

Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1896

§. 102. Die Haupt-Dreiecksketten und Netze der Preussischen
Landes_triangulation

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83087](https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:466:1-83087)

Zur Berechnung von m in beiden Punkten getrennt, hat man auch noch die scharfe Formel (9) nämlich:

$$m = \sec \frac{\vartheta}{A}$$

Nimmt man hiezu die bei (17) angegebenen Winkel $\frac{\vartheta}{A}$ bzw. $\frac{\vartheta}{A} \varrho$, so findet man:

$$\begin{array}{rcl} \text{Ägidius} & \log \sec 2^\circ 11' 44,009'' = 0,0003189\cdot 4 \\ \text{Wasserturm} & \log \sec 2^\circ 12' 58,290'' = 0,0003249\cdot 6 \\ \hline & \text{Mittel } \log m = 0,0003219\cdot 5 \end{array} \quad (26)$$

Dieses stimmt mit 3220 bei (25).

Zur Versicherung können wir auch noch die früheren Berechnungen mit Soldner-schen Coordinaten zuziehen, nämlich in § 56. S. 315 wurde gefunden (18) $\log s = 3.3787020$, und auf S. 314 bei (14) $\log s = 3.3787016$, was alles mit dem neuen (25) $\log s = 3.3787016$ genügend stimmt.

Auch hatten wir früher schon die Azimute bei (14) S. 314:

$$\alpha = 71^\circ 5' 50,33'' \quad \alpha' = 71^\circ 7' 25,05'' \quad (27)$$

Diese α und α' sollen mit unserem neuen (24) übereinstimmen (abgesehen von $\pm 180^\circ$ bei α'). Wenn nun kleine Differenzen von $0,28''$ zwischen (24) und (27) bestehen, während wir doch in allen trigonometrischen Rechnungen mindestens auf $0,01''$ scharf gerechnet haben, so ist das hier doch unerheblich, weil der Rechnungsweg über rechtwinklige lineare Coordinaten (22) geführt hat, die auf $0,001''$ als letzte Rechen-einheit angegeben wurden, so dass sie die gewöhnlichen Abrundungs-Unsicherheiten in den rechtwinkligen Coordinaten bei kurzer Entfernung bereits $0,01''$ erheblich be-einflussen.

Oder kurz: Ebenso wie auf S. 314—315 die Berechnungen für geographische Coordinaten und rechtwinklige Soldner-sche Coordinaten in Bezug auf den Meridian von Celle hinreichend unter sich gestimmt haben, so stimmen auch nun alle Berech-nungen mit den konformen rechtwinkligen Coordinaten in Bezug auf den 31. Längen-grad als x -Axe, sowie alle unsere auf die konforme Abbildung des Ellipsoids auf die Kugel gemachten Berechnungen völlig hinreichend unter sich überein.

§ 102. Die Haupt-Dreiecksketten und Netze der Preussischen Landes-Triangulation.

Im Anschluss an die Projektions-Theorie der Preussischen Landes-Triangulation wollen wir auch noch eine Übersichts-Karte der Haupt-Dreiecksketten und Netze der Preussischen Landes-Triangulation hier vorführen in der Zeichnung von S. 520—521.

Dieselbe ist eine verkleinerte und vereinfachte Darstellung nach dem VII. Teil des Werkes: „Preussische Landes-Triangulation, Hauptdreiecke, gemessen und bearbeitet von der trigonometrischen Abteilung der Landesaufnahme, Berlin 1895“ (Mittler & Sohn, Kochstrasse 68/70). Dieser schon auf S. 134 von uns citierte Band enthält eine Karte in 1:2 000 000 mit allen Dreieckspunkten I. Ordnung, nach welcher unsere verkleinerte Übersichtskarte in 1:5 000 000 hergestellt wurde.

Es sind darauf alle Haupt-Dreiecksketten dargestellt mit allen Dreieckspunkten und Verbindungslien, und mit Namen der Punkte an den Grenzen der Ketten, während alle Namen einzuschreiben der Raum nicht ausreichte.

Im unteren Teile von S. 520—521 ist auch eine Übersicht aller Ketten und Netze seit 1834, im wesentlichen nach der Zeitfolge geordnet, beigefügt, wobei die „Netze“, d. h. die Ausfüllnetze zwischen den Ketten, mit kleinerer Schrift angegeben sind. Diese Füllnetze, im ganzen sechs an der Zahl, konnten in unserer Figur S. 520 und 521 nur als leere Räume angedeutet werden, weil die ursprünglich versuchte Punkt- und Linien-Ausführung in diesen Ketten den Zusammenhang der Ketten nicht mehr deutlich hätte hervortreten lassen. Die kleinen Füllnetze im Nordosten sind auch in dem Originalplan des VII. Teiles, Hauptdreiecke, nur als leere Flächen angegeben, während die schönen Netze von 1872 an, dort mit allen Sichten ausgeführt sind. (Zu bemerken ist auch, dass Mecklenburg, welches ganz von preussischen Ketten umschlossen ist, nicht preussisches Netz, sondern eigenes mecklenburgisches Netz ist, dessen Projektions-Theorie in unseren §§ 80.—81. S. 419—431 mitgeteilt wurde.)

Wie schon in unserem früheren § 21. S. 134 unten zusammengestellt wurde, sind einzelne Ketten und Netze schon besonders von uns beschrieben worden und als Ergänzung jener Citate S. 134 wollen wir auch noch einige Berichte aus der „Zeitschr. f. Verm.“ hier anführen, die übrigens mit jenen auf S. 134 angegebenen Darstellungen zum Teil übereinstimmen.

„Zeitschr. f. Verm.“ 1888 S. 382 und S. 399 die Elbkette,
“ “ 1889 S. 4 das Wesernetz,
“ “ 1891 S. 229,
“ “ 1891 S. 456 die Elbkette,
“ “ 1892 S. 193,
“ “ 1893 S. 1,
“ “ 1894 S. 3, mit Netzbild S. 9,
“ “ 1894 S. 454 das Schlesisch-posesische Dreiecksnetz,
“ “ 1895 S. 115,
“ “ 1895 S. 311 Hannoversch-sächsische Kette und sächsisches Netz.

Obgleich durch alle diese Einzeldarstellungen der Gang der Preussischen Landes-Triangulation im wesentlichen als bekannt vorausgesetzt werden kann, wird es doch beim Anblick der Übersichtskarte S. 520 und 521, da das nun vor 60 Jahren begonnene Werk im wesentlichen fertig vorliegt, angezeigt sein, folgendes kurz zu rekapitulieren:

Der wissenschaftliche Grund zu der heutigen Landes-Triangulation wurde gelegt durch die berühmte Gradmessung in Ostpreussen von Bessel und Baeyer 1832—1834 und durch die daran anschliessende Küstenvermessung von Baeyer 1837—1846.

Die heutigen geographischen Coordinaten der Landesaufnahme wurden 1859 bestimmt durch *eine* astronomische Messung bzw. Annahme für den Ausgangspunkt Berlin Sternwarte bzw. dessen Übertragung auf den benachbarten Punkt Rauenberg, und durch *ein* astronomisches Azimut, Rauenberg-Marienturm (vgl. hiezu § 59. S. 331).

Man könnte die Frage aufwerfen, warum für ein so grosses Gebiet von rund 1100^{km} Länge und 800^{km} Breite nicht mehr als *ein* astronomischer Orientierungs-ausgangspunkt genommen wurde, etwa mit Ausgleichung der Lotablenkungswidersprüche an den Grenzen u. s. w.?

Indessen wären solche Fragen nicht angebracht, angesichts der Entwicklung, welche ein so wichtiges Staatsunternehmen unter wechselnder Leitung seit mehr als einem halben Jahrhundert thatsächlich genommen hat.

Man hat dem rein trigonometrischen widerspruchsfreien Zusammenhang aller geodätischen Elemente des grossen preussischen Staates den Vorzug gegeben vor dem Hereinziehen astronomisch-physikalischer Elemente, und erst das nächste Jahrhundert und künftige Generationen von Erd- und Landmessern werden hierin Neues sehen.

Acht Grundlinien, mit dem Bessel schen Apparate gemessen, geben die lineare Fundierung in den verschiedenen Landesteilen, nämlich Königsberg 1834, Berlin 1846, Bonn 1847, Strehlen 1854, Braak 1871, Oberhergheim 1877, Göttingen 1880, Meppen 1883 mit Nachmessungen von Strehlen, Berlin, Bonn. (Näheres hiezu s. S. 101—102 und S. 146.)

Der Ausgleichungsgang ist nun im wesentlichen ganz klar: Die Ketten legen sich zunächst frei aus, nur mit ihren eigenen inneren Bedingungsgleichungen ausgeglichen, und erst wenn eine Anzahl von Ketten sich zu einem Kranz schliessen, muss auch Polygonausgleichung stattfinden, deren Zwang dann gewöhnlich die letzte Kette zu tragen hat, weil, dem Fortschreiten der Messungen II.—III. Ordnung entsprechend, man unmöglich mit dem Kranzabschluss warten konnte, bis alle Ketten gemessen waren.

Als Beispiel hierfür wollen wir aus unserem I. Band, „Handb. d. Verm.“, 4. Aufl. 1895, S. 511 (oder auch „Zeitschr. f. Verm.“ 1895, S. 313) entnehmen, dass die Hannoversch-sächsische Kette 1880—1881 zwischen Hagelsberg und Lüss einem Anschlusszwang von $0,173^m$ in y und von $0,367^m$ in x zu tilgen hatte.

Ist ein Kranzsystem geschlossen, so folgt die Einschaltung des Füllnetzes ebenfalls mit Anschlusszwang am Rande, wie ebenfalls in Band I, 4. Aufl. 1895, S. 512 (oder Zeitschr. 1895, S. 314) an dem Beispiele des sächsischen Dreiecksnetzes 1881—1882 ersehen werden kann, oder an dem Beispiele des Schlesisch-Posenschen Netzes in Band I, 4. Aufl. 1895, S. 415.

Je weiter die Ketten und Netze hinausgehen, desto grösser muss natürlich der Anschlusszwang wachsen, doch ist er nirgends so gross, dass deswegen die praktische Verwendung der ausgeglichenen Coordinaten Schwierigkeiten begegnete.

Von besonderem Interesse für die Theorieen solcher Zwangsanschlüsse ist eine Abhandlung von Krüger: „Über den Anschluss eines sekundären Dreiecksnetzes an ein Hauptnetz“ in „Zeitschr. f. Verm.“ 1895, S. 289—307, S. 339—347 und S. 368—375. Es wird hier zuerst die Theorie der konformen Übertragung mit Anschluss an 2 feste Punkte (S. 291), 3 feste Punkte (S. 293) und 4 feste Punkte (S. 298) behandelt mit Citaten nach Baur und Schols, und auch der allgemeine Fall mit n festen Punkten (S. 306) behandelt.

Nach diesem wird ein Näherungsverfahren angegeben (S. 342), welches darin besteht, dass die Coordinaten-Transformationsformeln mit solchen Konstanten für lineare Vergrösserung und für Verdrehung versehen werden, welche den aus allen Anschlüssen hervorgehenden Mittelvergrösserungen und Mittelverdrehungen sich am besten anpassen.

Solches Verfahren wird dann angewendet („Zeitschr. 1895“ S. 368) auf das thüringische Dreiecksnetz 1880, dessen Lage aus unserem kleinen Netzbilde S. 520—521 genügend ersehen werden kann, indem es gegen Norden die 4 festen Anschlusspunkte Inselsberg, Ettersberg, Wilsdorf, Leipzig hat, und im übrigen frei ausliegt. Krüger giebt an der citierten Stelle („Zeitschr. f. Verm. 1895“, S. 368—375) zwei eigene Ausgleichungen nach seinem angegebenen Näherungsverfahren und deren Vergleichung mit der amtlichen Ausgleichung der Landesaufnahme, welch letztere nach der Correlatenmethode unter Einführung von 6 Zwangsanschlussgleichungen gemacht ist (Königl. Preuss. Landestriangulation, Hauptdreiecke, VII. Teil, 1895, S. 79—85).

Nach diesen nicht unwichtigen Citaten Krüger betrachten wir nochmals die Gesamtheit der Preussischen Landes-Triangulation in dem Übersichtsbilde S. 520—521.

Dieses grosse in sich widerspruchsfrei geodätisch ausgeglichene Werk, welches für alle praktischen Vermessungszwecke in ganz Preussen einheitliche widerspruchsfreie Coordinaten und Abrisse liefert, ist ein Werk, welches seinesgleichen kaum in einem anderen Staate haben wird, welches jeden Landmesser mit Freude erfüllen muss, der auf irgend welchem Teile desselben und in irgend einer der Formen, in welchen die Ergebnisse desselben noch verwertet werden können, mitzuwirken berufen sein wird.

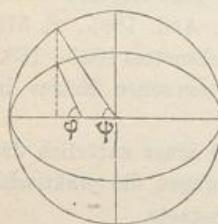
Kapitel IX.

Polar-Dreieck mit reduzierten Breiten.

§ 103. Die reduzierte Breite.

Eine neue Behandlung der geodätischen Linie bekommen wir durch Einführung eines sphärischen Hilfsdreiecks mit „reduzierten Breiten“. Es ist das eine Theorie, welche bei Berechnung sehr langer geodätischer Linien eine wichtige Rolle spielt.

Fig. 1.



Wir betrachten mit Fig. 1. einen Hilfswinkel, der „reduzierte Breite“ heisst, und den wir im Folgenden allgemein mit ψ bezeichnen wollen, während die geographische Breite wie immer mit φ bezeichnet werden soll.

Man kann die gewöhnliche Ellipsen-Gleichung zur Einführung von ψ benützen, denn wenn für die Ellipse die Gleichung besteht:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

so kann man unbedingt setzen:

$$\frac{x}{a} = \cos \psi \quad , \quad \frac{y}{b} = \sin \psi \quad (2)$$

Dabei ist nach (16) § 32. S. 196:

$$\frac{x}{a} = \frac{\cos \varphi}{W} \quad , \quad \frac{y}{b} = \frac{y}{a \sqrt{1-e^2}} = \frac{\sin \varphi}{W} \sqrt{1-e^2} \quad (3)$$

$$\text{also:} \quad \cos \psi = \frac{\cos \varphi}{W} \quad , \quad \sin \psi = \frac{\sin \varphi}{W} \sqrt{1-e^2} \quad (4)$$

$$\text{wobei gesetzt ist:} \quad W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi} \quad (5)$$

Die geometrische Bedeutung des so eingeführten Winkels ψ ist durch Fig. 1. veranschaulicht, man wird auf die Hilfsbreite ψ auch geführt durch eine bekannte Ellipsen-Konstruktion, bei welcher zwei konzentrische Kreise mit den Halbmessern a und b benutzt werden.

Eine zweite Veranlassung zur Einführung der reduzierten Breite haben wir in dem Satze von der geodätischen Linie, den wir in (11) § 69. S. 378 gefunden haben, nämlich:

$$p \sin \alpha = k \quad (6)$$

wo p der Parallelkreis-Halbmesser des Umdrehungs-Ellipsoids ist, d. h. derselbe Wert, der in (1) und (2) mit x bezeichnet wurde, man hat also:

$$p = x = \frac{a \cos \varphi}{W} = a \cos \psi, \text{ d. h. } \cos \psi = \frac{\cos \varphi}{W} \quad (7)$$