



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1896

§. 113. Praktische Anwendung der allgemeinen Theorie der geodätischen
Dreiecke

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83087](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83087)

Dadurch ist der Weg gezeigt, auf welchem man die krumme Dreiecksfläche F zunächst in p, q, q' nebst den verschiedenen k ausdrücken kann. Dann hat man verschiedene geometrische Beziehungen in dem Dreieck selbst, z. B. $p^2 + q^2 = b^2$, $p^2 + q'^2 = c^2$ als erste Näherungen u. s. w. Wenn man nach diesen Andeutungen die Rechnung durchführt, so wird man erhalten:

$$F = \frac{bc \sin A}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{120} k_a (3b^2 + 3c^2 - 12bc \cos A) + \frac{1}{120} k_b (3b^2 + 4c^2 - 9bc \cos A) + \frac{1}{120} k_c (4b^2 + 3c^2 - 9bc \cos A) \right\} \quad (11)$$

Diese Gleichung (11), welche man auch noch in zwei anderen Formen mit $ac \sin B$ und mit $ab \sin C$, anschreiben kann, ist nicht symmetrisch, weil eines der drei Elemente A, B, C bzw. a, b, c bevorzugt ist. Wir wollen deshalb $bc \sin A$ durch \triangle ersetzen, und haben hiezu von (14) § 111. S. 553:

$$A = A^* + \frac{\triangle}{3} \frac{2k_a + k_b + k_c}{4}$$

und im ebenen Dreieck: $2bc \cos A^* = b^2 + c^2 - a^2$

Da man in den Gliedern zweiter Ordnung von (11) stets A mit A^* vertauschen darf, kann man mittelst der soeben geschriebenen zwei Gleichungen die (11) auf folgende Form bringen:

$$F = \triangle \left\{ 1 + \frac{1}{120} k_a (a^2 + 2b^2 + 2c^2) + \frac{1}{120} k_b (2a^2 + b^2 + 2c^2) + \frac{1}{120} k_c (2a^2 + 2b^2 + c^2) \right\} \quad (12)$$

Setzt man hier $k_a = k_b = k_c = k$, so erhält man:

$$F = \triangle \left(1 + \frac{1}{24} k (a^2 + b^2 + c^2) \right) \quad (13)$$

Dieses entspricht dem früheren (36) S. 251, und damit kann man auch (31)–(42) von S. 251–252 leicht auf unseren Fall übertragen, was in der Formel-Zusammenstellung des 113. geschehen soll.

In der vorigen 3. Auflage dieses Bandes, 1890, S. 480–488, hatten wir hier eine zweite Begründung der Grundformeln geodätischer Dreiecke eingeschaltet (auch in teilweise anderer Form früher in der „Zeitschr. f. Verm. 1889“, S. 295–304 gegeben), welche auf das Prinzip der reduzierten Breite (Kap. IX) gegründet, ein sphärisches Hilfsdreieck benützt. Dieses mag diesesmal übergangen werden.

§ 113. Praktische Anwendung der allgemeinen Theorie der geodätischen Dreiecke.

(Bezeichnungen nach Fig. 1. und 2. S. 553.)

Wir wollen zuerst die verschiedenen von § 111. und § 112. zur praktischen Anwendung geeigneten Formeln zusammenstellen, und dazu auch noch einige zusammenfassende Bezeichnungen einführen. Wenn die Krümmungsmasse in den drei Ecken eines Dreiecks mit k_a, k_b, k_c bezeichnet sind, so nehmen wir hiezu einen Mittelwert:

$$\frac{k_a + k_b + k_c}{3} = k_0 \quad (1)$$

Dieser Wert k_0 entspricht dem Schwerpunkt des Dreiecks und dem arithmetischen Mittel der geographischen Breiten der drei Endpunkte des Dreiecks.

Wenn die drei Seiten eines geodätischen Dreiecks die Längen a, b, c haben, so berechnen wir das mittlere Seitenquadrat:

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} = m^2 \quad (2)$$

Die Winkel des geodätischen Dreiecks sind A, B, C , und die Winkel eines ebenen Dreiecks, welches mit dem geodätischen Dreieck gleiche Seitenlängen a, b, c hat, sind A^*, B^*, C^* . Die Winkelsumme des ebenen Dreiecks, d. h. $A^* + B^* + C^*$ ist $= 180^\circ$, und die Summe der Winkel des geodätischen Dreiecks, d. h. $A + B + C$ ist $= 180^\circ + \varepsilon$, wo ε der geodätische Excess des Dreiecks heisst.

Die Fläche des geodätischen Dreiecks, auf der krummen Oberfläche gemessen, sei F , und die Fläche des ebenen Dreiecks mit den Seiten a, b, c sei \triangle .

Mit diesen Bezeichnungen haben wir von (16) und (17) § 112. S. 556 mit Zusetzung der nötigen ϱ :

$$A - A^* = \frac{\triangle}{3} \varrho \frac{2k_a + k_b + k_c}{4} + \frac{\triangle}{24} \varrho k^2 \frac{a^2 + 7b^2 + 7c^2}{15} \quad (3)$$

oder mit Einführung von k_0 und von m^2 in dreifacher Form:

$$\left. \begin{aligned} A - A^* &= \frac{\triangle}{3} \varrho k_0 + \frac{\triangle}{12} \varrho (k_a - k_0) + \frac{\triangle}{120} \varrho k^2 (7m^2 - 2a^2) \\ B - B^* &= \frac{\triangle}{3} \varrho k_0 + \frac{\triangle}{12} \varrho (k_b - k_0) + \frac{\triangle}{120} \varrho k^2 (7m^2 - 2b^2) \\ C - C^* &= \frac{\triangle}{3} \varrho k_0 + \frac{\triangle}{12} \varrho (k_c - k_0) + \frac{\triangle}{120} \varrho k^2 (7m^2 - 2c^2) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\text{Summe } \varepsilon = \triangle \varrho k_0 + 0 + \frac{\triangle}{8} \varrho k^2 m^2 \quad (5)$$

Der theoretischen Vollständigkeit wegen fügen wir auch die Formel für die krumme Oberfläche F hier bei, nach (13) § 112. S. 559:

$$F = \triangle + \frac{\triangle}{8} k m^2 \quad (6)$$

und als Folge von (5) und (6):

$$\varepsilon = F \varrho k_0 + k^3 \dots \quad (7)$$

Endlich bildet man aus (4) und (5) durch Elimination von \triangle die Differenz:

$$A - A^* = \frac{\varepsilon}{3} \frac{2k_a + k_b + k_c}{4k_0} + \varepsilon \frac{k}{180} (-2a^2 + b^2 + c^2) \quad (8)$$

oder mit Einführung der Mittelwerte k_0 und m^2 nach (1) und (2) in dreifacher Form:

$$\left. \begin{aligned} A - A^* &= \frac{\varepsilon}{3} + \frac{\varepsilon}{12} \left(\frac{k_a - k_0}{k_0} \right) + \frac{\varepsilon k}{60} (m^2 - a^2) \\ B - B^* &= \frac{\varepsilon}{3} + \frac{\varepsilon}{12} \left(\frac{k_b - k_0}{k_0} \right) + \frac{\varepsilon k}{60} (m^2 - b^2) \\ C - C^* &= \frac{\varepsilon}{3} + \frac{\varepsilon}{12} \left(\frac{k_c - k_0}{k_0} \right) + \frac{\varepsilon k}{60} (m^2 - c^2) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\text{Summe } \varepsilon = \varepsilon.$$

Wo in den höheren Gliedern dieser Formeln k schlechthin steht, sind die einzelnen k_a , k_b , k_c nicht mehr unterschieden, und man kann dann nach Belieben etwa $k = k_0$ nehmen.

Die Zahlenwerte von k kann man aus der Hilfstafel S. [8]–[29] unseres Anhangs entnehmen, denn es ist:

$$k = \frac{1}{r^2}, \quad \log k = \log \frac{1}{r^2}$$

Auch darf man sich wohl erlauben, wenn es sich um den Mittelwert k_0 nach (1) handelt, statt des Mittels aus den k selbst, das Mittel aus den verschiedenen $\log k$ als $\log k_0$ gelten zu lassen, oder man kann auch $\log k_0$ zu dem arithmetischen Mittel der Breiten φ der drei Ecken des Dreiecks nehmen, insofern auf nicht zu weite Erstreckung die Differenzen zwischen den Breiten φ , zwischen den Werten k und den Werten $\log k$ alle nahezu einander proportional angenommen werden dürfen.

Wenn die Proportionalität zwischen $\Delta \varphi$ und Δk nicht mehr stattfindet, so ist auch die der ganzen Theorie zu Grunde liegende Annahme, dass k eine lineare Funktion der Flächen-Coordinationen sei, nicht mehr erfüllt (vgl. (13) und (14) § 109. S. 548 und (13) § 110. S. 550).

Zu einem Zahlen-Beispiele nehmen wir zuerst wieder das klassische Dreieck Inselsberg-Hohehagen-Brocken, welches uns schon mehrfach, auf S. 232 und S. 253 als Rechen-Beispiel gedient hat.

Wir nehmen nach S. 232 zuerst wieder die genäherten geographischen Breiten der drei Eckpunkte des Dreiecks, und entnehmen darnach von S. [20] des Anhangs die Krümmungsmasse:

Punkt	Breite	$\log k = \log \frac{1}{r^2}$	
Inselsberg	50° 51' 9"	$\log k_a = 6.390\,1277.8$	(10)
Hohehagen	51° 28' 31"	$\log k_b = 6.390\,0659.4$	
Brocken	51° 48' 2"	$\log k_c = 6.390\,0337.4$	
Mittel	51° 22' 34"	$\log k_0 = 6.390\,0758.2$	

Wir haben dabei ausnahmsweise scharf gerechnet, d. h. von Seite [20] zuerst $\log r$ interpoliert, und daraus $\log r^2$ und $\log k$ gebildet. Wir wollen damit die Winkel auf 0,000 001" genau berechnen, was nur formellen Sinn für ein Vergleichs-Beispiel hat.

Indem wir die früheren Zahlenwerte von S. 237 und S. 253 wieder benützen, haben wir:

$$\begin{aligned} a &= 69,194^{km} & b &= 105,973^{km} & c &= 84,941^{km} \\ a^2 &= 4787,8^{km} & b^2 &= 11230,2^{km} & c^2 &= 7215,0^{km} & m^2 &= 7744,3^{km} \\ \log \triangle &= 9.467\,2167.6 & \triangle &= 2\,932\,356\,450^{mm} \end{aligned}$$

$$\text{hiemit nach (5): } \varepsilon = 14,849\,701'' + 0,000\,353'' = 14,850\,054'' \quad (11)$$

$$\text{dann nach (6): } F = 2\,932\,356\,450^{mm} + 69\,693^{mm} = 2\,932\,426\,143^{mm}$$

$$\text{und damit } \varepsilon \text{ nach (7): } \varepsilon = 14,850\,054'' \text{ (stimmt mit (11))}$$

Die Gruppe (4) und (5) giebt:

$$\begin{aligned} A - A^* &= 4,949\,900'' - 0,000\,148'' + 0,000\,136'' = 4,949\,888'' \\ B - B^* &= 4,949\,900'' + 0,000\,028'' + 0,000\,096'' = 4,950\,024'' \\ C - C^* &= 4,949\,900'' + 0,000\,120'' + 0,000\,121'' = 4,950\,141'' \\ \varepsilon &= 14,849\,700'' + 0 & + 0,000\,353'' &= 14,850\,053'' \end{aligned} \quad (12)$$

Ferner giebt die Gruppe (9):

$$\left. \begin{aligned} A - A^* &= 4,950\,018'' + 0,000\,148'' + 0,000\,018'' = 4,950\,184'' \\ B - B^* &= 4,950\,018'' - 0,000\,028'' - 0,000\,021'' = 4,949\,969'' \\ C - C^* &= 4,950\,018'' - 0,000\,120'' + 0,000\,003'' = 4,949\,901'' \\ \varepsilon &= 14,850\,054'' + 0 \qquad \qquad \qquad + \qquad \qquad \qquad = 14,850\,054'' \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Wenn man diese Winkel (12) und (13) mit den früheren sphärischen Angaben auf S. 253 vergleicht, so findet man nur Differenzen von etwa $0,0001''$, woraus zu ersehen ist, dass in diesem Falle eines sehr grossen Dreiecks die Berechnung nach den sphäroidischen Formeln keine merkbare Abweichung von der sphärischen Rechnung bringt.

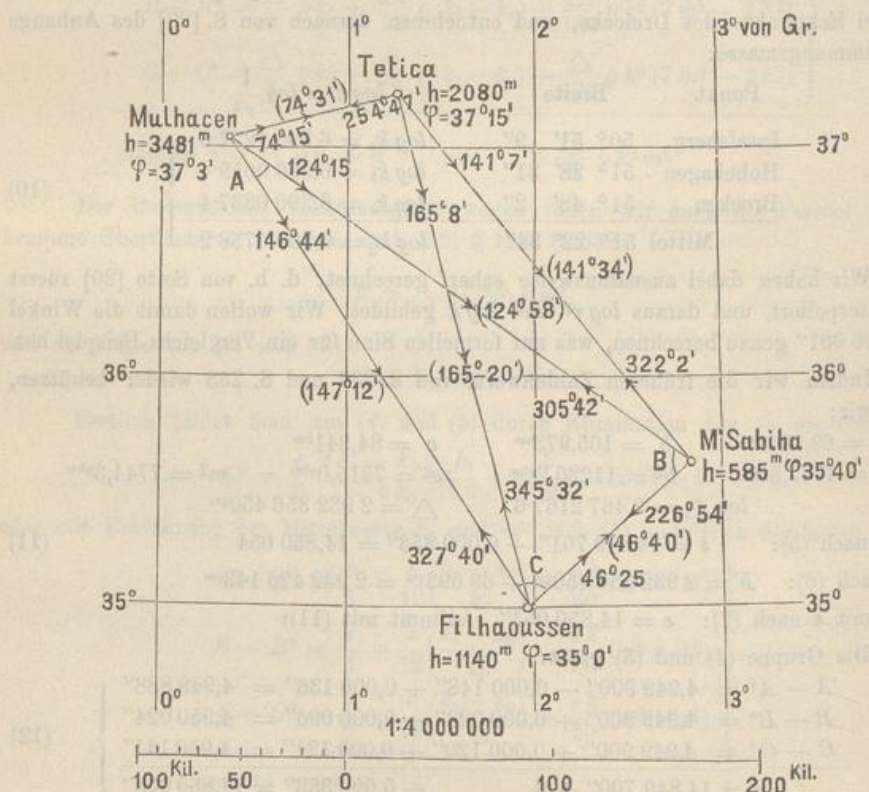
Die Zahlenwerte, welche wir hier in (12) und (13) berechnet haben, stimmen nicht überein mit den Werten, welche Gauss selbst in Art. 23. der „Disquisitiones generales etc.“ gegeben hat, die Gauss'schen Angaben sind nämlich:

$$\left. \begin{aligned} \text{Inselsberg} \quad A - A^* &= 4,95131'' \\ \text{Hohehagen} \quad B - B^* &= 4,95113'' \\ \text{Brocken} \quad C - C^* &= 4,95104'' \\ \varepsilon &= 14,85348'' \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Es rührt das davon her, dass Gauss im Jahre 1827 andere Erddimensionen seiner Rechnung zu Grunde legte, als die erst von 1841 herrührenden Bessel'schen Erddimensionen, welche unseren Berechnungen zu Grunde liegen.

Fig. 1. (vgl. Fig. 4. S. 23).

Trigonometrische Verbindung zwischen Spanien und Algier.



Die im Vorstehenden berechneten Winkel-Reduktionen sind unabhängig von den Reduktionen zwischen den geodätischen Linien und den vertikalen Schnitten, welche durch die früheren Formeln von § 71. bestimmt sind. Jene Reduktionen müssen vorher schon angebracht sein, ehe die geodätische Theorie von § 109.—112. zur Anwendung kommt.

Wir wollen dieses an einem grösseren Beispiele zeigen, welches in Fig. 1. S. 562 dargestellt ist.

Hiezu nehmen wir eines der grossen Dreiecke, welche im Jahre 1879 von Ibanez und Perrier zur trigonometrischen Verbindung zwischen Spanien und Algier angelegt worden sind, wie wir schon früher auf S. 22—23 im allgemeinen berichtet haben.

Diese grossen Dreiecke eignen sich sehr gut als Zahlen-Beispiele zur Anwendung der geodätischen Formeln mit sphäroidischen Gliedern, und in diesem Sinne ist auch schon eine Berechnung nach Helmerts Formeln mitgeteilt worden von Fenner in der „Zeitschr. f. Verm. 1882“, S. 303—308. Im übrigen haben wir die Quellenschriften: „Enlace geodésico y astronómica de Europa y Africa, Madrid 1880“ und in dem „Generalbericht d. europ. Gradm. für 1880“, S. 44—57: „Jonction géodésique et astronomique de l'Algérie avec l'Espagne“, und in endgiltiger Berechnung in dem Werke: „Memorias del instituto geográfico y estadístico. Tomo VII. Madrid 1888“, S. 97—111.

Nach diesen Schriften und einigen Nebenberechnungen haben wir die zur Berechnung nötigen Hauptwerte der Breiten und der Azimute in Fig. 1. zusammengestellt, welche nun in Verbindung mit Fig. 1. S. 23 alles wesentliche giebt.

Wir wollen hier nur eines der vier Verbindungs-Dreiecke durchrechnen, nämlich das grösste: Mulhacen, M'Sabiha, Filhaoussen.

Die gemessenen Winkel sind folgende (Memorias etc. S. 100):

$$\left. \begin{array}{lll} \text{Mulhacen} & A = 22^\circ 28' 45,269'' \\ \text{M'Sabiha} & B = 78^\circ 48' 45,563'' \\ \text{Filhaoussen} & C = 78^\circ 43' 39,198'' \end{array} \right\} \quad (15)$$

$$\text{Summe} = 180^\circ 0' 70,030''$$

Wir wollen jedoch für unsere Zwecke diese 3 Winkel lieber in Gestalt von 6 Richtungen darstellen, und zwar so, dass die Richtungen nahezu gleich den Azimuten der betreffenden Seiten werden:

$$\left. \begin{array}{lll} \text{Mulhacen} & \text{M'Sabiha} & \text{Filhaoussen} \\ (A B) = 124^\circ 15' 0,000'' & (B C) = 226^\circ 53' 0,000'' & (C A) = 327^\circ 40' 0,000'' \\ (A C) = 146^\circ 43' 45,269'' & (B A) = 305^\circ 41' 45,563'' & (C B) = 46^\circ 23' 39,198'' \\ A = 22^\circ 28' 45,269'' & B = 78^\circ 48' 45,563'' & C = 78^\circ 43' 39,198'' \end{array} \right\} \quad (16)$$

Die Differenzen A, B, C sind wieder dieselben wie bei (15). Dass (AB) und (BA) u. s. w. nicht nahezu um 180° verschieden sind, obgleich die Richtungen selbst auf etwa $1'$ genau Azimute sind, rührt von den Meridian-Konvergenzen her; die Mittelwerte zweier solcher Gegenrichtungen sind als Mittel-Azimute genähert in Fig. 1. eingeschrieben, z. B. $(147^\circ 12')$ als Mittel aus $146^\circ 44'$ und $327^\circ 40' \pm 180^\circ$.

Nun müssen die gemessenen Richtungen (16) zunächst in zweifacher Weise wegen der Abplattung der Erde reduziert werden.

Erstens erfolgt die Reduktion wegen der Höhe der Zielpunkte über dem Meere; es ist nach der Formel für γ in § 68. S. 372 die Reduktion für einen Zielpunkt der in der Höhe h über dem Meere, im Azimut α angezielt wird, in Sekunden:

$$\gamma = \eta^2 \frac{h}{N} \rho \sin \alpha \cos \alpha \quad (17)$$

Zweitens ist Reduktion erforderlich von den vertikalen Schnitten, in welchen die Richtungen (16) gemessen sind, auf die geodätischen Linien; hiefür haben wir nach (16) S. 386 nebst Fig. 5. S. 384 die Reduktion in genügender Näherung:

$$v = -\frac{1}{3} \eta^2 \varepsilon = -\frac{1}{6} \eta^2 \frac{s^2}{N^2} \varrho \sin \alpha \cos \alpha \quad (18)$$

Der in (17) und (18) vorkommende Faktor η^2 hat wie gewöhnlich die Bedeutung $\eta^2 = e'^2 \cos^2 \varphi$. Da die Breiten φ der drei Eckpunkte in Fig. 1. angegeben sind, hat man damit auch die Mittelbreiten für die drei Seiten, und hiezu lassen sich die drei Werte $\log \eta^2$ berechnen, sowie die nötigen $\log N$ aus der Tafel Seite [16] entnehmen:

M'Sabiha	35° 40'	Mulhacen	37° 3'	Mulhacen	37° 3'
Filhaoussen	35° 0'	Filhaoussen	35° 0'	M'Sabiha	35° 40'
Mittelbreite $\varphi = 35^\circ 20'$		36° 2'		36° 22'	
$\log \eta^2$ 7.65049		7.64286		7.63917	
$\log N$ 6.80513		6.80514		6.80515	

Da im übrigen zu der Rechnung nach den Formeln (17) und (18) nichts weiter zu bemerken ist, indem die nötigen Elemente teils in (19) gegeben, teils in Fig. 1 eingeschrieben sind, so teilen wir sofort die Ergebnisse dieser Rechnungen mit:

Richtung	Mulhacen		M'Sabiha		Filhaoussen	
	(AB)	(AC)	(BC)	(BA)	(CA)	(CB)
γ	-0,039"	-0,074"	+0,082"	-0,230"	-0,225"	+0,042"
v	+0,126"	+0,123"	-0,021"	+0,126"	+0,123"	-0,021"
$\gamma + v$	+0,087", +0,049"		+0,061", -0,104"		-0,102", +0,021"	
	-0,038"		-0,165"		+0,123"	

Indem wir diese Reduktionen (20) den gemessenen Richtungen (16) hinzufügen, erhalten wir folgende neue Tabelle der Richtungen, die wir zur Unterscheidung von (AB) u. s. w. nun mit [AB] u. s. w. bezeichnen wollen:

Mulhacen		M'Sabiha		Filhaoussen	
[AB]	= 124° 15' 0,087"	[BC]	= 226° 53' 0,061"	[CA]	= 327° 39' 59,898"
[AC]	= 146° 43' 45,318"	[BA]	= 305° 41' 45,459"	[CB]	= 46° 23' 39,219"
$A' = 22^\circ 28' 45,231''$		$B' = 78^\circ 48' 45,398''$		$C' = 78^\circ 43' 39,321''$	

Um nun das Dreieck, welchem diese Winkel angehören, auf ein ebenes Dreieck mit gleich langen Seiten zu reduzieren, oder um die früher mit A^* , B^* , C^* bezeichneten Winkel zu finden, hat man wieder die hiefür giltigen Formeln anzuwenden, welche wir am Anfang dieses § 113. unter (1)–(9) S. 559–560 zusammengestellt haben.

Die hiezu nötigen Krümmungsmasse k , bzw. die entsprechenden $\log k \varrho$ sind:

A, Mulhacen	$\varphi = 37^\circ 3'$	$\log k \varrho = \log \frac{\varrho}{r^2} = 1.705\,9395$
B, M'Sabiha	.. 35° 40' 1.706\,0732
C, Filhaoussen	.. 35° 1' 1.706\,1356

Was die Rechnung im übrigen betrifft, so haben wir die Seite $AC = b = 269\,926_m$ zu Grunde gelegt, die Winkel A , B , C zunächst vorläufig auf 180° ausgeglichen und damit erste Näherungen von A^* , B^* , C^* erhalten, woraus weiter folgte: $BC = a$

= 105 173,9^m und $AB = c = 269\,845,7^m$. Damit konnte weiter gerechnet werden $\log \Delta = 10.143\,6726$ und $\varepsilon = 70,7607''$ und endlich:

$$A' - A^* = 23,5866'' \quad B' - B^* = 23,5866'' \quad C - C^* = 23,5875'' \quad (22)$$

Zieht man diese (22) von den A', B', C' in (21) ab, so erhält man:

$$A^* = 22^\circ 28' 21,644''$$

$$B^* = 78^\circ 48' 21,811''$$

$$C^* = 78^\circ 43' 15,733''$$

$$\text{Summe} = 179^\circ 59' 59,188''$$

$$w = -0,812'' \quad (23)$$

Dieser nun noch bleibende Widerspruch $w = -0,812''$ rührt von den Beobachtungs-Fehlern her. Die geodätische Winkel-Reduktion an sich ist damit vollendet.

Wenn man die praktische Frage aufwirft, ob die kleinen Reduktionen, mit denen wir uns hier beschäftigt haben, bei Triangulierungen in Rechnung zu bringen sind, so wird man beim heutigen Stande der Beobachtungskunst diese Frage für die gewöhnlichen kleinen Dreiecke und geringen Höhen vereinen; dagegen bei solch grossen Verhältnissen, wie diejenigen der Triangulierung zwischen Spanien und Algier, sind kleine Grössen wie die unter (20) erhaltenen neben einem nur etwa 8 mal grösseren Messungs-Fehler w nach gewöhnlicher Anschauung nicht zu vernachlässigen.

Dieses betrifft diejenigen Reduktionen, deren Theorie in den früheren §§ 66., 67. und 71. behandelt worden ist. Die kleinen Grössen, welche durch die Theorie dieses Kapitels X. § 110.—§ 112 gewonnen wurden, sind noch erheblich kleiner, und der praktische Gewinn unseres ganzen Kapitels X. beschränkt sich also sogar bei der grossen spanisch-algerischen Triangulierung auf Glieder von 0,001'' Betrag.

Wenn hiernach die Theorie der Gauss'schen „Disquisitiones generales circa superficies curvas“ sich hier nur als schöne Theorie zeigt, welche man in der Praxis kaum unmittelbar braucht, so ist die Theorie damit doch auch praktisch nicht überflüssig, denn ohne diese Theorie wüsste man eben nicht, dass die zweifellos vorhandenen Einflüsse der Abplattung der Erde in diesem Falle so wenig ausmachen, und die höheren sphärischen Glieder mit $\frac{1}{r^4}$ in § 44. würden ohne die Kenntnis der sphäroidischen Glieder wertlos sein.

Kapitel XI.

Bestimmung der Dimensionen des Erd-Ellipsoids.

§ 114. Bestimmung der Meridian-Ellipse durch zwei Breiten-Gradmessungen.

Das älteste Mittel zur Bestimmung der Erddimensionen sind die sogenannten Breiten-Gradmessungen, deren Geschichte wir in der Einleitung S. 1—9 mitgeteilt haben.

Unter einer Breiten-Gradmessung versteht man die Messung eines Meridianbogens der Erde und der Polhöhen oder geographischen Breiten seiner Endpunkte.

Wenn man die Messungs-Ergebnisse zweier solcher Gradmessungen unter verschiedenen Breiten kennt, so kann man die Dimensionen der dadurch bestimmten Meridian-Ellipse berechnen.