Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1896

§. 119. Grandmessung schief zum Meridian

$$cotg\,\lambda_1 = tang\,M\,sin\,m \quad , \quad cotg\,\lambda_2 = tang\,M'\,sin\,m$$
$$\lambda_2 - \lambda_1 = \lambda$$
$$sin\,\sigma = \frac{sin\,\lambda\,cos\,\psi'}{sin\,\alpha} = \frac{sin\,\lambda\,cos\,\psi}{sin\,\alpha'} \tag{14}$$

Die Anwendung dieser Formeln auf unser Beispiel (6) giebt:

$$\text{Trunz} \quad \psi' = 54°\ \ 7'\ 38{,}6482'' \qquad \alpha' = 67°\ 26'\ 56{,}152''$$
$$\text{Berlin} \quad \psi = 52°\ 24'\ 37{,}8514'' \qquad \alpha = 62°\ 31'\ 15{,}416''$$
$$M = 70°\ 26'\ 40{,}0950'' \qquad M' = 74°\ 29'\ 58{,}3496''$$
$$M' - M = \sigma = 4°\ 3'\ 18{,}2546'' \quad , \quad m = 32°\ 45'\ 50{,}2488'' \tag{15}$$
$$\lambda_2 - \lambda_1 = \lambda = 6°\ 8'\ 45{,}6806'' \quad , \quad \sigma = 4°\ 3'\ 18{,}2548'' \tag{16}$$

Die beiden Werte σ nach (15) und (16) stimmen unter sich hinreichend; wir haben mit dem Mittel $\sigma = 4°\ 3'\ 18{,}2547''$ weiter gerechnet, und damit aus (9) erhalten:

$$log\,\eta^2 = 7.385\,5669 \quad , \quad log\,V^2 = 0.001\,0593.6$$
$$a = 6\,380\,516{,}074^m - 9{,}543^m + 0{,}448^m = 6\,380\,506{,}979^m \quad , \quad log\,a = 5.804\,8551\cdot88 \tag{17}$$

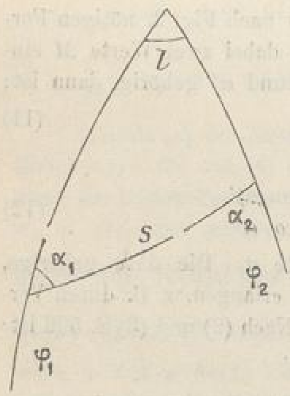
Die Korrektionsglieder von (9) haben also hier nur $9{,}5^m$ und $0{,}4^m$ ausgemacht, woraus zugleich zu ersehen ist, dass keine Wiederholung der Rechnung nötig ist wegen des in (9) vorläufig benützten $c = a\sqrt{1 + e'^2}$.

Der Grundgedanke, die Excentricität der Meridian-Ellipse aus einer Gradmessung schief zum Meridian zu bestimmen, ist zuerst von J. Tobias Mayer erfasst worden, wie aus „Astr. Nachr. 13. Band, 1836", S. 353, hervorgeht. Die erste Ausführung dieses Gedankens haben wir in der „Gradmessung in Ostpreussen" von Bessel, welcher in der Vorrede S. V—VI seines Werkes über diese Gradmessung Tobias Mayer citiert.

§ 119. Gradmessung schief zum Meridian.

Wenn man nach Fig. 1. eine geodätische Linie s (bzw. eine Dreieckskette) schief zum Meridian anlegt, am Anfangspunkt und am Endpunkt derselben die Azimute α_1, α_2 und die Breiten φ_1, φ_2 und endlich noch den Längenunterschied l astronomisch misst, so hat man alles das, was wir bisher als Breiten-Gradmessung, Längen-Gradmessung und Azimut-Übertragung getrennt behandelt haben, nun vereinigt; und da eine schiefe geodätische Linie mit Azimuten und Breiten an den Endpunkten nach § 118. hinreicht zur Bestimmung der Ellipsen-Dimensionen, so haben wir in der Vereinigung der 6 genannten Messungen bereits eine über das unmittelbare Bedürfnis hinausgehende Bestimmung der Erddimensionen.

Fig, 1



Man kann sich dieses auch so klar machen: Ein sphärisches Dreieck von der Form Fig. 1. ist seiner Form nach bestimmt durch 3 Stücke, z. B. durch φ_1, φ_2, l; um auch den Halbmesser zu bestimmen, auf welchem das sphärische Dreieck liegen soll, braucht man ein viertes Stück, s linear gemessen. Geht man über zu einem Ellipsoid, auf welchem das Dreieck Fig. 1. liegen soll, so tritt eine weitere Unbekannte auf in der Excentricität, so dass nun 5 Messungsstücke erforderlich werden. Wenn also in Fig. 1. im ganzen 6 Stücke gemessen sind, so ist auch für das Ellipsoid noch *eine* Messung überschüssig, oder man hat es mit einer Ausgleichung zu thun.

Wie gewöhnlich wird diese Ausgleichung dadurch behandelt, dass man Näherungswerte der Erddimensionen einführt, und durch Differentiieren Beziehungen herstellt zwischen Verbösserungen jener Näherungswerte einerseits und Änderungen der beobachteten Grössen andererseits.

Man überblickt auch sofort, dass man *mehrere* solcher Systeme, wie das in Fig. 1. dargestellte, in eine Gesamtausgleichung zusammenfassen kann.

Dieses ist der Grundgedanke der heutigen internationalen Erdmessung. Eine wichtige Rolle spielen dabei die Lotabweichungen, von welchen wir im nächsten Kapitel XII noch das Nötigste behandeln werden.

Kapitel XII.

Lotabweichungen.

§ 120. Allgemeines über Lotabweichungen.

Anknüpfend an das, was wir schon in der Einleitung S. 11 über den Begriff der Lotabweichungen und des Geoids erwähnt haben, gehen wir nun zu näherer Betrachtung der Lotabweichungen über.

Wenn wir bei unseren Triangulierungen die unmittelbar gemessenen Grundlinien auf die Höhe des Meeres, (bzw. auf Normal-Null) reduzieren (vgl. S. 67), so legen wir damit unseren Messungen und Berechnungen eine ideale Erdoberfläche zu Grunde, welche, in erster Näherung, mit der Oberfläche der Weltmeere zusammenfallend, und unter den Kontinenten stetig fortgesetzt, angenommen wird.

Wenn wir ferner bei unseren geodätischen und astronomischen Winkelmessungen die vertikale Axe der Instrumente durch die Wasserwage einstellen, und die so erhaltenen Messungen in üblicher Weise weiter rechnerisch behandeln, so nehmen wir die durch die Wasserwage bestimmte Schwere-Richtung als geometrische Normale jener idealen Erdoberfläche an, und führen für diese Fläche ein Umdrehungs-Ellipsoid von gewissen Dimensionen in die Rechnung ein.

Nun haben aber schon die ersten zusammenfassenden Berechnungen der Gradmessungen ergeben, dass jene ideale Erdoberfläche nicht genau ein Ellipsoid ist, und man kann durch eine einfache physikalische Betrachtung zeigen, dass die ideale Erdoberfläche, welche wir den geodätischen Messungen und Berechnungen zu Grunde legen, kein Ellipsoid sein kann, weil auch die physische Erdoberfläche mit ihren Bergen und Thälern, Kontinenten und Meeren, selbst nicht ellipsoidisch ist.

Die Schwerkraft, welche auf einen Punkt (bzw. ein Massen-Element) an der Erdoberfläche einwirkt, ist die Resultante der Anziehungen, welche alle einzelnen Massenteile des Erdkörpers auf den Punkt ausüben, in Verbindung mit der Einwirkung der Centrifugalkraft.

Zwischen zwei Massenteilen m_1 und m_2, welche sich im Abstand r von einander befinden, besteht eine Anziehung, welche proportional $\frac{m_1\, m_2}{r^2}$ ist.