



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Handbuch der Vermessungskunde**

**Jordan, Wilhelm**

**Stuttgart, 1896**

§. 101. Doppel-Projektion der Preussischen Landes-Aufnahme

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83087](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83087)

Die Interpolation mit Rücksicht auf zweite Differenzen gab:

$$u = 49^\circ 28' 14,79882''$$

Die Rechnung nach der Gauss'schen Originaltafel gab auf 0,00001'' genau dasselbe, nämlich die Zusammenstellung für alle Werte, die uns hier interessieren:

Ellipsoid, $\varphi$	Kugel, $u$	$\log m$	$k$	(3)
$49^\circ 30' 0''$	$u_1 = 49^\circ 28' 14,79881''$	1.609	2,049''	
$50^\circ 0' 0''$	$49^\circ 58' 11,67462''$	0.969	1,462''	
$50^\circ 30' 0''$	$u_2 = 50^\circ 28' 8,70541''$	0.525	0,973''	

Aus den drei Werten  $\log m$  bilden wir einen Mittelwert nach dem Gesetze der Gleichung (17) § 97. S. 500, welcher in der dort angegebenen Weise auch für  $\log m$  gilt, und in unserem Falle giebt:

$$\log m = \frac{1.609 + 4 \times 0.969 + 0.525}{6} = 1.017 \quad (4)$$

Der Längenunterschied  $l = 1^\circ 0' 0''$  wird auf die Kugel reduziert durch Multiplikation mit der Konstante  $\alpha$ , bzw. durch Benützung der Hilfstafel Seite [59] des Anhangs, mit dem Ergebnis:

$$\lambda = \alpha l = 1^\circ 0' 1,630505'' \quad (5)$$

Nun macht man mit  $u_1$  und  $u_2$  von (3) nebst  $\lambda$  von (5) eine sphärische Polardreiecksberechnung nach (4) und (5) § 60. S. 339, wodurch man erhält:

$$\text{Sphärische Azimute } \beta_1 = 32^\circ 25' 21,4923'' \quad \beta_2 = 33^\circ 11' 19,4197'' \quad (6)$$

$$\text{und } \log \sin \frac{\sigma}{2} = 8.015\,5452.409 \quad , \quad \frac{\sigma}{2} = 0^\circ 35' 37,85453''$$

$$s' = A \frac{\sigma}{\rho} \text{ giebt } \log s' = 5.121\,6104.130$$

$$\text{hiez u nach (4)} \quad \frac{-\log m = -1.017}{\log s = 5.121\,6103.113} \quad , \quad s = 132\,315,375^m \quad (7)$$

Es folgen noch die Azimut-Reduktionen nach den Formeln (28) und (29) §. 98. S. 505. Man hat hiez u die schon bei (3) angegebenen  $k$  und die abgerundeten Azimute:

$$\begin{aligned} k_1 &= 2,049'' & k_2 &= 0,973'' \\ \alpha_1 &= 32^\circ 25' & \alpha_2 &= 33^\circ 11' \end{aligned}$$

Die Ausrechnung nach den Formeln (28) und (29) S. 505 giebt:

$$\psi_1 = \alpha_1 - \beta_1 = +0,0189'' \quad = \psi_2 = \alpha_2 - \beta_2 = -0,0149''$$

Diese Reduktionen zu  $\beta_1$  und  $\beta_2$  in (6) hinzugefügt, geben die sphäroidischen Azimute:

$$\alpha_1 = 32^\circ 25' 21,5112'' \quad \alpha_2 = 33^\circ 11' 19,4048'' \quad (8)$$

In diesen (7) und (8) besteht die Auflösung der gestellten Aufgabe, und diese (7) und (8) stimmen auch hinreichend überein mit den entsprechenden Zahlenwerten von § 73. (1) S. 391.

## § 101. Doppel-Projektion der Preussischen Landesaufnahme.

Die Gauss'sche konforme Abbildung des Ellipsoids auf die Kugel ist zu einer wichtigen, praktischen Anwendung gebracht worden durch General Schreiber bei der trigonometrischen Abteilung der Preussischen Landesaufnahme.



Als Quellschriften hiefür sind zu citieren:

„Verhandlungen der 1887er Konferenz in Nizza der perm. Komm. d. intern. Erdm., Berlin 1888, Annex Xb“, S. 10–12, und frühere Mitteilung in Jordan-Steppes „Deutsches Vermessungswesen, 1882, I“, S. 151–154. Weiteres ist auch citiert und erläutert in „Zeitschr. f. Verm., 1886“, S. 253–256, und „Zeitschr. f. Verm., 1889“, S. 8–14.

Namentlich v. Schmidt: Projektionsmethode der trigonometrischen Abteilung der Königl. Preuss. Landesaufnahme, „Zeitschr. f. Verm., 1894“, S. 335–401 und S. 409–418.

Es mag auch hier nochmals an das erinnert werden, was wir schon in § 59. S. 330–332 hiezu angegeben haben.

Wenn man nach der Gauss'schen Theorie das Ellipsoid auf eine Kugel abgebildet hat, so dass jedem Punkte mit der Länge  $l$  und der Breite  $\varphi$  auf dem Ellipsoid, ein Punkt mit der Breite  $u$  und der Länge  $\lambda$  auf der Kugel entspricht, so kann man mit diesen sphärischen geographischen Coordinaten  $u, \lambda$  beliebige sphärische Umwandlungen vornehmen, z. B. daraus sphärische rechtwinklige Coordinaten  $x, y$  ableiten, und diese letzteren Coordinaten kann man wieder konform in ebene rechtwinklige Coordinaten  $x, y$  abbilden.

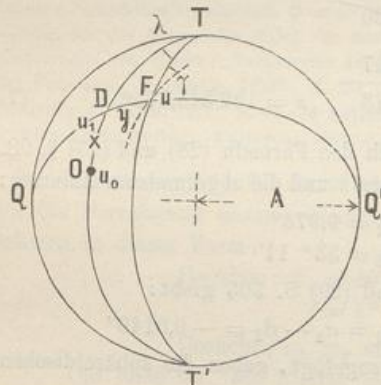
Dieses ist das System der Doppel-Projektion, welches für die trigonometrische Abteilung der Preussischen Landesaufnahme angenommen worden ist.

Als Vorbereitung hiezu haben wir bereits in § 50. und in § 85. manches gehabt, was nun weiter auszuführen ist.

#### I. Berechnung der sphärischen rechtwinkligen Coordinaten $x, y$ .

In Fig. 1. haben wir die Gauss'sche Kugel, vom Halbmesser  $A$  (nach § 94. S. 489), und darauf einen Meridian  $T O T'$ , von welchem die Längen  $\lambda$  gezählt werden.

Fig. 1.  
Kugel mit dem Halbmesser  $A$ .  
 $D F = y$



Irgend ein Punkt  $F$  habe von diesem Anfangs-Meridian an gezählt, die Länge  $\lambda$ , nach Osten positiv, und ferner die Breite  $u$ . Derselbe Punkt habe auch die rechtwinkligen Coordinaten  $x, y$  in Bezug auf den Ursprungs-Meridian, in welchem der Nullpunkt  $O$  mit der Breite  $u_0$  angenommen wird. Die Ordinate  $y$  liegt auf einem Bogen  $Q Q'$  rechtwinklig zu  $T O T'$  und bestimmt auf  $T O$  die Fusspunktsbreite  $u_1$  des Punktes  $D$ . Wir betrachten auch einen Parallelbogen zu  $T O T'$ , um die Meridian-Konvergenz  $\gamma$  zur Anschauung zu bringen, welche in dem Punkte  $F$  gegen den Anfangs-Meridian stattfindet.

Wenn wir nun die Aufgabe stellen, aus gegebenen  $u_0, u, \lambda$  die rechtwinkligen Coordinaten  $x, y$ , nebst der Meridian-Konvergenz  $\gamma$  zu bestimmen, so liefert uns die sphärische Trigonometrie sofort:

$$\tan u_1 = \frac{\tan u}{\cos \lambda}, \quad x = \frac{u_1 - u_0}{A} \quad (1)$$

$$\sin \frac{y}{A} = \sin \lambda \cos u \quad (2)$$

$$\tan \gamma = \tan \lambda \sin u \quad (3)$$

Diese Formeln werden wir in dieser geschlossenen Form benützen, und nicht in Reihen entwickeln, weil es sich um grosse Werte  $x$  und  $y$  handelt, bei welchen die Entwicklung viele Glieder haben müsste.



## II. Konforme ebene Abbildung der rechtwinkligen Koordinaten.

In Fig. 2. haben wir wieder dieselben Verhältnisse, wie in der vorhergehenden Fig. 1., jedoch mit zwei Punkten  $F$  und  $G$ , welche bzw. die rechtwinkligen Koordinaten  $x, y$  und  $x', y'$  haben.

Fig. 3. zeigt ein ebenes Abbild von Fig. 2., wobei zuerst der Anfangs-Meridian  $T E D O T'$  wieder als  $T E D O T'$  erscheint, und zwar in unveränderter Grösse, so dass also  $O D E$  in Fig. 2. und in Fig. 3. in gleichen Massen dargestellt sind, namentlich auch  $O D = O D$  und  $D E = D E$  in beiden Figuren.

Da der Punkt  $D$  die Breite  $u_1$  und  $O$  die Breite  $u_0$  hat, erhält man die Abscisse

$x$  des Punktes  $D$  und aller Punkte auf der Ordinate  $D F$  aus der Differenz  $u_1 - u_0$ :

$$x = (u_1 - u_0) \frac{A}{\rho} \quad (4)$$

wobei:  $\log \frac{A}{\rho} = 1.490\ 6022\ 671$  und  $u_0 = 52^\circ 40' 0''$

Die Ordinatenlinie  $D F'$  und  $E G'$  in Fig. 3. sind geradlinig rechtwinklig zu  $T T'$  gezogen, und die Ordinatenlängen  $D F' = y$  und  $E G' = y'$  sollen so gewählt werden, dass die Abbildung konform wird, d. h. so dass die beiden rechtwinkligen Dreiecke  $F G H$  und  $F' G' H'$ , die wir nun als unendlich klein annehmen, einander ähnlich werden. Hierzu ist nötig, dass zwischen den Katheten ein konstantes Verhältnis besteht:

$$\frac{F' H'}{F H} = \frac{H' G'}{H G} = m \quad (5)$$

Hiebei ist:

$$\left. \begin{aligned} F' H' &= d x & , & & H' G' &= d y \\ F H &= d x \cos \frac{y}{A} & , & & H G &= d y \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Daraus folgt:

$$d y = \frac{1}{\cos \frac{y}{A}} d x \quad (7)$$

Die Integration dieser Gleichung giebt:

$$y = \frac{A}{\mu} \log \tan \left( 45^\circ + \frac{y}{2 A} \right) \quad (8)$$

wobei, wie gewöhnlich,  $\mu$  der logarithmische Modulus ist. Nachdem die Beziehung zwischen  $y$  und  $y$  bestimmt ist, hat man auch das Vergrößerungs-Verhältnis  $m$  nach (4) und (7):

$$m = \frac{d y}{d x} = \sec \frac{y}{A} \quad (9)$$

Fig. 2.  
Kugel mit dem Halbmesser  $A$ .

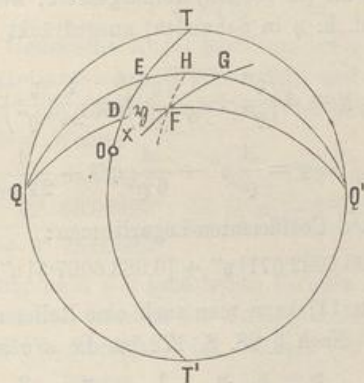
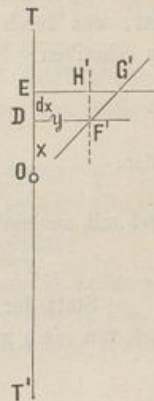


Fig. 3.  
Ebene.





Diese Funktion kann man in eine Reihe entwickeln, wie schon in § 85. S. 451, 452 gezeigt wurde, namentlich nach (5) S. 452, wobei nun statt  $r$  der Wert  $A$  genommen wird:

$$y = \eta + \frac{\eta^3}{6 A^2} + \frac{\eta^5}{24 A^4} + \dots \quad (10)$$

Dabei ist  $\eta$  linear (in Metern) vorausgesetzt; wenn man aber  $\eta$  in Winkelmass hat, was durch  $\eta''$  (d. h.  $\eta$  in Sekunden) ausgedrückt sein soll, so hat man (10) so zu schreiben:

$$y = A \left( \frac{\eta''}{\rho''} + \frac{1}{6} \left( \frac{\eta''}{\rho''} \right)^3 + \frac{1}{24} \left( \frac{\eta''}{\rho''} \right)^5 + \dots \right) \quad (11)$$

oder:

$$y = \frac{A}{\rho} \eta'' + \frac{A}{6 \rho^3} \eta''^3 + \frac{A}{24 \rho^5} \eta''^5$$

und mit ausgerechneten Coefficienten-Logarithmen:

$$y = [1.490\ 6022\ 671] \eta'' + [0.083\ 6007\ 5] \eta''^3 + [8.85269] \eta''^5 \quad (11a)$$

Statt der Reihe (11) kann man auch eine Reihe entwickeln, welche  $y$  als Funktion von  $\sin \eta$  giebt. Nach § 28. S. 172 ist die *arc sin*-Reihe:

$$\frac{\eta}{A} = \sin \frac{\eta}{A} + \frac{1}{6} \sin^3 \frac{\eta}{A} + \frac{3}{40} \sin^5 \frac{\eta}{A}$$

also nach (10):

$$\begin{aligned} \frac{y}{A} &= \left( \sin \frac{\eta}{A} + \frac{1}{6} \sin^3 \frac{\eta}{A} + \frac{3}{40} \sin^5 \frac{\eta}{A} \right) + \frac{1}{6} \left( \sin^3 \frac{\eta}{A} + \frac{1}{2} \sin^5 \frac{\eta}{A} \right) + \frac{1}{24} \sin^5 \frac{\eta}{A} \\ y &= A \sin \frac{\eta}{A} + \frac{A}{3} \sin^3 \frac{\eta}{A} + \frac{A}{5} \sin^5 \frac{\eta}{A} \end{aligned} \quad (12)$$

und mit ausgerechneten Coefficienten-Logarithmen:

$$y = [6.80502\ 74\ 003] \sin \frac{\eta}{A} + [6.327\ 9061] \sin^3 \frac{\eta}{A} + [6.10606] \sin^5 \frac{\eta}{A} \quad (12a)$$

Diese Entwicklung bis zur fünften Ordnung ist ausreichend für Abstände etwa bis zu  $3^\circ$ ; für weitere Ausdehnung ist eine Entwicklung von Schols gegeben in der Abhandlung: *Annales de l'école polytechnique de Delft, Ire livraison, Leide, 1884. Sur l'emploi de la projection de Mercator pour le calcul d'une triangulation dans le voisinage de l'équateur*, par Ch. M. Schols. Bis zur 11ten Ordnung giebt Schols § 25.:

$$y = \eta + \frac{1}{6} \frac{\eta^3}{A^2} + \frac{1}{24} \frac{\eta^5}{A^4} + \frac{61}{5040} \frac{\eta^7}{A^6} + \frac{277}{72576} \frac{\eta^9}{A^8} + \frac{50521}{39916800} \frac{\eta^{11}}{A^{10}}$$

und die Umkehrung:

$$\eta = y - \frac{1}{6} \frac{y^3}{A^2} + \frac{1}{24} \frac{y^5}{A^4} - \frac{61}{5040} \frac{y^7}{A^6} + \frac{277}{72576} \frac{y^9}{A^8} - \frac{50521}{39916800} \frac{y^{11}}{A^{10}}$$

Schols giebt auch die Umkehrung unserer Formel (12) bis zur 11. Ordnung und noch vieles Interessante, was auch zu unserem früheren § 85. in Beziehung steht.

Alles weitere, was für die Preussische Landesaufnahme gebraucht wird, haben wir schon in § 50. und in § 85. entwickelt und es ist nur noch zu bemerken, dass der dort mit  $r$  bezeichnete Kugel-Halbmesser nun überall durch  $A$  zu ersetzen ist, mit  $\log A = 6.805\ 0274\ 003$  nach (35) § 94. S. 491.

Wir wollen die Anwendung der besprochenen Theorien an unserem schon mehrfach benützten hannoverschen Beispiele Ägidius-Wasserturm zeigen (vgl. S. 309, 314 und Fig. 3. S. 315).



Diese beiden Punkte haben folgende geographische Coordinaten im Systeme der Landesaufnahme.

	Breite	Länge $L$	$l = L 31^\circ$	
Ägidius	$\varphi_2 = 52^\circ 22' 14,9611''$	$L_2 = 27^\circ 24' 24,6290''$	$l_2 = -3^\circ 35' 35,3710''$	}
Wasser- turm	$\varphi_1 = 52^\circ 21' 49,9080''$	$L_1 = 27^\circ 22' 25,0168''$	$l_1 = -3^\circ 37' 34,9832''$	
Differenzen			$+ 0' 25,0531'' \quad + 1' 59,6122'' \quad = \quad + 1' 59,6122''$	

(13)

Die Reduktion auf die Gauss'sche Kugel geschieht bei  $\varphi$  durch Anwendung der Hilfstafel Seite [61] (bzw. der Gauss'schen Originaltafel), und bei  $l$  durch Multiplikation mit der Konstante  $\alpha = 1,000,452\,918$ , bzw. nach der hiezu gehörigen Hilfstafel Seite [59]. Man findet auf diese Weise:

Ägidius	$u_2 = 52^\circ 20' 13,92412''$	$\lambda_2 = -3^\circ 35' 41,22966''$	}
Wasserturm	$u_1 = 52^\circ 19' 48,90327''$	$\lambda_1 = -3^\circ 37' 40,89604''$	
Differenzen		$+ 0' 25,02085'' \quad + 0' 59,66638''$	

(14)

Für die weitere Rechnung nach den sphärischen Formeln (1) und (2) wollen wir eine kleine Zeichenänderung machen, nämlich die Fusspunktsbreite, welche in Fig. 1. und in den Gleichungen (1) mit  $u_1$  bezeichnet ist, soll nun mit  $u'$  bezeichnet werden, also:

$$\tan u' = \frac{\tan u}{\cos \lambda} \quad x = \frac{u' - u_0}{A} \quad (15)$$

$$\sin \frac{\eta}{A} = \sin \lambda \cos u \quad , \quad \tan \gamma = \tan \lambda \sin u \quad (16)$$

Hiernach ist berechnet:

Ägidius	Wasserturm	
$u_2' = 52^\circ 23' 36,875''$	$u_1' = 52^\circ 23' 9,01197''$	}
$\log \sin \frac{\eta_2}{A} = 8,583\,3160\,272$	$\log \sin \frac{\eta_1}{A} = 8,587\,3764\,060$	
$\frac{\eta_2}{A} \varrho = 2^\circ 11' 44,00948''$	$\frac{\eta_1}{A} \varrho = 2^\circ 12' 58,29036''$	
$= 7904,00948''$	$= 7978,29036''$	
$\gamma_2 = 2^\circ 50' 49,5606''$	$\gamma_1 = 2^\circ 52' 23,4645''$	
$\gamma_1 - \gamma_2 = 1' 33,9039''$		

(17)

Wir gehen über zur Berechnung von  $x$ :

Ägidius	Wasserturm
$u_2' = 52^\circ 23' 30,36875''$	$u_1' = 52^\circ 23' 9,01197''$
$u_0 = 52^\circ 40'$	$u_0 = 52^\circ 40'$
$u_2' - u_0 = -16' 29,63125''$	$u_1' - u_0 = -16' 50,98803''$
$= -989,63125''$	$= -1010,98803''$

Dann nach der Gleichung (4) ausgerechnet:

$$x_2 = -30624,970^m \quad x_1 = -31285,873^m \quad (18)$$

Die Berechnung der  $y$  geschieht nach der Reihe (11) bzw. (11a) und giebt:

$-244\,596,2079^m$	$-246\,894,8920^m$	}
$-59,8609$	$-61,5645$	
$-0,0220$	$-0,0230$	
$y_2 = -244\,656,0908^m$	$y_1 = -246\,956,4795^m$	

(19)



Zur Kontrolle kann man auch nach der Reihe (12) bzw. (12a) rechnen, was insofern angenehm ist, als man ja die  $\log \sin \frac{y}{A}$  bereits von der Rechnung (17) her hat. Man bekommt in unserem Falle:

$$\begin{array}{rcl} & -244\,536,3511^m & -246\,833,3323^m \\ & -119,6339 & -123,0368 \\ & -0,1053 & -0,1104 \\ \hline y_2 = -244\,656,0903^m & & y_1 = -246\,956,4795^m \end{array} \quad (20)$$

Dieses stimmt hinreichend mit (19).

Aus (18)–(20) haben wir also nun in Zusammenstellung:

$$\left. \begin{array}{lcl} \text{Ägidius} & y_2 = -244\,656,090^m & x_2 = -30624,970^m \\ \text{Wasserturm} & y_1 = -246\,956,480^m & x_1 = -31285,873^m \end{array} \right\} \quad (21)$$

Zu diesen von uns selbst auf dem angegebenen Wege berechneten Coordinaten stellen wir auch die im Jahre 1887 amtlich von der Landesaufnahme erhaltenen Werte zur Vergleichung:

$$\left. \begin{array}{lcl} \text{Ägidius} & y_2 = -244\,656,090^m & x_2 = -30\,621,971^m \\ \text{Wasserturm} & y_1 = -246\,956,479^m & x_1 = -31\,285,875^m \end{array} \right\} \quad (22)$$

Die Übereinstimmung zwischen (21) und (22) ist genügend. Wir behalten (22) bei, und haben davon:

$$y_2 - y_1 = +2300,389^m \quad x_2 - x_1 = +660,904^m \quad (23)$$

Hieraus die Richtungswinkel, von Nord über Ost, zunächst eben:

$$\begin{array}{lcl} \text{tang } t_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} & \text{tang } t_2 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \\ t_1 = 73^\circ 58' 14,12'' & t_2 = 253^\circ 58' 14,12'' \end{array}$$

Hiezu kommen die Korrektionsglieder nach (31) und (32) § 50. S. 284, nämlich:

$$\begin{array}{lcl} T_1' - t_1 = [0,92622] (x_2 - x_1) (2y_1 + y_2) = -0,41'' \\ T_2' - t_2 = [0,92622] (x_1 - x_2) (y_1 + 2y_2) = +0,41'' \end{array}$$

Nehmen wir auch die schon bei (17) berechneten Meridian-Konvergenzen  $\gamma$  dazu, so haben wir:

	Ägidius	Wasserturm
ebene Richtungswinkel: $t_1 =$	$73^\circ 58' 14,12''$	$t_2 = 253^\circ 58' 14,12''$
$T_1 - t_1$	$-0,41''$	$T_2 - t_2 = +0,41''$
sphär. Richtungswinkel: $T_1 =$	$73^\circ 58' 13,71''$	$T_2 = 253^\circ 58' 14,53''$
$\gamma_1 =$	$-2^\circ 52' 23,46''$	$\gamma_2 = -2^\circ 50' 49,56''$
Azimute: $\alpha_1 =$	$71^\circ 5' 50,25''$	$\alpha_2 = 251^\circ 7' 24,97''$

(24)

Um auch die Entfernung zu bestimmen, haben wir zunächst eben:

$$s = \frac{y_2 - y_1}{\sin t_1} = \frac{x_2 - x_1}{\cos t_1} \quad \log s = 3.379\,0236$$

Die Reduktion auf  $S$  geschieht nach (14) § 50. S. 282, und giebt:

$$S = 2391,672^m \quad \begin{array}{l} \log S - \log s = -3220 \\ \log S = 3.378\,7016 \end{array} \quad (25)$$

Bei dieser kleinen Entfernung kann man  $\log s - \log S$  auch kurz  $= \log m$   $= \log 1 + \frac{y_2}{2A_2}$  nehmen, indem man für  $y$  das Mittel aus  $y_1$  und  $y_2$ , nämlich  $y = -245\,806^m$  nimmt, nämlich  $y = -245\,806^m$ ; dieses genügt hier, weil die fragliche Entfernung sehr klein ist.



Zur Berechnung von  $m$  in beiden Punkten getrennt, hat man auch noch die scharfe Formel (9) nämlich:

$$m = \sec \frac{\eta}{A}$$

Nimmt man hierzu die bei (17) angegebenen Winkel  $\frac{\eta}{A}$  bzw.  $\frac{\eta}{A} \varrho$ , so findet man:

$$\begin{array}{ll} \text{Ägidius} & \log \sec 2^\circ 11' 44,009'' = 0,000\,3189\cdot4 \\ \text{Wasserturm} & \log \sec 2^\circ 12' 58,290'' = 0,000\,3249\cdot6 \\ \text{Mittel} & \log m = 0,000\,3219\cdot5 \end{array} \quad (26)$$

Dieses stimmt mit 3220 bei (25).

Zur Versicherung können wir auch noch die früheren Berechnungen mit Soldnerschen Coordinaten zuziehen, nämlich in § 56. S. 315 wurde gefunden (18)  $\log s = 3.378\,7020$ , und auf S. 314 bei (14)  $\log s = 3.378\,7016$ , was alles mit dem neuen (25)  $\log s = 3.378\,7016$  genügend stimmt.

Auch hatten wir früher schon die Azimute bei (14) S. 314:

$$\alpha = 71^\circ 5' 50,33'' \quad \alpha' = 71^\circ 7' 25,05'' \quad (27)$$

Diese  $\alpha$  und  $\alpha'$  sollen mit unserem neuen (24) übereinstimmen (abgesehen von  $\pm 180^\circ$  bei  $\alpha'$ ). Wenn nun kleine Differenzen von  $0,28''$  zwischen (24) und (27) bestehen, während wir doch in allen trigonometrischen Rechnungen mindestens auf  $0,01''$  scharf gerechnet haben, so ist das hier doch unerheblich, weil der Rechnungsweg über rechtwinklige lineare Coordinaten (22) geführt hat, die auf  $0,001''$  als letzte Recheneinheit angegeben wurden, so dass sie die gewöhnlichen Abrundungs-Unsicherheiten in den rechtwinkligen Coordinaten bei kurzer Entfernung bereits  $0,01''$  erheblich beeinflussen.

Oder kurz: Ebenso wie auf S. 314–315 die Berechnungen für geographische Coordinaten und rechtwinklige Soldnersche Coordinaten in Bezug auf den Meridian von Celle hinreichend unter sich gestimmt haben, so stimmen auch nun alle Berechnungen mit den konformen rechtwinkligen Coordinaten in Bezug auf den 31. Längengrad als  $x$ -Axe, sowie alle unsere auf die konforme Abbildung des Ellipsoids auf die Kugel gemachten Berechnungen völlig hinreichend unter sich überein.

## § 102. Die Haupt-Dreiecksketten und Netze der Preussischen Landes-Triangulation.

Im Anschluss an die Projektions-Theorie der Preussischen Landes-Triangulation wollen wir auch noch eine Übersichts-Karte der Haupt-Dreiecksketten und Netze der Preussischen Landes-Triangulation hier vorführen in der Zeichnung von S. 520–521.

Dieselbe ist eine verkleinerte und vereinfachte Darstellung nach dem VII. Teil des Werkes: „Preussische Landes-Triangulation, Hauptdreiecke, gemessen und bearbeitet von der trigonometrischen Abteilung der Landesaufnahme, Berlin 1895“ (Mittler & Sohn, Kochstrasse 68/70). Dieser schon auf S. 134 von uns citierte Band enthält eine Karte in 1:2 000 000 mit allen Dreieckspunkten I. Ordnung, nach welcher unsere verkleinerte Übersichtskarte in 1:5 000 000 hergestellt wurde.

Es sind darauf alle Haupt-Dreiecksketten dargestellt mit allen Dreieckspunkten und Verbindungslinien, und mit Namen der Punkte an den Grenzen der Ketten, während alle Namen einzuschreiben der Raum nicht ausreichte.