähnt haben, Schreiber, „Rechnungsvorschriften“ u. s. w.: Die zugehörigen Entwicklungen sind amtlich nicht veröffentlicht, aber in Jordan-Steppes, „Deutsches Vermessungswesen I“, 1881, S. 113—121. Man kann diese Schreibersche Theorie kurz bezeichnen als eine sphäroidische Weiterführung der Gaussschen sphärischen Behandlung des Polardreiecks nach Fig. 3. § 60. S. 343. Die praktische Anwendung der Schreiberschen Rechenvorschriften verlang die Ausrechnung von 19 Gliedern ähnlicher Art wie die 19 Glieder der Formeln (25)—(27).

§ 75. Näherungs-Formeln bis s^3.

Wie die Ausrechnungen am Schlusse des vorigen § 74. S. 396 zeigen, kann man mit den Potenzreihen bis zur 4ten Ordnung bei Entfernungen bis zu rund 100km oder Breiten- und Längen-Differenzen bis zu 1° eine Genauigkeit bis zu etwa 0,0001″ erreichen.

Die Rechnung ist aber etwas umständlich, und würde nur etwa durch Beigabe ausführlicher Coëfficienten-Tabellen die nötige Geschmeidigkeit erlangen, man hat in der Breite 7 Glieder und in Länge und Azimut je 6 Glieder.

Anders steht die Sache, wenn man nur Näherungswerte auf etwa 0,1″ genau berechnen will, welche nach dem später zu beschreibenden Verfahren von § 77. noch verbessert werden sollen. In diesem Falle rechnet man nur die Hauptglieder mit dem Coëfficienten [2] streng, nebst V^2 bei der Breite, im übrigen nimmt man nur noch die sphärischen Glieder (setzt also $\eta^2 = 0$) und kann dann die Coëfficienten-Tabelle unseres Anhangs Seite [47]—[51] benützen.

In diesem Sinne haben wir die Ausrechnung auf S. 398 gemacht, in den Hauptgliedern nur 6stellig, dann 5- und 4stellig. Die Genauigkeit geht auf 0,01″ und 0,03″ in Breite und Länge, und auf 0,10″ im Azimut, was alles als erste Näherung für späteren Gebrauch in § 77. vollauf genügend ist.