



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Methodisches Lehrbuch der Elementarmathematik

Dritter Teil, Lehr- und Übungsstoff zur freien Auswahl für die Prima
realistischer Vollanstalten und höherer Fachschulen, nebst Vorbereitung
auf die Hochschul-Mathematik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1895

IX. Zusammenstellung der wesentlichen Formeln

[urn:nbn:de:hbz:466:1-93638](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-93638)

stanten Winkels als Asymptoten, und für die „Tangendreiecke“ ist der obige Satz gefunden worden.

Nimmt man aber statt des einen Brennpunktes seinen Gegenpunkt, so geht die Gleichung der Ellipse in $v_1 + (\pi - v_2) = 2k$ oder in $v_1 - v_2 = 2k - \pi$ über, was der gewöhnlichen Hyperbelgleichung entspricht und der Polarkurve eine konstante Winkeldifferenz aufnötigt, wobei es sich übrigens nur um die Vertauschung eines Winkels und seines Nebenwinkels handelt. Dabei liegt die Frage nahe, ob die so definierte Hyperbel mit der vorher als Polarkurve erklärten identisch ist, was in der That der Fall ist. Von besonderer Wichtigkeit ist, daß zwischen den beiden Brennpunkten und den beiden Asymptoten Reciprocität stattfindet und daß im allgemeinen zu jeder Brennpunkteigenschaft eine Asymptoteneigenschaft gehört.

Es sei nur bemerkt, daß die Lehre von den sphärischen Regelschnitten für die mathematische Physik von größter Bedeutung geworden ist, daß ferner die stereographischen Projektionen dieser Kurven zu höheren Teilen der Funktionentheorie, der Lehre von den elliptischen Funktionen, in eigentümlicher Beziehung stehen. (Vergl. des Verfassers Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften, Kap. XV.)

Aus diesen Andeutungen wird man erkennen, daß die anfangs so wenig anregend erscheinende Lehre von den Ecken und ihren Polarecken zu den interessantesten Gebieten der neueren Mathematik hinüberführt.]

IX. Zusammenstellung der wesentlichen Formeln.

a) Rechtwinklige Dreiecke.

$$1) \quad \cos c = \cos a \cos b$$

$$4) \quad \tan \alpha = \frac{\tan a}{\sin b}$$

$$2) \quad \sin \alpha = \frac{\sin a}{\sin c}$$

$$5) \quad \cos \alpha = \frac{\cos a}{\sin \beta}$$

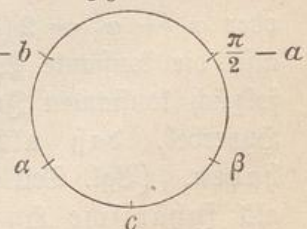
$$3) \quad \cos \alpha = \frac{\tan b}{\tan c}$$

$$6) \quad \cos c = \cot \alpha \cot \beta.$$

Neper'sche Regel:

$$7) \quad \begin{cases} \cos c = \cot \alpha \cot \beta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} - b\right), \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cot \beta \cot\left(\frac{\pi}{2} - b\right) = \sin \alpha \sin c, \\ \cos \alpha = \cot\left(\frac{\pi}{2} - b\right) \cot c = \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) \sin \beta. \end{cases}$$

Fig. 122.



b) Schiefwinklige Dreiecke.

$$8) \quad \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma = \sin a : \sin b : \sin c.$$

$$9^*) \quad \cos \alpha = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c} \quad 10^*) \quad \cos a = \frac{\cos \alpha + \cos \beta \cos \gamma}{\sin \beta \sin \gamma}$$

$$11) \quad \tan \frac{c}{2} = \frac{\sin a}{\sin \alpha} \frac{\sin(\alpha + \beta)}{2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}}$$

$$11^*) \quad \cot \frac{\gamma}{2} = \frac{\sin \alpha}{\sin a} \frac{\sin(a+b)}{2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}}$$

$$12) \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin s \cdot \sin(s-a)}{\sin b \sin c}} \quad 13) \quad \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin(s-b) \sin(s-c)}{\sin b \sin c}}$$

$$14) \quad \tan \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin(s-b) \sin(s-c)}{\sin s \sin(s-a)}}$$

$$15) \quad \sin \alpha = \frac{2 \sqrt{\sin s \sin(s-a) \sin(s-b) \sin(s-c)}}{\sin b \sin a}$$

$$16) \quad \cos \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\cos(\sigma-\beta) \cos(\sigma-\gamma)}{\sin \beta \sin \gamma}} \quad 17) \quad \sin \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{-\cos \sigma \cos(\sigma-\alpha)}{\sin \beta \sin \gamma}}$$

$$18) \quad \tan \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{-\cos \sigma \cdot \cos(\sigma-\alpha)}{\cos(\sigma-\beta) \cos(\sigma-\gamma)}}$$

$$19) \quad \sin a = \frac{2 \sqrt{-\cos \sigma \cos(\sigma-\alpha) \cos(\sigma-\beta) \cos(\sigma-\gamma)}}{\sin \beta \sin \gamma}.$$

Gauß'sche Formeln:

$$21^*) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\cos \frac{a+b}{2}}{\cos \frac{c}{2}} = \frac{\cos \frac{\alpha+\beta}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}} \\ \frac{\cos \frac{a-b}{2}}{\cos \frac{c}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha+\beta}{2}}{\cos \frac{\gamma}{2}} \\ \frac{\sin \frac{a+b}{2}}{\sin \frac{c}{2}} = \frac{\cos \frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}} \\ \frac{\sin \frac{a-b}{2}}{\sin \frac{c}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha-\beta}{2}}{\cos \frac{\gamma}{2}} \end{array} \right.$$

Neper'sche Analogien:

$$22) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\tan \frac{\alpha+\beta}{2}}{\cot \frac{\gamma}{2}} = \frac{\cos \frac{a-b}{2}}{\cos \frac{a+b}{2}} \\ \frac{\tan \frac{\alpha-\beta}{2}}{\cot \frac{\gamma}{2}} = \frac{\sin \frac{a-b}{2}}{\sin \frac{a+b}{2}} \\ \frac{\tan \frac{a+b}{2}}{\tan \frac{c}{2}} = \frac{\cos \frac{\alpha-\beta}{2}}{\cos \frac{\alpha+\beta}{2}} \\ \frac{\tan \frac{a-b}{2}}{\tan \frac{c}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin \frac{\alpha+\beta}{2}} \end{array} \right.$$

$$23) \quad \frac{\tan \frac{\alpha + \beta}{2}}{\tan \frac{\alpha - \beta}{2}} = \frac{\tan \frac{a + b}{2}}{\tan \frac{a - b}{2}}. \quad 26) \quad \sin \frac{F}{2} = \frac{\sin \frac{a}{2} \sin \frac{b}{2} \sin \gamma}{\cos \frac{c}{2}}.$$

$$27) \quad \cot \frac{F}{2} = \frac{\cot \frac{a}{2} \cot \frac{b}{2} + \cos \gamma}{\sin \gamma}.$$

$$29) \quad \sin \frac{F}{4} = \sqrt{\frac{\sin \frac{s}{2} \sin \frac{s-a}{2} \sin \frac{s-b}{2} \sin \frac{s-c}{2}}{\cos \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2} \cos \frac{c}{2}}}$$

$$29*) \quad \cos \frac{F}{4} = \sqrt{\frac{\cos \frac{s}{2} \cos \frac{s-a}{2} \cos \frac{s-b}{2} \cos \frac{s-c}{2}}{\cos \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2} \cos \frac{c}{2}}}$$

$$30) \quad \tan \frac{F}{4} = \sqrt{\tan \frac{s}{2} \tan \frac{s-a}{2} \tan \frac{s-b}{2} \tan \frac{s-c}{2}}.$$