Methodisches Lehrbuch der Elementarmathematik

Dritter Teil, Lehr- und Übungsstoff zur freien Auswahl für die Prima realistischer Vollanstalten und höherer Fachschulen, nebst Vorbereitung auf die Hochschul-Mathematik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1895

d) Anwendung auf adiabatische Expansions- und Kompressionsdiagramme

urn:nbn:de:hbz:466:1-93638

30) Anwendung auf adiabatische Expansions- und Kompressions-Diagramme.

Eine der wichtigsten Parabeln höherer Ordnung ist die adiabatische*) Expansionskurve, d. h. die Diagrammkurve für die Expansionsarbeit abgesperrter Gase unter der Bedingung, daß Wärme weder durch die Cylinderwände hindurch verloren geht, noch künstlich von außen hereingebracht wird. Der Dampf arbeitet also unter Arbeitsleistung und kühlt sich dabei ab, weil auf je 425 mkg geleisteter Arbeit eine Calorie verloren geht. Die Spannung nimmt also schneller ab als bei Zugrundelegung des Mariotteschen Gesetzes (konstante Temperatur).

Es handelt sich bei dem adiabatischen Zustande um das Poissonsche oder potenzierte Mariottesche Gesetz $\frac{p}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^m$, wo m für atmosphärische Luft den Wert 1,41, für gesättigte Dämpfe durchschnittlich $1{,}125 = \frac{9}{8}$ hat. Die Spannungen verhalten sich also umgekehrt wie die entsprechend potenzierten Volumina. Das physikalische Gesetz läßt sich elementar nachweisen.

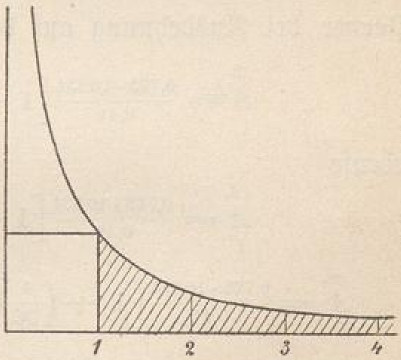
Die adiabatische Kurve hat also eine Gleichung von der Form

$$\frac{y}{y_1} = \left(\frac{x_1}{x}\right)^{1{,}41}, \quad \text{oder} \quad y = (y_1 x_1^{1{,}41})x^{-1{,}41}.$$

(Statt 1,41 gegebenenfalls 1,125 gesetzt.)

Aufgabe. Die Kurve $y = x^{-1{,}41}$ hat an den Stellen $x = 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$ welche Ordinaten? Von 1 ab gerechnet ist das Diagramm bis 2, 3, 4, ... wie groß?

Fig. 146.



Auflösung. $y = \infty$, 1, 0,3761, 0,21245, 0,14161.

$$\overset{\infty}{\underset{1}{F}} = -\frac{1}{1+p} = -\frac{1}{-1{,}41+1} = \frac{1}{0{,}41}$$
$$= 2{,}439,$$

$$\overset{\infty}{\underset{2}{F}} = -\frac{2^{-1{,}41+1}}{-1{,}41+1} = \frac{1}{0{,}41 \cdot 2^{0{,}41}}$$
$$= 1{,}8362,$$

$$\overset{2}{\underset{1}{F}} = 2{,}439 - 1{,}8362 = 0{,}603.$$

Entsprechend sind die anderen Fragen zu lösen.

*) $\dot{\alpha}$ = nicht, $\delta\iota\dot{\alpha}$ = durch, $\beta\alpha\acute{\iota}\nu\omega$ = gehen. Es handelt sich um „Nichtdurchgang" von Wärme durch die Cylinderwände.

Aufgabe. Wie groß ist das Diagramm der Adiabate von x_1 bis x_2?

Auflösung.

$$\overset{x_2}{\underset{x^1}{F}} = (y_1 x_1^{1,41}) \frac{x_2^{-1,41+1} - x_1^{-1,41+1}}{-1,41+1} = x_1^{1,41} y_1 \frac{x_1^{-0,41} - x_2^{-0,41}}{0,41}$$

$$= x_1^{1,41-0,41} \cdot y_1 \frac{1 - \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{-0,41}}{0,41}$$

oder endlich

$$\overset{x_2}{\underset{x_1}{F}} = \frac{x_1 y_1}{0,41}\left[1 - \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{0,41}\right].$$

Beispiele.

Aufgabe. Ein Kilogramm atmosphärischer Luft von einer Atmosphäre Spannung und von Null Grad Celsius dehne sich adiabatisch unter voller Arbeitsleistung auf das doppelte, dreifache, vierfache, unendlichfache des Volumens aus. Wieviel Arbeit wird dabei geleistet?

Auflösung. Ein Kilogramm Luft von solchem Zustande nimmt den Raum 0,773 cbm ein und giebt auf 1 qm Druckfläche 10 334 kg Druck. Denkt man sich die Kolbenfläche des Cylinders als 1 qm, also den Anfangsdruck y_1 als 10 334 kg, und die Entfernung x_1 des Kolbens vom Cylinderboden als 0,773 m, so hat man bei Ausdehnung auf das doppelte Volumen ($x_2 = 2 \cdot 0773$):

$$\text{Arbeit} = \frac{x_1 y_1}{0,41}\left[1 - \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{0,41}\right] = \frac{0,773 \cdot 10334}{0,41}\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{0,41}\right] = 4819,7 \text{ mkg}.$$

Ferner bei Ausdehnung auf das dreifache Volumen:

$$\overset{3}{\underset{1}{A}} = \frac{0,773 \cdot 10334}{0,41}\left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{0,41}\right] = 7065,8 \text{ mkg};$$

ebenso

$$\overset{4}{\underset{1}{A}} = \frac{0,773 \cdot 10334}{0,41}\left[1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{0,41}\right] = 8447,1 \text{ mkg};$$

$$\overset{\infty}{\underset{1}{A}} = \frac{0,773 \cdot 10334}{0,41}\left[1 - \left(\frac{1}{\infty}\right)^{0,41}\right] = \frac{0,773 \cdot 10\,334}{0,41} = 19\,484 \text{ mkg}.$$

Bemerkungen. Die Schlußspannungen sind nach der Formel $\frac{p}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{1,41}$ der Reihe nach $p_2 = 0,3761$ Atm., $p_3 = 0,21245$ Atm., $p_4 = 0,14161$ Atm., $p_\infty = 0$ Atm. Die Physik lehrt, daß auf je 425 mkg geleisteter Arbeit 1 Calorie verloren geht, und daß die Luft die Kapazität $C_v = 0,16851$ hat, d. h. daß 0,16851 Calorie